ARITMETICA DE NIÑOS

ESCRITA

PARA USO DE LAS ESCUELAS DEL REYNO

POR D. JOSEF MARIANO VALLEJO,

CATEDRATICO DE MATEMATICAS DEL REAL SEMINARIO DE NOBLES DE MADRID.

MADRID EN LA IMPRENTA REAL

AÑO DE 1806.

In scientiis enim addiscendis prosunt exempla magis quam præcepta: qua de causa in his fusius expatiatus sum.

Is. Newt. Arithm. Univ. cap. 14.

AL EXCELENTISIMO SEÑOR

DON JOSEF MARIA MAGALLON Y ARMENDARIZ, GRAMONT, FRANGEL, BEAUMONT DE NAVARRA, VERGARA, VERAIZ, MAGALLON, AGUILAR, ROMEO DE PERALTA, GARCES FALCES, AYVAR, ATONDO, VILLALON, LOPEZ DE MIRAFUENTES, ALAVA, TORRES, MONT-REAL, ESCAY, ARMENDARIZ, SALCEDO, CAMARGO, ARBIZU, LODOSA, AYANZ Y MENEOS; MARQUES Y SEÑOR DE S. ADRIAN; SEÑOR SOLARIEGO DEL CASTILLO Y VILLA DE MONTEAGUDO, Y DE TODA LA TIERRA BLANCA,

VIÑAS Y SOTO REAL LLAMADO DEL CASTILLO DE LA CIUDAD DE CASCANTE; POSEEDOR DE LOS HEREDAMIENTOS DE PULGUER Y LA ESTANCA EN LA MISMA CIUDAD, Y DE LOS MAYORAZGOS DE GARCIA DE AGUILAR, ROMEO DE PERALTA, FALCES, AYVAR, ATONDO, VILLALON, LOPEZ DE MIRAFUENTES, ALAVA Y TORRES; MERINO PERPETUO HEREDITARIO DE LA CIUDAD DE TUDELA Y TODA SU MERINDAD EN EL REYNO DE NAVARRA; MARQUES DE SANTIAGO Y DE LA CIMADA; CONDE DE ZUEWEGHEM, VIZCONDE DE

UTERVIEJO, GENTILHOMBRE DE CAMARA DE S. M. CON EXERCICIO, GRANDE DE ESPAÑA &c. &c. &c.

EXC.MO SEÑOR:

Si las buenas qualidades que adornan á V. E., y las pruebas que tengo de lo mucho que protege las ciencias y las artes, no fuesen un justo motivo para dedicarle esta obri-

ta; lo seria únicamente la consideracion de que, siendo V. E. Escritor público, y de los que tienen reputacion en el orbe literario, es indispensable aprecie un trabajo que como el de V. E. resulta en beneficio de la juventud Española. Dígnese pues V. E. de admitir este corto obsequio, ínterin me dispongo á presentarle cosas mas dignas de su respeto.

Nuestro Señor guarde la vida de V. E. los muchos años que le deseo. Madrid 10 de Febrero de 1806.

EXC.^{MO} SEÑOR

B. L. M. de V. E.

Josef Mariano Vallejo.

PROLOGO.

Siendo evidente para todos, y principalmente para los que tienen á su cargo la instruccion de la juventud, que la dificultad que hay en escribir las obras destinadas para la enseñanza, consiste en ponerse los escritores en la misma situacion en que se hallan los que las han de estudiar; no se me podia ocultar esta verdad, mayormente quando la experiencia diaria me la hace reconocer. Así, en esta obrita cuyo objeto es, que los niños aprendan en la primera edad la práctica de las operaciones de la Aritmética, el órden que se sigue en la division y subdivision de las unidades de pesos y medidas, y que se extiendan los conocimientos acerca del sistema de las decimales, he procurado acomodarme á sus conocimientos en quanto me ha sido posible. Por esta causa he tenido buen cuidado de no omitir ninguna palabra ni reflexîon que pueda contribuir para la inteligencia de cada operacion; he puesto un número competente de exemplos, á fin de no presentar ninguna regla sin que se haga aplicacion de ella inmediatamente; y no me he desentendido de manifestar el método con que se debe estudiar y enseñar esta obrita, porque estoy bien convencido de que si los jóvenes estudiasen con el órden que les proponen desde luego los Profesores que los instruyen, no perderian una gran porcion de tiempo, y apénas se hallaria uno que no aprovechase. Puede ser que á pesar de todos mis esfuerzos no haya conseguido desempeñar el asunto que me he propuesto con la perfeccion que yo deseo; mas espero de la instruccion de los excelentes Profesores de primera educacion que hay, tanto en esta Corte como fuera de ella, que suplirán con sus luces qualquier descuido que haya padecido.

ADVERTENCIA.

Quando se encuentre un número dentro de un paréntesis, da á entender que la operacion que se necesita practicar para hallar el resultado que se busca, está explicada en la respuesta á la pregunta que tiene dicho número. Por exemplo: quando en la pág. 98 veo que dice: ,, para esto los reduciré á un comun denominador (135)." El número 135, que está dentro del paréntesis ( ), indica que las reglas que se deben seguir para hallar el resultado estan contenidas en la respuesta á la pregunta 135. Esto sirve para que, si á alguno se le ha olvidado como se practica alguna operacion, auxîliar de aquella en que se halla, sepa adonde debe recurrir para volverla á aprender.

*

TABLA DE LOS CAPITULOS.

ARITMETICA DE NIÑOS

PARA USO DE LAS ESCUELAS DEL REYNO.

CAPITULO I.

Nociones preliminares, numeracion, division y subdivision de las unidades de pesos y medidas.

1 *Preg.* ¿Qué es Aritmética?

Resp. La ciencia que trata de averiguar las relaciones y propiedades de los números.

2 *P.* ¿Desde quando tenemos necesidad de considerar los números?

R. Desde que vemos á un mismo tiempo muchos objetos ó individuos de una misma especie; como quando se ve un hombre y muchos hombres, un niño y muchos niños, un árbol y muchos árboles &c., porque en este caso concebimos lo que es *unidad* y *pluralidad* ó muchedumbre. Si despues comparamos la pluralidad con la unidad, lo que resulta de esta comparacion se llama *número*; de manera que número es el resultado de la comparacion de la pluralidad ó muchedumbre con la unidad, ó el que expresa la reunion de muchos individuos ó unidades.

3 *P.* ¿Qué es lo primero que se debe saber acerca de los números?

R. Su nomenclatura, ó los nombres con que se determinan las unidades que hay en cada conjunto.

4 *P.* Pues que ¿son indispensables los nombres para expresar los números?

R. Si Señor: pues aunque la naturaleza no nos presenta sino individuos ó unidades, si tuviésemos que dar razon de los hombres ó árboles que habíamos visto en algun parage, y lo executásemos, diciendo que los hombres ó árboles que habíamos visto eran *uno, uno, uno &c.*, no lo podríamos hacer sin confusion nuestra y del que lo oyese, por ser muy difícil y aun imposible conservar en la memoria las veces que está repetida la palabra *uno*; y así el entendimiento se ve precisado á caracterizar con palabras á cada una de estas colecciones de unidades.

5 *P.* ¿A cada coleccion de unidades se le da un nombre particular?

R. No Señor: porque entónces la vida del hombre no bastaria sino para aprender muy pocos números; y así hay un admirable artificio, aunque muy sencillo, por medio del qual se expresan con muy pocas palabras todos los números de que podemos necesitar.

6 *P.* ¿Cómo se executa esto?

R. En primer lugar, qualquier objeto es en sí *uno*, porque la naturaleza presenta la consideracion de la unidad en cada individuo: despues quando se quiere expresar el agregado de *uno* y *uno* se usa de la palabra *dos*, y por tanto *dos* equivale á *uno* y *uno*; para expresar el conjunto de *dos* y *uno* se usa de lo palabra *tres*; para el de *tres* y *uno* de la palabra *quatro*; *quatro* y *uno* se expresa con la palabra *cinco*; *cinco* y *uno* con la palabra *seis*; *seis* y *uno* con la palabra *siete*; *siete* y *uno* con la palabra *ocho*; *ocho* y *uno* con la palabra *nueve*;

nueve y *uno* con la palabra *diez*...

7 *P.* ¿Qué se hace para contar de diez en adelante?

R. Tomar esta coleccion de diez unidades por una nueva unidad, que se llama *unidad de decena*, y se van repitiendo las palabras anteriores, diciendo: *diez* y *uno*, *diez* y *dos* &c.; pero á causa de una irregularidad de nuestra lengua, en vez de *diez* y *uno* se dice *once*; en vez de *diez* y *dos* se dice *doce*; en vez de *diez* y *tres* se dice *trece*; en vez de *diez* y *quatro* se dice *catorce*; en vez de *diez* y *cinco* se dice *quince*; luego, se sigue ya regularmente diciendo: *diez* y *seis*, *diez* y *siete*, *diez* y *ocho*, *diez* y *nueve*; y para expresar *diez* y *diez* se usa de la palabra *veinte*, que es lo mismo que dos *dieces* ó *decenas*: despues se sigue contando *veinte* y *uno*, *veinte* y *dos* &c., que tambien se dice comunmente *veintiuno*, *veintidos*, *veintitres*, *veintiquatro*, *veinticinco*, *veintiseis*, *veintisiete*, *veintiocho*, *veintinueve*; y para expresar *veintidiez* ó *tres dieces* ó *decenas* se usa de la palabra *tres* modificada, y se dice *treinta*, continuando despues *treinta* y *uno*, *treinta* y *dos*, *treinta* y *tres*,... *treinta* y *nueve*; luego, para expresar *quatro dieces* ó *decenas*, *cinco dieces* ó *decenas* &c. se modifican las palabras *quatro*, *cinco* &c. con la terminacion *enta*; y se sigue contando *quarenta*, *quarenta* y *uno*, *quarenta* y *dos*, *quarenta* y *tres*,... *quarenta* y *nueve*; *cincuenta*, *cincuenta* y *uno*, *cincuenta* y *dos*,... *cincuenta* y *nueve*; *sesenta*, *sesenta* y *uno*, *sesenta* y *dos*,... *sesenta* y *nueve*; *setenta*, *setenta* y *uno*, *setenta* y *dos*,... *setenta* y *nueve*; *ochenta*, *ochenta* y *uno*, *ochenta* y *dos*,... *ochenta* y *nueve*; *noventa*, *noventa* y *uno*, *no-*

venta y dos,... noventa y nueve; de modo que solo con las diez palabras primeras modificadas y combinadas entre sí, se pueden expresar hasta *noventa y nueve unidades*, ó *nueve decenas y nueve unidades*.

8 *P*. ¿Qué se hace para contar despues de noventa y nueve?

R. Si á *noventa y nueve* se le añade una unidad, se convierte en *noventa y diez*, ó *nueve dieces* y otro *diez* mas, que son *diez dieces*; este conjunto de *diez dieces* ó *decenas de unidades* se expresa con la palabra *ciento*, y se vuelve á tomar por unidad, que se llama *unidad de centena*, y se continúa diciendo: *ciento y uno, ciento y dos, ciento y tres,... ciento y diez, ciento y once,... ciento y veinte, ciento veintiuno,... ciento y treinta,... ciento y cincuenta,... ciento y noventa, ciento noventa y uno,... ciento noventa y nueve, ciento y ciento ó doscientos,... doscientos y cincuenta,... doscientos noventa y nueve, trescientos,... quatrocientos,... quinientos,... seiscientos,... setecientos,... ochocientos,... novecientos,... novecientos noventa y nueve*; despues, para expresar *novecientos noventa y nueve* y *uno* mas, que componen *diez cientos*, se usa de la palabra *mil*, y se vuelve á tomar por unidad este conjunto, la qual se llama *unidad de millar*; luego, se continúa *mil y uno, mil y dos,... mil y ciento,... mil y doscientos,... mil novecientos,... mil y mil ó dos mil,... dos mil y uno,... dos mil y ciento,... dos mil novecientos,... tres mil,... quatro mil,... diez mil,... veinte mil,... cien mil,... doscientos mil,... trescientos mil,... novecientos mil*; y para expresar el conjunto de *diez cientos de miles* ó *mil miles* se usa de la palabra *millon* ó *cuento*, el qual conjunto se vuelve á tomar por unidad, que se llama *unidad de millon* ó *de cuento*, y se sigue contando: *millon y uno, millon y dos,... millon y ciento,... millon y mil,... millon y diez mil,... millon y cien mil,... millon y novecientos mil,... dos millones,... tres millones,... diez millones,... cien millones, mil millones,... diez mil millones, cien mil millones,... millon de millones* ó *billon*. Despues se continúa contando del mismo modo hasta que se tiene *un millon de billones*, á que se llama *trillon*, á un *millon de trillones quadrillon*, y así se continúa en adelante diciendo *quillon, sextillon* &c.; de manera que solo con las trece palabras *uno, dos, tres, quatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, ciento, mil* y *millon* se pueden expresar todos los números de que puede necesitar el hombre [1].

9 *P.* Para escribir todos estos números ¿de quántas *cifras, guarismos* ó *caractéres* se necesita?

R. De diez; que son 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, y expresan, la primera, *uno*; la segunda, *dos*; la tercera, *tres* &c., y la última se llama *cero*, y no significa nada. *

10 *P.* Con estos solos guarismos ¿cómo se pueden expresar todos los números?

R. Considerando en ellos, ademas del valor propio que se les acaba de fixar, otro valor relativo al lugar que ocupa contando de derecha á izquierda;

1 En efecto, con dichas palabras se pueden expresar todos los números comprehendidos hasta el que se escribiese con un número de guarismos expresado por las unidades que hay en el número *seis millones y seis*; y hasta ahora el mayor número que ha ocurrido nombrar solo se compone de *ciento veintiocho* guarismos.

así un guarismo qualquiera, tal como el 3, expresará siempre *tres* cosas; pero si está en el primer lugar, contando de derecha á izquierda, serán *tres unidades* las que exprese; si está en el segundo, *tres decenas*; si en el tercero, *tres centenas*; si en el quarto, *tres millares* &c.

11 *P.* Decidme con mas generalidad y extension ¿qué lugar está destinado para cada clase de unidades?

R. El primero, contando siempre de derecha á izquierda, está destinado para las unidades sencillas; el segundo para las decenas; el tercero para las centenas; el quarto para los millares; el quinto para las decenas de millar; el sexto para las centenas de millar; el séptimo para los millones; el octavo para las decenas de millon; el noveno para las centenas de millon; el décimo para los millares de millon; el undécimo para las decenas de millar de millon; el duodécimo para las centenas de millar de millon; el décimotercero para los millones de millones ó billones; el décimoquarto para las decenas de billon; el décimoquinto para las centenas de billon; el décimosexto para los millares de billon; el décimoséptimo para las decenas de millar de billon; el décimooctavo para las centenas de millar de billon; el décimonono para los trillones; los cinco lugares siguientes para las decenas, centenas, millares, decenas de millar, centenas de millar de trillon; el vigésimoquinto para los quadrillones, y así de seis en seis lugares para los quillones, sextillones &c.

12 *P.* ¿El cero para que sirve?

R. Para ocupar un lugar si en un número falta alguna de las unidades de especie inferior.

13 *P.* ¿Cómo me explicareis esto mismo con un exemplo?

R. De este modo: si se me dan ó yo me propongo los diez guarismos, de que he hablado antes, combinados en esta forma: 4638517092 inmediatamente veo que el 2, ocupando el primer lugar de derecha á izquierda, expresa dos unidades; el 9, que ocupa el segundo, nueve decenas ó noventa unidades; el 0, que ocupa el tercero, expresa ninguna centena, y quiere decir que en el número propuesto no hay ninguna centena; el 7, que ocupa el quarto, expresa siete millares ó siete mil unidades; el 1 que ocupa el quinto, expresa una decena de millar ó diez mil unidades; el 5, que ocupa el sexto, expresa cinco centenas de millar ó quinientas mil unidades; el 8, que ocupa el séptimo, expresa ocho millones; el 3, que ocupa el octavo, expresa tres decenas de millones, ó treinta millones; el 6, que ocupa el noveno, expresa seis centenas de millones ó seiscientos millones; y finalmente el 4, que ocupa el décimo, expresa quatro millares de millon ó quatro mil millones; y así se procederia si hubiese mas guarismos.

14 *P.* ¿Y no podreis hacerme esto aun mas palpable?

R. Si Señor: poniendo aquí un número en que al lado de cada guarismo esté escrita la especie de unidades que expresa, como aquí se presenta:

9 0,3 5 8,6 1 2;2 7 5,8 3 7,2 6 9,3 3 5

9	decenas de trillon ó de tricuentos.
0	trillones ó tricuentos.
3	centenas de millar de billon ó de bicuento.
5	decenas de millar de billon ó de bicuento.
8	millares de billon ó de bicuento.
6	centenas de billon ó de bicuento.
1	decenas de billon ó de bicuento.
2	billones ó bicuentos.
2	centenas de millar de millon ó de cuento.
7	decenas de millar de millon ó de cuento.
5	millares de millon ó de cuento.
8	centenas de millon ó de cuento.
3	decenas de millon ó de cuento.
7	millones ó cuentos.
2	centenas de millar.
6	decenas de millar.
9	millares.
3	centenas.
3	decenas.
5	unidades.

15 *P.* ¿Es difícil escribir los números que otro dicte?

R. No Señor: pues para esto no hay mas que colocar sucesivamente los guarismos que expresan el número de unidades de cada órden, los unos al lado de los otros empezando por la izquierda, y tener presente la sucesion de estos órdenes de unidades para no omitir ninguno, ocupando con ceros los lugares de los órdenes de unidades que pueden faltar.

16 *P.* ¿Por qué se ha de empezar á escribir por la izquierda?

R. Porque he dicho que la unidad de especie superior es la que está mas hácia la izquierda, y como al enunciar los números se empieza siempre por la unidad de especie superior, es claro que se debe principiar á escribir por la izquierda, segun se acostumbra en nuestro modo de escribir.

17 *P.* ¿Cómo me escribireis el número *treinta y seis mil, quatrocientos y dos?*

R. De este modo: la primera palabra que tengo que escribir es *treinta*, ó lo que es lo mismo *tres decenas*, por consiguiente el primer guarismo que debo poner es el 3, porque este representa siempre *tres* cosas; pero como aquí han de ser decenas, concibo inmediatamente que para que el 3 ocupe el lugar de las decenas, que es el segundo de derecha á izquierda, despues de él, debe haber otro guarismo, y que este debe ser el que exprese las unidades; por consiguiente sigo á ver en el número que se me ha propuesto lo que dice despues de la palabra *treinta*, y advierto que es la palabra *seis*; luego el guarismo que debo poner despues del 3 es el 6, y tendré 36, con lo qual estan ya escritas las dos primeras palabras *treinta y seis*. Despues sigue la palabra *mil*, es decir, que estos *treinta y seis* son millares, y por consiguiente si el último guarismo 6 ha de expresar millares, es forzoso que ocupe el quarto lugar contando de derecha á izquierda; luego debe haber despues del 6 tres guarismos mas, y el primero que debe seguir es el que exprese las centenas que contenga el número propuesto, por lo que veré lo que dice despues de la palabra *mil*, y advierto que continúa *quatrocientos;* luego despues del 6 debo poner un 4, que es el que expresa las centenas que hay, y tendré 364; despues del 4, que debe expresar centenas, se ha de colocar el guarismo que exprese las decenas que hay en el número propuesto, y como este no contiene ninguna decena, porque despues de *quatrocientos* dice *dos*, debo colocar el 0, que es el que expresa que no hay ninguna unidad del órden correspondiente al lugar que ocupa, y aquí expresará que no hay decenas, de modo que tendré ya 3640; y como todavía falta un guarismo, porque este 0 para que esté en el lugar de las decenas debe ocupar el segundo lugar, voy á ver lo que sigue en el número propuesto; hallo que dice *dos*, y por consiguiente pondré 2 despues del 0, y tendré 36402, que expresará el número propuesto.

18. *P.* Si los números fuesen mas complicados ¿se escribirian con igual facilidad?

R. Si Señor: por exemplo, si se me propusiese escribir el número *quatro mil quinientos noventa y tres millones, doscientos diez y seis mil.* Lo primero pondria un 4 para escribir la primera palabra *quatro;* como dice despues que estos *quatro* han de ser millares, veo que detras del 4 debe haber lo ménos otros tres guarismos, y que le debe seguir inmediatamente el que exprese las centenas; y como despues de *quatro mil* dice *quinientos*, pondré 5 que expresa las centenas que hay, y tengo 45; dice despues *noventa*, por lo qual pongo detras del 5 un 9, que expresa las nueve decenas que significa el *noventa*, y tendré 459; y colocando luego el 3, que expresa la palabra *tres* que sigue á la *noventa*, tengo 4593. Hasta ahora no hay escrito mas que *quatro mil quinientos noventa y tres*, que si fuesen unidades sencillas no habría ya mas que hacer; pero como dice despues *millones*, y los millones deben estar en el séptimo lugar, despues del 3, advierto que debe haber seis guarismos, y que el primero que debe seguir es el que exprese las centenas de millar, que, como aquí dice *dos-cientos*, pondré el 2, y tendré 45932; como luego deben seguir las decenas de millar, y aquí hay una, pondré detras 1, y será 459321; y poniendo ahora un 6, que es el que expresa los millares que hay, tendré 4593216, que, como han de ser millares, faltan todavía otros tres guarismos, porque el 6 para expresar millares debe hallarse en el quarto lugar; y como despues en el número propuesto no dice mas, es claro que no hay unidades de la especie inferior á los millares, y por lo mismo aquellos tres lugares que faltan se ocuparán con tres ceros, y tendré 4593216000 que expresa el número propuesto.

19 *P.* ¿Qué han de hacer los niños para adiestrarse en escribir los números?

R. Escribir los números que se expresan en los exemplos que aquí se ponen, y proponerse otros á competencia.

Primer exemplo: el número *doscientos setenta* se escribe 270.

Segundo exemplo: el número *dos mil y treinta y nueve* se escribe 2039.

Tercer exemplo: el número *ochenta mil quinientos y siete* se escribe 80507.

Quarto exemplo: el número *quatrocientos mil y trescientos* se escribe 400300.

Quinto exemplo: *quince millones quatro mil doscientos treinta* se escribe 15004230.

Sexto exemplo: el número *veinte millones* se escribe 20000000.

20 *P.* ¿Cómo se lee un número quando está escrito?

R. Si tiene pocos guarismos de modo que se vea claramente con una simple mirada, el lugar que ocupa cada guarismo y la especie de unidades que le corresponde, no hay más que expresar cada guarismo con la palabra correspondiente, bien sea modificada con la terminacion *enta* si expresa *decenas*, ó bien añadiendo despues la palabra que exprese la especie de unidades; si es complicado el número, se divide en porciones de seis en seis guarismos empezando por la derecha; en la primera separacion se pone un 1; en la segunda un 2; en la tercera un 3 &c.; despues se divide cada porcion de seis guarismos en dos de tres con una coma, y se empieza leyendo por la izquierda, pronunciando *mil* donde se encuentre una coma, y donde se halle un 1, un 2, un 3 &c., millon, billon, trillon &c., y luego al fin se pronuncia *unidades*. Executando esto con el número:

35792690050293178440358,

tendré $35{,}792_3 690{,}050_2 293{,}178_1 440{,}358$,

Que se lee: *treinta y cinco mil setecientos noventa y dos trillones, seiscientos noventa mil y cincuenta billones, doscientos noventa y tres mil ciento setenta y ocho millones, quatrocientos quarenta mil trescientas cincuenta y ocho unidades.*

21 *P.* Este método de enunciar y escribir los números ¿es el mismo en todas partes?

R. Si no está adoptado en todas, lo está al ménos en las civilizadas; pero se debe advertir que entre los Franceses no vale un *billon, trillon* &c. lo mismo que entre nosotros y los Ingleses: pues llaman *billon* á lo que nosotros y los Ingleses llamamos *millar de millon, trillon* á lo que nosotros y los Ingleses *billon; quadrillon* á nuestro *millar de billon*, y así en adelante.

22 *P.* Todos estos números que habeis expresado solo con el nombre de unidades, sin especificar si estas unidades son hombres, árboles, manzanas &c. ¿cómo se llaman?

R. Estos números se llaman abstractos; y quando se especifica la especie de unidades, como en *ocho manzanas, veinte hombres* &c., se llaman *concretos.*

23 *P.* ¿Cómo se llaman los números de una misma especie?

R. Se llaman *homogéneos*: por exemplo, *cinco reales* y *nueve reales* son números homogéneos; si no son de una misma especie se llaman *heterogéneos*, como *tres reales y siete hombres.*

24 *P.* ¿De quántas maneras puede ser el número con relacion á los guarismos que tiene?

[illegible] De dos: *simple ó dígito y compuesto.* Se [illegible] número simple ó dígito el que se compone de un solo guarismo; y compuesto el que consta de dos ó mas.

25 *P.* En los pesos y medidas ¿se van dividiendo y subdividiendo tambien las unidades de diez en diez?

R. No Señor: en cada clase se observa una ley particular; y en esto hay un abuso tan grande que apénas se halla pueblo de consideracion que no tenga su modo particular de componer y descomponer las unidades.

26 *P.* ¿Es esto bueno?

R. No Señor: porque de aquí resultan muchos fraudes y perjuicios al público; y por eso ha mandado nuestro piadoso Monarca Cárlos IV que en todos sus Reynos y Señoríos sean unas mismas las pesas y medidas.

27 *P.* ¿Cómo ha mandado S. M. que se lla-

men las pesas y medidas que se han de adoptar?

R. Pesas y medidas Españolas.

28 *P.* ¿Quáles son las que han de servir de norma?

R. Aquellas pesas y medidas que estan en uso mas generalmente en estos Reynos, para que se logre la utilidad efectiva de esta uniformidad con la menor incomodidad posible de los pueblos.

29 *P.* ¿Quántas clases de medidas hay?

R. Quatro: medidas longitudinales ó de intervalos; medidas de superficie ó agrarias; medidas de capacidad para los granos y demas cosas secas; y medidas de capacidad para los líquidos.

30 *P.* ¿Quál es la raiz de las medidas longitudinales?

R. El *pie*: se divide en 16 *dedos*, y el dedo en mitad, quarta, ochava, y diez y seisava parte. Tambien se divide en 12 *pulgadas*, y la pulgada en 12 *líneas*.

31 *P.* ¿Hay medida longitudinal mayor que el pie?

R. Si Señor: la *vara* y la *legua*: la vara, que es aquel liston de madera con que los mercaderes miden el paño, el lienzo &c., se compone de 3 pies; y la legua, que sirve para medir distancias grandes, como las que hay entre los pueblos, ciudades &c., se compone de 20000 pies, que es el camino que se anda regularmente en una hora.

32 *P.* ¿Qué vara se ha adoptado para que sirva de norma por ser la mas general en España?

R. La que se conservaba en el archivo de la ciudad de Burgos, que ahora se llama *vara Española*, y se divide como ántes en mitad, quarta, media quarta ú ochava, y media ochava.

33 *P.* ¿Quáles son las medidas agrarias ó de superficies?

R. La primera es el *estadal quadrado*, que es un quadro de 4 varas ó 12 pies de largo, y otro tanto de ancho, que componen 16 varas quadradas ó 144 pies quadrados. Despues sigue la *aranzada*, que se compone de 20 estadales en quadro ó 400 estadales quadrados; y luego la fanega de tierra, que se compone de 24 estadales en quadro, ó 576 estadales quadrados. La fanega de tierra se divide en 12 celemines, y el celemin en 4 quartillos.

34 *P.* ¿Qué medidas se usan para los granos, la sal y demas cosas secas?

R. La de especie superior es el *cahiz*, que se compone de 12 fanegas, y la fanega de 12 celemines.

35 *P.* En el comercio ¿hay medida en que quepa el cahiz?

R. No Señor: ni tampoco la fanega, porque estas medidas serían muy grandes, y no se podrían manejar; y así las medidas que hay son: la *media fanega*, que es la que se conservaba en el archivo de la ciudad de Avila; la *quartilla*, que es la mitad de la media fanega ó la quarta parte de la fanega; el *celemin* ó *almud*, que es la dozava parte de la fanega; el *medio celemin*, que es la mitad del celemin; el *quartillo*, que es la mitad del medio celemin, ó la quarta parte del celemin; el *medio quartillo*, que es la octava parte del celemin; el *ochavo*, que es la quarta parte del quartillo, ó la diez y seisava parte del celemin; el *medio ochavo*, que es la treinta y dosava parte del celemin; y el *ochavillo*, que es la sesenta y quatroava parte del celemin.

36 *P.* ¿Quáles son las medidas de líquidos?

R. Para todos los líquidos, excepto el aceyte, se usa de la *cántara* ó *arroba*, cuyo patron es el que se conservaba en el archivo de la ciudad de Toledo: se divide en dos *medias cántaras*; la media cántara en dos *quartillas*; la quartilla en dos *azumbres*; la azumbre en dos *medias azumbres*; la media azumbre en dos *quartillos*: el quartillo en dos *medios quartillos*; el medio quartillo en dos *copas*. De modo que la cántara se compone de 32 quartillos. El *moyo* se compone de 16 cántaras.

37 *P.* ¿Por qué exceptuais el aceyte?

R. Porque las medidas de aceyte estan arregladas al peso, y así se usa de la *arroba*, *media arroba*, *quartilla* ó *quarto de arroba*, *media quartilla* ó *medio quarto de arroba*, *libra*, *media libra*, *quarteron* ó *quarta parte de la libra*, que tambien se llama *panilla*, y de la *media panilla*.

38 *P.* ¿De qué pesas se usa para las cosas que se compran y venden al peso?

R. De las del marco que se custodiaba en el archivo del Consejo de Castilla. La unidad de especie superior es el *quintal*, que se compone de 4 *arrobas*; la arroba de 25 *libras*; la libra de 16 *onzas*; la onza de 16 *adarmes*; el adarme de 3 *tomines*, y el tomin de 12 *granos*. La libra se divide en dos *medias libras*, en quatro *quarterones* y en ocho *medios quarterones*: la onza en dos *medias onzas*, en *quatro quartas*, y en ocho *ochavas* ó *dracmas*.

39 *P.* En adelante ¿se deberán usar en todos los contratos de estas pesas y medidas con sus subdivisiones?

R. Si Señor: de lo contrario no serán en los

Tribunales válidos los contratos. Solo á los Médicos y Boticarios se les permitirá usar de la libra de 12 onzas del marco español, para evitar los daños que de esto podrian resultar á la salud pública, como se previene en la Pragmática de 26 de Enero de 1801.

40 *P.* ¿Convendrá que los niños sepan con exâctitud quál es la longitud del pie español?

R. Si Señor: no solo para entender bien lo que vale una vara, una pulgada, una legua &c., sino porque las dimensiones de las demas medidas estan arregladas á dicho pie. Por esta causa se ha puesto al fin de esta obrita una lámina, en que está delineado el pie de su magnitud natural, con las divisiones y subdivisiones que se ha dicho (30) son las que ha mandado S. M. se hagan en la Pragmática citada (39). Y así la distancia que hay desde A hasta B, ó desde M hasta N, es la longitud del pie español; por la parte superior está dividido en dedos, es decir, que cada una de las 16 divisiones de la distancia A B es un dedo; el último dedo C B está dividido en mitad, quarta, octava y diez y seisava parte. Por la parte inferior está dividido en pulgadas; es decir, que cada uno de los 12 espacios en que está dividida la distancia M N es la longitud de la pulgada; y cada uno de los 12 espacios en que está dividida la última pulgada P N es la longitud de la línea.

41 *P.* ¿Qué ley se sigue entre nosotros para la division y subdivision de la moneda?

R. La siguiente: la unidad de especie superior es el *doblon*, que tiene 4 *pesos*; el peso 15 *reales*; y el real 34 *maravedises*. De todas estas unidades no hay monedas; el doblon, el peso y el ducado, que vale 11 reales, son monedas imaginarias, porque no hay en la actualidad ninguna pieza de oro ni de plata que las represente, y solo sirven en los tratos de comercio. De las demas sí hay monedas y de mayor valor. Las monedas se hacen de oro, de plata y de cobre; la mayor de oro es el *doblon de á ocho*, que es una onza de oro, y vale 8 escudos de oro ó 320 reales; despues sigue el *doblon de á quatro escudos de oro*, que es media onza de oro, y vale 160 reales; luego sigue el *doblon de oro*, que vale dos escudos de oro ú 80 reales; luego sigue el *escudo de oro*, que vale 40 reales, y el *medio escudo*, *escudito* ó *veinten*, que vale 20 reales. La mayor de plata es el *peso duro*, que es una onza de plata, y vale 20 reales; el *medio duro*, que vale 10 reales; la *peseta columnaria* ó *mexicana*, que vale 5 reales; la *media peseta columnaria* ó *real de plata mexicano*, que vale dos reales y medio; y el *real columnario*, que vale diez quartos y medio. Tambien hay otra peseta, que es la ordinaria ó *provincial*, y vale 4 reales; la *media peseta* ó *real de plata* provincial, 2 reales; y el *real sencillo* ó de *vellon* equivale á ocho quartos y medio de la moneda de cobre. La moneda mayor de cobre en la actualidad vale 2 quartos ú 8 maravedises; la que sigue, un quarto, que vale 4 maravedises; y la otra un ochavo, que vale 2 maravedises; el maravedí, aunque hay moneda que lo represente, no corre en el comercio regularmente.

42 *P.* ¿Está en todas las monedas modernas el busto del Soberano?

R. Si Senor: en las de oro se presenta vestido; en las de plata á medio vestir, y en las de cobre desnudo.

43 *P.* ¿Qué ley se sigue en la division del tiempo?

R. La que voy á decir: el *siglo* se compone de 100 *años*; el año de 12 meses ó de 365 *dias* y algo mas; el dia de 24 *horas*; la hora de 60 *minutos primeros*, y el minuto primero de 60 *minutos segundos*.

CAPITULO II.

De la operacion de sumar ó de la adicion.

44 *P.* ¿Quántas son las operaciones que se hacen con los números?

R. En rigor no son mas que dos; porque á un número lo mas que se le puede hacer es mayor ó menor; pero segun los diferentes modos de aumentar ó disminuir, resultan seis operaciones, de las quales solo se manifestarán aquí quatro, que son las de *sumar*, *restar*, *multiplicar* y *partir*.

45 *P.* ¿Qué es sumar?

R. Sumar es juntar en un solo número el valor de dos ó mas homogéneos; la operacion, por medio de la qual se executa esto, se llama *adicion*; los números que se dan para sumar, *sumandos*, y lo que resulta de la operacion, *suma*.

46 *P.* ¿Qué se necesita saber ante todas cosas para sumar?

R. Saber lo que componen juntos de dos en dos los números dígitos ó de un solo guarismo; para lo qual deberán aprender de memoria la tabla siguiente:

1 y 1 son 2.	2 y 2 son 4.	3 y 3 son 6.
1 y 2 ..... 3.	2 y 3 ..... 5.	3 y 4 ..... 7.
1 y 3 ..... 4.	2 y 4 ..... 6.	3 y 5 ..... 8.
1 y 4 ..... 5.	2 y 5 ..... 7.	3 y 6 ..... 9.
1 y 5 ..... 6.	2 y 6 ..... 8.	3 y 7 ..... 10.
1 y 6 ..... 7.	2 y 7 ..... 9.	3 y 8 ..... 11.
1 y 7 ..... 8.	2 y 8 ..... 10.	3 y 9 ..... 12.
1 y 8 ..... 9.	2 y 9 ..... 11.	
1 y 9 ..... 10.		

4 y 4 son 8.	5 y 5 son 10.	6 y 6 son 12.
4 y 5 ..... 9.	5 y 6 ..... 11.	6 y 7 ..... 13.
4 y 6 ..... 10.	5 y 7 ..... 12.	6 y 8 ..... 14.
4 y 7 ..... 11.	5 y 8 ..... 13.	6 y 9 ..... 15.
4 y 8 ..... 12.	5 y 9 ..... 14.	
4 y 9 ..... 13.		

7 y 7 son 14.	8 y 8 son 16.
7 y 8 ..... 15.	8 y 9 ..... 17.
7 y 9 ..... 16.	9 y 9 ..... 18.

47 *P.* ¿Cómo se hace la operacion de sumar ó la adicion?

R. Se colocan todos los sumandos ó números que se dan para sumar, los unos debaxo de los otros, de modo que se correspondan unidades debaxo de unidades, decenas debaxo de decenas, centenas debaxo de centenas &c.; despues se tira una raya, y se empieza á sumar por la columna de las unidades, que es la que está mas á la derecha, y se suman todas las unidades de los sumandos: esta suma se compondrá ó de unidades solas, ó de decenas solas, ó de decenas y unidades; si se compone solo de unidades, se ponen estas debaxo de la raya; pero que se correspondan con las unidades de los sumandos; si se compone solo de decenas, se pondrá o debaxo de las unidades de los sumandos, y las decenas se guardarán para sumarlas con las de la columna siguiente: si hay decenas y unidades, se colocan las unidades debaxo de la columna de las unidades, y se guardan las decenas para sumarlas con las de la columna inmediata. Despues se pasa á sumar la columna de las decenas, teniendo cuidado de sumar con el primer guarismo las decenas que resultáron de la suma de las unidades: esta suma de decenas se compondrá ó de decenas solamente, ó solo de centenas, ó de centenas y decenas; quando solo contiene decenas, se ponen debaxo de la columna de las decenas; si tiene solamente centenas, se pone o debaxo de la columna de las decenas, y se guardan las centenas que hay para sumarlas con las que hay en la columna inmediata de la izquierda; si contiene centenas y decenas, se colocan las decenas debaxo de la columna de las decenas, y las centenas se guardan para sumarlas con las centenas. Luego, se pasa á sumar las centenas, teniendo cuidado de añadir al primer guarismo las que se llevaban de la suma de las decenas; y si en la suma de las centenas hay millares, se guardan para sumarlos con los de la columna inmediata; y así se continúa hasta llegar á la última columna de la izquierda, de cuya suma si resulta alguna ó algunas unidades de especie superior, se ponen á la izquierda del guarismo, que se coloca debaxo de la última columna.

48 *P.* ¿Me podreis manifestar esto con un exemplo?

R. Si Señor: supongamos que se me dan para sumar los números 432, 287, 43, 572. Lo primero que executo es poner los unos debaxo de los otros, de modo que se correspondan unidades debaxo de unidades, decenas debaxo de decenas &c., despues tiro una raya en esta forma:

$$\begin{array}{r} 432 \\ 287 \\ 43 \\ 572 \\ \hline 1334 \end{array}$$

Empiezo á sumar por la columna de las unidades, y digo: 2 unidades y 7 unidades son 9 unidades; 9 unidades y 3 unidades son 12 unidades; 12 unidades y 2 son 14 unidades; en 14 unidades hay una decena y 4 unidades, coloco las 4 unidades debaxo de la columna de las unidades, y guardo la decena para sumarla con las de la columna siguiente, en la qual digo: 3 decenas y 1 que llevaba de la suma de las unidades son 4 decenas; 4 decenas y 8 decenas son 12 decenas; 12 decenas y 4 decenas son 16 decenas; 16 decenas y 7 decenas son 23 decenas; en 23 decenas hay 3 decenas y 2 centenas, por lo qual pongo un 3 debaxo de la columna de las decenas, y guardo las 2 centenas para sumarlas con las de la columna inmediata diciendo: 4 centenas, y 2 centenas que llevaba, son 6 centenas; 6 centenas y 2 centenas son 8 centenas; 8 centenas y 5 centenas son 13 centenas: en 13 centenas hay 3 centenas y un millar, pongo el 3 debaxo de las centenas de los sumandos, y guardo el millar para sumarlo con los millares de la columna inmediata; pero como no los hay, coloco el 1 al lado izquierdo del 3, y tengo que la suma de los quatro números propuestos es *mil trescientos treinta y quatro.*

49 *P.* ¿Se necesita al sumar cada columna repetir si son unidades, decenas &c.

R. No Señor: antes lo hemos hecho para entender bien la operacion; pero en la práctica, que lo que se requiere es mucha prontitud, se suman los guarismos de cada columna como si expresasen unidades, y despues de colocar debaxo de la columna que se suma las unidades sencillas que resulten, se llevan para sumar con los guarismos de la columna inmediata de la izquierda tantas unidades como decenas resultáron en la suma de la columna anterior; por exemplo: si me diesen para sumar los números 47259, 20503, 49, 625 y 15903 los pondria los unos debaxo de los otros, como he dicho, en esta forma:

47259
20503
49
625
15903
84339

Y despues de tirada la raya diria: 9 y 3 son 12, y 9 son 21, y 5 son 26, y 3 son 29; coloco el 9 debaxo de dicha columna, y reservo 2 para la inmediata, en la qual digo: 5 y 2 que llevaba son 7, y 0 son 7, y 4 son 11, y 2 son 13; pongo el 3 debaxo de dicha columna, y reservo el 1 para la inmediata, en la qual digo: 2 y 1 que llevo son 3, y 5 son 8, y 6 són 14, y 9 son 23; pongo el 3, y llevo 2 para la columna siguiente, en la que digo: 7 y 2 que llevo son 9, y 5 son 14; pongo el 4, y llevo 1 para la columna inmediata, en que digo: 4 y 1 que llevaba son 5, y 2 son 7, y 1 son 8, que pongo debaxo, y tengo en *ochenta y quatro mil* *trescientos treinta y nueve* la suma de los cinco números propuestos.

50 *P.* ¿Qué questiones conducen en la sociedad á executar la operacion de sumar?

R. Todas aquellas en que se trata de averiguar quanto componen juntas muchas cosas de una misma especie.

51 *P.* ¿Se deberán poner los niños muy corrientes en esta operacion?

R. Si Señor: lo mismo que en todas las demas, porque ocurren con mucha freqüencia; y por eso se ponen aquí varios exemplos, como suelen venir propuestos comunmente, para que los niños se exerciten en ellos.

Primer exemplo en abstracto: si me propusiesen sumar los números 27932, 4800, 59350, 39, 5, 27 y 8529, colocaría los sumandos, y executaría la operacion conforme aquí se presenta:

$$\begin{array}{r} 27932 \\ 4800 \\ 59350 \\ 39 \\ 5 \\ 27 \\ 8529 \\ \hline 100682 \end{array}$$

Y diria que la suma era *cien mil seiscientos ochenta y dos.*

Segundo exemplo: un padre pregunta á su hijo los niños que hay en la escuela; el niño le responde que no los ha contado; pero si luego se acuerda de que hay 17 en la clase del conocimiento de las letras y formacion de las sílabas; 13 en la de la union de las sílabas para romper á leer; 9 en la que ya leen sin detenerse; 11 escribiendo, y 6 que se dedican á la aritmética, se halla en estado de responder á la pregunta de su padre; para lo qual no tiene mas que sumar todos estos números, pues los niños que hay en la escuela se componen de los que hay en todas las clases juntas: y executando la operacion como aquí se ve:

$$\begin{array}{r} 17 \\ 13 \\ 9 \\ 11 \\ 6 \\ \hline 56 \end{array}$$

Hallará que hay en la escuela *cincuenta y seis* niños.

Tercer exemplo: si me dixesen que un sugeto tenia por su empleo 45249 reales anuales; que una dehesa le producia 79250 reales; que las casas le daban 27200 reales; las demas haciendas 8527 reales, y los rebaños de ganado 15208 reales, y me preguntasen quanta era la renta anual de este sugeto, advertiria que lo debia executar por la operacion de sumar; por consiguiente colocaría los sumandos, y executaría la operacion como he dicho, y sacaría que la renta del sugeto era 175434 reales.

Quarto exemplo: sabiendo que un sugeto ha dexado al morir 2451623 reales en dinero metálico; que las haciendas valen 9045267 reales; que el valor de las casas es de 935503 reales; el de la vaxilla de plata de 896529 reales; que los demas muebles de la casa equivalian á 59237 reales; y finalmente que la ropa blanca valia 27238 reales; si me preguntasen quanto componia todo lo que habia dexado, veria que lo debia encontrar por la operacion de sumar, y sacaria que todo valia 13415397 reales.

52 *P.* ¿Con qué órden estan propuestos aquí los exemplos?

R. Con el siguiente: quando se trata de manifestar como se executa una operacion, lo primero que se hace es dar las reglas generales que se deben practicar. Despues se contraen dichas reglas á un número suficiente de exemplos, y en estos no se omite ninguna palabra; luego, se ponen otros exemplos en que solo se presenta la operacion, y se omiten las palabras con que se contraen las reglas generales; y por último se proponen otros en que ya no solo faltan las palabras, sino tambien la operacion, y solo se presenta el resultado.

53 *P.* ¿Cómo deben proceder los niños para instruirse en cada una de estas operaciones?

R. Lo primero que deben hacer es aprender muy bien de memoria las reglas generales; despues deben leer bien los exemplos en que dichas reglas estan contraidas, executando en un papel ó pizarra todas las operaciones que se van expresando; executado esto, sin mirar al libro, han de procurar aplicar por sí las reglas generales, que ya saben de memoria, á los mismos exemplos en que estan contraidas, para comparar despues su operacion con la que tienen en el libro, y corregir las equivocaciones que hayan padecido, y esto lo deben executar tantas veces como se necesite para que hallen por sí mismos el resultado de la operacion del libro; luego, deben contraer las mismas reglas á los exemplos en que solo está la operacion; pero sin mirarla hasta despues de concluir la suya para ver si sacan el mismo resultado, y en caso de no encontrarle deben comparar su operacion con la del libro para advertir donde está la equivocacion, enmendarla y volverla á executar las veces que se necesite, hasta que lleguen á sacar el mismo resultado: y por último han de resolver los demas exemplos; y si consiguen sacar el mismo resultado, pueden estar seguros de que saben aquella operacion tan bien como qualquiera otro.

54 *P.* Supuesto esto, ¿de qué modo deben aprender los niños la operacion de sumar?

R. Aprendiendo de memoria ante todas cosas las reglas que se prescriben en la respuesta 47; despues executando las cosas que se dicen en los exemplos en que dichas reglas estan contraidas, que son los que estan puestos en las respuestas 48 y 49; resolviendo despues estos mismos exemplos sin mirar al libro; y por último, resolviendo tambien los que se presentan en la respuesta 51, en que los dos primeros tienen la operacion para que puedan compararla con la suya si está equivocada.

55 *P.* ¿Por qué se presentan con este órden los exemplos?

R. Porque de este modo se van graduando las dificultades; en los primeros exemplos no hay ninguna dificultad porque todo está explicado; despues de haber resuelto, primero mirando al libro, y despues sin mirar, los primeros exemplos, y que saben ya las reglas generales, no necesitan para resolver los segundos, sino suplir las palabras que faltan en la operacion, las quales no son otras que las contenidas en la regla general, contraidas precisamente á los números que allí se ponen; y como sabiendo resolver estos, ya no tienen mas que colocar los números en la forma que se expresa en la regla general para resolver los demas exemplos, es claro que no puede encontrar dificultad el que estudie con método esta obrita.

56 *P.* ¿Pues qué no basta para aprender una operacion el saber las reglas generales?

R. No Señor: estas de nada sirven si no se saben aplicar, y por esta causa se debe insistir tanto en resolver exemplos despues de aprendidas dichas reglas.

57 *P.* ¿Debe el Maestro enseñar á cada niño en particular?

R. No Señor; debe formar una clase de todos los que se dediquen á la aritmética, y en el encerado que hay en todas las escuelas para manifestar los principios de la caligrafía, ó en otro qualquiera, les debe hacer que contraygan las reglas generales de cada operacion, que ya se las deben haber dicho de memoria, á los exemplos que hay en el libro, y proponerles despues otros, ya para que los resuelvan delante de él, ó ya para que los resuelva cada uno de por sí. Este método de explicar á todos á un tiempo es mejor para el Maestro, porque se fatiga ménos, y es muy útil para los discípulos, porque así se estimulan, se acostumbran á hablar con órden de seguido sobre un mismo asunto, y les sirven de instruccion los mismos yerros que comete el que está executando la operacion, que no debe ser el Maestro si no uno de los discípulos.

CAPITULO III.

De la operacion de restar ó de la substraccion.

58 *P.* ¿Qué es restar?

R. Restar es averiguar la diferencia que hay entre dos números homogéneos; la operacion por medio de la qual se executa esto se llama *substraccion*; el número de que se ha de restar *minuendo*;

el que se resta *subtrahendo*; y lo que resulta *resta*, *exceso* ó *diferencia*.

59 *P.* ¿Hay alguna cosa que indique qual es el minuendo y el subtrahendo?

R. Si Señor: el minuendo es el número que lleva antepuesta la preposicion *de*; y el subtrahendo el otro; ó de otro modo, el minuendo es el mayor, y el subtrahendo el menor.

60 *P.* ¿Cómo se executa la operacion de restar ó la substraccion?

R. Del modo siguiente: se coloca el subtrahendo debaxo del minuendo, de modo que se correspondan unidades debaxo de unidades, decenas debaxo de decenas &c.; se tira despues una raya debaxo del subtrahendo; se ve la diferencia que hay entre las unidades del subtrahendo y las del minuendo, ó lo que es lo mismo, se ve las unidades que faltan á las del subtrahendo para que tenga las mismas que el minuendo, y las que le falten se ponen debaxo de la raya en la columna de las unidades; se executa lo mismo con las decenas, centenas, millares &c., y el número que salga debaxo de la raya será la resta.

61 *P.* ¿Me podreis explicar esto con un exemplo?

R. Si Señor: si me dixesen que restase de 8579 el número 3275, advertiria que el número que lleva antepuesta la preposicion *de* es el 8579; por consiguiente este es el minuendo, y por lo mismo colocaré el subtrahendo 3275 debaxo de él como aquí se ve:

$$\begin{array}{r} 8579 \\ 3275 \\ \hline 5304 \end{array}$$

Despues de tirada la raya diré: de 5 unidades á 9 unidades, quántas van? esto es, averiguaré quantas unidades le faltan al 5 para convertirse en 9, lo qual es fácil, pues teniendo presente la tabla de la operacion de sumar advertiré desde luego que le faltan 4 unidades, ó si esto se me olvida iré añadiendo sucesivamente la unidad al 5 hasta que se convierta en 9, y veré que le tengo que añadir 4 veces dicha unidad, por lo que digo que le faltan 4 unidades, y coloco este guarismo 4 debaxo de la raya en la columna de las unidades; paso despues á las decenas, y digo: de 7 decenas á 7 decenas, quántas van? y como á 7 decenas no le falta ninguna decena para convertirse en 7 decenas, digo que van 0 decenas, y pongo este guarismo debaxo de la raya en la columna de las decenas; paso ahora á las centenas, y digo: de 2 centenas á 5 centenas, quántas van? y como á 2 centenas le faltan 3 centenas para convertirse en 5 centenas, coloco el 3 debaxo de las centenas; paso inmediatamente á los millares, y digo: de 3 millares á 8 millares, quántos van? y como á 3 millares le faltan 5 millares para convertirse en 8 millares, colocaré debaxo de los millares el guarismo 5, y tendré que la diferencia entre los dos números propuestos es 5304.

62 *P.* ¿Se necesita ir nombrando al hallar cada diferencia parcial la especie de unidades que expresa cada guarismo?

R. No Señor: se pueden considerar todos los guarismos al executar la operacion, como si solo expresasen unidades. Por exemplo: si me propusiesen que hallase la diferencia que hay entre los números 625867 y 324705, los colocaria como he dicho (60), y aquí se ve:

$$\begin{array}{r} 625867 \\ 524705 \\ \hline 301162 \end{array}$$

Y despues de tirada la raya diré: de 5 á 7, quántas van? y como á 5 le faltan 2 para convertirse en 7, pongo este guarismo 2 debaxo de la raya en la columna de las unidades; paso á la columna inmediata, y digo: de 0 á 6, quántas van? y como á 0 le faltan 6 para convertirse en 6, pongo este guarismo; paso á la otra columna, y digo: de 7 á 8, quántas van? advierto que es 1, y pongo debaxo este guarismo; paso á la otra columna, y digo: de 4 á 5, quántas van? advierto que son 1, y pongo este guarismo debaxo; paso á la otra columna, y digo: de 2 á 2, quántas van? y como no va ninguna, pongo 0 debaxo, y luego digo por último de 3 á 6, quántas van? advierto que son 3: pongo este guarismo debaxo, y encuentro que la diferencia es 301162.

63 *P.* ¿Se necesita ir repitiendo en cada columna la pregunta *quantas van*?

R. Al principio si Señor; porque los niños no ven desde luego la diferencia que hay, y necesitan ir añadiendo la unidad á cada guarismo del subtrahendo, á fin de averiguar las que le faltan para convertirse en el correspondiente del minuendo; pero despues no, y solo se expresan las palabras que son indispensables, como en este exemplo: si de 286187 quiero restar 153064, colocaré los números, y tiraré la raya como aquí se presenta:

$$\begin{array}{r} 286187 \\ 153064 \\ \hline 133123 \end{array}$$

Y diré: de 4 á 7 van 3; de 6 á 8 van 2; de 0 á 1 va 1; de 3 á 6 van 3; de 5 á 8 van 3; y de 1 á 2 va 1; y colocando cada uno de estos guarismos debaxo de sus correspondientes, hallo que la resta es 133123.

64 *P.* ¿Hay alguna particularidad en la operacion de restar?

R. Si Señor: aunque el minuendo siempre debe ser mayor que el subtrahendo para que pueda executarse la resta, suele acontecer que alguno ó algunos de los guarismos del subtrahendo sea mayor que su correspondiente en el minuendo; y en este caso para poder executar esta resta parcial se toma una unidad del guarismo inmediato de la izquierda; y como vale 10, respecto de aquel que está á su derecha, se añaden estas 10 á las unidades que habia en dicho lugar: de esta suma siempre se podrá restar el guarismo que le corresponde, y se pondrá la resta debaxo; luego, es menester llevar en cuenta aquella unidad que se tomó, y rebaxarla del guarismo del minuendo; pero es mas análogo con el modo de proceder en las demas operaciones el añadir esta unidad al guarismo del subtrahendo, dexar el del minuendo conforme era, y hallar la diferencia.

65 *P.* ¿Cómo me hareis sensible esto?

R. Con este exemplo: si me pidiesen que hallase la diferencia entre los números 45296 y 31578, los colocaria como he dicho (60):

$$\begin{array}{r} 45296 \\ 31578 \\ \hline 13718 \end{array}$$

Y despues de tirada la raya diria: de 8 á 6 no puede ser, es decir, que al 8 no le faltan ningunas unidades para convertirse en 6, ó que no puedo quitar 8 á quien no tiene mas que 6; por lo mismo tomo una unidad del guarismo inmediato, que es 9, y como vale 10 respecto de las del 6, las sumo y tengo 16, de cuya suma ya puedo restar el 8, y digo de 8 á 16 van 8, que pongo debaxo; ahora podria considerar al 9 como 8 por haberle quitado una unidad, y decir de 7 á 8 va 1; pero es mejor acostumbrarse á añadir dicha unidad al guarismo del subtrahendo, y así diré: 7 y 1 que llevo son 8, de 8 á 9 va 1, que coloco debaxo; paso á la columna inmediata, y digo: de 5 á 2 no puede ser; tomaré una unidad del guarismo inmediato, y hallaré que de 5 á 12 van 7, que pongo debaxo, y llevo 1, 1 y 1 que llevo son 2, de 2 á 5 van 3, que pongo, y no llevo nada; de 3 á 4 va 1, que pongo debaxo, y resulta que la diferencia es 13718.

66 *P.* ¿No suele ocurrir otro caso?

R. Sí Señor, quando hay ceros en el minuendo; y en este caso para hallar la resta se considera el primer 0 de la derecha como 10, y todos los demas como 9, teniendo cuidado de considerar con una unidad ménos al primer guarismo significativo que se encuentre; por exemplo: si de 16037000 quisiese restar 4572695, los colocaria como he dicho (60).

$$\begin{array}{r} 16037000 \\ 4572695 \\ \hline 11464305 \end{array}$$

Y despues de tirada la raya diria: de 5 á 10 van 5, que pongo; de 9 á 9 no va nada, y pongo 0; de 6 á 9 van 3; de 2 á 6, porque el 7 siendo el primer guarismo significativo se debe considerar como con una unidad ménos, esto es como 6, van 4; de 7 á 3 no puede ser, y así debo tomar una unidad del guarismo inmediato; pero como este es 0, es preciso irla á tomar al que sigue despues del 0, que es el 6; y como una unidad del 6 vale 100 respecto de las del 3, dexo con el pensamiento 90 ó 9 decenas en el lugar del 0, y tomo 10 unidades para añadirlas al 3, y poder restar de ellas las 7, y digo: de 7 á 13 van 6; ahora considerando al 0 como 9 diré: de 5 á 9 van 4; sigo despues, de 4 á 5, porque quité una unidad al 6, va 1; y como aun queda en el minuendo un guarismo que no tiene correspondiente en el subtrahendo, le coloco debaxo. Tambien pudiera haber considerado cada 0 como lo que es, y añadir una unidad al guarismo del subtrahendo, y entónces hubiera dicho: de 5 á 10 van 5, y llevo 1; 9 y 1 que llevo son 10, de 10 á 10 no va nada, y de 10 llevo 1; 6 y 1 que llevo son 7, de 7 á 10 van 3, y de 10 llevo 1; 2 y 1 que llevo son 3, de 3 á 7 van 4, y no llevo nada; de 7 á 13 van 6, y llevo 1; 5 y 1 que llevo son 6, de 6 á 10 van 4, y de 10 llevo 1; 4 y 1 son 5, de 5 á 6 va 1, y de nada á 1 va 1, con lo qual veo que me sale la misma resta que por el método anterior; y así los principiantes elegirán el método que les parezca mas fácil.

67 *P.* ¿Hay medios para averiguar si una operacion de sumar ó restar está equivocada?

R. Si Señor: para cada operacion hay su prueba, que es una nueva operacion, por medio de la qual se averigua si otra executada antes está bien hecha: la operacion de sumar se prueba restando; pero es complicada, y por lo mismo no haré mencion de ella, porque mas bien es un objeto de curiosidad que de utilidad. La operacion de restar se prueba sumando el subtrahendo con la resta, y si la suma es igual con el minuendo, es prueba de que la operacion está bien hecha; si no, no lo estará; por exemplo: si quisiera averiguar si la operacion anterior estaba bien executada, no haria mas que tirar una raya debaxo de la resta, y sumar como aquí se ve el subtrahendo 4572695 con la resta 11464305:

$$\begin{array}{r} 16037000 \\ 4572695 \\ \hline 11464305 \\ \hline 16037000 \end{array}$$

Y saco la suma 16037000 que es igual con el minuendo; por lo que digo que la operacion estaba bien practicada. Esta prueba es tanto mas expedita quanto no se necesita tampoco tirar ninguna raya, porque se puede ir sumando el subtrahendo con la resta [illegible]iendo al mismo tiempo si van saliendo los gu[illegible]el minuendo.

[illegible] ¿Qué questiones conducen á executar la ope[illegible] de restar?

R. Aquellas en que se trata de averiguar la diferencia entre dos números, ó de saber quanto le falta á un número para que sea igual con otro.

69 *P.* ¿Me podreis proponer algunos exemplos para que se exerciten los niños?

R. Si Señor: esto es muy útil, y principalmente si los procuran resolver conforme he dicho (53).

Primer exemplo en abstracto: si me pidiesen que hallase la diferencia entre los números 8231785 y 5371967, executaria la operacion como he explicado (60), y aquí se ve:

$$\begin{array}{r} 8231785 \\ 5371967 \\ \hline 2859818 \end{array}$$

Y sacaria por resta el número 2859818.

Segundo exemplo: un padre quiere sacar á su hijo de la escuela el último dia del mes de Agosto; se lo dice á su hijo el dia 18 del mismo mes; y como el mes de Agosto tiene 31, para averiguar el niño los dias que le faltan estar en la escuela, no tiene mas que restar 18 de 31; y executándolo por las reglas dichas (60), hallará que todavía tiene que ir 13 dias á la escuela.

Tercer exemplo: un sugeto tiene de renta anualmente 56298 reales, y gasta 38179; si se me propusiera averiguar lo que ahorraba cada año, lo executaria restando el gasto anual de la renta, y hallaría que ahorraba 18119 reales.

Quarto exemplo: un mercader compró 8000 piezas de paño; le quedan 5672, y quiere averiguar las que ha vendido. Esto se conse[illegible]rá restando de las 8000 piezas que compró l[illegible], y en la resta tendrá las que ha vendido, qu[illegible]28.

CAPITULO IV.

De la multiplicacion, ó de la operacion de multiplicar.

70 P. ¿Qué es multiplicar?

R. Multiplicar es tomar un número tantas veces como unidades tiene otro. La operacion por medio de la qual se executa esto, se llama *multiplicacion;* el número que se ha de tomar cierto número de veces se llama *multiplicando*; aquel que con sus unidades expresa las veces que se ha de tomar el multiplicando, se llama *multiplicador,* y lo que resulta de la operacion se llama *producto*; al multiplicando y multiplicador juntos se les da el nombre de *factores del producto.*

71 *P.* ¿Qué es lo que se necesita saber ante todas cosas para la multiplicacion?

R. El producto que resulta de multiplicar entre sí los números dígitos; y por esto es indispensable aprender de memoria la tabla siguiente:

1 por 1 es 1.
1 por 2 ..... 2.
1 por 3 ..... 3.
1 por 4 ..... 4.
1 por 5 ..... 5.
1 por 6 ..... 6.
1 por 7 ..... 7.
1 por 8 ..... 8.
1 por 9 ..... 9.

2 por 2 son 4.
2 por 3 ..... 6.
2 por 4 ..... 8.
2 por 5 ..... 10.
2 por 6 ..... 12.
2 por 7 ..... 14.
2 por 8 ..... 16.
2 por 9 ..... 18.

3 por 3 son 9.
3 por 4 ..... 12.
3 por 5 ..... 15.
3 por 6 ..... 18.
3 por 7 ..... 21.
3 por 8 ..... 24.
3 por 9 ..... 27.

4 por 4 son 16.
4 por 5 ..... 20.
4 por 6 ..... 24.
4 por 7 ..... 28.
4 por 8 ..... 32.
4 por 9 ..... 36.

5 por 5 son 25.
5 por 6 ..... 30.
5 por 7 ..... 35.
5 por 8 ..... 40.
5 por 9 ..... 45.

6 por 6 son 36.
6 por 7 ..... 42.
6 por 8 ..... 48.
6 por 9 ..... 54.

7 por 7 son 49.
7 por 8 ..... 56.
7 por 9 ..... 63.

8 por 8 son 64.
8 por 9 ..... 72.

9 por 9 son 81.

10 por 10 son 100.
10 por 100 .... 1000.
10 por 1000 .... 10000.
10 por 10000 .... 100000.
10 por 100000 .... 1000000.

72 *P.* ¿Quántos casos ocurren en la multiplicacion?

R. Tres: multiplicar un número dígito por otro dígito; multiplicar un número compuesto por uno dígito, ó un dígito por un compuesto; y finalmente multiplicar un número compuesto por otro compuesto.

73 *P.* ¿Qué hay que hacer para multiplicar un número dígito por otro dígito?

R. Saber bien de memoria la tabla anterior, pues en ella se contienen todos los productos de los números de un solo guarismo.

74 *P.* ¿Y para multiplicar uno compuesto por uno dígito, ó un dígito por un compuesto?

R. Se pone el dígito debaxo de las unidades del compuesto, se tira una raya por la parte inferior, y se empieza á multiplicar por la derecha, esto es, por las unidades de inferior especie; y así lo primero que se debe hacer es multiplicar el guarismo que expresa las unidades del multiplicando, que es el compuesto, por el multiplicador, que es el dígito; si en este producto parcial hay solo unidades, se colocan debaxo de las unidades de los factores; si contiene solo decenas, se pone 0 en el lugar de las unidades, y se guardan las decenas para añadirlas al producto de las decenas de la columna inmediata; y si contiene decenas y unidades, se ponen las unidades debaxo de las unidades de los factores, y se guardan las decenas para añadirlas al producto de las decenas de la columna inmediata. Despues se multiplican las decenas del multiplicando por el mismo multiplicador; á su producto se añaden las que se llevaban del producto de las unidades, y se colocan las decenas que resulten debaxo de las decenas, guardando las centenas, si las hay, para añadirlas al producto de las centenas de la columna inmediata. Luego, se multiplican por el mismo multiplicador las centenas del multiplicando, á cuyo producto se añaden las que se llevaban del producto de las decenas, y así se continúa hasta que no haya mas guarismos en el multiplicando.

75 *P.* ¿Cómo hareis esto sensible?

R. Con un exemplo: supongamos que se quiere multiplicar el número 356 por 4, ó 4 por 356; como al executar esta operacion no importa nada el que se tome por multiplicando al multiplicador, y al contrario, siempre se toma por multiplicador el mas sencillo que aquí es el número dígito 4, y así le colocaré debaxo del 356 como he dicho (74), y aquí se ve:

$$\begin{array}{r} 356 \\ 4 \\ \hline 1424 \end{array}$$

Tiro debaxo una raya, y empiezo á multiplicar por las unidades del multiplicando, diciendo: 6 por 4 son 24; y como en 24 hay dos decenas y 4 unidades, coloco el 4 debaxo de las unidades de los factores, y guardo las dos decenas para añadirlas al producto de las decenas, y digo: 5 por 4 son 20, y 2 que llevaba son 22; y como en 22, que son decenas, hay 2 centenas y 2 decenas, pongo las 2 decenas debaxo de las de los factores, y guardo las 2 centenas para añadirlas al producto de la columna siguiente, en la qual digo: 3 por 4 son 12, y 2 que llevaba son 14, que son centenas, porque el multiplicando 3 expresaba centenas, y como en 14 centenas hay 1 millar y 4 centenas; coloco las 4 centenas debaxo de las de los factores, y guardo el 1 millar para añadirlo al producto de la columna siguiente; pero como ya no hay mas guarismos en el multiplicando, no se puede executar otra multiplicacion parcial, y así este 1 millar le coloco hácia la izquierda del 4 en el producto, y saco que 356 multiplicado por 4 da 1424.

76 *P.* ¿Me podreis explicar esto mismo, prescindiendo de si lo que resulta de los productos parciales expresa unidades, decenas &c.?

R. Si Señor: aquí se han puesto todas las palabras, porque, como es el primer exemplo, se necesita imponerse bien en lo que se hace; pero en la práctica no se necesitan mas palabras que las que se ven en el exemplo siguiente. Supongamos que quiera multiplicar 28974 por 7; colocaré los números como he dicho (74).

$$\begin{array}{r} 28974 \\ 7 \\ \hline 202818 \end{array}$$

Y despues de tirada la raya diré: 4 por 7 son 28, pongo el 8, y llevo 2; 7 por 7 son 49, y 2 que llevaba son 51, pongo 1, y llevo 5; 9 por 7 son 63, y 5 que llevaba son 68, pongo 8, y llevo 6; 8 por 7 son 56, y 6 que llevaba son 62, pongo 2, y llevo 6; 2 por 7 son 14, y 6 que llevaba son 20, pongo 0, y llevo 2, que como no hay mas guarismos en el multiplicando, pongo á la izquierda del 0, y tengo en 202818 el producto de 28974 por 7.

77 *P.* ¿Cómo se multiplica un número compuesto por otro compuesto?

R. De este modo: en primer lugar se toma por multiplicador aquel que tiene ménos guarismos, y se pone debaxo del multiplicando, que es el otro número, de modo que se correspondan las unidades con las unidades, las decenas con las decenas &c. formando columnas; se tira una raya; se multiplica todo el multiplicando por el primer guarismo de la derecha del multiplicador (74), cuyo producto se pone debaxo de la raya, de modo que caygan las unidades, decenas &c. debaxo de las unidades, decenas &c. de los factores; despues se multiplica todo el multiplicando por el segundo guarismo del multiplicador, contando siempre de derecha á izquierda, y se coloca este producto un lugar mas hácia la izquierda, de modo que el último guarismo de la derecha de este segundo producto parcial, esté debaxo del segundo guarismo del primer producto; luego, se multiplica todo el multiplicando por el guarismo siguiente del multiplicador, y se coloca este producto parcial debaxo del antecedente, corriéndole tambien un lugar hácia la izquierda, y así se continúa hasta que no haya mas guarismos en el multiplicador. Despues se tira debaxo de estos productos parciales otra raya, y se suman todos ellos, poniendo la suma debaxo de dicha raya, con lo qual queda executada la multiplicacion, expresando la suma el producto total.

78 *P.* ¿Me podreis manifestar esto con un exemplo?

R. Si Señor: supongamos que hay que multiplicar 9658 por 734; tomaré por multiplicador el

734, porque es el menor, y le colocaré debaxo del multiplicando 9658 en esta forma:

9658
734
38632
28974
67606
7088972

Y despues de tirada la raya empezaré multiplicando el 9658 por 4, que es el primer guarismo del multiplicador, y digo: 8 por 4 son 32, pongo 2, y llevo 3; 5 por 4 son 20, y 3 que llevaba son 23, pongo 3, y llevo 2; 6 por 4 son 24, y 2 que llevaba son 26, pongo el 6, y llevo 2; 9 por 4 son 36, y 2 que llevaba son 38, pongo 8, y llevo 3, que como no hay mas guarismos coloco el 3 á la izquierda del 8. Paso ahora á multiplicar todo el multiplicando 9658 por el segundo guarismo del multiplicador, que es el 3, y digo: 8 por 3 son 24, pongo el 4 debaxo del segundo guarismo del primer producto parcial 38632, que es el 3, porque he dicho (77) que se debe correr un lugar mas hácia la izquierda cada producto parcial, y de 24 llevo 2; 5 por 3 son 15, y 2 que llevaba son 17, pongo el 7, y llevo 1; 6 por 3 son 18, y 1 que llevaba son 19, pongo el 9, y llevo 1; 9 por 3 son 27, y 1 que llevaba son 28, pongo el 8, y llevo 2, que como no hay mas guarismos en el multiplicando, coloco á la izquierda del 8. Paso despues á multiplicar todo el multiplicando por el tercer guarismo del multiplicador, que es el 7, y digo: 8 por 7 son 56, pongo el 6 debaxo del 7, segundo guarismo del producto parcial antecedente, y llevo 5; 5 por 7 son 35, y 5 que llevaba son 40, pongo 0, y llevo 4; 6 por 7 son 42, y 4 que llevaba son 46, pongo el 6, y llevo 4; 9 por 7 son 63, y 4 que llevaba son 67, pongo el 7, y llevo 6, que coloco á la izquierda del 7, por no haber mas guarismos en el multiplicando. Tiro una raya, porque ya no hay mas guarismos en el multiplicador, y sumo todos estos productos parciales diciendo: 2 es 2, que pongo debaxo de la raya en la misma columna; 3 y 4 son 7, que pongo debaxo; 6 y 7 son 13, y 6 son 19, pongo el 9, y llevo 1; 8 y 1 que llevaba son 9, y 9 son 18, pongo el 8, y llevo 1; 3 y 1 que llevaba son 4, y 8 son 12, y 6 son 18, pongo el 8, y llevo 1; 2 y 1 que llevaba son 3, y 7 son 10, pongo el 0, y llevo 1; 6 y 1 que llevaba son 7, que pongo debaxo, y tengo en la suma 7088972 el producto total de los dos números propuestos.

79 *P.* ¿Hay algunos casos en que se abrevie la multiplicacion?

R. Si Señor, en 4 casos: primero, quando uno de los factores es igual con la unidad: segundo, quando uno de los factores es la unidad seguida de ceros: tercero, quando uno de los factores ó ambos acaban en ceros; y quarto, quando el multiplicador tiene ceros entre sus guarismos significativos.

80 *P.* Quando uno de los factores es igual con la unidad, ¿cómo se hace la operacion?

R. En este caso no hay nada que hacer, porque el producto es igual con el otro factor; por exemplo, el producto de 753 por 1 es el mismo 753.

81 *P.* ¿Cómo se hace la multiplicacion quando uno de los factores es la unidad seguida de ceros?

R. Se ponen detras del otro factor tantos ceros como hay despues de la unidad, y queda hecha la multiplicacion. Por exemplo: si quiero multiplicar 528 por 100, añadiré dos ceros al 528, y tendré el producto, que es 52800; si quiero multiplicar 280 por 10000, añadiré quatro ceros al 280, y tendré que el producto será 2800000.

82 *P.* ¿Cómo se abrevia la multiplicacion quando el multiplicando ó el multiplicador, ó el multiplicando y el multiplicador terminan en ceros?

R. Se hace la operacion como si no hubiese ceros, multiplicando solo los guarismos significativos, y añadiendo despues á este producto tantos ceros como habia en ambos factores juntos. Primer exemplo: si tuviese que multiplicar 538 por 600, multiplicaria 538 por 6; y executando la operacion como aquí se ve:

$$\begin{array}{r} 538 \\ 6 \\ \hline 3228 \end{array}$$

Tengo el producto 3228, que si le añado dos ceros, que son los que hay en el multiplicador, hallaré el verdadero producto 322800; para que no se olviden los ceros que se deben añadir, se ponen á continuacion del factor en que se hallan, pero la colocacion de los factores se hace como si no hubiese tales ceros; así la operacion anterior se executa poniendo los factores 538 y 600 en esta forma:

$$\begin{array}{r} 538 \\ 600 \\ \hline 322800 \end{array}$$

Y diciendo despues de tirada la raya 8 por 6 son 48, pongo el 8, y llevo 4; 3 por 6 son 18, y 4 que llevaba son 22, pongo el 2, y llevo 2; 5 por 6 son 30, y 2 que llevaba son 32, pongo el 2, y llevo 3, que pongo á la izquierda del 2; y añadiendo ahora al producto 3228 los dos ceros que se ven despues del 6, tendré el producto verdadero 322800.

Segundo exemplo: si tuviese que multiplicar 82700 por 48, colocaria los números como aquí se ve:

82700
48
6616
3308
3969600

Multiplicaria primero el 827 por 8, lo que me da el producto parcial 6616; despues le multiplicaria por el 4, y pondria este producto parcial 3308 un lugar mas hácia la izquierda respecto del primero, como he dicho (77), los sumaria despues, y á la suma 39696, añadiéndole dos ceros, que son los que hay en el multiplicando, tendré el producto verdadero 3969600.

Tercer exemplo: si tuviese que multiplicar 742000 por 3500, colocaria los números como aquí se ve:

742000
3500
3710
2226
2597000 000

Los multiplicaria como si no hubiese semejantes ceros, y al producto 25970 le añadiria cinco ceros, que son los que hay en el multiplicando y multiplicador juntos, y tendria el verdadero producto de 742000 por 3500 en 2597000000.

83 *P.* ¿Cómo se abrevia la operacion quando los ceros están en medio de los guarismos significativos del multiplicador?

R. En este caso se multiplica el multiplicando por los guarismos significativos que hay en el multiplicador hasta llegar á los ceros; en llegando á los ceros no se multiplica por ellos, porque el producto de un número qualquiera por 0 es siempre 0, y así se pasa á multiplicar por los demas guarismos significativos; pero teniendo cuidado de correr el primer producto hácia la izquierda tantos lugares mas uno, quantos ceros hay, es decir, que si hay un cero se debe correr el primer producto dos lugares, si dos ceros tres lugares &c. Por exemplo: si tuviese que multiplicar 2576924 por 1000503, colocaria los factores de esta forma:

$$
\begin{array}{r}
2576924 \\
1000503 \\
\hline
7730772 \\
12884620 \\
2576924 \\
\hline
2578220192772
\end{array}
$$

Multiplicaria todo el multiplicando por 3, que es el primer guarismo de la derecha del multiplicador, lo que me da el producto parcial 7730772; como despues del 3 hay un cero en el multiplicador, paso á multiplicar por el primer guarismo significativo que encuentro, que es el 5, y coloco este producto, de modo que su último guarismo 0 cayga debaxo del segundo 7 del producto parcial antecedente, esto es, corriéndole dos lugares hácia la izquierda, porque solo hay un cero. Como despues vuelvo á encontrar ceros, paso á multiplicar por el guarismo significativo que hay despues de ellos, que es el 1, coloco el producto quatro lugares mas hácia la izquierda respecto del producto parcial antecedente, porque aquí hay tres ceros; sumo despues estos productos, y saco que 2576924 multiplicado por 1000503 da 2578220192772 por producto.

Otro exemplo: si quiero multiplicar 18325 por 3007, executaré la operacion como aquí se presenta:

$$\begin{array}{r} 18325 \\ 3007 \\ \hline 128275 \\ 54975 \\ \hline 55103275 \end{array}$$

84 *P.* ¿Baxo quantos aspectos se presentan en la sociedad las questiones que conducen á la multiplicacion?

R. Baxo tres aspectos: primero, quando se dice que se quiere hacer á un número cierto número de veces mayor: segundo, quando conocido el valor de una unidad se quiere averiguar el de muchas; y tercero quando se quieren reducir unidades de especie superior á unidades de especie inferior.

85 *P.* ¿Cómo se hace á un número cierto número de veces mayor?

R. Multiplicándole por aquel que expresa con sus unidades las veces que se le quiere hacer mayor: por exemplo, si al 586 le quiero hacer 47 veces mayor, multiplicaré el 586 por 47, y tendré que el producto 27542 es un número 47 veces mayor que el 586. Quando el número de veces que se quiere hacer mayor un número es pequeño, no se dice claramente en el lenguage vulgar, y así debo advertir que estas palabras tomar el *duplo* de un número, el *triplo*, el *quadruplo*, el *quíntuplo* &c., ó *duplicar*, *triplicar*, *quadruplicar*, *quintuplicar* &c. equivalen á multiplicar dicho número por 2, por 3, por 4, por 5 &c. Tambien se dice *céntuplo* de un número, ó *centuplicar* un número quando se le quiere multiplicar por 100.

86 *P*. Quando se conoce el valor de una unidad ¿cómo se conoce el de muchas?

R. Multiplicando el valor de la unidad por el número de unidades.

Primer exemplo: quiero saber quanto valen 86 libros á 4 reales. Para esto no hay mas que multiplicar el número de libros, que es 86, por el valor de uno de ellos, que es 4 reales, y saco que valen 344 reales.

Segundo exemplo: si quiero averiguar lo que valen 891290 varas de paño á 50 reales la vara, multiplicaré el número de varas 891290 por el valor de una de ellas, que es 50 reales, y hallaré que valen 44564500 reales.

Tercer exemplo: si quiero averiguar el valor de 2725 arrobas de aceyte, valiendo la arroba á 108 reales, multiplicaré estos dos números entre sí, como he dicho (83), y sacaré que valen 294300 reales.

87 *P*. ¿Qué hay que hacer para reducir unidades de especie superior á unidades de especie inferior.

R. Multiplicar el número de unidades de especie superior por aquel número que con sus unidades expresa las unidades de especie inferior de que se compone la mayor.

Primer exemplo: quiero saber quantos pies tienen 8 varas; como la vara es la unidad de especie superior, y se compone de 3 pies, multiplicaré el número 8 de varas por 3, y tendré en el producto 24, los pies que hay en 8 varas.

Segundo exemplo: quiero saber quantas libras hay en 754 arrobas; como la arroba se compone de 25 libras, multiplicaré las 754 arrobas por 25, y sacaré el producto 18850, que expresa las libras de que se componen las 754 arrobas.

Tercer exemplo: quiero averiguar quantos maravedises hay en 83 doblones; para esto multiplicaré el 83 por los maravedises que tiene un doblon, que son 2040, y sacaré que son 169320 maravedises; pero como no es fácil conservar en la memoria las unidades de especie inferior de que se compone otra superior quando hay otras unidades intermedias, y lo que se conserva con facilidad es el órden con que se suceden las unidades, es mucho mas cómodo en estos casos el irlas reduciendo sin interrupcion: y así en el exemplo propuesto veré primero quantos pesos hay en los 83 doblones; despues los pesos que saque, veré los reales que componen, y luego este numero de reales veré los maravedises que tienen, en esta forma:

Primero multiplico los 83 doblones por 4, que son los pesos que tiene un doblon, y saco que en 83 doblones hay 332 pesos; multiplico despues estos 332 pesos por 15, que son los reales que tiene un peso, y saco que los 83 doblones, ó los 332 pesos, tienen 4980 reales; luego, multiplico este número de reales por 34, que son los maravedises que tiene un real, y saco que los 83 doblones contienen 169320 maravedises.

```
 83 doblones.
  4
-----
332 pesos.
 15
-----
1660
332
-----
4980 reales.
  34
-----
 1992
1494
-----
169320 maravedises.
```

Quarto exémplo: quiero averiguar quanto importan 87 quintales de seda á 12 reales la onza. Aquí primero tengo que ver las onzas que hay en 87 quintales, y luego, multiplicar el número que resulte de onzas por 12 reales, que es su valor; lo que haré del modo siguiente:

Multiplico los 87 quintales por 4, que son las arrobas que hay en el quintal, y saco 348 arrobas; multiplico despues estas arrobas por 25, que son las libras de que se compone la arroba, y saco 8700 libras; multiplico despues este número de libras por 16, que son las onzas de que se compone la libra, y saco que los 87 quintales tienen 139200 onzas; y multiplicando ahora este número de onzas por 12 reales valor de la onza, tendré 1670400 reales, que será el valor de los 87 quintales de seda á 12 reales la onza.

```
   87 quintales.
    4
 ---------
  348 arrobas.
   25
 ---------
  1740
  696
 ---------
  8700 libras.
  16
 ---------
  522
  87
 ---------
 139200 onzas.
   12
 ---------
  2784
 1392
 ---------
 1670400 reales.
```

Quinto exemplo: se quiere saber quantos minutos primeros hay en 6 dias; para esto reduciré los 6 dias, primero á horas, multiplicando por 24, que son las horas que tiene el dia, el número de los dias que es 6; despues multiplicaré las horas que me resulten por 60, que son los minutos primeros de que se compone la hora; y executando la operacion como aquí se manifiesta:

Hallo que en 6 dias hay 8640 minutos primeros.

$$\begin{array}{r} 24 \\ 6 \\ \hline 144 \\ 60 \\ \hline 8640 \end{array}$$

CAPITULO V.

De la operacion de dividir, ó de la division.

88 P. ¿Qué es dividir?

R. Dividir es buscar quantas veces un número contiene á otro, ó buscar uno de los factores quando se da conocido el producto y el otro factor. La operacion, por medio de la qual se executa esto, se llama *division*; el número que ha de contener, ó lo que es lo mismo, el que se ha de dividir se llama *dividendo*; el que ha de estar contenido, ó aquel por el que se ha de partir, se llama *divisor*; y lo que resulta *quociente*.

89 *P.* ¿Quántos casos ocurren en la division?

R. Tres: dividir un número dígito por otro dígito; dividir un compuesto por uno dígito, y dividir uno compuesto por otro compuesto.

90 *P.* ¿Qué hay que hacer para dividir un número dígito por otro dígito?

R. Para dividir un número dígito por otro dígito, y aun uno compuesto solo de dos guarismos por uno dígito, que sea mayor que el guarismo de especie superior del compuesto, no hay mas que saber los productos que resultan de multiplicar entre sí los numeros digitos; porque considerando al dividendo como un producto, no hay mas que averiguar por qué número se necesita multiplicar el divisor para que el producto sea igual al dividendo, ó el producto inmediatamente inferior á él; y si de repente no ocurre, se va multiplicando mentalmente el divisor por los números dígitos, hasta que se llegue á tener en el producto el dividendo, ó el producto inmediatamente inferior al dividendo; y aquel número, por el que se haya multiplicado el divisor, será el quociente.

Primer exemplo: quiero saber quantas veces el 8 contiene al 2, ó quanto es 8 dividido por 2; si no veo desde luego por qué número debo multiplicar el 2 para que produzca 8; empezaré multiplicando mentalmente el 2 por todos los números dígitos hasta que encuentre por producto el 8, ó el inferior que mas se le acerque, y así diré: 2 por 1 es 2, y como 2 no es igual con 8, sigo: 2 por 2 son 4, que como 4 no es tampoco igual con 8, continúo diciendo: 2 por 3 son 6, que como no es igual con 8 sigo: 2 por 4 son 8, y como este producto 8 es igual con el dividendo que se me dió, y para hallar este producto he multiplicado el divisor 2 por 4, digo que el quociente de dividir 8 por 2 es 4.

Segundo exemplo: si quisiera averiguar qual era el quociente de dividir 9 por 4, diria, si desde luego no advertia qual era, 4 por 1 es 4, que como no es igual con 9, sigo: 4 por 2 son 8, que como tampoco es igual con 9, continúo: 4 por 3 son 12; y como 12 es mayor que 9, advierto que no cabe un número exâcto de veces el 4 en el 9, y que siendo el producto próximo inferior al 9 el 8, digo que cabe 2 veces, y algo mas. Lo que debe ser el quociente algo mayor que el número que le corresponde se indica de este modo: al lado del quociente se pone la diferencia que hay entre el dividendo y el producto que resulta de multiplicar el divisor por el quociente, debaxo se pone una raya, y debaxo de la raya el divisor: así, como aquí la diferencia entre el dividendo 9 y el producto 8 es 1, y el divisor es 4, el verdadero quociente se indica $2\frac{1}{4}$, y se lee *dos y un quarto.* Para leer todas estas expresiones se lee el número que está encima de la raya, que es la resta que queda de haber quitado del dividendo el producto del divisor inmediato inferior con los nombres numerales absolutos, y el que está debaxo de la raya con los nombres numerales partitivos, si no llega á 10, ó con los absolutos si llega ó pasa de 10; pero se añade despues de todo la partícula *avos*; y así la expresion $2\frac{7}{14}$ se leerá *dos y siete catorce avos.*

Tercer exemplo: si quisiese dividir 56 por 7, y no viese desde luego quantas veces estaba el 7 contenido en 56, ó por qué número debia multiplicar el 7 para que resultase el 56, empezaria diciendo mentalmente: 7 por 1 es 7, veo que le falta mucho para ser igual con 56, por lo que advierto que no tengo necesidad de multiplicar por 2, por 3, ni aun por 4; y así paso á ver si multiplicándole por 5 produce el 56; y como 7 por 5 son 35, y le falta á 35 mucho para el 56, no multiplicaré por 6, sino que pasaré á multiplicar por 7, y tendré que 7 por 7 son 49, que como no es igual con 56 paso á multiplicar por 8, y tengo que 7 por 8 son 56; y como 56 es el dividendo, digo entónces que el 7 está contenido 8 veces en 56.

Quarto exemplo: si tuviese que dividir 78 por

9, como no tengo que tantear para ver si le contiene 1, 2, 3, ni aun 4 veces, porque el 78 se ve inmediatamente que es bastante grande con relacion al 9, veré si le contiene 5 veces; pero 9 por 5 son 45, que es menor que el 78; y así paso á multiplicar por 6, y digo: 9 por 6 son 54, que como es mucho menor que 78, sigo: 9 por 8 son 72, que como es menor que 78, continúo: 9 por 9 son 81; y como 81 es mayor que el 78, noto que el producto inmediatamente inferior al 78 es 72, y que así el quociente es 8, y la diferencia entre 72 producto del divisor por el quociente y 78, que es el dividendo, la pondré como dixe en el exemplo segundo, y tendré que el quociente verdadero es $8\frac{6}{9}$ que se lee *ocho y seis novenos*.

91 *P.* ¿Conviene que los niños se exerciten en hallar estos quocientes?

R. Sí Señor: porque en esto consiste toda la dificultad de la division, y este es el motivo de ponerles aquí todavía algunos exemplos para que hallen por sí mismos los quocientes, haciendo mentalmente estas multiplicaciones hasta que lleguen al producto igual con el dividendo, ó al inmediatamente inferior. Y aunque les parezca que tardan algo, no importa, porque de este modo estan seguros de no equivocarse, y se pondrán á muy poco tiempo tan corrientes, que á primera vista los conocerán.

92 *P.* ¿Qué debe hacer el Maestro quando vea á un niño que se para, y no sabe hallar un quociente?

R. No se lo debe decir, sino hacérselo encontrar á él por las observaciones hechas antes.

Primer exemplo: 28 dividido por 4 da 7 por quociente.

Segundo exemplo: 47 dividido por 6 da $7\frac{5}{6}$ por quociente.

Tercer exemplo: 39 dividido por 4 da $9\frac{3}{4}$ por quociente.

Quarto exemplo: 58 dividido por 7 da $8\frac{2}{7}$ por quociente.

Quinto exemplo: 87 dividido por 9 da $9\frac{6}{9}$.

93 *P.* ¿Cómo se divide un número compuesto por uno digito?

R. Del modo siguiente: se coloca el divisor á la derecha del dividendo, correspondiéndose en un mismo renglon; se tira entre los dos una raya de arriba abaxo, y se tira otra raya debaxo del divisor. Hecho esto, se toma el guarismo de especie superior del dividendo, que es el que está mas hácia la izquierda, y se ve quantas veces en este guarismo está contenido el divisor, y se pone este quociente debaxo de la raya que está por la parte inferior del divisor; si el primer guarismo del dividendo es menor que el divisor, no se puede contener este en aquel, y por lo mismo se debe tomar otro guarismo mas del dividendo; y para que se sepan los que se han tomado, se pone una coma, y se ve quantas veces en aquel número de dos guarismos se contiene el divisor conforme he dicho (90), poniendo por quociente lo que me resulte. Despues se multiplica este quociente por el divisor, y se coloca el producto debaxo del guarismo, ó de los dos guarismos que se separáron con la coma en el dividendo; se tira debaxo una raya, y se resta este producto del guarismo ó guarismos separados. Al lado de esta resta, ó al lado de o, si no quedó ninguna, se baxa el guarismo siguiente, y se ve quantas veces en este segundo dividendo parcial está contenido el divisor, y el número que resulte, se pone en el quociente á la derecha del guarismo hallado antes; se multiplica este segundo quociente parcial por el divisor; se coloca el producto debaxo del segundo dividendo parcial; se tira una raya, y se resta. Al lado de la resta se baxa el guarismo siguiente, y se procede del mismo modo hasta que no queden mas guarismos que baxar en el dividendo, teniendo cuidado de ir apuntando con una coma el guarismo que se baxa para no equivocarse. Si al fin quedase alguna resta se pone á la derecha del quociente con una raya y el divisor debaxo.

94 *P.* ¿Cómo me hareis esto sensible?

R. Por medio de un exemplo: si tuviese que dividir 735 por 5 pondria el divisor á la derecha del dividendo, separándolos con una raya tirada de arriba abaxo, y tiraria otra raya debaxo del divisor en esta forma:

7,3,5,	5
5	147
23	
20	
035	
35	
00	

Empiezo la operacion separando con la coma el primer guarismo de la izquierda del dividendo, que es el 7, y digo: el 5 en el 7 ¿quántas veces está contenido? veo que es una vez, por lo que pongo 1 debaxo de la raya del divisor; multiplico este primer quociente parcial 1 por el divisor 5, y digo: 1 vez 5 es 5, que pongo debaxo del dividendo parcial 7; tiro una raya, y resto 5 de 7 diciendo: de 5 á 7 van 2, que coloco debaxo de la raya. Al lado de este 2, baxo el guarismo siguiente del dividendo, que es 3, le apunto arriba, y digo: el 5 en 23 ¿quántas veces está contenido? hallo que son 4, y pongo este segundo quociente parcial hácia la derecha del primero; le multiplico por el divisor 5 diciendo: 4 por 5 son 20, que pongo debaxo del segundo dividendo parcial 23, y resto diciendo: de 0 á 3 van 3, de 2 á 2 va 0; baxo al lado de la resta 3 el guarismo siguiente, y digo: 5 en 35 ¿quántas veces está contenido? veo que son 7, pongo este número en el quociente á la derecha del 4, y le multiplico por el divisor 5 diciendo: 7 por 5 son 35, que pongo debaxo del tercer dividendo parcial, y le resto de él diciendo: de 5 á 5 no va nada, de 3 á 3 no va nada; y como no hay mas guarismos que baxar, digo que el quociente de dividir 735 por 5 es 147.

95 *P.* ¿Hay que tener presentes algunas cosas en esta operacion de dividir?

R. Si Señor: lo primero que se debe saber es que no se puede poner de una vez en el quociente nada mas que á 9; lo segundo que quando se baxa un guarismo, y en él junto con la resta, si la hay, no cabe el divisor, se necesita poner 0 en el quociente; lo tercero, que todo número cabe en sí mismo una vez, ó lo que es lo mismo, que si se tiene que dividir un número por sí mismo, el quociente es 1; lo quarto, que todo número dividido por la unidad da por quociente el mismo dividendo; y lo quinto, que 0 dividido por qualquier número siempre da 0 por quociente.

96 *P.* ¿Podreis hacer uso de estas advertencias en algun exemplo?

R. Si Señor: supongamos que quiera dividir 420723 por 7, colocaré el dividendo y el divisor segun he dicho (93) en esta forma:

```
42,0,7,2,3, | 7
42          | 60103 2/7
--------
0007
   7
--------
   023
    21
--------
    02
```

Como en el primer guarismo de la izquierda, que es 4, no se contiene ninguna vez el divisor 7, necesito tomar los dos guarismos primeros, y separarlos con la coma; despues digo 7 en 42 ¿quántas veces? veo que son 6, y pongo 6 en el quociente; multiplico el 6 por el divisor 7, y el producto 42 le pongo debaxo del dividendo parcial 42, tiro la raya y resto. Al lado de la resta 00 baxo el guarismo siguiente, que es 0; y como el 0 no contiene ninguna vez al 7 ni á ningun otro número, pongo 0 en el quociente á la derecha del 6, y baxo el guarismo siguiente, que es 7, y digo: el 7 ¿quántas veces está contenido en 7? veo que 1 vez, pongo 1 en el quociente, le multiplico por el divisor 7, y el producto 7 que saco le pongo debaxo del dividendo parcial 7, y resto. Al lado de la resta 0, baxo el guarismo siguiente 2, y digo: el 7 en 2 ¿quántas veces? advierto que no cabe ninguna vez; pongo 0 en el quociente, baxo el guarismo siguiente 3, veo que en 23 cabe 3 veces el 7, pongo 3 en el quociente, le multiplico por el divisor 7, y el producto 21 lo coloco debaxo del 23, y resto. Como ya no hay mas guarismos en el dividendo, pongo la resta 2 á la derecha del quociente con la raya y el divisor debaxo, segun he dicho (90, segundo exemplo), y aquí se ve; y digo que el quociente de dividir 420723 por 7 es *sesenta mil ciento y tres y dos séptimos.*

97 *P.* ¿Cómo se executa la operacion de dividir un número compuesto por otro compuesto?

R. De este modo: se coloca el divisor á la derecha del dividendo, separándolos con una raya, y poniendo otra debaxo del divisor, segun se ha dicho en el caso anterior; despues se toman á la izquierda del dividendo tantos guarismos como se necesiten para que el divisor esté contenido alguna vez en dicho número de guarismos, separándolos de los demas con una coma; el mayor número de guarismos que se puede tomar es uno mas de los que tiene el divisor; y el menor son tantos como tiene el divisor, de modo que se separarán á la izquierda tantos guarismos como hay en el divisor; y si en este número, que queda separado con la coma, no cabe el divisor, se toma otro mas. Separados ya estos guarismos, se ve quantas veces el primer guarismo de la izquierda del divisor está contenido en el primero del dividendo, ó en los dos primeros si se tomó para el primer dividendo parcial un guarismo mas de los que tenia el divisor, y el número de veces que está contenido se pone en el quociente; se multiplica este quociente por todo el divisor, y el producto se coloca debaxo del dividendo parcial, se tira una raya, y se resta de él. Al lado de la resta se baxa el guarismo siguiente, teniendo cuidado de apuntarlo con la coma en el dividendo, y se ve quantas veces el primer guarismo del divisor está contenido en el primero ó dos primeros del dividendo; se pone este número en el quociente á la derecha del primer quociente parcial, se multiplica por el divisor, se tira la raya, y se resta; al lado de la resta se baxa el guarismo siguiente, y así se procede hasta que no haya mas guarismos que baxar; y si al fin queda alguna resta se pone á la derecha del quociente con una raya y el divisor debaxo.

Primer exemplo: si quiero dividir 775 por 31, colocaré el divisor 31 á la derecha del dividendo 775, separándolos con una raya en esta forma: Y despues de haber tirado otra debaxo del divisor, separo á la izquierda del dividendo dos guarismos, y veo quantas veces está contenido en el primero, que es 7, el primero del divisor,

77,5,	31
62	25
155	
155	
000	

que es 3; hallo que son dos veces, y pongo este número 2 en el quociente; ahora debo multiplicar este quociente 2 por todo el divisor 31, y así diré: 2 por 1 es 2, que como he de colocar el producto debaxo del dividendo parcial 77, pongo este 2 debaxo del 7, y sigo: 2 por 3 son 6, que coloco debaxo del otro 7; tiro la raya, y resto diciendo: de 2 á 7 van 5, que pongo, de 6 á 7 va 1, que tambien pongo. Al lado de la resta 15 baxo el guarismo siguiente, que es 5, y como ahora tengo por segundo dividendo parcial un número que tiene un guarismo mas que el divisor, averiguaré quantas veces en los dos primeros guarismos de este dividendo está contenido el primero del divisor, y así diré: el 3 en 15 ¿quántas veces está contenido? hallo que son 5, lo pongo en el quociente á la derecha del 2, y le multiplico por todo el divisor diciendo: 5 por 1 es 5, que pongo debaxo del último guarismo del dividendo parcial, 5 por 3 son 15, que pongo debaxo de los demas guarismos de dicho dividendo; tiro la raya, y resto diciendo: de 5 á 5 no va nada, de 5 á 5 no va nada, de 1 á 1 tampoco va nada; y como no hay mas guarismos que baxar, digo que el quociente de dividir 775 por 31 es 25.

Segundo exemplo: si quiero averiguar quantas veces cabe el 523 en 388066, colocaré los numeros como aquí se presenta:

3880,6,6,	523
3661	742
02196	
2092	
01046	
1046	
0000	

Separaré quatro guarismos en el dividendo, y diré: 5 en 38 ¿quántas veces? son 7, que pongo en el quociente; multiplico el 523 por 7 diciendo: 3 por 7 son 21, pongo 1 debaxo del 0 del dividendo parcial, y de 21 llevo 2; 2 por 7 son 14, y 2 que llevaba son 16, pongo el 6, y llevo 1: 5 por 7 son 35, y una que llevaba son 36, que pongo debaxo del 38; tiro una raya, y resto. Al lado de la resta 219 baxo el 6, hallo que el 5 se contiene 4 veces en 21, pongo 4 en el quociente; multiplico este quociente 4 por el divisor 523, y el producto 2092 le coloco debaxo del dividendo parcial 2196, y executo la resta. Al lado de la resta 104 baxo el guarismo siguiente 6, veo que el 5 está 2 veces contenido en el 10, pongo 2 en el quociente; multiplico por el divisor, resto el producto del dividendo parcial 1046; y como no queda resta, ni hay mas guarismos que baxar, infiero que el quociente de dividir 388066 por 523 es 742.

Tercer exemplo: si quiero dividir 173695 2 por

834, executaré la operacion como aquí se presenta:

```
1736,9,5,2, |834
1668        |--------
--------    |2082 564/834
006895
  6672
--------
  02232
   1668
--------
   0564
```

Y hallaré que el quociente es 2082 $\frac{564}{834}$

Quarto exemplo: si quiero dividir 7590852 por 6053, executaré la operacion como aquí se presenta:

```
7590,8,5,2, |6053
6053        |--------
--------    |1254 390/6053
1537 8
1210 6
--------
 032725
  30265
--------
 024602
  24212
--------
  00390
```

Y hallaré que el quociente es 1254 $\frac{390}{6053}$

Quinto exemplo: el quociente de dividir 3803922 por 729 es 5218.

Sexto exemplo: el quociente de dividir 9572475 por 813 es 11774 $\frac{213}{813}$.

98 *P.* ¿No ocurren mas dificultades en la division?

R. Si Señor: los exemplos resueltos hasta ahora se han elegido de modo que no haya que hacer ningun tanteo; pero suele ocurrir que en el quociente no se debe poner siempre el número que resulta de dividir el primero ó dos primeros guarismos del dividendo por el primero del divisor, sino que en muchas ocasiones se necesita hacer algun tanteo para averiguar las unidades que se le deben poner de ménos, lo qual detiene mucho á los principiantes, y hace que muy pocas personas sepan hacer una division, quando apénas se hallará una que no sepa hasta executar una multiplicacion.

99 *P.* ¿Es esta una gran dificultad?

R. No Señor; solo lo seria quando se quisiese explicar á un mismo tiempo el modo de executar la division, y el de hallar el verdadero quociente; pero como esta obrita está destinada para los niños, se han presentado ántes las reglas generales, y se han aplicado á exemplos, que no presentando ninguna dificultad por parte de los quocientes, manifiestan dicha aplicacion de las reglas generales de la division. Impuestos y adiestrados ya los niños en estos exemplos, se dedicarán ahora á saber qual es el quociente que deben poner.

100 *P.* ¿Quando ocurren estos tanteos?

R. Generalmente siempre que el segundo guarismo del divisor sea 5 ó mayor que 5, ó siempre que sea mayor que el primero.

101 *P.* ¿Qué debe hacer un niño al encontrarse con un divisor de esta especie para no quedarse parado?

R. Poner en el quociente el número de veces que el primer guarismo del divisor está contenido en el primero ó dos primeros del dividendo; executar la multiplicacion; y si este producto no es mayor que el dividendo parcial, es prueba de que el quociente no es mayor que el que le corresponde; si es mayor dicho producto, el guarismo puesto en el quociente es mayor que lo que debe, y se le quitará lo ménos una unidad; en caso de no ser un producto del divisor por el quociente hallado, mayor que el dividendo parcial, lo que es prueba de no haber puesto un quociente mayor que el verdadero, se executa la resta; y si esta es menor que el divisor, es prueba de que el quociente no es menor que el verdadero; si es igual ó mayor que dicho divisor, es prueba de que el quociente puesto es menor que el que corresponde, y se le debe añadir una unidad lo ménos. Sabiendo ya por las dos observaciones anteriores que un quociente no es mayor ni menor que el verdadero, pueden estar los niños seguros de que el quociente puesto es el que buscaban. Ahora bien, como he dicho (95), que lo mas que se puede poner de una vez en el quociente es 9, y por otra parte lo ménos que se le puede poner es 0, solo hay diez diferentes quocientes parciales que poder poner, y así el número mayor de tentativas que se podrian hacer serian nueve; mas por la naturaleza de la operacion en ningun caso pueden ocurrir mas de quatro tentativas, luego no hay motivo para que un principiante se pare al executar una de estas operaciones: pues aun en el caso de no saber las veces que el primer guarismo del divisor está contenido en el primero ó dos primeros del dividendo, no tiene motivo para detenerse, porque debe poner en este caso un guarismo qualquiera, y averiguando despues si es mayor ó menor que el verdadero, le quitará ó añadirá unidades hasta que llegue á uno que no sea ni mayor ni menor que lo que debe ser, el qual será el verdadero. Este método parecerá algo largo, pero es seguro, no está expuesto á equivocaciones, y un niño, sin auxîlio de nadie, executará por medio de él operaciones que son sumamente dificultosas, y aun imposibles para los que desean aprenderlo todo de una vez; y así se pondrán tan diestros en poco tiempo, que no necesitarán hacer ninguna tentativa.

102 *P.* ¿Convendrá que los niños se exerciten en hacer estas tentativas?

R. Si Señor: y por eso tienen aquí varios exemplos.

Primero: quiero dividir 15256 por 59; colocaré el divisor á la derecha del dividendo, y tiraré las rayas como se ha dicho (97), y aquí se ve:

152,5,6,	59
177	~~3~~
118	2~~6~~
———	5~~9~~
0345	8 $\frac{34}{59}$
~~35~~4	
295	
———	
0506	
~~55~~1	
472	
———	
034	

Lo primero que advierto es que necesito tomar tres guarismos en el dividendo, para que esté contenido alguna vez el divisor, los separo, y digo: 5, primer guarismo del divisor, ¿quántas veces cabe en 15, dos primeros guarismos del dividendo? hallo que son tres veces, y pongo 3 en el quociente; multiplico el divisor 59 por este quociente 3, y coloco el producto 177 debaxo del dividendo parcial 152; y como veo que este producto es mayor que el dividendo, infiero que he puesto en el quociente mas de lo que correspondia, y así le quitaré una unidad al 3, y le pondré á 2; por consiguiente borraré el

3, é igualmente el producto 177, y colocaré el 2 debaxo del 3 borrado, multiplicaré el 59 por dicho quociente 2, y el producto 118 le colocaré debaxo del 177 borrado; y como es menor que el dividendo parcial 152, digo que 2 es el quociente que buscaba, porque en este caso, como sé que el quociente debe ser menor que 3, y entre el 3 y el quociente 2 que he puesto, no hay ningun otro guarismo intermedio, estoy seguro de que el quociente no ha de ser mayor que 2, pues que lo estoy de que es menor que 3; luego, debo tirar debaxo una raya y restar, lo que me da la resta 34 menor que el divisor, y comprueba que no he puesto de ménos en el quociente. Al lado de dicha resta baxo el guarismo siguiente 5, hallo que el primer guarismo 5 del divisor está contenido 6 veces en los dos primeros guarismos del segundo dividendo parcial 345; pongo 6 en el quociente á la derecha del 2 quociente parcial anterior; y executo la multiplicacion colocando el producto 354 debaxo del 345; y como es mayor que él, infiero que el quociente ha de ser menor que 6, por lo que lo borraré, borraré igualmente el producto 354, y pondré 5 en el quociente; executo la multiplicacion de este quociente 5 por el divisor 59 colocando el producto debaxo del producto anterior rayado, y como este producto 295 es menor que el dividendo parcial correspondiente, digo que 5 es el quociente que buscaba, pues como ha de ser menor que 6, no puedo rezelar que sea mayor que 5, y así executo la resta, á su lado baxo el guarismo siguiente 6, y digo: 5, primer guarismo del divisor, ¿quántas veces está contenido en 50, primeros dos guarismos del dividendo parcial 506? advierto que son 10 veces; pero como (95) no puedo jamas poner mas que 9, pondré este guarismo en el quociente, y hago la multiplicacion: mas como el producto 531 es mayor que el tercer dividendo parcial 506, borro el 9 y dicho producto tambien, pongo 8 en el quociente, le multiplico por el divisor, y el producto 472 le resto de 506, y como no hay mas guarismos que baxar, pongo la resta al lado del quociente en la forma dicha (90 exemplo segundo); y escribiendo ahora todos los guarismos en un mismo renglon, como me hubieran resultado sino hubiera querido manifestar los raciocinios que debe hacer el niño, tendré que el quociente de dividir 15256 por 59 es $258\frac{34}{59}$.

Segundo: quiero dividir 10569 por 195; coloco los números como he dicho (97) en esta forma:

1056,9,	195
~~1755~~	~~9~~
~~1560~~	8
~~1365~~	7
780	4
———	58
~~0276~~	7
975	~~6~~
———	~~5~~
0819	$4\frac{39}{195}$
~~1560~~	
~~1365~~	
~~1170~~	
~~975~~	
780	
———	
039	

Veo que necesito separar en el dividendo quatro guarismos para primer dividendo parcial, y digo: 1, primer guarismo del divisor, ¿quántas veces está contenido en 10? son 10 veces; pero como no puedo poner mas que 9, pongo este guarismo 9 en el quociente; executo la multiplicacion del divisor por el quociente, y pongo el producto 1755 debaxo del dividendo parcial 1056, veo que es mucho mayor que él, y así rayo el 9 y el producto, y pongo 8 en el quociente; hago la multiplicacion del 8 por el divisor 195, y como el producto 1560 es mayor que el dividendo parcial 1056, le borro ó rayo, y rayo tambien el quociente 8, pongo 7 en el quociente, le multiplico por el divisor, y como el producto 1365 es todavía mayor que el dividendo parcial, le rayo, y tambien rayo el 7. Si con el fin de ahorrarme algunos tanteos, quiero averiguar si 4 es el verdadero quociente, pondré 4 en el quociente, y despues de executada la multiplicacion, veo que el producto 780 es menor que el dividendo parcial, por lo que estoy ya seguro de que no le he puesto mas de lo que le corresponde; paso á executar la resta, y como encuentro que es 276, y 276 es mayor que el divisor, advierto que le debo poner á mas, y así borro ó rayo el 4, y el producto y resta antecedentes; pongo 5 en el quociente, executo la multiplicacion, y como el producto 975 es menor que el dividendo, digo que no le he puesto de mas; executo la resta, y como saco que es 81, y 81 es menor que el divisor, digo que tampoco le he puesto de ménos; luego si no le he puesto de mas ni de ménos, es claro que le he puesto lo que le corresponde. Baxo al lado de la resta 81 el guarismo siguiente, que es 9, y digo: 1 en 8, quántas veces? veo que son 8; pero haciendo las tentativas de antes, echaré de ver que no le debo poner á 8, ni á 7, ni á 6, ni á 5, sino que le debo poner á 4, y executando la multiplicacion y resta, tengo por último que el quociente de dividir 10569 por 195 es $54\frac{39}{195}$.

Tercero: si quisiera averiguar quantas veces estaba contenido el 1998 en 100523, executaria la operacion como aquí se ve:

10052,3,	1998
~~17982~~	~~9~~
~~15984~~	~~8~~
~~13986~~	~~7~~
~~11988~~	~~6~~
9990	$50 \frac{623}{1998}$
000623	

103 *P.* ¿No se puede dar alguna regla que excuse hacer estos tanteos?

R. Si Señor: quando el segundo guarismo del divisor es 9 ú 8 es quando ocurre el mayor número de tanteos, y en este caso se saca siempre el verdadero quociente, considerando al primer guarismo del divisor como que tiene una unidad mas; así en el exemplo segundo de la respuesta anterior, si desde luego para hallar el primer quociente parcial hubiera considerado el primer guarismo 1 del divisor como 2, porque el segundo era 9, y hubiera dicho el 2 en 10 ¿quántas veces? al instante hubiera encontrado 5, que es el verdadero quociente; y luego lo mismo para el segundo, porque el 2 en el 8 está contenido 4 veces. Es tan útil esta regla, que se presentarán muy pocas ocasiones en que no se verifique, y si ocurre algun caso, solo habrá un tanteo que hacer, y le corresponderá una unidad mas al quociente que por ella se saque. Quando el segundo guarismo sea 7 se podrá añadir 1 ó 2 unidades al quociente sacado por la regla, y pocas veces ocurrirá hacer mas que un tanteo. Tambien es igualmente segura esta: véase si en la resta que queda de dividir el primero ó dos primeros guarismos del dividendo por el primero del divisor, junta con el guarismo siguiente del dividendo, cabe el segundo del divisor el mismo número de veces que el primero en el primero ó dos primeros del dividendo, y si cabe se podrá asegurar que el quociente hallado es el verdadero, si no, no lo será. Ó de este modo: multiplíquense mentalmente los dos primeros guarismos del divisor por el quociente, y si el producto es menor que los dos ó tres primeros guarismos del dividendo, se podrá tener seguridad de que no se le ha puesto de mas, que es lo que se acostumbra hacer.

104 *P.* ¿Se puede abreviar esta operacion?

R. Si Señor: pero antes conviene que esten bien diestros los niños en executarla por este medio; y así deberán resolver los exemplos siguientes por el método anterior.

Primer exemplo: si quiero dividir 173256 por 293, executaré la division conforme aquí se ve:

```
1732,5,6, |293
1465      |-------
-------   |591 93/293
02675
 2637
-------
 00386
   293
-------
   093
```

Y hallaré que el quociente es 591 $\frac{93}{293}$.

Segundo exemplo: si quiero dividir 2758737 por 4536, executaré la operacion como aquí se presenta:

```
27587,3,7, |4536
27216      |--------
--------   |608 849/4536
0037137
  36288
--------
  00849
```

Tercer exemplo: si dividiera 685003 por 284, hallaria por quociente $2411\frac{279}{284}$.

Quarto exemplo: el quociente de dividir 4506079 por 5736 es $785\frac{3319}{5736}$.

Quinto exemplo: el quociente de dividir 2056809 por 98152 es $20\frac{93769}{98152}$.

105 *P.* ¿Cómo se abrevia la operacion de dividir?

R. Haciendo la resta al mismo tiempo que se executa la multiplicacion del divisor por el quociente parcial. Por exemplo: si quiero dividir 49539 por 35, colocaré el dividendo y el divisor como he dicho (97), y aquí se ve:

Separaré dos guarismos	49,5,3,9,	35
con la coma en el dividen-	145	
do, y diré: 3 en 4 ¿quán-	0053	$1415\frac{14}{35}$
tas veces? cabe 1 vez, y	189	
por consiguiente pongo 1	014	

en el quociente; multiplico ahora el divisor 35 por el quociente parcial 1, y en vez de colocar este producto debaxo del dividendo parcial 49 para restar despues, voy executando la resta al mismo tiempo que formo el producto en esta forma: 5 por 1 es 5, de 5 á 9 van 4, pongo este 4, que es la resta, debaxo del 9, y digo: de 9 no llevo nada; 3 por 1 es 3, de 3 á 4 va 1, que pongo debaxo del 4, y tengo la resta 14. Al lado de esta resta, baxo el guarismo siguiente, que es el 5, y digo: 3 en 14 cabe 4 veces, pongo 4 en el quociente, y paso á executar la multiplicacion, teniendo cuidado de restar al mismo tiempo, y así diré: 5 por 4 son 20, de 20 á 25 van 5, que pongo debaxo del 5 del segundo dividendo parcial, y de 25 llevo 2; 3 por 4 son 12, y 2 que llevaba son 14, de 14 á 14 no va nada, pongo 0 debaxo del 4, y de 14 llevo 1, de 1 á 1 no va nada, y pongo otro 0 debaxo del 1. Baxo el guarismo siguiente 3 al lado de la resta 5, y continúo la division diciendo: 3 en 5 cabe una vez, pongo 1 en el quociente, y multiplico: 5 por 1 es 5, de 5 á 13 van 8, que pongo debaxo del 3, y de 13 llevo 1; 3 por 1 es 3, y 1 que llevaba son 4, de 4 á 5 va 1, que pongo debaxo del 5. Al lado de la resta 18 baxo el 9, y digo: 3 en 18 cabe 6 veces; pero como el 5, que es el segundo guarismo del divisor, no cabe 6 veces en 9 (103), que es el otro del dividendo, le pondré á 5, y diré; 5 por 5 son 25, de 25 á 29 van 4, que pongo debaxo del 9, y de 29 llevo 2; 3 por 5 son 15, y 2 que llevaba son 17, de 17 á 18 va 1, que pongo debaxo del 8, y de 18 llevo 1, de 1 á 1 no va nada, pongo 0 debaxo del 1; y como no hay mas guarismos que baxar, pongo la resta á la derecha del quociente como he dicho (90 exemplo segundo), y tengo que el quociente es *mil quatrocientos quince, y catorce treinta y cinco* avos.

106 *P.* He observado que en el segundo quociente parcial el producto 20 de 5 por 4 le habeis restado de 25; en el tercer quociente parcial el 5 producto de 5 por 1, le habeis restado de 13; y en el último el producto 25 de 5 por 5 le habeis restado de 29; ¿me podreis dar una regla fixa para saber de quanto se ha de restar?

R. Si Señor: para esto no hay mas que ver qual es el guarismo correspondiente de que se debe restar el producto; si de él no se puede restar dicho producto, se toman tantas decenas del guarismo inmediato como se necesiten para que se pueda executar dicha resta, teniendo cuidado de llevar en cuenta estas decenas para añadirlas despues al producto del guarismo siguiente, y así se continúa.

107 *P.* ¿Cómo se conocerá aquí si se ha puesto el quociente que corresponde?

R. Del mismo modo que antes: se conoce si se ha puesto de mas si al fin no se puede restar por llevar mas unidades de las que hay en el último guarismo, y para esto se hace antes la multiplicacion mental del quociente por el segundo guarismo del divisor, y se conocerá si se le ha puesto de ménos si la resta es igual ó mayor que el divisor.

108 *P.* ¿Convendrá que los niños se adiestren bien en executar esta operacion abreviada?

R. Si Señor: y por eso tienen aquí varios exemplos.

Primero: quiero dividir 375271 por 583, colocaré el divisor al lado del dividendo de este modo: Separaré quatro guarismos con la coma; y como el segundo guarismo del divisor es 8, consideraré

3752,7, 1,	583
02547	643 $\frac{402}{583}$
02151	
0402	

al primero, que es 5, como si fuera 6 (103), y diré: 6 en 37 está contenido 6 veces, pongo 6 en el quociente, y paso á executar la multiplicacion y resta á un mismo tiempo del modo siguiente: 3 por 6 son 18, de 18 á 22 (porque el último guarismo es 2, y para poder restar de 2 unidades, 18 unidades, necesito lo ménos dos decenas (106)), van 4; que pongo debaxo del 2, y de 22 llevo 2; 8 por 6 son 48, y 2 que llevaba son 50, de 50 á 55 van 5, que pongo, y de 55 llevo 5; 5 por 6 son 30, y 5 que llevaba son 35, de 35 á 37 van 2, que pongo, y de 37 llevo 3, de 3 á 3 no va nada, por lo que pongo 0 debaxo del 3 del dividendo. Al lado de la resta 254, que es menor que el divisor, y que por lo mismo da á entender que se ha puesto en el quociente lo que le correspondia, baxo el guarismo siguiente, que es 7; y considerando siempre al executar la division al primer guarismo 5 del divisor como si fuera 6, digo: el 6 en 25 ¿quántas veces? veo que son 4, pongo 4 en el quociente, y sigo executando la operacion diciendo: 3 por 4 son 12, de 12 á 17 van 5, que pongo debaxo, y de 17 llevo 1; 8 por 4 son 32, y 1 que llevaba son 33, de 33 á 34 va 1, que pongo, y de 34 llevo 3; 5 por 4 son 20, y 3 que llevaba son 23, de 23 á 25 van 2, y de 25 llevo 2, de 2 á 2 no va nada, por lo que pongo 0 debaxo del 2. Al lado de la resta 215 baxo el guarismo siguiente 1, y digo: 6 en 21 ¿quántas veces? veo que son 3, pongo 3 en el quociente, y multiplico diciendo: 3 por 3 son 9, de 9 á 11 van 2, que pongo debaxo del 1, y de 11 llevo 1: 8 por 3 son 24, y 1 que llevaba son 25; de 25 á 25 no va nada, pongo 0, y de 25 llevo 2; 5 por 3 son 15, y 2 que llevaba son 17, de 17 á 21 van 4, que pongo debaxo, y como no hay mas guarismos en el dividendo, pongo la resta segun he dicho (90 exemplo segundo), y tengo por quociente $643\frac{402}{583}$.

Segundo: si quisiera	465903,0,5,7,	78306
dividir 465903057	0743730	
por 78306, executa-	0389765	$5949\frac{60663}{78306}$
ria la operacion como	0765417	
aquí se ve:	060663	

Tercero: si quiero dividir 8523065 por 7203, sacaré el quociente $1183\frac{1916}{7203}$.

Quarto: si divido 15703026 por 1753, hallaré por quociente $8957\frac{1405}{1753}$.

109 *P.* Ademas de esta abreviacion, que es general para todos los casos, ¿hay algunas que correspondan á casos particulares?

R. Si Señor: quando el dividendo y divisor acaban en ceros, ó quando solo termina en ceros el divisor.

110 *P.* ¿Qué hay que hacer quando el dividendo y divisor acaban en ceros?

R. Borrar en ambos tantos ceros como hay en el que ménos. Por exemplo: quiero dividir 36000 por 500, borraré en cada uno de estos números dos ceros, porque dos ceros son los que tiene solamente el divisor 500, y quedan los números, con que se ha de executar la division, reducidos á 360 y 5, y dividiendo 360 por 5 resulta por quociente 72, que es el que hubiera salido de dividir 36000 por 500.

Otro exemplo: si quisiera dividir 800000 por 27000, borraria en ambos números tres ceros, y estaria reducida la operacion á dividir 800 por 27, que da por quociente $29\frac{17}{27}$.

111 *P.* ¿Qué hay que hacer quando los ceros esten al fin del divisor?

R. Entónces no se borran los ceros, sino que se separan con una especie de media luna de esta forma (____, y se separan tambien en el dividendo tantos guarismos como ceros hay en el divisor, se executa la operacion con los demas guarismos que quedan á la izquierda; y luego al poner la resta que quede se deben añadir los guarismos separados en el dividendo á la resta, y debaxo de la raya se pone todo el divisor; y si no queda resta se ponen los guarismos separados en el dividendo á la derecha del quociente con la raya y todo el divisor debaxo.

Primer exemplo: si tuviera que dividir 45426 por 300, colocaría los números como se ha dicho (97) en esta forma:

```
45426 | 300
      |-----
```

Despues, advirtiendo que el divisor termina en dos ceros, los separaré, y separaré tambien los dos guarismos últimos del dividendo de este modo:

```
4,5,4,(26   | 3 (00
 15         |---------
 004        | 151 126/300
  126
```

Haré la division del 454 por 3, y al lado de la resta 1 baxo los guarismos separados, pongo todo esto á la derecha del quociente con la raya y todo el divisor debaxo, con lo que tengo el quociente $151\frac{126}{300}$.

Segundo exemplo: si quisiera dividir 3765307 por 5000, executaria la operacion como aquí se ve:

```
37,6,5,(307 | 5 (000
 026        |----------
  015       | 753 307/5000
   00
```

Y como al fin no queda ninguna resta, pongo los guarismos separados en el dividendo á la derecha del quociente con la raya y todo el divisor debaxo, como allí se presenta.

112 *P.* Quando el divisor es la unidad seguida de ceros ¿no hay ninguna abreviacion?

R. Si Señor: en este caso no se necesita hacer la operacion, pues desde luego se tiene el quociente por esta regla: sepárense ó considérense mentalmente separados en el dividendo tantos guarismos hácia la derecha como ceros hay detras de la unidad, y los demas guarismos que queden expresarán el quociente, á cuyo lado se deberán poner los guarismos separados con la raya y el divisor debaxo.

Primer exemplo: si quiero dividir 12523 por 100, considero separados mentalmente los dos ultimos guarismos 23 del dividendo, y los otros 125 expresan el quociente á cuyo lado se deben poner los guarismos separados con la raya y todo el divisor debaxo, y el verdadero quociente será 125 $\frac{23}{100}$.

Segundo exemplo: si quisiera dividir 8376253 por 1000, hallaria el quociente 8376 $\frac{253}{1000}$.

113 *P.* ¿Baxo quántos aspectos se presentan en la sociedad las questiones que conducen á la operacion de dividir?

R. Baxo cinco: primero, quando claramente se dice que se quiere buscar las veces que un número está contenido en otro, ó de quantos números como uno dado se compone otro tambien dado; segundo, quando hay que repartir entre varias personas cierto número de cosas; tercero, quando se quiere dividir un número en partes iguales, ó tomar una parte de un número; quarto, quando conociendo el valor de muchas unidades se quiere averiguar el de una; y quinto, quando se quieren reducir unidades de especie inferior á unidades de especie superior.

114 *P.* ¿Qué hay que hacer en el primer caso?

R. Dividir el mayor numero por el menor.

115 *P.* ¿Y en el segundo, qué es quando hay que repartir varias cosas entre cierto número de personas?

R. En este caso se divide el número de las cosas por el de las personas.

Primer exemplo: un padre que tiene 8 hijos ha dado al mayor 56 manzanas para que las reparta entre sus hermanos; trata de saber las manzanas que debe dar á cada uno: para esto no tiene que hacer mas que dividir el 56 por el 8, y el quociente 7 indica el número de manzanas que debe dar á cada uno.

Segundo exemplo: un padre al morir ha dexado en haciendas, alhajas, casas &c. 2359367 reales, se trata de saber quánto corresponde á cada uno de sus 9 hijos. Para esto no hay mas que dividir el número 2359367 por el número de hijos, que son 9, y en el quociente $262151 \frac{8}{9}$ se hallará el número de reales que corresponde á cada uno.

116. *P.* ¿Qué hay que hacer para dividir un número en partes iguales, ó tomar una parte de un número, como la mitad, tercio &c.?

R. Dividir el número dado por el que expresa las partes en que se ha de dividir, ó la parte que se quiere tomar.

Primer exemplo: si se quiere dividir en 5 partes iguales el número 4625, no hay mas que dividir el 4625 por 5, y en el quociente 925 se tiene el valor de una de estas partes.

Segundo exemplo: se quiere tomar la duodécima parte del número 8563015; para esto no hay mas que dividir 8563015 por 12, y en el quociente $713584 \frac{7}{12}$ se tendrá la duodécima parte del número propuesto.

117. *P.* ¿Qué hay que hacer para hallar el valor de una unidad quando se conoce el de muchas?

R. Dividir el valor de dichas unidades por el número de ellas, y el quociente será el valor de una. Por exemplo: sabiendo que 25 varas de paño han costado 750 reales; para averiguar á como ha costado la vara, dividiré el valor de todas las varas, que es 750, por el número de ellas que es 25, y en el quociente 30 tendré el valor de la vara, por lo que diré que cada vara de paño costó 30 reales.

118. *P.* ¿Cómo se reducen las unidades de especie inferior á unidades de especie superior?

R. Dividiendo las unidades de especie inferior que se dan, por el número que expresa las veces que la unidad de especie inferior cabe en la de especie superior. Por exemplo: si quiero reducir 8536 maravedises á reales, dividiré los 8536 maravedises por 34, porque el real teniendo 34 maravedises contiene al maravedí 34 veces, y en el quociente $251 \frac{2}{34}$ tengo los reales que componen; pero en estos casos no se pone la resta á la derecha del quociente con la raya y el divisor debaxo, sino que se dexa conservándole el nombre que tenia el dividendo de que provino; de modo que en vez de decir que componen 251 reales y *dos treinta y quatro avos de real*, se dice que componen 251 reales y 2 maravedises.

Otro exemplo: si quiero averiguar quantas arrobas componen 800 libras, dividiré 800 por 25, porque la arroba se compone de 25 libras, y en el quociente 32, hallo que componen las 800 libras 32 arrobas.

119. *P.* Quando se quieren reducir unidades de especie inferior á unidades de especie superior, y entre estas y aquellas hay otras unidades intermedias, ¿qué es mejor, hacerlo de una vez, ó ir sucesivamente reduciendo las unidades de especie infe-

rior á las inmediatamente superiores, y luego estas á las que siguen, y así de unas en otras hasta llegar á la especie superior á que se quieren reducir?

R. Mejor es irlas reduciendo sucesivamente á las unidades de especie inmediatamente superior, porque ademas de la dificultad que hay en conservar las unidades de especie inferior que componen á la superior quando hay una ó dos unidades intermedias, se reune por otra parte la ventaja de que queden expresadas las restas en unidades de la especie que corresponde.

Primer exemplo: si quisiera reducir 8530065 maravedises á doblones, en vez de dividir este número de maravedises por 2040, que expresa las veces que el maravedí está contenido en el doblon, ó los maravedises de que se compone el doblon; dividiré primero por 34 para reducirlos á reales; los reales que me resulten los dividiré por 15 para reducirlos á pesos, y finalmente estos pesos los dividiré por 4 para reducirlos á doblones, y tendré en este último quociente junto con las restas anteriores los doblones, pesos, reales y maravedises que hay en el número propuesto. La operacion se executa como aquí se ve:

```
maravedises
85,3,0,0,6,5,|34
173          |__________
00300        |25,0,8,8,4, r.s|15
  0286         100           |__________
   0145        0108          |16,7,2,5,p.s|4
    009         0038          007         |_____
                 084           32         |4181 d.s
                  09           005
                                1
```

Primero divido por 34, y saco 250884 reales, y quedan de resta 9 maravedises, de los que no haré caso hasta lo último; despues divido este número de reales por 15, y saco 16725 pesos con 9 reales de resta; divido luego este número de pesos por 4, y saco 4181 doblones, quedando un peso de resta, de manera que teniendo ahora presentes todas estas restas, diré que 8530065 maravedises componen 4181 doblones, 1 peso, 9 reales y 9 maravedises.

Segundo exemplo: si quisiera reducir 800000 adarmes á quintales, executaria la operacion como aquí se ve:

adarmes.
80,0000 | 16
00 | 50,0,0,0, onz.s | 16
020 | 31,2,5, l.s | 25
040 | 062 | 12,5, a.s | 4
080 | 125 | 001 | 31 q.s
00 | 000

Primero divido por 16, que son los adarmes que tiene una onza, y saco 50000 onzas, y aquí observo de paso que como en el 80 estaba contenido el 16 un número exâcto de veces, y no queda resta ninguna, es excusado el baxar los ceros siguientes, y así en casos como este no hay mas que añadir al quociente tantos ceros como falten baxar, que aquí son quatro; despues divido por 16 el número 50000 de onzas que me han resultado para reducirlo á libras, y saco 3125 libras; divido este número por 25, y saco 125 arrobas; y finalmente dividiendo este número de arrobas por 4, saco 31 quintales, y queda 1 arroba, por lo que digo que en los 800000 adarmes hay 31 quintales y 1 arroba.

120 *P.* ¿No hay medios para averiguar si las operaciones de multiplicar y dividir estan bien executadas?

R. Si Señor: la operacion de multiplicar se prueba partiendo el producto por uno de los factores, y si sale por quociente el otro factor es señal de que se executó bien la multiplicacion; pero como la division es mas complicada que la multiplicacion, y está mas expuesta á equivocaciones, por eso esta prueba casi nunca se executa por ser mas fácil no solo el repasar la multiplicacion hecha, sino aun el volverla á executar de nuevo.

121 *P.* Y la operacion de dividir ¿cómo se prueba?

R. Multiplicando el divisor por el quociente, y añadiendo á este producto la resta que quedó en la division, debe resultar el dividendo si la division está bien hecha, y si no resulta, no lo estará. Esta operacion sí conviene probarla, porque la multiplicacion del divisor por el quociente es mas fácil que el volver á executar la division, y aun que el repasarla. Y así, para averiguar si la division executada en el primer exemplo de la division abreviada (108) en que el dividendo era 375271, el divisor 583, el quociente 643 y la resta 402, no haré mas que multiplicar el divisor 583 por el quociente 643, lo que me dará el producto 374869, que despues de añadirle la resta 402 se convierte en 375271, que siendo igual con el dividendo manifiesta que está bien executada la division.

122 *P.* ¿Se debe usar del medio de las pruebas en las Oficinas en que es indispensable practicar con celeridad las operaciones para despachar los negocios?

R. No Señor: en primer lugar porque podria salir bien la prueba y no estar bien executada la operacion, á causa de haberse compensado los errores; lo segundo porque se tardaria mucho en executar la prueba, y no se podrian despachar los asuntos que ocurriesen.

123 P. ¿Pues de que medio se usa para precaver las equivocaciones, y executar con presteza las operaciones que ocurran?

R. Se ponen dos oficiales igualmente diestros, y executa cada uno de por sí la cuenta que se presenta; lee uno el resultado, y si es el mismo no habrá equivocacion. Sin embargo en operaciones demasiado complicadas es insuficiente aun la conformidad de dos personas, y la experiencia ha probado que era necesaria la conformidad de quatro personas para tener una confianza perfecta en los resultados de las operaciones mayores que se han necesitado executar.

CAPITULO VI.

De los quebrados.

124 P. ¿Qué son estas restas que se han puesto á la derecha del quociente en las mas de las divisiones?

R. Son números; y estos números se llaman *quebrados* ó *fracciones* por oposicion á todos los que se han considerado hasta aquí que se llaman *enteros*.

125 *P.* ¿Y no pueden resultar los *números quebrados* si no de operaciones de dividir?

R. No Señor: pues aunque se pueden considerar desde luego, comparando la unidad con la pluralidad ó muchedumbre (2), sin embargo esto en substancia es lo mismo que una division que no se puede executar. Por exemplo: yo veo en un parage *un* árbol, y veo tambien otros *quatro* árboles como el primero; si comparo el conjunto de todos estos árboles con la unidad ó con uno de ellos, tengo en el resultado el número cinco; pero si comparo la unidad ó uno con todos ellos, veré que este árbol es una parte de aquel conjunto que tiene cinco, ó diré que *uno* es la *quinta parte* del cinco, y este es un número quebrado.

126 *P.* Pues de ese modo ¿en qué volveremos á subdividir el número?

R. En *entero*, *quebrado* y *mixto*; entero es el que se compone ó consta de unidades; *quebrado* el que se compone ó consta de partes de la unidad; y el *mixto* el que se compone de entero y quebrado, ó el que consta de unidades y partes de la unidad.

127 *P.* ¿Qué se necesita hacer para conocer bien lo que es un quebrado?

R. Considerar el número de partes en que se divide la unidad, á cuyo número se llama *denominador*, y el número que expresa las partes de estas que se toman, el qual se llama *numerador*. Por exemplo: quando yo digo que me han dado las *tres quartas partes de una manzana*, para saber bien lo que me han dado necesito considerar la manzana dividida en quatro partes iguales, y que de estas quatro partes iguales me han dado tres; en este caso el denominador es el *quatro*, y el numerador el *tres*, porque quatro indica las partes en que se debe considerar dividida la manzana, y el tres indica las partes que se toman.

128 *P.* ¿Cómo se escribe un quebrado?

R. Escribiendo el numerador, debaxo una raya, y debaxo de la raya el denominador; así en el exemplo anterior *tres quartas partes de manzana* se escribe $\frac{3}{4}$ *de manzana*; y si solo hubiera dicho *tres quartos* siendo qualquiera la unidad, tendria $\frac{3}{4}$.

129 *P.* ¿Cómo se leen los quebrados?

R. Del modo que se ha dicho (90 exemplo segundo) se deben leer las restas de la division: es decir, que se lee el numerador con los nombres numerales absolutos, y el denominador con los numerales partitivos si no llega á 10, y con los numerales absolutos si llega ó pasa de 10; pero añadiendo despues la partícula *avos*. Por exemplo: $\frac{7}{9}$ se lee *siete novenos*: $\frac{3}{10}$ se lee *tres diez avos*; $\frac{15}{57}$ se lee *quince, cincuenta y siete avos*.

130 *P.* ¿Cómo se llaman el numerador y el denominador juntos?

R. Se llaman *términos* del quebrado.

131 *P.* ¿En quantos casos no se altera el valor de un quebrado?

R. En dos: quando sus dos términos se multiplican, ó se parten por un mismo número. Por exemplo: el quebrado $\frac{4}{8}$ es el mismo que $\frac{8}{16}$ y que $\frac{1}{2}$, aunque el $\frac{8}{16}$ resulta de multiplicar los dos términos del $\frac{4}{8}$ por 2, y el $\frac{1}{2}$ de dividirlos por 4.

132 *P.* ¿Quántas cosas estan fundadas en esta proposicion?

R. Dos: la reduccion de los quebrados á un mismo ó comun denominador, y su simplificacion.

133 *P.* ¿Qué hay que hacer para reducir los quebrados á un comun denominador?

R. Multiplicar los dos términos de cada quebrado por el producto de los denominadores de los demas; en este caso no se altera el valor de ningun quebrado, porque sus dos términos se multiplican por un mismo número, y sale el mismo denominador en todos, porque todos resultan de la multiplicacion de los denominadores de todos los quebrados. Por exemplo: si quiero reducir á un comun denominador los quebrados $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$ los pondré así: multiplicaré los dos términos del $\frac{2}{3}$ por 5, que es el denominador del otro quebrado, diciendo:

$$\frac{2}{3} \qquad \frac{4}{5}$$
$$\frac{10}{15} \qquad \frac{12}{15}$$

2 por 5 son 10, que pongo por numerador del nuevo quebrado debaxo de su correspondiente $\frac{2}{3}$, tiraré la raya, y diré: 3 por 5 son 15, que pondré debaxo de la raya; paso al segundo quebrado $\frac{4}{5}$, y digo: 4 por 3 son 12, que pongo debaxo del $\frac{4}{5}$; tiro la raya, y despues pongo debaxo 15, producto de 3 por 5, con lo que tengo los quebrados $\frac{10}{15}$, $\frac{12}{15}$, que son iguales cada uno con su correspondiente, y que tienen un mismo denominador.

Si los quebrados fuesen......... multiplicaria los dos términos del primero $\frac{3}{4}$ por 15, producto

$$\frac{3}{4} \qquad \frac{2}{3} \qquad \frac{4}{5}$$
$$\frac{45}{60} \qquad \frac{40}{60} \qquad \frac{48}{60}$$

de 3 por 5, que son los denominadores de los demas, y tendria que el primer quebrado se convertia en $\frac{45}{60}$. Pasaria al segundo, que es $\frac{2}{3}$, cuyos términos los multiplicaria por 20, producto de 4 y 5 denominadores de los demas, y se convertiria en $\frac{40}{60}$. Y luego los dos términos del tercero, que es $\frac{4}{5}$, los multiplicaria por 12 producto de 3 y 4, que son los denominadores de los demas, lo que da $\frac{48}{60}$, con lo que tengo los tres quebrados $\frac{45}{60}$, $\frac{40}{60}$, $\frac{48}{60}$, que son iguales con los primitivos, y que tienen un mismo denominador, que era lo que se pedia.

134 *P.* ¿Se puede abreviar algo esta reduccion de quebrados á un mismo denominador?

R. Si Señor: porque en punto á los denominadores no se necesita mas que multiplicarlos una vez entre sí.

135 *P.* ¿Cómo me dareis la regla general para que no haya que hacer mas ni ménos de lo que se necesite?

R. De este modo: se multiplicará cada numerador por el producto de los denominadores de los demas, y se tendrán de este modo los numeradores de los quebrados que han de quedar reducidos á un mismo denominador; y para encontrar el denominador se multiplicarán entre sí los denominadores. Así en el exemplo antecedente para reducir los quebrados $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ á un comun denominador, no haré mas que multiplicar el numerador 3 del primero por 15, producto de 3 y 5, y tendré 45; para hallar el numerador del segundo, multiplicaré su numerador 2 por 20, producto de 5 y 4, y tendré 40; para el tercero multiplicaré su numerador actual 4 por 12 producto de 4 y 3, que son los denominadores de los demas, y tendré 48; para hallar el denominador comun, multiplicaré todos los denominadores entre sí diciendo: 4 por 3 son 12, 12 por 5 son 60, y poniendo 60 por denominador á los numeradores 45, 40 y 48 tendré los quebrados $\frac{45}{60}$, $\frac{40}{60}$, $\frac{48}{60}$, que son iguales con los primitivos, y tienen un mismo denominador.

Otro exemplo: si se practicase esta regla con los quebrados $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{3}$, despues de reducidos á un comun denominador serian $\frac{72}{120}$, $\frac{60}{120}$, $\frac{90}{120}$, $\frac{40}{120}$.

136 *P.* De quebrados que tienen un mismo denominador ¿quál es mayor?

R. El que tiene mayor numerador, como en $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{5}$, que el mayor es el $\frac{4}{5}$.

137 *P.* ¿Y de quebrados que tienen un mismo numerador?

R. Es mayor el que tiene menor denominador, como en $\frac{3}{6}$ y $\frac{3}{8}$, que es mayor el $\frac{3}{6}$.

138 *P.* Y la simplificacion de los quebrados ¿en qué se funda?

R. En que un quebrado no muda de valor, aunque se dividan sus dos términos por un mismo número.

139 *P.* ¿Qué es simplificar un quebrado?

R. Buscar otro de igual valor; pero que sus términos sean mas pequeños.

140 *P.* ¿Cómo se executa esto?

R. Dividiendo sus dos términos por 2 todas las veces que se pueda, despues por 3, y luego por 5.

141 *P.* ¿Hay algun medio para conocer si un número es divisible por 2, por 3 ó por 5?

R. Si Señor: todo número cuyo último guarismo es 0, ó guarismo par, se puede dividir por 2, como el 14, que terminando en 4 da á entender que se puede dividir exâctamente por 2, y executada la division da 7 por quociente. Todo número cuyos guarismos sumados, como si expresasen unidades, den 3 ó un número que sea múltiplo de 3, se podrá dividir exâctamente por 3; así el 15, como 1 y 5 son 6, y 6 es múltiplo de 3, esto es, está contenido el 3 en 6 un número exâcto de veces, da á entender que el 15 es divisible por 3, y executada la division sale por quociente 5. Lo mismo sucede con el número 237, porque 2 y 3 son 5, y 7 son 12, y como 12 es divisible por 3, se infiere que el 237 tambien es divisible por 3. Del mismo modo se sacaria que los números 225, 4536, 273126 eran divisibles por 3, y que no lo era ninguno de los siguientes 121, 482, 12592 &c. Todo número cuyo último guarismo sea 0 ó 5 se puede dividir por 5, como 25, 80, 87245 &c.

142 *P.* ¿Cómo me simplificareis el quebrado $\frac{96}{180}$.

R. Lo primero que advierto es que sus dos términos se pueden dividir por 2, porque el numerador acaba en 6, que es guarismo par, y el denominador en 0; dividiendo el numerador 96 por 2 sale 48, y dividiendo el denominador sale 90, de modo que tengo el quebrado $\frac{48}{90}$ del mismo valor que el primero, pero mas sencillo. Este todavía se puede simplificar mas, porque el numerador por acabar en 8, que es guarismo par y el denominador en 0, se pueden dividir ambos por 2, y executándolo tengo el quebrado $\frac{24}{45}$, que es mas sencillo: ahora advierto que el numerador se puede dividir por 2, porque acaba en 4, que es guarismo par; mas como el denominador no es divisible por 2, porque no acaba en guarismo par ni en 0, no le puedo simplificar mas dividiéndole por 2, y veré si lo puedo hacer dividiendo sus dos términos por 3. Para esto sumo los guarismos del numerador, y veo que 2 y 4 son 6, y que 6 se puede dividir por 3, por lo qual infiero que tambien será divisible exâctamente por 3 el 24; sumo los guarismos 4 y 5 del denominador, y como la suma 9 se puede dividir exâctamente por 3, infiero que el denominador tambien es divisible por 3, y executando la division de ambos términos del quebrado por 3 queda en $\frac{8}{15}$; ahora veo que el numerador no es divisible por 3 ni por 5, aunque lo es el denominador, y así no puedo simplificar mas el quebrado $\frac{96}{180}$, que queda reducido á $\frac{8}{15}$.

Otro exemplo: si tuviera el quebrado $\frac{45}{90}$, veria que por las reglas antecedentes no se podian dividir por 2 sus dos términos, y que sí se pueden dividir por 3, lo que executado queda el quebrado $\frac{45}{90}$ en $\frac{15}{30}$, cuyos términos todavía se pueden dividir por 3; y executada la division se convierte en $\frac{5}{10}$; los dos términos de este por acabar el numerador en 5 y el denominador en 0 son divisibles por 5; y executada la division queda reducido el quebrado $\frac{45}{90}$ á $\frac{1}{2}$.

143 *P.* ¿Cómo se conoce el valor de un quebrado quando sus términos son demasiado grandes?

R. En este caso para percibir su valor se divide el numerador y el denominador por el numerador, y se tendrá un nuevo quebrado igual con el dado, que tendrá por numerador la unidad, y por denominador el quociente que resulte de dividir el denominador por el numerador; si este quociente es exâcto, es decir si es un número entero, se concebirá con claridad el valor exâcto de dicho quebrado, porque estará reducido á otro, cuyo numerador es la unidad, y el denominador un número no muy grande. Si el quociente es un número mixto, no se podrá percibir con exâctitud su valor; pero se tendrán dos quebrados, entre los quales estará el valor del quebrado dado; estos quebrados serán el primero el que resulta de poner por numerador la unidad, y por denominador el quociente entero que se sacó: el segundo tendrá por numerador la unidad, y por denominador el quociente entero mas la unidad; y el quebrado dado será menor que el primero, y mayor que el segundo.

Primer exemplo: sea el quebrado $\frac{527}{2108}$, sus dos términos no se pueden dividir por 2 ni por 3, ni por 5 (141), y por consiguiente no lo podré simplificar por las reglas dadas (140). Así como está no se puede conocer su valor, porque no se puede concebir con claridad una unidad, por exemplo, una manzana, un maravedí &c. dividida en 2108 partes, y quanto valen las 527 de estas partes; por esto dividiré los dos términos del quebrado por el numerador 527, lo que no altera su valor, y le convierte en $\frac{1}{4}$, por lo que veo que dicho quebrado $\frac{527}{2108}$ equivale á la quarta parte de la unidad, y este valor se percibe muy claramente, porque todos saben figurarse bien una unidad, como una manzana, un maravedí &c. dividida en quatro partes, y conocer de este modo el valor de una de ellas.

Segundo exemplo: si el quebrado fuese $\frac{2125}{7528}$, advertiria que tampoco se puede simplificar por las reglas dadas (140); dividiendo el numerador y el denominador por el numerador 2125 se me convertirá en $\frac{1}{3\frac{1153}{2125}}$, cuyo valor tampoco le puedo conocer bien á causa del quebrado $\frac{1153}{2125}$ que se halla en el denominador; pero si le desprecio tendré el quebrado $\frac{1}{3}$, que será mayor que el $\frac{1}{3\frac{1153}{2125}}$(137), y por consiguiente mayor tambien que el $\frac{2125}{7528}$, y si en vez de despreciar el quebrado, añado una unidad al denominador 3, tendré otro quebrado $\frac{1}{4}$, que es menor que el $\frac{1}{3\frac{1153}{2125}}$ (137), y por consiguiente menor que el primitivo $\frac{2125}{7528}$; y como es muy fácil concebir lo que es la quarta parte de la unidad y la tercera parte, tambien lo es el concebir un valor mayor que el primero, y menor que el segundo; y así queda averiguado que el quebrado $\frac{2125}{7528}$ es mayor que $\frac{1}{4}$, y menor que $\frac{1}{3}$.

CAPITULO VII.

Sumar, restar, multiplicar y dividir quebrados.

144 *P.* ¿Qué operaciones se hacen con los quebrados?

R. Las mismas que con los números enteros; es decir, que se suman, se restan, se multiplican, y se parten.

145 *P.* ¿Cómo se suman los quebrados?

R. Primero se reducen á un mismo denominador, si no le tienen, despues se suman los numeradores: á esta suma se le pone por denominador el denominador comun, y si este quebrado tiene el numerador igual ó mayor que el denominador, en cuyo caso se llama quebrado *impropio*, se divide dicho numerador por el denominador para sacar los enteros que contenga.

Primer exemplo: si quiero sumar $\frac{3}{4}$ con $\frac{5}{6}$; primero los reduciré á un comun denominador por el método dicho (135), y los tendré convertidos en $\frac{18}{24}$, $\frac{20}{24}$; despues sumaré los numeradores 18 y 20, y á la suma 38 le pondré por denominador el 24, que es el denominador comun, y tengo la suma en el quebrado $\frac{38}{24}$; pero como el numerador es mayor que el denominador, este quebrado es impropio, y así para sacar los enteros que contiene, divido el numerador 38 por el denominador 24, y saco el quociente $1\frac{14}{24}$, que es un número mixto, porque se compone de entero y quebrado. Siempre que en un resultado quede un quebrado debe simplificarse lo mas que se pueda; y así, como veo que el $\frac{14}{24}$ se puede simplificar dividiendo sus dos términos por 2, lo executaré, y tendré $\frac{7}{12}$, por lo que diré que la suma de $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ es 1 y $\frac{7}{12}$.

Segundo exemplo: si quiero sumar los quebrados $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, los reduciré á un comun denominador (135), y se me convertirán en $\frac{72}{120}$, $\frac{60}{120}$, $\frac{80}{120}$, $\frac{30}{120}$; sumando los numeradores, y poniendo á la suma el denominador comun, tendré $\frac{242}{120}$, ó despues de sacados los enteros $2\frac{2}{120}$, y despues de simplificado el quebrado $\frac{2}{120}$, tendré por último $2\frac{1}{60}$.

Tercer exemplo: si quisiera sumar los quebrados $\frac{5}{7}$, $\frac{8}{9}$ y $\frac{3}{4}$, sacaria que la suma era $2\frac{89}{252}$.

146 *P.* ¿Quantos casos ocurren en la suma de quebrados?

R. Tres: sumar quebrados con quebrados, que es lo que he executado antes; sumar un entero con un quebrado, ó un quebrado con un entero; y sumar enteros y quebrados con enteros y quebrados, ó números mixtos con números mixtos.

147 *P.* ¿Cómo se suma un entero con un quebrado, ó al contrario?

R. Se multiplica el entero por el denominador del quebrado, á esto se añade el numerador, y á todo se le pone por denominador el denominador del quebrado.

148 *P.* ¿Quando se presenta la qüestion que conduce á sumar un entero con un quebrado?

R. Quando se quiere reducir un entero á la especie del quebrado que le acompaña: esto es, quando se tiene un número mixto, tal como $3\frac{2}{5}$, y se quiere saber quantos quintos componen el entero junto con el quebrado.

149 *P.* Pues de ese modo ¿qué hay que hacer para reducir un entero á la especie del quebrado, que le acompaña?

R. Multiplicar el entero por el denominador del quebrado, á esto añadir el numerador, y á la suma ponerle por dènominador el denominador del quebrado; así, para reducir el entero á la especie del quebrado que le acompaña en $3\frac{2}{5}$, multiplicaré el 3 por el 5, al producto 15 le añadiré el numerador 2 del quebrado, y á la suma 17 le pondré por denominador el denominador 5 del quebrado, y tendré en $\frac{17}{5}$ executada la operacion que se me pedia.

Otro exemplo: practicando esta operacion con el número $15\frac{5}{8}$, sacaré $\frac{125}{8}$.

150 *P.* ¿Cómo se suman los números mixtos con los números mixtos?

R. Se suman los quebrados con los quebrados, y los enteros con los enteros, teniendo cuidado de sumar con los enteros los que resulten de la suma de los quebrados.

Primer exemplo: si quiero sumar $23\frac{2}{5}$ con $12\frac{4}{5}$ y con $25\frac{3}{5}$, los pondré los unos debaxo de los otros, de modo que se correspondan los enteros debaxo de los enteros, y los quebrados debaxo de los quebrados en esta forma:

$$\begin{array}{r} (1 \\ 23\frac{2}{5} \\ 12\frac{4}{5} \\ 25\frac{3}{5} \\ \hline 61\,\cancel{\frac{9}{5}} \\ \frac{4}{5} \end{array}$$

Como aquí los quebrados tienen un mismo denominador, para sumarlos no se necesita mas que sumar los numeradores, y poner á esta suma el denominador comun, con lo qual saco de la suma de los quebrados $\frac{9}{5}$; pero en $\frac{9}{5}$ hay 1 entero y $\frac{4}{5}$, borro el $\frac{9}{5}$, y pongo debaxo el $\frac{4}{5}$; el entero 1 para que no se me olvide le coloco sobre los enteros separándolo con una media luna, para que se conozca que ha provenido de la suma de los quebrados; sumo despues los enteros, y saco 61, por lo que la suma pedida es 61 y $\frac{4}{5}$.

Segundo exemplo: si quisiera sumar los números $27\frac{3}{5}$, $6\frac{2}{3}$ y $128\frac{1}{4}$, primero tendria que reducir los quebrados á un comun denominador, porque no le tienen, y sacaria por último resultado $162\frac{31}{60}$.

151 *P.* ¿Qué hay que hacer para restar quebrados?

R. Se reducen á un comun denominador si no le tienen; despues se restan los numeradores, y á la resta se le pone por denominador el denominador comun, y se simplifica luego si se puede.

Primer exemplo: quiero restar $\frac{2}{7}$ de $\frac{4}{5}$; para esto los reduciré á un comun denominador (135), y se me convertirán en $\frac{10}{35}$ y $\frac{28}{35}$, y restando el 10 numerador del quebrado $\frac{10}{35}$ correspondiente al substrahendo $\frac{2}{7}$ del 28 numerador del $\frac{28}{35}$ correspondiente al minuendo, y poniendo á la resta 18 el denominador comun 35, tendré la resta $\frac{18}{35}$, que no se puede simplificar.

Segúndo exemplo: si quisiera restar $\frac{5}{9}$ de $\frac{12}{15}$ sacaria por resta despues de simplificada $\frac{11}{45}$.

152 *P.* ¿Quántos casos ocurren al restar quebrados?

R. Tres: restar un quebrado de otro, que acabo de manifestar cómo se executa; restar un quebrado de un entero, y restar un número mixto de otro número mixto.

153 *P.* ¿Cómo se resta un quebrado de un entero?

R. Quando hay que restar un quebrado de un entero, se le quita al entero una unidad, al lado de este entero despues de rebaxada la unidad se pone un quebrado, cuyo numerador es igual á la diferencia que hay entre el denominador y el numerador del quebrado dado, y el denominador es el mismo que el del quebrado que se da, con lo que está hecha la resta.

Primer exemplo: si quiero restar de 8 el quebrado $\frac{3}{5}$, quitando una unidad al 8 se convertirá en 7, al lado de este 7 pongo un quebrado, cuyo numerador es 2, diferencia que hay entre 5 y 3 denominador y numerador del quebrado propuesto, y cuyo denominador es 5, el mismo que el del quebrado conocido, y así la resta será $7\frac{2}{5}$.

Segundo exemplo: si quisiera restar de 23 el quebrado $\frac{15}{38}$, la resta seria $22\frac{23}{38}$.

Tercer exemplo: si quisiera restar de 95 el quebrado $\frac{47}{62}$, la resta seria $94\frac{15}{62}$.

154 *P.* ¿Cómo se resta un número mixto de otro número mixto?

R. Se resta el quebrado del quebrado, y el entero del entero; puede suceder que despues de reducidos los quebrados á un mismo denominador, si no le tienen, el quebrado del subtrahendo sea mayor que el del minuendo, y para poder restar se necesita tomar una unidad del minuendo, la qual se reduce á la especie del quebrado que le acompaña, lo que se consigue sumando el numerador del quebrado con el denominador, y á esto poniendo por denominador el comun: de este quebrado, que será impropio (145), se resta el del subtrahendo, y luégo al executar la resta con los enteros, se debe advertir que al minuendo se le ha quitado una unidad.

Primer exemplo: si quisiera restar $8\frac{3}{7}$ de $14\frac{5}{7}$ los colocaria de este modo:

Y diria, porque los quebrados tienen un mismo denominador, de $\frac{3}{7}$ á $\frac{5}{7}$ van $\frac{2}{7}$; de 8 enteros á 14 enteros van 6 enteros, y la resta es $6\frac{2}{7}$.

$$\begin{array}{r} 14\frac{5}{7} \\ 8\frac{3}{7} \\ \hline 6\frac{2}{7} \end{array}$$

Segundo exemplo: si quisiera restar $23\frac{2}{3}$ de $34\frac{1}{2}$, primero tendria que reducir los quebrados á un comun denominador, y se convertirian en $\frac{4}{6}$ y $\frac{3}{6}$; pero como el $\frac{4}{6}$ del subtrahendo es mayor que el quebrado $\frac{3}{6}$ del minuendo despues de colocados como aquí se ve:

Advierto que debo tomar una unidad del minuendo 34, y para reducirla á sextos digo 6, y 3 son 9, de $\frac{9}{6}$ quitando $\frac{4}{6}$ quedan $\frac{5}{6}$, y restando despues los enteros, quedará executada la operacion, y la resta será $10\frac{5}{6}$.

$$\begin{array}{r} 34\frac{3}{6} \\ 23\frac{4}{6} \\ \hline 10\frac{5}{6} \end{array}$$

Tercer exemplo: si quisiera restar $27\frac{7}{8}$ de $49\frac{3}{5}$, la resta seria $21\frac{29}{40}$.

155 *P.* ¿Cómo se multiplican los quebrados?

R. Multiplicando numerador por numerador, y denominador por denominador.

Primer exemplo: si quisiera multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{5}$, diria 2 por 4 son 8, 3 por 5 son 15, poniendo por numerador el producto de los numeradores, y por denominador el de los denominadores, tendré en $\frac{8}{15}$ el producto pedido.

Segundo exemplo: si quiero multiplicar $\frac{7}{9}$ por $\frac{12}{47}$, el producto será $\frac{84}{423}$.

156 *P.* ¿Quántos casos ocurren en la multiplicacion de quebrados?

R. Tres: multiplicar un quebrado por otro, que es el que acabo de explicar; multiplicar un entero por un quebrado, ó un quebrado por un entero, y multiplicar números mixtos por números mixtos.

157 *P.* ¿Cómo se multiplica un entero por un quebrado, ó un quebrado por un entero?

R. Se multiplica el entero por el numerador del quebrado, y al producto se le pone por denominador el denominador del quebrado.

Primer exemplo: si quiero multiplicar 5 por $\frac{3}{7}$, multiplicaré el 5 por 3, y al producto 15 le pondré por denominador el denominador 7 del quebrado, y tendré que el producto será $\frac{15}{7}$, que sacando los enteros, se convierte en $2\frac{1}{7}$.

Segundo exemplo: si quisiera multiplicar $\frac{5}{11}$ por 7 tendria el producto $\frac{35}{11}$, que sacando los enteros se convierte en $3\frac{2}{11}$.

Tercer exemplo: el producto de 27 por $\frac{2}{3}$ es 18.

158 *P.* ¿Qué hay que hacer para multiplicar un número mixto por otro número mixto?

R. Se reduce el entero á la especie del quebrado que le acompaña en cada uno de los factores, y despues se multiplica numerador por numerador, y denominador por denominador.

Primer exemplo: si quiero multiplicar $4\frac{2}{3}$ por $5\frac{3}{4}$, reduciré en ambos factores el entero á la especie del quebrado que le acompaña, y tendré que multiplicar $\frac{14}{3}$ por $\frac{23}{4}$, que multiplicando numerador por numerador, y denominador por denominador, tendré $\frac{322}{12}$, y sacando los enteros será $26\frac{10}{12}$, ó simplificando el quebrado, $26\frac{5}{6}$.

Segundo exemplo: si quiero multiplicar $8\frac{1}{6}$ por $3\frac{3}{4}$, sacaré despues de executadas todas las operaciones $30\frac{5}{8}$.

Tercer exemplo: si quisiera multiplicar $9\frac{11}{13}$ por $7\frac{4}{5}$, sacaria el producto $76\frac{52}{65}$.

159 *P.* ¿Qué hay que hacer para dividir un quebrado por otro?

R. Multiplicar en cruz; esto es, el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y este será el numerador del quociente; despues se multiplica el denominador del dividendo por el numerador del divisor, y este será el denominador del quociente.

Primer exemplo: quiero dividir $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{5}$; multiplicaré el numerador 3 del dividendo por el denominador 5 del divisor, y tendré en el producto 15, el numerador del quociente; despues multiplicaré el denominador 4 del dividendo por el numerador 2 del divisor, y en el producto 8 tendré el denominador del quociente, el qual será $\frac{15}{8}$, ó sacando los enteros $1\frac{7}{8}$.

Segundo exemplo: si quisiera dividir $\frac{3}{7}$ por $\frac{2}{9}$, sacaria que el quociente era $\frac{27}{14}$, ó despues de simplificado $1\frac{13}{14}$.

Tercer exemplo: el quociente de dividir $\frac{11}{17}$ por $\frac{7}{23}$ es $2\frac{15}{119}$.

160 *P.* ¿Quántos casos ocurren en la division de quebrados?

R. Quatro: dividir un quebrado por otro quebrado, que es el que acabo de considerar; dividir un entero por un quebrado; dividir un quebrado por un entero; y finalmente dividir un número mixto por otro número mixto.

161 *P.* ¿Cómo se divide un entero por un quebrado?

R. Se multiplica el entero por el denominador del quebrado, á esto se le pone por denominador el numerador del quebrado.

Primer exemplo: quiero dividir 5 por $\frac{2}{3}$; multiplicaré el entero 5 por el denominador del quebrado, que es 3, y tendré 15; á este producto le pondré por denominador el numerador 2 del quebrado, y tendré $\frac{15}{2}$, ó sacando los enteros, $7\frac{1}{2}$.

Segundo exemplo: si quisiera dividir 15 por $\frac{3}{7}$, sacaria el quociente 35.

162 *P.* ¿Cómo se divide un quebrado por un entero?

R. Se multiplica el denominador del quebrado por el entero, y queda hecha con esto la division.

Primer exemplo: si quiero dividir $\frac{3}{4}$ por 6, multiplicaré el denominador 4 del quebrado por el entero 6, y tendré por quociente $\frac{3}{24}$, que despues de simplificado se convierte en $\frac{1}{8}$.

Segundo exemplo: el quociente de dividir $\frac{10}{13}$ por 5 es despues de simplificado $\frac{2}{13}$.

163 *P.* ¿Qué hay que hacer para dividir un número mixto por otro mixto?

R. Reducir cada entero á la especie del quebrado que le acompaña, y despues executar la division como la de un quebrado por otro (159).

Primer exemplo: quiero dividir $8\frac{2}{5}$ por $3\frac{2}{7}$; primero reduciré cada entero á la especie del quebrado que le acompaña, y tendré que dividir $\frac{42}{5}$ por $\frac{23}{7}$, que para executarlo multiplicaré el numerador 42 del dividendo por el denominador 7 del divisor, y tendré 294, que será el numerador del quociente; multiplicaré despues el 5, denominador del dividendo por 23, numerador del divisor, y tendré en 115 el denominador del quociente; por lo que este será $\frac{294}{115}$, que despues de simplificado se convierte en $2\frac{64}{115}$.

Segundo exemplo: si quiero dividir $47\frac{2}{9}$ por $6\frac{3}{5}$, executando lo dicho antes sacaré por quociente el número $7\frac{46}{297}$.

Tercer exemplo: el quociente de dividir $249\frac{7}{15}$ por $32\frac{11}{23}$ es $7\frac{7631}{11205}$.

164 *P.* ¿Qué es valuar un quebrado?

R. Hallar su valor en unidades de la especie inferior á aquella á que se refiere el quebrado.

165 *P.* ¿Cómo se valúan los quebrados?

R. Se multiplica el numerador por el número que expresa las veces que la unidad en que se quiere valuar el quebrado está contenida en aquella á que se refiere el quebrado, y esto se parte por el denominador; si de la division resulta un número mixto, y hay todavía unidades de especie inferior, se hace con el quebrado del número mixto lo mismo; y así se continúa hasta que no haya mas unidad de especie inferior, en cuyo caso si queda todavía quebrado se desprecia, si el numerador no llega á ser la mitad del denominador, y se añade en vez del quebrado, una unidad á las unidades anteriores si el numerador llega ó pasa de la mitad del denominador.

Primer exemplo: quiero saber quanto valen $\frac{5}{7}$ de doblon; multiplicaré el numerador 5 por 4, que son los pesos que tiene el doblon, y el producto 20 le dividiré por 7, lo que da 2 pesos y $\frac{6}{7}$ de peso; para averiguar los reales que hay en $\frac{6}{7}$ de peso, multiplicaré el numerador 6 por 15, que son los reales que tiene un peso, y el producto 90 le dividiré por 7, y tendré 12 reales y $\frac{6}{7}$ de real; para averiguar los maravedises que hay en $\frac{6}{7}$ de real, multiplicaré el numerador 6 por 34, que son los maravedises que tiene un real, y el producto 204 lo dividiré por 7, y tendré que hay 29 maravedises y $\frac{1}{7}$ de maravedí; que como no hay unidad inferior al maravedí, y el numerador 1 no es la mitad del denominador 7 lo desprecio, y tengo que los $\frac{5}{7}$ de doblon valen 2 pesos, 12 reales y 29 maravedises.

Segundo exemplo: si quisiera hallar quanto valian los $\frac{3}{5}$ de 27 doblones, como aquí se toman por unidad los 27 doblones, que es á lo que se refiere el quebrado, para hallar los doblones que hay, multiplicaré el numerador 3 por 27, y el producto 81 lo dividiré por 5, y sacaré 16 doblones y $\frac{1}{5}$ de doblon. Para averiguar quantos pesos hay en $\frac{1}{5}$ de doblon multiplicaré el numerador 1 por 4, que son los pesos que componen el doblon; y como no puedo dividir el producto 4 por 5, digo que no hay ningun peso, y que solo hay $\frac{4}{5}$ de peso; para averiguar los reales que hay en $\frac{4}{5}$ de peso, multiplicaré el numerador 4 por 15, que son los reales que tiene un peso, y el producto 60 le dividiré por 5, y sacaré que hay 12 reales. Y como no queda resta;

infiero que $\frac{3}{5}$ de 27 doblones equivalen á 16 doblones o pesos y 12 reales.

Tercer exemplo: si quisiera averiguar quanto valian los $\frac{5}{6}$ de quintal, executando las operaciones correspondientes, hallaria que valian 3 arrobas, 8 libras, 5 onzas y 5 adarmes, porque el quebrado $\frac{2}{6}$ se debe despreciar.

166 *P.* Quando la unidad á que se refiere el quebrado es otro quebrado, ¿cómo se hace la valuacion?

R. Entónces vienen seguidos dos quebrados separados con la preposicion *de*, y lo primero que se debe hacer es reducirlos á un quebrado solo, multiplicando los numeradores entre sí, y despues los denominadores; luego se valúa este quebrado por las reglas dadas antes (165).

Primer exemplo: quiero averiguar quanto valen los $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de una vara. Primero reduciré los dos quebrados á uno solo diciendo: 2 por 4 son 8, 3 por 5 son 15, con lo que tengo ya reducida la expresion á $\frac{8}{15}$ de vara. Averiguando ahora el valor de $\frac{8}{15}$ de vara, encuentro que es 1 pie, 7 pulgadas, 2 líneas y $\frac{2}{5}$ de línea.

Segundo exemplo: $\frac{3}{8}$ de $\frac{16}{21}$ de quintal valen 1 arroba, 3 libras, 9 onzas y 2 adarmes (165).

167 *P.* ¿Cómo se llaman estos números en que hay dos ó mas quebrados separados entre sí con la preposicion *de*?

R. Se llaman *quebrados de quebrados*, y se reducen á uno solo, multiplicando entre sí todos los numeradores, y despues todos los denominadores; y luego si se quiere valuar, se executa por los medios dichos (165).

Primer exemplo: si quiero averiguar quanto valen los $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ de $\frac{2}{5}$ de una arroba, primero reduciré el quebrado de quebrado á quebrado simple, multiplicando los numeradores 2, 5, 2, lo que da 20, y tambien los denominadores 3, 6, 5, lo que da 90, por lo que digo que está reducida la qüestion á encontrar el valor de $\frac{20}{90}$ de arroba, ó de $\frac{2}{9}$ de arroba, simplificando el quebrado $\frac{20}{90}$; continuando la operacion hallo que $\frac{2}{9}$ de arroba, ó $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ de $\frac{2}{5}$ de arroba equivalen á 5 libras, 8 onzas, 14 adarmes y $\frac{2}{9}$ de adarme, que desprecio.

Segundo exemplo: $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de $\frac{5}{6}$ de $\frac{1}{2}$ de doblon equivale á 13 reales, 11 maravedises y $\frac{1}{3}$ de maravedí.

CAPITULO VIII.

De las decimales.

168 *P.* ¿Se podria excusar la doctrina de los quebrados de que se ha tratado en los dos capítulos anteriores?

R. Si Señor: usando de los quebrados ó fracciones decimales.

169 *P.* ¿Qué vienen á ser los quebrados decimales?

R. Son quebrados que tienen por denominador la unidad seguida de uno, dos, tres ó un número qualquiera de ceros.

170 *P.* ¿Cómo se conocerá lo que vienen á ser estos quebrados?

R. Concibiendo la unidad dividida en diez partes, que cada una de estas partes se llama *décima* de la unidad; concibiendo despues cada décima dividida en diez partes, que se llaman *centésimas;* concibiendo cada centésima dividida en otras diez partes, que se llaman *milésimas;* cada milésima en otras diez, que se llaman *diezmilésimas;* cada diezmilésima en diez *cienmilésimas;* cada cienmilésima en diez *millonésimas;* cada millonésima en diez *diezmillonésimas;* y así en adelante *cienmillonésimas, milmillonésimas* &c.

171 *P.* Estos quebrados ¿cómo se escriben?

R. Del mismo modo que los números enteros, poniendo á la derècha de las unidades, las décimas, á la derecha de estas, las centésimas, despues las milésimas, luego las diezmilésimas, cienmilésimas, millonésimas, diezmillonésimas &c.

172 *P.* ¿Cómo se conoce el guarismo que expresa las unidades?

R. Poniendo detras de él, esto es, entre las unidades y las décimas una coma, y si no hay unidades se pone o antes de la coma para que ocupe el lugar de las unidades. Por exemplo: si quiero expresar *treinta y dos unidades* y *quatro décimas,* escribiré así: 32,4; y la coma da á entender que el guarismo 2 expresa las unidades, y el 4 las décimas; si solo hubiera querido escribir *quatro déci-*

mas, hubiera puesto 0 en el lugar de las unidades, y tendria escritas las *quatro décimas* de este modo: 0,4.

173 *P.* ¿Qué utilidad traen estos quebrados?

R. El que sus operaciones se hacen del mismo modo que las de los enteros, porque segun se ha visto siguen la misma ley cada unidad de ir siendo de diez en diez veces menor, contando de izquierda á derecha, ó diez veces mayor contando de derecha á izquierda.

174 *P.* ¿Me podreis poner á la vista para qué clase de unidades está destinado cada lugar?

R. Si Señor: porque no tengo que hacer mas que presentar un número qualquiera de cifras ó guarismos, y poner al lado de cada uno el nombre de la unidad que representa segun el lugar que ocupe, en esta forma:

&c.	3	4,	5	6	5	2	9	7	0	3	5	0	0	8	7	5	2	&c.
&c.	decenas.	unidades.	décimas.	centésimas.	milésimas.	diezmilésimas.	cienmilésimas.	millonésimas.	diezmillonésimas.	cienmillonésimas.	milmillonésimas.	diezmilmillonésimas.	cienmilmillonésimas.	billonésimas.	diezbillonésimas.	cienbillonésimas.	milbillonésimas.	&c.

175 *P.* ¿Por qué poneis &c. á la izquierda y derecha del número?

R. Para indicar que todavía se pueden poner los guarismos que se quieran; y con esto se ve que el sistema de las decimales no es mas que una extension del de los enteros; pues así como este proporciona medios para escribir un número por grande que sea, aquel nos le proporciona para escribir un número tan pequeño como se quiera, siguiendo siempre una misma ley.

176 *P.* ¿Cómo se lee un número, ya sea decimal, ó ya se componga de entero y de decimal?

R. Del mismo modo que si fuese entero; solo que antes se necesita averiguar el nombre que se debe pronunciar al fin; para lo qual se va diciendo desde la coma á la derecha en el primer lugar *décimas*, en el segundo *centésimas*, y así sucesivamente hasta que se llegue al último guarismo, cuyo nombre se apunta para que no se olvide, si es complicado el número; y en este caso se van separando los guarismos en períodos de seis en seis, empezando de derecha á izquierda, poniendo en el primer período un 1, en el segundo un 2 &c.; y dividiendo despues cada uno de estos períodos en dos de tres guarismos con una coma, se lee como un número entero, pronunciando al fin la especie de unidades que se apuntó, ó que expresaba el último guarismo. Para que no se confundan estas comas con la primitiva, la separacion se puede hacer por arriba, poniendo la coma inversa. Por exemplo: si quisiera leer el número 8234,565297035008752, averiguaria la especie de unidades que expresaba el último guarismo 2, y hallaria por el método acabado de exponer, que expresaba *milbillonésimas*. Despues le dividiré de derecha á izquierda en períodos de seis en seis guarismos, y luego cada úno de estos en dos de tres; y haciendo la division por arriba, lo tendré preparado como aquí se ve:

$$8\;{}^{3}\;234,{}^{\backprime}565\;{}^{2}\;297{}^{\backprime}035\;{}^{1}\;008{}^{\backprime}752$$

y lo leeré así: *ocho trillones, doscientos treinta y quatro mil, quinientos sesenta y cinco billones, doscientos noventa y siete mil treinta y cinco millones, ocho mil setecientos cincuenta y dos mil billonésimas.*

Esto se puede hacer tambien leyendo primero el entero por las reglas dadas (20), y las decimales por las reglas acabadas de exponer; así el número

3470265081725,30061256357727

lo preparária del modo siguiente:

$$3\ 470,265\ 081,725{,}30\ \overset{2}{0}61'256\ \overset{1}{3}57'727$$
$$\underset{2}{}\qquad\underset{1}{}$$

que se lee: *tres billones, quatrocientos setenta mil doscientos sesenta y cinco millones, ochenta y un mil setecientos veinticinco enteros ó unidades, treinta billones, sesenta y un mil doscientos cincuenta y seis millones, trescientas cincuenta y siete mil setecientas veintisiete cienbillonésimas.*

• 177 *P.* ¿Hay algun caso en que no se altere el valor de las decimales?

R. Si Señor: quando se ponen detras de los guarismos significativos los ceros que se quieran.

• 178 *P.* ¿Y si se ponen ceros entre la coma y los guarismos significativos?

R. Entónces se hace el quebrado decimal tantas veces menor como expresa la unidad seguida de tantos ceros como se han puesto entre la coma y los guarismos significativos.

• 179 *P.* ¿Cómo se reduce un quebrado comun á quebrado decimal?

R. Al numerador del quebrado comun se le añaden tantos ceros como guarismos decimales se quieren sacar, y dividiendo despues por el denominador, no hay mas que separar de derecha á izquierda en el quociente tantos guarismos con la coma como ceros se añadiéron al numerador. Por exemplo: si quiero reducir el quebrado $\frac{9}{14}$ á uno decimal, que tenga solo dos guarismos decimales, añadiré al 9 dos ceros, y tendré 900; dividiré ahora 900 por 14, y saco 64; en este quociente debo separar dos guarismos con la coma; y como entónces no queda nada á la izquierda de la coma, necesito poner un 0, de modo que tendré 0,64, ó *sesenta y quatro centésimas*, que no es mas que un valor aproxîmado del $\frac{9}{14}$; pero cuya aproxîmacion la hubiera podido continuar tanto como hubiera querido sacando mas guarismos.

$$\begin{array}{r|l} 90{,}0, & 14 \\ \cline{2-2} 06\ 0 & 64 \\ 0\ 4 & \end{array}$$

180 *P.* ¿Es este el medio mas expedito para reducir un quebrado comun á quebrado decimal?

R. No Señor: porque es embarazoso el tener despues que saber donde se há de poner la coma, y ademas puede haber equivocacion al ir baxando los ceros.

181 *P.* ¿Pues qué otra regla me podreis dar mejor?

R. La siguiente: tómese el numerador del quebrado por dividendo, y el denominador por divisor, y divídase el uno por el otro; mas si el quebrado es propio, el denominador que aquí hace de divisor será mayor que el numerador que hace de dividendo, y por lo mismo no cabrá el divisor en el dividendo; y así se pone 0 en el quociente y detras del 0 la coma. Añádanse despues al dividendo tantos ceros como se necesiten para que el divisor esté contenido alguna vez en dicho dividendo con los ceros, y pónganse detras de la coma tantos ceros ménos uno como se añadiéron al dividendo; véase ahora quantas veces cabe el divisor en este dividendo; póngase este guarismo por quociente, multiplíquese este quociente por el divisor, y réstese del dividendo; añádase un cero á la resta, vuélvase á ver quantas veces está contenido el divisor en este segundo dividendo parcial, póngase en el quociente, multiplíquese por el divisor, réstese del dividendo, á la resta añádase otro cero, y continúese así hasta sacar los guarismos que se quieran.

Primer exemplo: quiero sacar con tres decimales el valor de $\frac{6}{13}$, executaré la operacion como aquí se ve:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 13 \\ \cline{2-2} 080 & 0,461 \\ 020 & \\ 07 & \end{array}$$

Tomo al 6 por dividendo y al 13 por divisor, veo que el 13 no está contenido ninguna vez en el dividendo 6, y por lo mismo pongo 0 en el quociente y detras la coma; ahora debo añadir al dividendo 6 los ceros que necesite para que el 13 esté contenido en él alguna vez, y advierto que es suficiente añadir un cero, porque en 60 está ya contenido el 13; como no he tenido que añadir mas que un cero, no debo poner ahora ningun cero detras de la coma, y así veré quantas veces está contenido el 13 en 60, son 4, lo pongo en el quociente detras de la coma; multiplico este quociente por el divisor, le resto del dividendo 60, y saco la resta 8. A esta resta añado un cero, veo que el 13 está contenido 6 veces en 80, pongo 6 en el quociente, multiplico por el divisor, y resto del dividendo 80; al lado de la resta 2 pongo otro cero, veo que el 13 en 20 está contenido una vez, pongo 1 en el quociente, multiplico por el divisor, y resto; del mismo modo continuaria hasta sacar los guarismos decimales que quisiese; con lo qual tengo reducido el quebrado $\frac{6}{13}$ á quebrado decimal aproximado hasta milésimas, esto es, que le falta para ser igual con el dado ménos de una milésima parte de la unidad.

Segundo exemplo: quiero reducir á quebrado decimal el $\frac{7}{832}$, executaré la operacion en esta forma:

Tomo el 7 por dividendo,	7000	832
el 832 por divisor, y como	03440	0,008413
este no está contenido nin-	01120	
guna vez en 7, pongo in-	02880	

mediatamente en el quociente cero y coma; veo quantos ceros necesito añadir al 7 para que se contenga alguna vez 832, y son tres, los pongo, y detras de la coma pongo dos ceros, esto es uno ménos de los que he tenido que añadir al dividendo; empiezo ahora la division diciendo 832 en 7000 cabe 8 veces, pongo 8 en el quociente detras de los dos ceros; multiplico por el divisor, y resto; á la resta le añado un cero, y así continuaré la division hasta sacar los guarismos que necesite, que supongo aquí que son seis, y tengo el quebrado 0,008413 que es el mismo que el $\frac{7}{832}$ con diferencia de ménos de una millonésima parte de la unidad.

182 *P.* ¿Resulta alguna vez quociente exâcto de reducir un quebrado comun á quebrado decimal?

R. Si Señor: quando el denominador no tiene otros factores que el 2 ó el 5; pero quando no sale quociente exâcto, resulta al cabo de cierto tiempo que los guarismos del quociente se repiten otra vez los mismos, y á estas fracciones se les da el nombre de *fracciones periódicas.*

Primer exemplo: si quiero reducir el quebrado $\frac{13}{25}$ á decimal, encontraré quociente exâcto, porque el denominador 25 se compone solo del producto de 5 por 5; executada la operacion como aquí se ve:
Saco exâctamente 0,52.

130	25
0050	0,52
00	

Segundo exemplo: si quiero reducir á quebrado decimal el $\frac{1}{16}$, executando la operacion como aquí se ve:
Hallo que es exâctamente 0,0625.

100	16
0040	0,0625
080	
00	

Tercer exemplo: quiero reducir á quebrado decimal el quebrado comun $\frac{6}{11}$; executo la operacion como aquí se ve:
Y advierto que se van repitiendo los guarismos 54, y por lo mismo los podré poner tantas veces como quiera. Esta fraccion

60	11
050	0,545454 &c.
060	
050	
060	
050	

0,545454 &c. se llama periódica, porque se van repitiendo los guarismos de cierto en cierto tiempo.

183 *P.* ¿Y por qué quando no resulta quociente exâcto ha de salir por precision *fraccion periódica.*

R. Porque la resta que resulta despues de hecha una division parcial siempre ha de ser menor que el divisor (101), y por consiguiente todas las restas que pueden resultar solo son tantas ménos una como unidades tenga el divisor; y así despues de puestos en el quociente tantos guarismos ménos uno como unidades hay en el divisor, la resta que resulte será una de las antecedentes, á la qual añadiendo un cero dará uno de los guarismos puestos en el quociente, y despues se irán repitiendo todos los guarismos del quociente que habia entre los dos que se repiten primero.

Primer exemplo: si quiero reducir el quebrado $\frac{2}{3}$ á decimal, advierto que la resta, como ha de ser menor que el divisor 3, solo podrá ser 2 ó 1, y así al sacar la tercera resta ya ha de volverse á repetir alguna de estas; por lo qual infiero que se volverán á repetir los guarismos del quociente; y executando la operacion como aquí se manifiesta:

Veo que el 3 cabe en 20,	20	3
que es el dividendo des-	20	0,66666 &c.
pues de haber añadido un	20	

cero, seis veces, y dexa 2 por resta, que es la misma que el dividendo, y así añadiéndole un cero se convertirá en 20, y cabrá el 3 en él otras seis veces, y dexará la misma resta, y así en adelante; por lo qual pondré los guarismos que quiera.

Segundo exemplo: si quiero reducir el $\frac{4}{7}$, lo primero que advierto es que lo ménos al sexto guarismo ya se ha de repetir alguna resta; y executada la operacion como aquí se presenta:

Sale en efecto al sexto guarismo la resta 4, que es la misma que el dividendo, y por consiguiente añadiéndole el 0 volverá otra vez el divisor 7 á estar contenido 5 veces,

40	7
050	0,571428
010	
030	
020	
060	
04	

luego 7 &c., por lo que pondré detras del quociente hallado 0,571428 tantas veces como quiera el período 571428 en esta forma:

0,571428571428571428 &c.

184 *P.* Quando la resta que se repite no es la misma que el dividendo ó numerador, ¿la fraccion es toda periódica?

R. No Señor: entónces en parte es periódica y en parte no.

Primer exemplo: si quisiera reducir la fraccion $\frac{5}{12}$ á decimal, executando la operacion como aquí se ve:

Encuentro que se repite la resta que da 6 por quociente; y así detras del

50	12
020	0,416666 &c.
080	
08	

0,416 podré poner las veces que quiera el 6, porque si á la resta 8 le añado 0, volverá á caber seis veces el divisor, y dexará la misma resta; y así tendré la fraccion 0,416666 &c., que en parte es periódica, y en parte no.

Segundo exemplo: si reduzco á decimal el quebrado $\frac{137}{275}$, sacaré 0,4981818181 &c.

185 *P.* Dada una fraccion decimal ¿se puede encontrar el quebrado comun de donde provino?

R. Si Señor: en esto pueden ocurrir tres casos:

primero, que la fraccion decimal no sea periódica; segundo, que lo sea; y tercero, que en parte sea periódica y en parte no.

186 *P.* ¿Cómo se pone en forma de quebrado comun una fraccion decimal quando no es periódica?

R. Se le pone por numerador los guarismos significativos, y por denominador la unidad seguida de tantos ceros como guarismos decimales hay, y despues se simplifica si se puede.

Primer exemplo: he visto (182 exemplo primero) que el quebrado decimal 0,52 ha provenido del comun $\frac{13}{25}$; si quiero venir en conocimiento de este por medio de aquel, le pondré por numerador los guarismos significativos del 0,52, y por denominador la unidad seguida de dos ceros, porque hay dos guarismos decimales, con lo qual tengo el quebrado $\frac{52}{100}$, que despues de simplificado dividiendo sus términos dos veces de seguida por 2, se convierte en $\frac{13}{25}$, que es el mismo que produxo al 0,52.

Segundo exemplo: si quisiera averiguar de donde provenia el quebrado 0,367, diria que era de $\frac{367}{1000}$, que no se puede simplificar.

Tercer exemplo: si quisiera averiguar de que quebrado comun provenia el decimal 0,046875, hallaria despues de simplificar dividiendo por 5 todas las veces que se puede, que proviene de $\frac{3}{64}$.

187 *P.* Quando la fraccion es periódica ¿cómo se halla el quebrado de donde proviene?

R. Se pone por numerador el periodo, y por denominador tantos nueves como guarismos tiene el periodo. Si antes de empezar el periodo hubiese ceros, se pondrán en el denominador detras de los nueves tantos ceros como habia entre la coma y el periodo; luego se simplifica si se puede.

Primer exemplo: si quiero averiguar de donde proviene el 0,666 &c., pondré el 6 por numerador, y por denominador un 9, porque aquí el periodo se compone de un guarismo, y tendré $\frac{6}{9}$ que despues de simplificado se convierte en $\frac{2}{3}$, que es en efecto el que produxo (183 exemplo primero) al 0,666 &c.

Segundo exemplo: si quiero hallar el quebrado de donde proviene el 0,5454 &c., encontraré que es del $\frac{54}{99}$; que despues de simplificado, dividiendo dos veces sus dos términos por 3, se convierte en $\frac{6}{11}$, que es en efecto el que produxo al 0,5454 &c.

Tercer exemplo: si tuviera la fraccion 0,05151 &c., diría que habia provenido de $\frac{51}{990}$ ó de $\frac{17}{330}$.

188 *P.* ¿Cómo se halla el quebrado de donde proviene una fraccion decimal, que en parte es periódica y en parte no?

R. Se multiplica el número que componen los guarismos no periódicos por un número que conste de tantos nueves seguidos como guarismos tenga el periodo; á este producto se añaden los guarismos que forman el periodo, y la suma que resulte es el numerador del quebrado que se busca. El denominador se compone de tantos nueves seguidos como guarismos tiene el periodo, y detras de los nueves tantos ceros como guarismos no periódicos habia. Despues se simplifica todo lo que se puede.

Primer exemplo: quiero averiguar de donde proviene la fraccion 0,41666 &c., como aquí el periodo se compone de un solo guarismo, multiplicaré el número 41, que es el que se compone de los guarismos no periódicos por un 9, y al producto 369 le añadiré el periodo que es 6, y tendré por numerador del quebrado que busco 375. El denominador se compondrá de un solo 9, porque el periodo es de un solo guarismo, pero acompañado de dos ceros, porqué hay dos guarismos no periódicos, y así tengo el quebrado $\frac{375}{900}$, que despues de simplificado se convierte en $\frac{5}{12}$, que es en efecto el que produxo (184 exemplo primero) al 0,41666 &c.

Segundo exemplo: si quiero averiguar de donde proviene la fracccion 0,498181 &c., multiplicaré 49 por 99, al producto 4851 añadiré 81, y á la suma 4932 le pondré por denominador 9900, y tendré el quebrado $\frac{4932}{9900}$, que despues de simplificado (140) se convierte en $\frac{137}{275}$, que es en efecto el que produce al 0,4981818I &c.

Tercer exemplo: si quiero averiguar de donde proviene la fraccion 0,0520303 &c., practicando la regla hallaré $\frac{5151}{99000}$, que se convierte en $\frac{1717}{33000}$.

Quarto exemplo: el quebrado 0,4379379379 &c. proviene del $\frac{875}{1998}$.

CAPITULO IX.

De las operaciones de sumar, restar, multiplicar y dividir decimales, ya vayan acompañadas de enteros, ó ya vayan solas.

189 *P*. En las reglas que se van á dar para las operaciones de las fracciones decimales ¿influye algo el que vayan acompañadas de enteros?

R. No Señor: las reglas son las mismas en todas las operaciones haya enteros ó no los haya.

190 *P*. ¿Cómo se suman las decimales?

R. Se ponen todos los sumandos los unos debaxo de los otros de modo que se correspondan las décimas debaxo de las décimas, las centésimas debaxo de las centésimas &c., esto es, que la coma en todos los sumandos forme columna. Y despues empezando de derecha á izquierda se suman exâctamente como si fuesen enteros, teniendo cuidado de poner la coma en la suma, de modo que forme columna con las de los sumandos.

Primer exemplo: quiero sumar 8,32 con 0,7325, con 15,07, con 0,0083 y con 3,2. Pondré estos sumandos los unos debaxo de los otros de modo que la coma esté en columna como aquí se ve:

Y despues de tirada la ra-	8,32
ya empiezo por la derecha	0,7325
diciendo: 5 y 3 son 8,	15,07
pongo 8 debaxo de la ra-	0,0083
ya, y paso á la columna	3,2
siguiente, donde digo: 2	———
y 8 son 10, pongo 0, y	27,3308

llevo 1 para añadirla á la suma de la columna siguiente, en la que diré: 2 y 1 que llevaba son 3, y 3 son 6, y 7 son 13, pongo 3, y llevo 1; sigo: 3 y 1 que llevaba son 4, y 7 son 11, y 2 son 13, pongo 3, y llevo 1. Como aquí hallo la columna de las comas, pongo la coma para que no se me olvide antes de pasar á sumar los enteros, y despues de puesta digo: 8 y 1 que llevaba son 9, y 5 son 14, y 3 son 17, pongo 7, y llevo 1; 1 y 1 que llevo son 2, y de 2 no llevo nada, con lo que saco la suma 27,3308.

Segundo exemplo: si quiero sumar 47,2356 con 128,035793, con 439,5128, con 0,072 con 0,83, con 9,5 y con 15,732, executaré la operacion como he dicho, y aquí se ve:

```
  47,2356
 128,035793
 439,5128
   0,072
   0,83
   9,5
  15,732
 ----------
 640,918193
```

Tercer exemplo: si quisiera sumar 4507,21873 con 23,538, con 0,0356, con 329,8725, con 78,53, con 275,095032 y con 0,000307, executaria la operacion como he dicho, y sacaria por suma 5214,290169.

Quarto exemplo: la suma de 143,093275 con 78308,3927, con 9,810356, con 25,9003, con 0,52, con 57,293598, con 4860,23 y con 21,3469, es 83426,587129.

191 *P.* ¿Cómo se restan las decimales?

R. Del mismo modo que los enteros: poniendo el subtrahendo debaxo del minuendo, de modo que se correspondan las unidades de cada especie, esto es, que la coma del subtrahendo corresponda debaxo de la del minuendo; se tira una raya, y se resta como en los números enteros. Aquí puede ocurrir que no tengan un mismo número de guarismos decimales el minuendo y subtrahendo; si el subtrahendo tiene ménos guarismos decimales que el minuendo, lo primero que se hace es poner aquellos guarismos que tiene demas el minuendo, y luego se restan los del subtrahendo de los que quedan en el minuendo, teniendo cuidado de poner la coma en la resta que forme columna con las del minuendo y subtrahendo; si el minuendo tiene ménos que el subtrahendo, se resta el último guarismo del subtrahendo de 10, y todos los demas de 9, hasta llegar al primer guarismo del minuendo, el qual se considera con una unidad ménos.

Primer exemplo: quiero restar de 15,378 el número 3,625, pondré el subtrahendo 3,625 debaxo del minuendo como he dicho y aquí se ve:

$$\begin{array}{r} 15,378 \\ 3,625 \\ \hline 11,753 \end{array}$$

Y despues de tirada la raya, como tienen un mismo número de guarismos decimales, diré: de 5 á 8 van 3, que pongo debaxo, de 2 á 7 van 5, de 6 á 13 van 7, pongo ahora la coma, y continúo diciendo: de 13 llevo 1, 3 y 1 que llevaba son 4, de 4 á 5 va 1, y de 0 á 1 va 1, con lo que saco la resta 11,753.

Segundo exemplo: quiero restar 0,56807 de 0,87295, executaré la operacion como aquí se ve:

$$\begin{array}{r} 0,87295 \\ 0,56807 \\ \hline 0,30488 \end{array}$$

Tercer exemplo: si quisiera restar de 49,38753 el número 27,052, colocaria los números de este modo:

Y como el subtrahendo tiene ménos guarismos decimales que el minuendo, pongo debaxo de la raya los dos guarismos 53 del minuendo, que no tienen correspondientes en el subtrahendo, y despues resto diciendo: de 2 á 7 van 5, de 5 á 8 van 3, de 0 á 3 van 3, de 7 á 9 van 2, de 2 á 4 van 2; y colocando al mismo tiempo estos guarismos en sus lugares respectivos, halló que la resta es 22,33553.

	49,38753
	27,052
	22,33553

Quarto exemplo: si quisiera restar 527,38 de 1495,153647, executaria la operacion, y sacaria la resta 967,773647.

Quinto exemplo: si de 272,3578 resto 164, hallaré 108,3578.

Sexto exemplo: si de 45,32 quisiera restar 36,213574, pondria el subtrahendo debaxo del minuendo como aquí se ve:

Tiraria la raya, y como el subtrahendo tiene mas guarismos que el minuendo, diria: de 4 á 10 van 6, que pongo; de 7 á 9 van 2; de 5 á 9 van 4; de 3 á 9 van 6; ahora debo considerar al 2 del minuendo con una unidad ménos, y diré: de 1 á 1 no va nada, de 2 á 3 va 1, de 6 á 15 van 9, y de 15 llevo 1; 3 y 1 que llevaba son 4, de 4 á 4 va cero, y saco la resta 9,106426.

	45,32
	36,213574
	09,106426

Séptimo exemplo: si de 486 resto 293,50732, hallaré la resta 192,49268.

Octavo exemplo: si de 52 resto 0,072, hallaré la resta 51,928.

192 *P.* ¿Cómo se multiplican las decimales?

R. No se hace caso de la coma, se multiplican como si fuesen números enteros, y luego en el producto se separan tántos guarismos con la coma de derecha á izquierda como habia en ambos factores juntos.

Primer exemplo: quiero multiplicar 3,74 por 5,8; tomaré por multiplicador, segun dixe en la multiplicacion de los enteros (77), el 5,8 que tiene ménos guarismos, y lo pondré debaxo del multiplicando como si no estuviese la coma; de modo que aquí no importa nada el que la coma no forme columna, como aquí se ve:

Despues de tirada la raya multiplicaré el 3,74 por el 8, sin hacer caso de la coma, y saco por producto parcial 2992, que pongo debaxo de la raya; multiplico despues por 5, y	3,74 5,8 ——— 2992 1870 ——— 21,692

coloco el producto parcial 1870 un lugar mas hácia la izquierda respecto del primero; tiro despues una raya, y sumo estos dos productos parciales; y separando en la suma 21692 tres guarismos con la coma de derecha á izquierda, que son los guarismos decimales que habia en ambos factores juntos, saco el producto total 21,692.

Segundo exemplo: si quiero multiplicar 0,46 por 0,5, executaré la operacion como aquí se ve:

Multiplicaré el 46 por 5, lo que me da el producto 230; y como en este producto debo separar tres	0,46 0,5 ——— 0,230

guarismos con la coma, que son los que hay, pondré antes un cero, y tendré 0,230; pero como los ceros detras de los guarismos decimales no les aumentan ni les disminuyen (177), borraré el 0 que hay despues del 3, y diré que el producto es 0,23.

Tercer exemplo: si quiero multiplicar 0,37 por 0,2, executaré la operacion como aquí se ve: Multiplicaré el 37 por 2, y como el producto 74 no tiene mas de dos guarismos, y debo separar tres con la coma, supliré con ceros los guarismos que me falten, y tendré el producto 0,074.

$$\begin{array}{r} 0{,}37 \\ 0{,}2 \\ \hline 0{,}074 \end{array}$$

Quarto exemplo: si quiero multiplicar 27,326 por 45,3, executaré la operacion de este modo:

$$\begin{array}{r} 27{,}326 \\ 45{,}3 \\ \hline 81\,978 \\ 1366\,30 \\ 10930\,4 \\ \hline 1237{,}8678 \end{array}$$

Quinto exemplo: si quiero multiplicar 0,0062 por 0,053, executaré la operacion como aquí se presenta:

$$\begin{array}{r} 0{,}0062 \\ 0{,}053 \\ \hline 186 \\ 310 \\ \hline 0{,}0003286 \end{array}$$

Sexto exemplo: el producto de 3,2753 por 0,27 es 0,884331.

Séptimo exemplo: el producto de 568 por 0,35 es 198,8.

193 *P.* ¿No hay aquí ninguna abreviacion quando uno de los factores es la unidad seguida de ceros?

R. Si Señor: un número que lleva enteros con decimales, ó decimales solas, se multiplica por 10, corriendo la coma un lugar hácia la derecha, por

100 corriéndola dos, por 1000 corriéndola tres; y en general para multiplicar por la unidad seguida de cierto número de ceros, no hay mas que correr la coma tantos lugares hácia la derecha como ceros hay despues de la unidad. Si hubiese tantos ceros como guarismos decimales, quedaria hecha la multiplicacion con quitar la coma; y si hubiese ménos guarismos decimales que ceros despues de la unidad, seria necesario borrar la coma, y añadir tantos ceros como haya de diferencia entre el número de ceros que siguen á la unidad y los guarismos decimales. Por exemplo: si quisiera multiplicar el número 43,52367 por 100, el producto seria 4352,367; si le hubiera querido multiplicar por 10000, el producto seria 435236,7; si le hubiera querido multiplicar por 100000, el producto seria 4352367; y finalmente si le hubiera querido multiplicar por 10000000, el producto hubiera sido 435236700.

194 *P.* ¿Cómo se dividen las decimales?

R. Se añaden al dividendo ó divisor tantos ceros como se necesiten para que en ambos haya un mismo número de guarismos decimales; entónces se borra la coma, y se executa la division como la de los enteros, sin tener que hacer nada con el quociente. Despues, si la division no sale exâcta, aquella resta que se habia de poner al lado del quociente en forma de quebrado se convierte en quebrado decimal; esto es, luego que se ha baxado el ultimo guarismo se añade á la resta un cero, é inmediatamente se pone la coma en el quociente; se ve quantas veces cabe el divisor en esta resta, se pone en el quociente detras de la coma este número de veces, ó cero si no cabe ninguna vez; se multiplica por el divisor, y se resta; á la resta se le añade otro cero, se ve quantas veces está contenido el divisor, y así se continúa hasta haber sacado los guarismos decimales que se quieran.

Primer exemplo: quiero dividir 0,5 por 0,125; añadiré al dividendo 0,5 dos ceros, y se convertirá en 0,500; despues borro la coma en el dividendo y divisor, y queda reducida la operacion á dividir 500 por 125, lo que executado como se ve:

Da 4 por quociente, y digo que el 0,125 está contenido en 0,5 quatro veces.

500	125
000	4

Segundo exemplo: si quiero dividir 24 por 7,25, como el dividendo no tiene ningun guarismo decimal, le debo añadir dos ceros, y borrando la coma en el divisor, queda reducida la operacion á dividir 2400 por 725, la que executada como aquí se presenta:

2400	725
02250	3,31034
00750	
02500	
03250	
0350	

Da 3 por quociente, y dexa 225 por resta, la qual en vez de ponerla al lado del quociente 3 con la raya y el divisor debaxo, la reduciré á decimales, añadiéndole un cero poniendo la coma detras del 3, y continuando la division; para esto veo que el 725 está contenido 3 veces en 2250, pongo este 3 detras de la coma; multiplico por el divisor, y resto; á la resta 75 añado otro cero, veo que está contenido una vez el divisor, pongo 1 en el quociente, y así continúo hasta sacar los guarismos decimales que desee, que aquí supongo que són cinco.

Tercer exemplo: si quisiera dividir 246,325 por 7, añadiria al divisor 7 tres ceros, porque no teniendo ningun guarismo decimal, le faltan tres para tener los que el dividendo; borro despues la coma en el dividendo, y queda reducida la operacion á dividir 246325 por 7000, executada la operacion como aquí se ve:

```
24632,5,    |7000
03632 5     |35,189285714285714 &c.
 0132 5
  062 5
   06 5
    0 20
      060
       040
        050
         010
          030
           020
```

Saco el quociente 35, y en vez de poner la resta 1325 á la derecha del quociente con la raya y el divisor debaxo, le deberé añadir un cero, y poner la coma en el quociente; pero quando el divisor acaba en ceros, en vez de añadir un cero á la resta, se borra uno en el divisor; y así borraré un cero en el divisor, pondré la coma en el quociente, y averiguaré quantas veces el 700 está contenido en 1325, hallo que cabe una vez, pongo 1 en el quociente detras de la coma, multiplico por el divisor, y resto; borro otro cero en el divisor, y se convierte en 70, veo que está contenido 8 veces en 625, pongo 8 en el quociente, multiplico y resto; borro otro cero en el divisor, y se me convierte en 7, hallo que está contenido nueve veces en 65, pongo 9 en el quociente, multiplico y resto; y como ya no hay mas ceros en el divisor que poder borrar, añado á la resta 2 un cero, veo que en 20 está contenido 2 veces el 7, pongo 2 en el quociente, multiplico y resto; y así continúo hasta sacar los guarismos que quiera, y advierto que desde el décimo guarismo decimal se empiezan otra vez á repetir, saliendo una fraccion, que en parte es periódica y en parte no.

Quarto exemplo: si quisiera dividir 893,3 por 0,077, executaria la operacion como aquí se ve:

```
89,3,3,0,0,  |77
12 3         |11601,2987012987012987 &c.
04 63
  0 0100
     0230
      0760
       0670
        0540
         001
```

Quinto exemplo: el quociente de dividir 0,00758 por 0,0003 es 25,2666 &c.

Sexto exemplo: el quociente de dividir 0,52 por 0,753 es 0,6905.

195 *P.* ¿Hay aquí tambien abreviacion quando el divisor es la unidad seguida de ceros?

R. Si Señor: para dividir un número qualquiera que contenga decimales por la unidad seguida de cierto número de ceros, no hay mas que correr la coma tantos lugares hácia la izquierda como ceros hay despues de la unidad; y si no hay bastantes guarismos hácia la izquierda de la coma, se suplen con ceros. Por exemplo: si quiero dividir por 100 el número 452,3, ó lo que es lo mismo si le quiero hacer 100 veces menor, correré la coma dos lugares hácia la izquierda, y tendré 4,523; si le quisiera haber dividido por 1000, la hubiera corrido tres, y tendria 0,4523; y si le hubiera querido dividir por 100000 la hubiera corrido cinco lugares en esta forma: 0,004523. Si el número no tuviese decimales se separarian con la coma tantos guarismos como ceros hubiese despues de la unidad; y así dividiendo por 100 el número 585 tendré 5,85, y dividiéndolé por 10000 tendré 0,0585.

196 *P.* ¿Cómo se valúa un quebrado decimal?

R. Multiplicándole por el número que expresa las veces que la unidad en que se quiere valuar el quebrado cabe en aquella á que se refiere el quebrado. Si hay unidades de especie inferior, todavía se vuelve á multiplicar el quebrado que resulte por el número de veces que la unidad en que se quiere valúar ahora este quebrado cabe en aquella á que se refiere el quebrado; y así se continúa hasta que no haya unidades de especie inferior, y si al fin queda quebrado se desprecia si no llega á cinco décimas, y se añade en vez de él una unidad si llega ó pasa de cinco décimas.

Primer exemplo: si quiero averiguar quanto valen 0,37 de doblon; multiplicaré el 0,37 por 4, que son los pesos que tiene un doblon, y saco un ~~doblon~~ y 0,48 de ~~doblon~~, que para reducirlo á reales multiplico el 0,48 por 15, que son los reales que tiene el peso; para esto coloco el 15 debaxo del primer producto 1,48; pe-

0,37	de doblon.
4	
1,48	pesos.
15	
240	
48	
7,20	reales.
34	
6,8	maravedises.

ro no multiplicaré el entero 1, y saco 7,20 reales, que borraré el 0, y multiplicaré por 34 las 2 décimas, y saco 6,8, esto es, 6 maravedises y 8 décimas de maravedí; pero como 8 décimas es mayor que 5, diré que son 7 maravedises, y las 0,37 de doblon valdrán 1 peso, 7 reales y 7 maravedises.

Segundo exemplo: si quiero averiguar quanto valen 0,473 de quintal, executaré la operacion como aqui se ve:

Y hallaré que valen 1 arroba, 22 libras, 4 onzas, 12 adarmes y 0,8 de adarme, que como es mayor que 5 décimas, añadiré una unidad á los adarmes, y diré que son 13 los adarmes.

0,473 de quintal.
4
1,892 arrobas.
25
4460
1784
22,300 libras.
16
4,8 onzas.
16
12,8 adarmes.

Tercer exemplo: si quisiera averiguar quanto valian 0.3251 de vara, executaria la operacion como aquí se ve:

```
 0,3251 de vara.
      3
 0,9753 pies.
     12
  19506
  9753
11,7036 pulgadas.
     12
  14072
  7036
 8,4432 líneas.
```

Quarto exemplo: si quiero averiguar quanto valen 0,274 de dia, executaré la operacion como aquí se ve:

```
 0,274 de dia.
    24
  1096
  548
 6,576 horas.
    60
 34,560 min.s prim.s
    60
  33,60 minut.s seg.s
```

CAPITULO X.

De las operaciones de sumar, restar, multiplicar y dividir números denominados.

197 *P.* ¿Qué son números denominados?

R. Los que constan de unidades de diferentes especies relativas todas á un mismo género, como 7 varas, 2 pies, 5 pulgadas y 8 líneas, y 6 quintales, 2 arrobas y 7 libras. Es indispensable que todas las unidades se refieran á un mismo género: así 8 pesos y 5 varas no componen un número denominado, porque las unidades no se refieren á un mismo género ó clase, como de peso, de medida, de moneda &c.

198 *P.* ¿Cómo se suman los números denominados?

R. Se ponen todos los sumandos los unos debaxo de los otros, de modo que se correspondan las unidades de cada especie; se tira una raya, y se empieza á sumar por las de especie inferior; si la suma de estas contiene alguna ó algunas unidades de la especie superior inmediata, se guardan para sumarlas con las de la columna inmediata; se suman estas, y así se continúa.

Primer exemplo: quiero sumar 8 pesos, 3 reales y 7 maravedises, con 5 pesos, 12 reales y 23 maravedises, con 23 pesos, 7 reales y 15 maravedises, y con 1 peso, 5 reales y 3 maravedises. Colocaré todos los sumandos los unos debaxo de los otros como aquí se ve:

(1	(1	
8 ps.	3 rs.	7 mrs.
5	12	23
23	7	15
1	5	3
	28	48
38 ps.	13 rs.	14 mrs.

Tiraré una raya, y empezaré sumando los maravedises, lo que me da 48 maravedises, que pongo debaxo de los maravedises, hasta que esté bastante diestro para conservar en la memoria el resultado, y hallar los que quedan despues de sacadas las unidades que hay para la columna inmediata; veo que en 48 maravedises hay un real, y quedan 14 maravedises, borro el 48, pongo debaxo los 14 maravedises que me quedan, y el un real que llevo para sumarlo con los reales de la columna inmediata, lo pongo encima de los reales separado con una media luna, y sumo todos estos reales, lo que me da 28 reales; pero en 28 reales hay un peso, y quedan 13 reales, borro el 28, pongo debaxo los 13 reales que me quedáron, y el un peso le coloco sobre los pesos, y sumo, lo que me da 38 pesos; y por tanto digo que la suma es 38 pesos, 13 reales y 14 maravedises.

Segundo exemplo: si quiero sumar 15 quintales, 3 arrobas, 23 libras y 7 onzas, con 47 quintales, 1 arroba y 15 onzas, con 3 quintales, 5 libras y 12 onzas, y con 13 quintales, 2 arrobas, 5 libras y 2 onzas, executaré la operacion como aquí se ve:

(1	(1	(2	
15 quint.^{s}	3 arrob.^{s}	23 libras.	7 onzas.
47	1		15
3		5	12
13	2	5	2
	7	35	36
79 quint.^{s}	3 arrob.^{s}	10 libras.	4 onzas.

Tercer exemplo: si quisiera sumar 8 varas, 2 pies, 5 pulgadas y 7 líneas, con 15 varas, un pie, 8 pulgadas y 3 líneas, con 11 varas, 10 pulgadas y 8 líneas, con 3 varas, 2 pies, 6 pulgadas y 9 líneas, con 1 vara, 1 pie, 7 pulgadas y 8 líneas, executaria la operacion como aquí se presenta:

(3	(3	(2	
8 varas.	2 pies.	5 pulg.^{s}	7 líneas.
15	1	8	3
11		10	8
3	2	6	9
1	1	7	8
	9	38	35
41 varas.	0 pies.	2 pulg.^{s}	11 líneas.

199 ¿Cómo se restan los números denominados?

R. Se pone el subtrahendo debaxo del minuendo de modo que se correspondan las unidades de una misma especie; se tira una raya, y se va restando cada especie de unidades del subtrahendo de las correspondientes en el minuendo, empezando por las de especie inferior. Aquí puede ocurrir que en alguna especie haya mas unidades en el subtrahendo que en el minuendo; para poder restar en este caso, se toma una unidad de la especie inmediatamente superior, y se descompone en las de aquella especie de que se trata, se suman con las que hay, y de esta suma se restan las del subtrahendo; despues es menester tener presente en la columna inmediata que se quitó una unidad al minuendo para rebaxársela. Si en la especie inmediata de unidades no hay ninguna unidad, se pasa á tomarla de la otra, y en caso de no haberla tampoco en esta, se pasa á la otra, y así hasta llegar á una en que las haya; entónces se toma una de estas unidades, se descompone en las de especie inferior inmediata; y como con sola una de estas hay bastante para poder restar de ella, las de la especie inferior, que se trata de restar, se conciben dexadas en la columna inmediatamente inferior tantas unidades ménos una como contenia la de especie superior inmediata; esta unidad que queda se descompone en unidades de la especie inferior siguiente; y si es de estas de las que habia de restar, se executa la resta si no se dexan con el pensamiento en esta columna tantas unidades ménos una como contenia la de especie superior inmediata, y esta que queda se descompone en las que le siguen, y así se procede hasta que se llega á la columna en que se trataba de restar; lo qual executado, se pasa á las columnas siguientes, teniendo cuidado de rebaxar una unidad á aquella de que se le quitó. Esto se hará mas claro con los exemplos.

Primer exemplo: de 75 doblones, 3 pesos, 12 reales y 27 maravedises, quiero restar 12 doblones, un peso, 7 reales y 19 maravedises. Colocaré el subtrahendo debaxo del minuendo, y despues de tirada la raya, empezaré á restar por la columna de los maravedises, lo que me da 8 maravedises de resta; paso á restar los reales del subtrahendo de los correspondientes del minuendo, y hallo 5 reales de resta; paso á los pesos, y encuentro 2 pesos; y finalmente pasando á los doblones, hallo que la resta total es 63 doblones, 2 pesos, 5 reales y 8 maravedises.

75 d.^{s}	3 p.^{s}	12 rs.	27 m.^{s}
12	1	7	19
63 d.^{s}	2 p.^{s}	5 rs.	08 m.^{s}

Segundo exemplo: de 59 quintales, 2 arrobas, 23 libras, 6 onzas y 13 adarmes quiero restar 37 quintales, 3 arrobas, 15 libras, 9 onzas y 4 adarmes. Despues de colocado el subtrahendo debaxo del minuendo y tirada la raya, empiezo restando los adarmes,

59 q.^{s}	2 a.^{s}	23 l.^{s}	6 onz.^{s}	13 ad.^{s}
37	3	15	9	4
21 q.^{s}	3 a.^{s}	07 l.^{s}	13 onz.^{s}	9 ad.^{s}

y hallo 9 adarmes de resta; paso á las onzas; y como de 6 onzas no puedo restar 9 onzas, tomo una unidad de la especie superior inmediata, que es la de las libras, y como una libra tiene 16 onzas, añado á estas 16 las 6 que habia en la columna de las onzas; y tengo 22 onzas, restando ahora 9 onzas de 22 onzas, saco 13 de resta; paso á la columna de las libras, y como tomé una unidad de las libras del minuendo, para poder restar las onzas, consideraré al 23 libras con una ménos, es decir, como si fuese 22, y restando 15 de 22, saco por resta 7 libras; paso á la columna de las arrobas, veo que no se pueden restar 3 arrobas de 2 arrobas, por consiguiente tomo una unidad de los quintales, que como tiene 4 arrobas digo: 4 y 2 que tenia son 6, de 3 á 6 van 3, pongo en la resta 3 arrobas, y pasando á restar los quintales teniendo presente que he tomado uno de los del minuendo, saco por último que la resta total es 21 quintales, 3 arrobas, 7 libras, 13 onzas y 9 adarmes.

Tercer exemplo: de 29 varas y 5 líneas quiero restar 15 varas, 2 pies, 8 pulgadas y 7 líneas. Colocaré el subtrahendo debaxo del minuendo, ocupando con ceros los lugares donde no hay unidades en el minuendo conforme se ve aquí:

	2	11	
29 v.^{s}	0 pies.	0 pulg.^{s}	5 lín.^{s}
15	2	8	7
13 v.^{s}	0 pies.	3 pulg.^{s}	10 lin.^{s}

Y despues de tirada la raya, empiezo á restar por las líneas; pero como de 5 líneas no puedo restar 7 líneas, voy á tomar una unidad de la columna inmediata, mas como no las hay paso á la otra, que tampoco tiene, y así tengo que tomar una unidad de la columna de las varas; una vara tiene

3 pies; y como para restar las líneas solo se necesita un pie, dexo con el pensamiento los otros 2 pies en la columna de los pies, ó para mayor claridad pongo 2 encima del o pies; un pie, que es el que me queda, tiene 12 pulgadas, y como para restar las líneas es suficiente una pulgada, dexo las otras 11 en la columna de las pulgadas, y luego digo: 1 pulgada tiene 12 líneas, y 5 que hay en la columna de las lìneas son 17, quitando de 17 líneas, 7 líneas que hay en el subtrahendo, quedan 10 líneas; restando despues 8 pulgadas de 11 pulgadas, 2 pies de 2 pies, y 15 varas de 28 varas, porque antes quité una; saco por resta total 13 varas, o pies, 3 pulgadas y 10 líneas.

Quarto exemplo: si de 327 doblones quiero restar 258 doblones, 2 pesos, 13 reales y 27 maravedises, executaré la operacion como aquí se ve:

	3	14	34
327 dob.^{s}	o pesos.	o rs.	o mrs.
258	2	13	27
068 dob.^{s}	1 peso.	01 rs.	07 mrs.

200 *P.* ¿Cómo se multiplican los números denominados?

R. Practicando estas tres reglas: primera, se reducen el multiplicando y el multiplicador á la menor de sus especies; segunda, se multiplican entre sí estos dos números despues de reducidos; tercera, se divide el producto por el número que expresa quantas veces la unidad de especie inferior del multiplicador cabe en la mayor, y el quociente expresa el producto en las unidades de especie inferior del multiplicando, por lo que se deberán reducir á las de especie superior segun las reglas dadas (118).

201 *P.* ¿Cómo se conoce en una qüestion qual es el multiplicando?

R. De este modo: se observa de qué especie es lo que se busca, y el número que es de la especie que se busca es el multiplicando y el otro el multiplicador. Por exemplo: si quiero averiguar quanto valen 5 varas y 2 pies de una tela qualquiera á 8 pesos y 3 reales, como lo que voy á buscar son pesos y reales, diré que 8 pesos y 3 reales es el multiplicando, y 5 varas y 2 pies el multiplicador.

202 *P.* ¿Porqué no me habeis dado antes esta regla?

R. Porque no se necesita saber distinguir el multiplicando ni el multiplicador en ninguna clase de números, si no en los denominados.

203 *P.* ¿Me podreis aplicar esas reglas á algunos exemplos?

R. Si Señor: si quiero averiguar quanto valen 5 varas y 2 pies costando la vara á 8 pesos y 3 reales, reduciré primero el multiplicando y el multiplicador á la menor de sus especies, y tendré el primero reducido (87) á 123 reales, y el segundo á 17 pies; multiplico 123 por 17, y saco el producto 2091; este producto le divido por 3, que expresa las veces que la unidad de especie inferior del multiplicador cabe en la mayor, y tendré el quociente 697, que expresa los reales que valen las 5 varas y 2 pies; mas como la qüestion venia propuesta en pesos, reduciré estos 697 reales á pesos, y sacaré (118) 46 pesos y 7 reales.

Segundo exemplo: si quisiera averiguar quanto costaban 3 quintales, 2 arrobas y 7 libras de azúcar, costando el quintal 7 doblones, 3 pesos y 8 reales, reduciré el multiplicando y multiplicador á la menor de sus especies, y se me convertirán en 473 reales y 357 libras; multiplicaré estos dos números entre sí, y el producto 168861 le dividiré por 100, lo que me dará (195) 1688,61 reales, que reducidos á doblones (118) hacen 28 doblones, o pesos y 8,61 reales, que vienen á ser 8 reales y 21 maravedises.

Tercer exemplo: si quiero multiplicar 8 varas y 2 pies, por 5 varas y 1 pie, reduciré el multiplicando y multiplicador á la menor de sus especies, y tendré que multiplicar entre sí los números 26 pies y 16, lo que da el producto 416; ahora tendria que dividir por 3 este producto segun le tercera regla; pero como luego tengo que volver á dividir por 3, para que salgan reducidas á la especie superior que se daba en el multiplicando, le dividiré desde luego por el producto de 3 por 3, que es 9, y sacaré $46\frac{2}{9}$ varas; pero estas varas no son de la misma especie que las del multiplicando y multiplicador, sino que son varas *quadradas*. Estos casos en que el multiplicando y multiplicador son de una misma especie no ocurren comunmente sino en la medida de las tierras.

204 *P.* ¿Qué es quadrado?

R. Se llama quadrado de un número el producto que resulta de multiplicar dicho número por sí mismo; y por esto en el exemplo anterior he dicho que las varas eran quadradas; y así para quadrar un número no hay mas que multiplicarle por sí mismo; el quadrado de 12 es 144, porque resulta de multiplicar 12 por 12; el de 7 es 49; el de 9 es 81; el de 10 es 100 &c.

205 *P.* ¿Quántas cosas hay que hacer para dividir números denominados?

R. Tres: primero, se reduce el divisor á la menor de sus especies; segundo, se hace la division empezando por las unidades de especie superior del dividendo, y si de esta division queda alguna resta, se reduce á las unidades de especie inferior inmediata; y se añaden las unidades de esta especie que hay en el dividendo; se dividen por el divisor, y si queda alguna resta se reduce á las unidades de especie inferior inmediata, y así se continúa hasta que no haya unidades de inferior especie; tercero, despues se multiplica todo este quociente por el número que expresa las veces que la unidad de especie inferior del divisor está contenida en la mayor, teniendo cuidado de empezar esta multiplicacion por las unidades de especie inferior, para que si de esto resultan unidades de especie superior se saquen, para añadirlas al producto que resulte de la columna inmediata.

Primer exemplo: sé (203) que 5 varas y 2 pies han costado 46 pesos y 7 reales; si quiero averiguar á como ha costado la vara, no tendré mas que dividir 46 pesos y 7 reales por 5 varas y 2 pies. Aquí conozco qual es el dividendo, porque en estos casos es el de la misma especie que lo que se busca. Practico la primera regla, y se me convierte el divisor en 17 pies; ahora empiezo á dividir, y lo executo como aquí se ve:

46 pesos 7 reales.	17
12	2 pesos 11 reales.
15	3
60	8 pesos 3 reales.
12	
180	
7	
187	
017	
00	

Empiezo por los pesos, y digo: 46 entre 17 les toca á 2, que son pesos, y me quedan de resta 12 pesos, que para reducirlos á reales los multiplicaré por 15, y al producto 180 le añadiré los 7 reales que hay en el dividendo; veo que el 17 cabe en 187 once veces, y no dexa ninguna resta; ahora el quociente 2 pesos y 11 reales lo debo multiplicar por 3, que es el que expresa las veces que la unidad de especie inferior del divisor está contenida en la mayor, y saco el producto 8 pesos y 3 reales, que es en efecto el valor (203) de la vara.

Segundo exemplo: sé (203 exemplo segundo) que 3 quintales, 2 arrobas y 7 libras de azúcar han costado 28 doblones, o pesos y 8,61 reales; si quiero averiguar á como ha costado el quintal, reduciré primero el divisor 3 quintales, 2 arrobas y 7 libras á libras, y se me convierte en 357 libras; empiezo la division como aquí se ve:

28 doblones, o pesos, 8,61 reales.	357
4	0 doblones.
112	0 pesos.
0	4,73 reales.
112	1 00
15	4 73 reales.
560	
112	
1680	
8,61	
1688,61	
02606	
01071	
0000	

Y advierto que en el quociente no sale ningun doblon; reduzco los doblones á pesos, veo que tampoco sale en el quociente ningun peso; los reduzco á reales, añado los 8,61 que habia en el dividendo, y saco por quociente 4,73, reduciendo á decimales la resta 260,61 que habia quedado del quociente entero 4; este quociente 4,73 le debo multiplicar por 100, porque el quintal contiene 100 veces á la unidad de especie inferior del divisor, que es la libra, y saco 473 reales, que reducidos á doblones componen 7 doblones, 3 pesos y 8 reales, que era (203 exemplo segundo) el valor del quintal de azúcar.

206 *P.* ¿De qué otro modo se puede presentar todo número denominado?

R. Como número mixto: para lo qual se reducen todas las unidades de especie inferior á la primera, á la inferior de todas, y este es el numerador del quebrado que debe acompañar á las unidades de especie superior; despues se le pone por denominador el número que expresa las veces que la unidad de especie inferior está contenida en la mayor. Por exemplo: para poner como número mixto el número 7 doblones, 3 pesos y 8 reales; reduciré los pesos y los reales á reales, y tendré 53 reales, que será el numerador del quebrado que debe acompañar á 7 doblones; despues veo que el real cabe 60 veces en el doblon, y tendré que 7 doblones, 3 pesos y 8 reales es lo mismo que 7 doblones y $\frac{53}{60}$ de doblon. Tambien podré reducir el quebrado $\frac{53}{60}$ á decimales, y sacaré que 7 doblones, 3 pesos y 8 reales, ó 7 doblones $\frac{53}{60}$ de doblon, ó 7,8833333 &c. doblones todo es una misma cosa.

207 *P.* Las operaciones hechas con quebrados, números denominados y decimales ¿cómo se prueban?

R. Del mismo modo que las de los números enteros; la de restar sumando el subtrahendo con la resta, y la de dividir multiplicando el divisor por el quociente; las otras dos casi nunca se prueban, y así es excusado el decir como se hace.

CAPITULO XI.

De la regla de tres.

208 P. ¿Qué es regla de tres?

R. Regla de tres es la que enseña á determinar los efectos por medio de las causas, ó las causas [1] por medio de los efectos quando se conoce el enlace ó dependencia que tienen entre sí.

209 *P.* ¿De quántos modos puede ser la regla de tres?

R. De dos: *simple y compuesta*; la simple es aquella en que para determinar el efecto ó la causa que se busca no se necesita atender mas que á una sola circunstancia; y compuesta es aquella en que se necesita atender á dos ó mas circunstancias.

210 *P.* ¿De quántos modos puede ser la regla de tres simple?

R. De dos: *directa é inversa*; directa es aquella en que se trata de averiguar el efecto que produce una causa, ó la causa de que proviene un efecto quando se conoce el efecto producido por una causa de la misma especie; y la inversa es aquella en que se trata de averiguar la causa que se necesita para producir, junta con otra dada, el mismo efecto que han producido ya otras dos causas de la misma especie.

1 Quando se ve que una cosa es capaz de producir otra, á la que produce se le llama *causa*, y á la producida *efecto*. Por exemplo: desde que vemos que la cera se derrite constantemente por la aplicacion de cierto grado de calor, damos al calor el nombre de causa, y al derretirse la cera el nombre de efecto; quando un labrador siembra trigo y coge, el trigo que siembra es la causa que produce el trigo que coge, que es el efecto.

211 *P*. ¿Me podreis explicar esto con mayor claridad?

R. Si Señor, por medio de exemplos: primer exemplo: *sé que* 15 *pares de mulas han conducido de la era en un dia* 60 *cahices de trigo; si quiero averiguar quantos cahices podrán traer* 45 *pares de mulas en el mismo tiempo*, esto es *en un dia*, tengo aquí una regla de tres, que es simple, porque el número de cahices que busco sólo depende de una circunstancia, á saber, del número de pares de mulas que los han de traer; ademas es directa, porque trato de averiguar los cahices, que son el efecto, que han de producir los 45 pares de mulas, que son la causa, por medio del conocimiento que tengo del que han producido en las mismas circunstancias 15 pares de mulas. Tambien seria simple y directa la regla de tres, si viniese propuesta en estos términos: *sé que* 15 *pares de mulas han traido de la era en un dia* 60 *cahices de trigo; para traer en el mismo tiempo* 180 *cahices ¿quántos pares de mulas se necesitarán?* Porque aquí se trata de averiguar la causa, esto es los pares de mulas que se necesitan para traer los 180 cahices, que son el efecto, por medio del efecto conocido, 60 cahices, que han producido los 15 pares de mulas.

Segundo exemplo: *sé que* 15 *pares de mulas han transportado de la era en* 5 *dias* 60 *cahices de trigo, si quiero averiguar los cahices que transportarán* 45 *pares de mulas en* 12 *dias*; esta regla de tres será compuesta, porque el número de cahices que busco depende de dos circunstancias, á saber: de los 45 pares de mulas que se han de emplear, y de los 12 dias que han de estar trabajando.

Tercer exemplo: *sé que 15 pares de mulas han transportado de la era en 6 dias, 60 cahices de trigo; si quiero averiguar quantos pares de mulas se necesitan para transportar los mismos 60 cahices en 10 dias;* esta regla de tres será inversa, porque aquí tengo un mismo efecto, que es 60 cahices, para cuya produccion han concurrido dos causas, los 15 pares de mulas y los 6 dias que han trabajado, y ahora trato de determinar una de las causas, á saber, el número de pares de mulas que junta con la otra, es decir, con los 10 dias en que han de trabajar, ha de producir el mismo efecto de traer los 60 cahices de la era.

212 *P.* En una regla de tres simple ¿quántos números entran?

R. Tres: dos del supuesto, es decir, la causa y el efecto que se han de dar conocidos, y el otro número de la pregunta: como este ha de ser de la misma especie que uno de los del supuesto, á los dos números que son de una misma especie, se les da el nombre de *principales;* el otro y el que se busca se llaman *relativos;* pero como de los relativos solo se conoce uno, se llaman *número principal y su relativo,* por excelencia á los dos del supuesto, siendo el principal aquel que es de la misma especie que el de la pregunta. Por exemplo: quando quiero averiguar los cahices que transportarán 45 pares de mulas, en el supuesto de que 15 hayan transportado 60 cahices, los dos números principales son los 15 pares de mulas y los 45; los relativos, los 60 cahices, y los cahices que busco; y los que se llaman por excelencia número principal y su relativo, los 15 pares de mulas y los 60 cahices, siendo el principal los 15 pares de mulas, que es el de la misma especie que el de la pregunta.

213 *P.* ¿Cómo se resuelve una regla de tres directa?

R. Se multiplica el número relativo del supuesto por el principal de la pregunta, y esto se parte por el principal del supuesto. Y así para hallar los cahices de trigo que transportarán los 45 pares de mulas en el supuesto de que 15 hayan traido 60; multiplicaré los 60 cahices, número relativo del supuesto, por 45, que es el principal de la pregunta, y el producto 2700 le dividiré por 15, número principal de la pregunta, y en el quociente 180 tengo los cahices que transportarán los 45 pares de mulas.

214 *P.* ¿Se sirven los aritméticos de algun medio para escribir la regla de tres?

R. Si Señor: en la directa se pone el número principal del supuesto, despues dos puntos en esta forma (:), detras de estos dos puntos qualquiera de los otros dos números, que es mejor sea el principal de la pregunta, luego quatro puntos en esta forma (::), detras el otro número, luego otros dos puntos, se multiplican los dos números últimos, se parte el producto por el primero, y el quociente se pone detras de los dos últimos puntos. Así la qüestion anterior se escribe:

15 pars. de ms. : 45 pars. de ms. : : 60 cahs. : 180 cahs.

ó de este modo:

15 pars. de ms. : 60 cahs. : : 45 pars. de ms. : 180 cahs.

215 *P.* ¿Cómo se lee una regla de tres quando está escrita?

R. Donde hay dos puntos se lee *es á*, y donde hay quatro *como*. La primera de las anteriores se lee: 15 *pares de mulas es á* 45 *pares de mulas*, *como 60 cahices de trigo es á 180 cahices;* que quando no se sabe todavía lo que ha de resultar se lee: como 60 *cahices* es á *lo que salga.*

216 *P.* ¿Me podreis resolver otros exemplos de regla de tres simple directa?

R. Si Señor: primer exemplo: *un labrador ha comprado 276 reses vacunas en 97538 reales; ¿ quántas podrá comprar con 390152 reales.* Como aquí el número principal del supuesto es 97538 reales, escribiré la qüestion como aquí se ve:

97538 rs. : 390152 rs. : : 276 rs. vs. : 1104 rs. vs.

y sacaré que puede comprar 1104 reses vacunas con dichos 390152 reales.

Segundo exemplo: *un mercader ha comprado 52 piezas de paño con 7000 reales, ¿quántas podrá comprar con 5257 reales?* Executando la operacion como he dicho, sacaré que puede comprar $39\frac{364}{7000}$ piezas.

Tercer exemplo: *un labrador sembró 972 fanegas de trigo, y cogió 17523; si hubiera sembrado 2916 ¿quántas hubiera cogido?* Aquí los tres números son de una misma especie, mas no por eso se dexa de conocer los que son los principales, porque son los que expresan el trigo que se sembró, por ser la causa que produce el trigo cogido, que es el efecto; y como el principal del supuesto es 972 fanegas de trigo, executaré la regla de tres como aquí se presenta:

972 fs. de trigo : 2916 id. : : 17523 id. : 52569 id.

Quarto exemplo: *un sugeto desea saber lo que le producirán 86235 reales que va á imponer en un fondo al 5 por 100.* Aquí el número principal del supuesto es 100, porque la qüestion quiere decir *que* 100 *reales le dan de rédito al año 5 reales*, y así la operacion se executará como aquí se ve:

$100^{\text{rs.}} : 5^{\text{rs.}} :: 86235^{\text{rs.}} : 4311{,}75^{\text{rs.}}$,

ó 4311 rs. y 25,5 mrs.

Quinto exemplo: *un sugeto quiere averiguar el capital que le produce* 42321 *reales al* 3 *por* 100. Aquí el número principal es 3; y así executando la operacion, sacaré que el capital que tiene en el fondo es 1410700 reales.

Sexto exemplo: *sé que* 1728 *varas de Aragon equivalen á* 1597 *españolas*; si quiero averiguar las varas españolas que componen 5000 aragonesas, executaré la operacion como aquí se ve:

$1728^{\text{vs. de Arn.}} : 1597^{\text{es.}} :: 5000^{\text{Arn.}} : 4620{,}949^{\text{es.}}$

217 *P.* ¿Cómo se resuelve una regla de tres inversa?

R. Se multiplican los dos números del supuesto, y el producto se parte por el número de la pregunta. Por exemplo: *si quiero averiguar los pares de mulas que se necesitan para transportar en* 10 *dias el mismo trigo* (por exemplo 60 cahices) *que han transportado* 15 *pares de mulas en* 6 *dias*; multiplicaré los dos números del supuesto 15 y 6, y el producto 90 le dividiré por 10, número de la pregunta, y sacaré que solo se necesitarán 9 pares de mulas.

218 *P.* ¿Cómo se escribe una regla de tres inversa?

R. Se pone primero el número de la pregunta, dos puntos, detras uno qualquiera de los del supuesto; que convendrá sea el principal, luego quatro puntos, despues el otro numero del supuesto, y luego otros dos puntos; se multiplican los dos números últimos, esto es, el segundo por el tercero, y el producto se parte por el primero, colocando el quociente detras de los dos últimos puntos. Así el exemplo anterior lo escribiré:

10 dias : 6 dias : : 15 pares de mulas : 9 pares de mulas

219 *P.* ¿Me podreis proponer algunos exemplos de regla de tres inversa?

R. Si Señor: primer exemplo: 597 *mugeres han hilado en 16 dias 368 arrobas de lino; para hilar el mismo lino en 4 dias ¿quántas mugeres se necesitarán?* Executando la operacion como aquí se ve:

4 dias : 16 dias : 597 mugeres : 2388 mugeres

hallo que se necesitan 2388 mugeres.

Segundo exemplo: *Un labrador ha sembrado en 5 dias 257 fanegas de trigo con 127 yuntas; quiere sembrar otras tantas fanegas en 3 dias, y desea saber las yuntas que necesita.* Para esto executará la operacion como aquí se ve:

3 dias : 5 dias : : 127 yuntas : $211\frac{2}{3}$ yuntas.

y hallará que necesita 211 yuntas y los $\frac{2}{3}$ del trabajo de otra.

Tercer exemplo: *En una embarcacion hay víveres para 3 meses; á causa de una borrasca se ha alejado del puerto adonde se dirigia, y por lo mismo han de durar los víveres 5 meses; se trata de saber qué racion se ha de dar á cada uno de los que van embarcados.* Aquí el efecto que se ha de producir es la manutencion de todos los que van embarcados; y lo que se sabe es que con los víveres que hay se puede lograr esta manutencion durante 3 meses, dando á cada uno su racion regular, que se podrá llamar 1; ahora se quiere que esta manutencion se logre en 5 meses, y lo que se trata de averiguar es la otra causa de que ha de provenir dicha manutencion, á saber, la racion que se ha de dar á cada persona; y como aquí el número principal de la pregunta es 5 meses, executaré la operacion como aquí se ve:

5 $^{\text{meses}}$: 3 $^{\text{meses}}$: : 1 $^{\text{racion}}$: $\frac{3}{5}$ de racion.

Y hallo que á cada uno de los que van embarcados se les ha de dar $\frac{3}{5}$ partes de la racion que se le daba, es decir, si le daban 5 onzas de arroz, ahora se le deberán dar 3, si se le daban 5 galletas, ahora se le deberán dar solo 3, y así de las demas cosas como agua, vino &c.

Quarto exemplo: *En una plaza sitiada hay víveres solo para 15 dias; el Gobernador ha recibido una órden de su Soberano en que le dice que no se entregue, porque á los 20 dias le enviará socorro*; en este caso debe el Gobernador disminuir la racion de cada soldado, y executando la operacion como en el exemplo anterior, se hallará que á cada soldado le debe dar $\frac{3}{4}$ partes de la racion que antes.

Quinto exemplo: *la guarnicion de una plaza es de 6000; el Gobernador sospecha que le van á sitiar los enemigos, y no tiene víveres para mantener á dicha guarnicion si no 2 meses y medio; y como debe prevenirse para 3 meses lo ménos, y no tiene de donde, el recurso que debe tomar es echar soldados de la plaza, porque si les disminuyese la racion no estarian bastante robustos para resistir las fatigas de un sitio*; y así para averiguar el número de soldados que deben quedar de guarnicion, executará la operacion como aquí se ve:

3 $^{\text{meses}}$: 2 $\frac{1}{2}$ $^{\text{meses}}$: : 6000 $^{\text{soldados}}$: 5000 $^{\text{soldados}}$.

Y hallará que deben quedar solos 5000 soldados de guarnicion; los otros 1000 los enviará á otra plaza en que tengan necesidad de hombres y no de víveres.

220 *P.* ¿Cómo se resuelve una regla de tres compuesta?

R. Primero se busca lo que se desea, atendiendo solo á una circunstancia; esto que resulta se considera como el número relativo de otra circunstancia, y se determina el que debe resultar atendiendo á ella; si hay mas circunstancias, lo que resulta se considera como número relativo de ella, y así se procede hasta encontrar el que resulte de atender á todas las circunstancias.

Primer exemplo: *Si quiero averiguar los cahices de trigo que podrán transportar 45 pares de mulas en 12 dias, en el supuesto de haber traido 15 pares de mulas en 5 dias, 60 cahices;* primero averiguaré los cahices que traerian los 45 pares de mulas en el mismo tiempo, esto es en 5 dias, lo que executaré como aquí se ve:

15 $^{\text{ps. de ms.}}$: 45 $^{\text{ps. de ms.}}$: : 60 $^{\text{cahs.}}$: 180 $^{\text{cahs.}}$

Y encuentro que traerán 180 cahices; ahora diré: *en 5 dias traen 45 pares de mulas 180 cahices, en 12 dias ¿quántos traerán?* Executaré la operacion como aquí se ve:

5 $^{\text{dias}}$: 12 $^{\text{dias}}$: : 180 $^{\text{cahices}}$: 432 $^{\text{cahices}}$.

Y saco que traerán 432 cahices.

Tambien hubiera podido encontrar este resultado de una vez habiendo multiplicado el número de pares de mulas por su correspondiente de dias, porque 15 pares de mulas en 5 dias es lo mismo que 75 pares en un dia, y 45 pares en 12 dias es lo mismo que 540 pares en un dia, y así la qüestion estaria reducida á encontrar el número de cahicès que traerán 540 pares de mulas, en el supuesto de que 75 hayan traido 60; y así se resolverá la qüestion como aquí se ve:

75 ps. de ms. : 540 ps. de ms. : : 60 cahs. : 432 cahs.

Y se hallará el mismo resultado.

Segundo exemplo: *sé que 8 hombres en 10 dias, trabajando en cada dia 6 horas, han segado 500 fanegas de trigo; 4 hombres en 12 dias trabajando 9 horas al dia ¿quántas fanegas segarán?* Aquí tendré que hacer las tres reglas de tres simples siguientes:

8 hombres : 4 hombres : : 500 fanegas : 250 fanegas.

10 dias : 12 dias : : 250 fanegas : 300 fanegar.

6 horas : 9 horas : : 300 fanegas : 450 fanegas.

Y saco que segarán 450 fanegas de trigo.

Tercer exemplo: *sé que 720 hombres en 5 dias, trabajando 6 horas al dia, han hecho 600 varas de obra; para hacer las mismas varas 360 hombres, trabajando 9 horas al dia ¿quántos dias necesitarán?*

Executando la operacion como aquí se ve:

360 hombres : 720 hombres : : 5 dias : 10 dias.

9 horas : 6 horas : : 10 dias : $6\frac{2}{3}$ dias.

Saco que necesitarán 6 dias y las dos terceras partes del trabajo de otro dia.


A
M
PIE ESPAÑOL DIVIDIDO EN DEDOS Y PULGADAS.
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
C D E F B
P Q R T N
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11