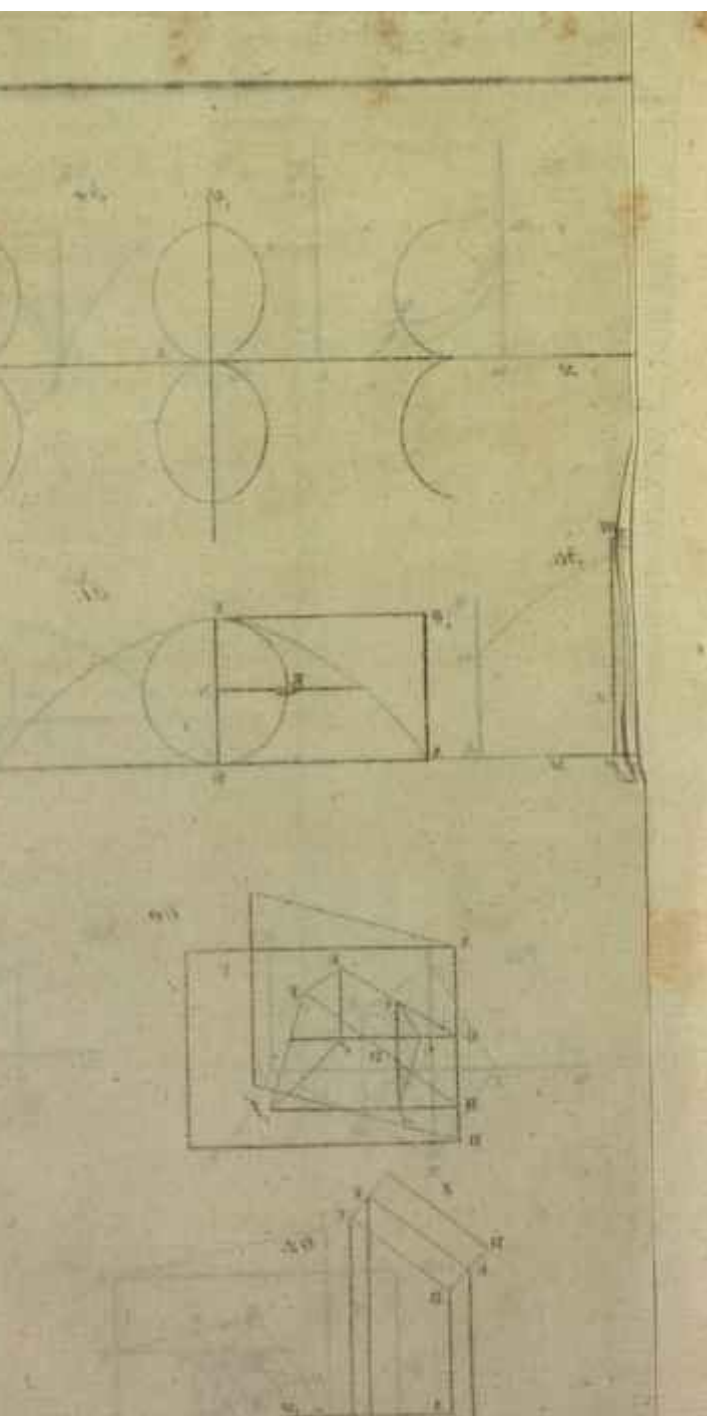




ELEMENTOS
DE TRIGONOMETRIA ESFERICA
Y

GEOGRAFIA ASTRONOMICA

PARA EL USO

DE LA CASA DE EDUCACION

SITA

EN LA CALLE DE SAN MATEO DE ESTA CORTE.

Por D. A. L.

Quidquid praecipies , esto brevis.

HORAT.

MADRID:

Imprenta de DON LEON AMARITA, plazuela de Santiago, n. 1.

1823.

ELEMENTOS
DE TRIGONOMETRIA ESFERICA
Y
GEOGRAFIA ASTRONOMICA
PARA EL USO
DE LA CASA DE EDUCACION

SITA

EN LA CALLE DE SAN MATEO DE ESTA CORTE

Por D. A. L.

Quindim principis, cito brevis
Hoc est

PROLOGO.

En un curso elemental de matemáticas puras y mistas no es posible dar á las ciencias astronómicas toda la estension que merecen. Es preciso atender á no prolongar demasiado el tiempo de la enseñanza, y dar la preferencia á los ramos en que mas generalmente desean instruirse los alumnos. Bajo este último aspecto la astronomia, que en nuestro juicio es la mas sublime de las ciencias naturales, tiene que ceder á la mecánica, á la hidráulica y á otros ramos de mas frecuente aplicacion en las carreras civiles y militares.

Mas aunque sea corto el número de los que se dedican al estudio de esta hermosísima ciencia, no hay nadie que no desee instruirse en la geografia. Pero ¿cómo se ha de enseñar la geografia sin esponer antes los principios astronómicos en que se funda? Y ¿cómo se pueden esponer estos principios sin dar demasiada estension á la enseñanza de este ramo? Este es el problema que nos hemos propuesto resolver en este tratado elemental de geografia astronómica.

No se debe enseñar nada, principalmente en las ciencias exactas, sin haber demostrado antes los fundamentos de la doctrina que se enseña: por eso juzgamos inútiles y aun dañosos los innumerables trataditos de geografia que se han impreso para enseñar esta ciencia sin nociones astronómicas; es decir, para enseñar á los alumnos á pronunciar palabras y frases cuya significacion ignoran. La enseñanza de los principios geográficos trae consigo necesariamente la esposicion de las observaciones generales de la astronomia esférica, del sistema del mundo y de las correcciones que deben intervenir en casi todos los cálculos astronómicos. Por esta razon no hemos omitido

en este tratado de geografia ninguna de las teorías astronómicas. Pero al mismo tiempo nos hemos abstenido de tocar la parte mas abstrusa y delicada de estas teorías, cual es la descripción y uso de los instrumentos astronómicos y náuticos, y las fórmulas inventadas ya para simplificar los cálculos, ya para verificar las hipótesis, ya para lograr resultados mas próximos á la verdad. Nosotros procuramos que nuestros alumnos no ignoren ninguno de los principios fundamentales de la *ciencia* astronómica; mas no nos obligamos á enseñarles la parte *artística*: esta no puede aprenderse como es debido sino en los observatorios y á bordo.

En cuanto á la descripción y division del globo terrestre hemos procurado hacerla de modo que sea útil para el estudio de la historia; por eso hemos reunido los nombres antiguos de los lugares á los modernos, y en la division de algunas monarquías, como España y Francia, hemos preferido las antiguas divisiones que son *históricas*, á las modernas que son mas propias para la ciencia administrativa, y que por otra parte son mas fáciles de comprender teniendo el mapa á la vista. Hemos usado del atlas de Lapie en nuestras esplicaciones de geografia antigua y moderna, porque reúne bajo un volumen muy corto todo lo que puede y debe enseñarse en una instruccion elemental.

Nuestro objeto ha sido poner al alumno en estado de no desconocer ninguna de las principales verdades de la astronomía; de modo, que si quiere profesar esta ciencia, no tenga que estudiar mas que su *práctica*, cuando entre en un observatorio ó en un buque. Por esta razon hemos hecho uso de todos los medios que el cálculo y la geometria sublime prestan á la astronomía para la demostracion de sus principios.

Sin embargo, con el objeto de hacer este tratado útil aun para aquellos cuyas nociones en matemáticas puras no pasan de la geometria elemental, lo hemos dispuesto de manera, que omitidas las lecciones en

que se necesitan principios mas altos, quede todavia un tratado facil de aprender con la esplikacion del maestro. En la casa de educacion, para cuyo uso se publica este tratado, no es necesaria esta precaucion. En ella se enseña la geografia astronómica al fin del tercer año de matemáticas; es decir, cuando ya los alumnos han estudiado con la debida estension el álgebra sublime, la teórica de las curvas y los cálculos diferencial é integral.

A este tratado precede la coleccion de fórmulas necesarias para la resolucion de los triángulos esféricos, deducidas todas del principio de Eulero, que redujo la teórica de estos triángulos á la del ángulo triedro.

Este tratado es el tercer tomo de nuestro curso de matemáticas puras y mistas. No tardaremos en completarlo con los elementos de mecánica é hidráulica.

[illegible]

TRIGONOMETRIA ESFÉRICA.

ARTICULO 1.º

Fórmula fundamental.

1.ª **L**LAMASE *triángulo esférico* el que forman en la superficie de la esfera tres arcos de círculo máximo que se cortan. Estos arcos son las intersecciones con la esfera de tres planos, que pasan por su centro, y que forman en él un ángulo triedro.

Los lados del triángulo esférico son los arcos, que lo forman, y miden el valor de los ángulos planos formados en el centro de la esfera.

Angulo esférico se llama el ángulo diedro formado por los planos de dos círculos máximos que se cortan.

El objeto de la trigonometria esférica es resolver este problema: *de las seis cosas, que tiene todo triángulo esférico, á saber, sus tres lados y sus tres ángulos esféricos, dadas tres determinar las otras tres.* Este problema se reduce al siguiente: *de las seis cosas que hay en todo ángulo triedro, á saber, sus tres ángulos planos y sus tres ángulos diedros, dadas tres, determinar las otras tres.*

Consecuencias. 1.ª Dos triángulos esféricos son iguales, cuando tienen sus tres lados respectivamente iguales, ó dos lados y el ángulo comprendido igual; porque dos ángulos triedros lo son, cuando tienen iguales sus tres ángulos planos, ó dos ángulos planos y el ángulo diedro formado sobre la arista comun á los dos ángulos planos.

2.^a La suma de dos lados de un triángulo esférico es mayor que el tercero: porque la suma de dos ángulos planos es mayor que el tercero, cuando los tres forman ángulo triedro.

3.^a La suma de los lados de un triángulo esférico es menor que 360° ; porque la suma de los ángulos planos que forman un ángulo sólido, es menor que cuatro rectos.

Fig. I. Si el ángulo triedro O se corta con tres planos perpendiculares á sus aristas, estos tres planos formarán otro ángulo triedro O' que se llama suplementario del dado, porque sus ángulos planos son suplementos de los diedros del primero, y sus diedros suplementos de los planos del primero.

Demost. Las dos caras BA'O' y AA'O' del nuevo ángulo triedro son perpendiculares á la cara AOB del triedro dado; pues son perpendiculares á las rectas AO, OB, que estan en el plano AOB: luego el plano AOB perpendicular á dichas dos caras será tambien perpendicular á su comun seccion O'A'; y el ángulo AA'B medirá el ángulo diedro BO'A'A. Pero en el cuadrilátero OAA'B los ángulos en A y B son rectos: luego A' es suplemento de O. Es fácil probar lo mismo de los demas ángulos planos y diedros; luego ect.

Consecuencias. 1.^a Si dos triángulos esféricos son iguales, sus suplementarios lo serán, y al contrario: porque los suplementos de arcos iguales son iguales.

2.^a Dos triángulos esféricos son iguales, si tienen sus tres ángulos iguales, ó un lado igual comprendido entre ángulos iguales; porque sus suplementarios tendrán los tres lados iguales, ó dos lados y el ángulo comprendido igual, en cuyo caso serán iguales; y de su igualdad se infiere la de los triángulos dados.

3.^a La suma de los ángulos de un triángulo esférico es mayor que dos rectos y menor que seis.

Demost. Sean A, B, C los ángulos; a' , b' , c' , los lados respectivamente opuestos de su suplementario.

Siendo $A + a' = 180^\circ$, $B + b' = 180^\circ$, $C + c' = 180^\circ$, será $A + B + C = 6.90^\circ - (a' + b' + c')$: pero $a' + b' + c'$ es menor que cuatro rectos: luego $A + B + C$ es mayor que dos rectos, aunque menor que seis.

2. *En todo triángulo esférico los senos de los ángulos son proporcionales á los senos de los lados opuestos.*

Fig. II. Demost. Sea el triángulo ABC. Denomino sus ángulos A, B, C: los lados respectivamente opuestos, a, b, c , y los lados y ángulos respectivamente opuestos en el suplementario a', b', c', A', B', C' .

Desde un punto cualquiera a de la arista AO bajo aD perpendicular al plano BOC: desde el pie D de la perpendicular tiro Dc, DH , perpendiculares á las otras dos aristas: tiro aH, ac , que serán perpendiculares á las aristas BO, CO. Tendremos, que el ángulo esférico B está medido por el rectilíneo aHD , y el esférico C por el rectilíneo Dca . Los triángulos rectángulos aHD, acD , dan $aD = aH. \text{sen. } B, aD = ac \text{ sen. } C$:

luego $aH. \text{sen. } B = ac. \text{sen. } C$, ó $\frac{\text{sen. } B}{\text{sen. } C} = \frac{ac}{aH}$: pero los triángulos rectángulos Oac, OaH , dan $ac = aO \times \text{sen. } b$, y $aH = aO \times \text{sen. } c$, de donde $\frac{ac}{aH} = \frac{\text{sen. } b}{\text{sen. } c}$:

luego $\frac{\text{sen. } B}{\text{sen. } C} = \frac{\text{sen. } b}{\text{sen. } c}$: luego ect.

Fórmula fundamental. *En todo triángulo esférico el coseno de un lado es igual al producto de los cosenos de los otros dos lados, mas el producto de sus senos por el coseno del ángulo comprendido.*

Demost. Supuesta la construccion anterior, tirese cE perpendicular á BO y DF paralela á BO: tenemos $OH = OE + FD$.

En el triángulo rectángulo OaH es $OH = aO. \text{cos. } c$.

En el triángulo rectángulo OEc es $OE = Oc. \text{cos. } a$; y siendo en el triángulo rectángulo Oac , $Oc = Oa. \text{cos. } b$, será $OE = Oa. \text{cos. } a. \text{cos. } b$.

En el triángulo rectángulo DFc es $DF = Dc. \text{sen. } a$; y

siendo en el triángulo rectángulo Dca, $Dc = Ac \cdot \cos. C$, y $Ac = aO \times \text{sen. } b$, será $DF = aO \cdot \text{sen. } a \cdot \text{sen. } b \cdot \cos. C$.

Substituyendo estos valores en $OH = OE + FD$ y suprimiendo el factor comun aO , resulta $\cos. c = \cos. a \cdot \cos. b + \text{sen. } a \cdot \text{sen. } b \cdot \cos. C$, que es el teorema propuesto.

Aplicada esta fórmula al triángulo suplementario, tendremos $\cos. c' = \cos. a' \times \cos. b' + \text{sen. } a' \times \text{sen. } b' \cdot \cos. C'$; de donde pasando al principal, resulta $\cos. C = \cos. A \times \cos. B - \text{sen. } A \cdot \text{sen. } B \cdot \cos. c$.

En el valor de $\cos. c$, por $\cos. b$ pongo su valor $\cos. a \cos. c + \text{sen. } a \cdot \text{sen. } c \cdot \cos. B$, y será $\cos. c = \cos.^2 a \cdot \cos. c + \cos. a \cdot \text{sen. } a \cdot \text{sen. } c \cdot \cos. B + \text{sen. } a \cdot \text{sen. } b \cdot \text{sen. } C$. Pongo por $\cos.^2 a$, $1 - \text{sen. }^2 a$, y reduciendo, resulta

$$\text{Sen. } a \cdot \cos. c = \cos. a \cdot \text{sen. } c \cdot \cos. B + \text{sen. } b \cdot \cos. C.$$

De estas fórmulas se derivan todas las necesarias para la resolución de los triángulos esféricos.

2.º Resolución de los triángulos esféricos rectángulos.

3. Supongamos que el ángulo C es recto: c es la hipotenusa. La fórmula $\frac{\text{sen. } B}{\text{sen. } C} = \frac{\text{sen. } b}{\text{sen. } c}$ se convierte en

$$\text{sen. } B = \frac{\text{sen. } b}{\text{sen. } c}.$$

La fórmula $\cos. c = \cos. a \cdot \cos. b + \text{sen. } a \cdot \text{sen. } b \cdot \cos. C$, se convierte en $\cos. c = \cos. a \times \cos. b$.

La fórmula $\cos. C = \cos. A \cdot \cos. B - \text{sen. } A \cdot \text{sen. } B \cdot \cos. c$, se convierte en $\cos. c = \cot. A \times \cot. B$.

La formula $\text{sen. } a \cdot \cos. c = \text{sen. } c \cdot \cos. a \cdot \cos. B + \text{sen. } b \cdot \cos. C$, se convierte en $\text{tang. } a = \text{tang. } c \cdot \cos. B$.

Dividiendo la primer fórmula, puesta así, $\text{sen. } b = \text{sen. } c \cdot \text{sen. } B$, por la cuarta, es $\frac{\text{sen. } b}{\text{tang. } a} = \cos. c \cdot \text{tang. } B$ ó $\text{sen. } b = \text{tang. } a \cdot \cos. c \cdot \text{tang. } B$; poniendo por $\cos. c$,

cos. a . cos. b , es tang. $b = \text{sen. } a \cdot \text{tang. } B$.

De la fórmula cuarta, permutando los lados del ángulo recto, sale tang. $b = \text{tang. } c \cdot \text{cos. } A$: dividiendo la primer fórmula por esta, resulta $\frac{\text{sen. } B}{\text{cos. } A}$; y poniendo por cos. c , cos. $a \times \text{cos. } b$, es cos. $A = \text{cos. } a \times \text{sen. } B$.

Estas seis fórmulas sirven para resolver el triángulo rectángulo en todos los casos posibles: no hay mas que buscar la fórmula en que entren los dos datos y la incógnita. Si esta es un seno, el problema tiene dos soluciones, una siendo el arco ó ángulo menor que 90° , como lo dan las tablas, y otra siendo dicho arco ó ángulo mayor que 90° . Si la incógnita es coseno, tangente ó cotangente, su signo, deducido de los signos de los datos manifestará si el arco es mayor ó menor que 90° .

3.º Resolución de los triángulos esféricos oblicuángulos.

4. Caso 1.º Dados los tres lados, hallar un ángulo.

Siendo cos. $c = \text{cos. } a \cdot \text{cos. } b + \text{sen. } a \cdot \text{sen. } b \cdot \text{cos. } C$, será $\text{cos. } C = \frac{\text{cos. } c - \text{cos. } a \cdot \text{cos. } b}{\text{sen. } a \cdot \text{sen. } b}$, fórmula, á la cual no es aplicable el cálculo logarítmico. Pero siendo $2 \cos. \frac{1}{2} C = 1 + \text{cos. } C$, y $2 \text{sen. } \frac{1}{2} C = 1 - \text{cos. } C$, será $2 \cos. \frac{1}{2} C = \frac{\text{cos. } c - \text{cos. } (a+b)}{\text{sen. } a \cdot \text{sen. } b}$, y $2 \text{sen. } \frac{1}{2} C = \frac{\text{cos. } (a-b) - \text{cos. } c}{\text{sen. } b \cdot \text{sen. } c}$.

Convirtiendo en productos las diferencias de los cosenos, $\text{sen. } \frac{1}{2} C = \frac{\text{sen. } \frac{1}{2} (c-a+b) \cdot \text{sen. } \frac{1}{2} (c+a-b)}{\text{sen. } a \cdot \text{sen. } b}$,

y $\text{cos. } \frac{1}{2} C = \frac{\text{sen. } \frac{1}{2} (a+b+c) \cdot \text{sen. } \frac{1}{2} (a+b-c)}{\text{sen. } a \cdot \text{sen. } b}$

Hago $a+b+c=2p$, y es $\text{sen. } \frac{1}{2} C = \frac{\text{sen. } (p-a) \cdot \text{sen. } (p-b)}{\text{sen. } a \cdot \text{sen. } b}$

$$\cos. \frac{1}{2} C = \frac{\text{sen. } p \cdot \text{sen. } (p - c)}{\text{sen. } a \cdot \text{sen. } b}, \text{ y } \text{tang. } \frac{1}{2} C = \frac{\text{sen. } (p - a) \cdot \text{sen. } (p - b)}{\text{sen. } p \cdot \text{sen. } (p - c)}.$$

Los ángulos A y B se determinan por fórmulas semejantes á las halladas.

Caso 2.º *Dados los tres ángulos, hallar un lado.*

Sea $A + B + C = 2K$. En el triedro suplementario

$$\text{será } \text{sen. } \frac{1}{2} C = \frac{\text{sen. } (p' - a') \cdot \text{sen. } (p' - b')}{\text{sen. } a' \cdot \text{sen. } b'}, \text{ cos. } \frac{1}{2} C = \frac{\text{sen. } p' \cdot \text{sen. } (p' - c')}{\text{sen. } a' \cdot \text{sen. } b'},$$

$$\text{tang. } \frac{1}{2} C = \frac{\text{sen. } (p' - a') \cdot \text{sen. } (p' - b')}{\text{sen. } p' \cdot \text{sen. } (p' - c')}.$$

Pasando al triángulo principal, será $\text{cos. } \frac{1}{2} C = \frac{\text{cos. } (K - A) \cdot \text{cos. } (K - B)}{\text{sen. } A \cdot \text{sen. } B},$

$$\text{sen. } \frac{1}{2} C = \frac{-\text{cos. } K \cdot \text{cos. } (K - C)}{\text{sen. } A \cdot \text{sen. } B},$$

$$\text{cot. } \frac{1}{2} C = \frac{\text{cos. } (K - A) \cdot \text{cos. } (K - B)}{-\text{cos. } K \cdot \text{cos. } (K - C)}.$$

Los otros dos lados se determinan por fórmulas análogas á las halladas.

5. Caso 3.º *Conocidos dos lados y el ángulo comprendido, determinar el tercer lado y los otros dos ángulos.*

Para hallar el tercer lado, sean conocidos a, b, C .

Busco un arco auxiliar h , tal que $\text{tang. } h = \text{tang. } b \cdot \text{cos. } C$.

$$\text{cos. } C, \text{ ó } \text{cos. } C = \frac{\text{tang. } h}{\text{tang. } b}.$$

Poniendo este valor en la fórmula $\text{cos. } c = \text{cos. } a \cdot \text{cos. } b + \text{sen. } a \cdot \text{sen. } b \cdot \text{cos. } C$, será

$$\text{cos. } c = \text{cos. } a \cdot \text{cos. } b + \text{sen. } a \cdot \text{cos. } b \cdot \text{tang. } h = \frac{\text{cos. } b}{\text{cos. } h} \left(\text{cos. } a \cdot \text{cos. } h + \text{sen. } a \cdot \text{sen. } h \right) = \frac{\text{cos. } b}{\text{cos. } h} \text{cos. } (a - h),$$

fórmula que dará á conocer el lado c , conocido el arco auxiliar h .

Para hallar los ángulos A, B.

La fórmula ya demostrada $\text{sen. } a \cdot \text{cos. } c = \text{sen. } c \cdot \text{cos. } a \cdot \text{cos. } B + \text{sen. } b \cdot \text{cos. } C$ da, permutando los lados a y c , $\text{sen. } c \cdot \text{cos. } a = \text{sen. } a \cdot \text{cos. } c \cdot \text{cos. } B + \text{sen. } b \cdot \text{cos. } A$. Sumando es $\text{sen. } (a + c) = \text{sen. } (a + c) \text{cos. } B + \text{sen. } b (\text{cos. } C + \text{cos. } A)$, ó $(1 - \text{cos. } B) \times$

7

sen. $(a+c) = 2 \text{ sen. } b \cos. \frac{1}{2} (C-A) \cos. \frac{1}{2} (C+A)$;
 pero $1 - \cos. B = 2 \text{ sen. } B \text{ tang. } \frac{1}{2} B$, por ser $\text{tang. } \frac{1}{2} B =$
 $\sqrt{\frac{1 - \cos. B}{1 + \cos. B}}$; luego $\text{sen. } (a+c) \text{ sen. } B \text{ tang. } \frac{1}{2} B =$
 $2 \text{ sen. } b \cos. \frac{1}{2} (C-A) \cos. \frac{1}{2} (C+A)$. Siendo $\text{sen. } a$
 $\text{sen. } B = \text{sen. } b \text{ sen. } A$, y $\text{sen. } c \text{ sen. } B = \text{sen. } b \text{ sen. } C$.
 será sumando y restando $\text{sen. } B (\text{sen. } a \pm \text{sen. } c) =$
 $\text{sen. } b (\text{sen. } A \pm \text{sen. } C)$, ó $\text{sen. } B \text{ sen. } \frac{1}{2} (a \pm c) \cos. \frac{1}{2}$
 $(a \mp c) = \text{sen. } b \text{ sen. } \frac{1}{2} (A \pm C) \cos. \frac{1}{2} (A \mp C)$.

Pongamos en la ecuacion, donde entra $\text{tang. } \frac{1}{2} B$, en
 lugar de $\text{sen. } (a+c)$, $2 \text{ sen. } \frac{1}{2} (a+c) \cos. \frac{1}{2} (a+c)$;
 y dividiendo por ella la últimamente hallada, es $\text{tang. } \frac{1}{2}$
 $(A+C) = \cot. \frac{1}{2} B \frac{\cos. \frac{1}{2} (a-c)}{\cos. \frac{1}{2} (a+c)}$, y $\text{tang. } \frac{1}{2} (A-C) =$
 $\cot. \frac{1}{2} B \frac{\text{sen. } \frac{1}{2} (a-c)}{\text{sen. } \frac{1}{2} (a+c)}$. Permutando la c con la b , es
 $\text{tang. } \frac{1}{2} (A+B) = \cot. \frac{1}{2} C \frac{\cos. \frac{1}{2} (a-b)}{\cos. \frac{1}{2} (a+b)}$, y $\text{tang. } \frac{1}{2} (A-B)$
 $= \cot. \frac{1}{2} C \frac{\text{sen. } \frac{1}{2} (a-b)}{\text{sen. } \frac{1}{2} (a+b)}$; fórmulas que determinan la
 semisuma y semidiferencia de los ángulos A y B y por
 tanto el valor de dichos ángulos.

Caso 4.º *Conocidos dos ángulos y el lado compren-*
dido, determinar el tercer ángulo y los otros dos lados.

Para determinar los otros dos lados, apliquense al
 triángulo suplementario las dos fórmulas anteriores, y
 pasando al principal, será $\text{tang. } \frac{1}{2} (a+c) = \text{tang. } \frac{1}{2} b \frac{\cos. \frac{1}{2} (A-C)}{\cos. \frac{1}{2} (A+C)}$, y $\text{tang. } \frac{1}{2} (a-c) = \text{tang. } \frac{1}{2} b \frac{\text{sen. } \frac{1}{2} (A-C)}{\text{sen. } \frac{1}{2} (A+C)}$.
 Conocida la semisuma y semidiferencia de los lados a
 y c , estan conocidos estos dos lados.

Para determinar el tercer ángulo B .

Busco un arco auxiliar h tal que $\cot. h = \cos. b$.
 $\text{tang. } C$. ó $\cos. b = \frac{\cot. h}{\text{tang. } C}$. Substituyendo en $\cos. B =$
 $\text{sen. } A \text{ sen. } C \cos. b = \cos. A \cos. C$ resulta $\cos. B =$
 $\text{sen. } A \cos. C \cot. h = \cos. A \cos. C = \frac{\cos. C}{\text{sen. } h} \text{sen. } (A-h)$,

ecuacion que da el valor de B conocido el de h .

6. Caso 5.º *Dados dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos, determinar el tercer lado y los otros dos ángulos.*

Sean conocidos b, c, C .

Para hallar el tercer lado a , busco un arco auxiliar h tal, que $\text{tang. } h = \text{tang. } b \times \cos. C$, y será (5)

$\cos. c = \frac{\cos. b}{\cos. h} \cdot \cos. (a-h)$, de donde $\cos. (a-h) = \frac{\cos. c \cdot \cos. h}{\cos. b}$. Conocidos h y $a-h$, es fácil conocer el lado a .

Para hallar el ángulo A formado por los dos lados conocidos, busco un arco auxiliar h tal, que $\cot. h = \cos. b \cdot \text{tang. } C$, ecuacion que da á conocer el arco h .

Tenemos demostrada (2.º al fin) la siguiente fórmula.

$\text{Sen. } b \cdot \cos. c = \text{sen. } c \cdot \cos. b \cdot \cos. A + \text{sen. } a \cos. C$; pero $\text{sen. } a = \frac{\text{sen. } A \cdot \text{sen. } c}{\text{sen. } C}$. Substituyendo y partiendo por $\text{sen. } c$, se tiene $\text{sen } b \cdot \cot. c = \cos. b \cdot \cos. A + \text{sen. } A \cdot \cot. C$. Poniendo por $\cot. C, \frac{\cos. b}{\cot. h}$, y partiendo por $\text{sen. } b$, es $\cot. c = \cot. b \cdot (\cos. A + \text{sen. } A \cdot \text{tang. } h)$ y poniendo por $\text{tang. } h, \frac{\text{sen. } h}{\cos. h}$, es $\cot. c = \frac{\cos. b}{\cos. h} \cos. (A-h)$ y $\cos. (A-h) = \frac{\cot. c \cdot \cos. h}{\cos. b}$. Conociendo á h , esta fórmula da el valor de $A-h$, y por consiguiente el de A.

Para determinar el ángulo B opuesto al otro lado conocido, se usará de la ecuacion $\text{sen. } B = \frac{\text{sen. } b}{\text{sen. } c} \cdot \text{sen. } c$.

Caso 6.º *Dados dos ángulos y el lado opuesto á uno de ellos, determinar el tercer ángulo y los otros dos lados.*

Sean conocidos los ángulos B, C y el lado c .

Para determinar el lado b , opuesto al otro ángulo

Lo conocido, sirve la ecuacion $\text{sen. } b = \frac{\text{sen. B. sen. } c}{\text{sen. C}}$.

Para determinar el lado a , comprendido entre los ángulos B y C, busco un arco h , tal, que $\text{tang. } h = \text{tang. } c \cdot \cos. B$; y siendo $\text{sen. } a \cdot \cot. c = \cos. a \cdot \cos. B + \text{sen. B} \cdot \cot. C$, se tendrá eliminando la c en estas dos ecuaciones $\text{sen. } a \cdot \cos. B = \text{tang. } h (\cos. a \cdot \cos. B + \text{sen. B} \cdot \cot. C)$, de donde $\cot. C = \cot. B (\cot. h \cdot \text{sen. } a - \cos. a) = \frac{\cot. B}{\text{sen. } h} \text{sen. } (a - h)$, de donde $\text{sen. } (a - h) = \cot. C \cdot \text{sen. } h \cdot \text{tang. } B$; ecuacion que da á conocer el valor de a conocido el de h .

Para determinar el tercer ángulo A, busco un ángulo h , tal, que $\cot. h = \cos. c \cdot \text{tang. } B$; y siendo $\cos. C = \text{sen. A} \cdot \text{sen. B} \cdot \cos. c - \cos. A \cos. B$, eliminando la c , es $\cos. C = \frac{\cos. B}{\text{sen. } h} \text{sen. } (A - h)$, de donde $\text{sen. } (A - h) = \frac{\cos. C \cdot \text{sen. } h}{\cos. B}$, que da á conocer el ángulo A, conocido el arco h .

7. *Aplicaciones.* 1.^a Deben ejercitarse los principiantes con un triángulo esférico, cuyos lados y ángulos son conocidos; y tomando tres de las seis cosas por datos, determinar las otras tres, y ver si sus valores convienen con los ya determinados. Los valores son $a = 76^\circ 35' 36''$; $b = 50^\circ 10' 36''$; $c = 40^\circ 0' 10''$, $A = 121^\circ 36' 19''$, 8; $B = 42^\circ 15' 13''$, 7; $C = 34^\circ 15' 2''$, 8.

2.^a III. *Reducir un ángulo medido en un plano oblicuo con respecto al horizonte, al plano de este.* Sea MDN el plano del horizonte: S un punto dado fuera de él, en el cual punto se ha medido el ángulo NSM: se pide el ángulo NDM, que se observaría en el punto D, proyeccion de S. Este ángulo es el diedro NSDM; pues el plano horizontal NDM es perpendicular á su arista SD.

Midiendo pues los ángulos planos que forman en S las oblicuas SN, SM entre sí y con la vertical, se pide el ángulo diedro de los planos NSD, MSD: es

decir, conocidos los tres lados a , b , c , siendo $NSM = a$, $NSD = b$, $MSD = c$, se pide el ángulo comprendido entre b y c , es decir, el ángulo A .

Sea $a = 58^{\circ} 54' 37''$: $b = 77^{\circ} 37' 29''$: $c = 76^{\circ} 51' 36''$. El ángulo A , determinado por las formulas del caso primero, es igual $60^{\circ} 33' 2''$ valor del ángulo a reducido al horizonte.

Obsérvese que no es necesario subir al punto S para medir los ángulos planos a , b , c ; porque observando desde M y N los ángulos SND , SMD , estos son complementos, el primero de b y el segundo de c ; y observando los ángulos SNM , SMN , su suma restada de 180° da el ángulo a .

Si el punto S está menos elevado que M y N , el cálculo es el mismo: solo que entonces los ángulos b y c son las distancias angulares de los puntos M y N al cenit del punto S .

GEOGRAFIA ASTRONOMICA.

ARTICULO 1.º

Observaciones fundamentales.

8. Geografia es lo mismo que *descripcion de la tierra*; y se llama así la ciencia que enseña á medir la magnitud de nuestro globo y á señalar la posicion de sus puntos. Esto no ha podido hacerse hasta que se encontraron en el cielo ejes y planos fijos, á los cuales se pudiesen referir todos los puntos de la tierra: por esta razon la geografia es un ramo de la astronomia; y si le hemos añadido el epiteto *astronómica*, es para distinguirla de la geografia *física* que describe las producciones propias de los diversos climas de la tierra, y de la *política* que da noticia de los diferentes gobiernos, religiones, costumbres é historia de las naciones.

La ciencia de los astrós se funda en las observaciones de los fenómenos celestes. Al principio fueron groseras é inexactas: la invencion de los instrumentos y la aplicacion del cálculo corrigieron los primeros errores, y han elevado la astronomía al grado de perfeccion en que hoy se halla. Espondremos estas observaciones fundamentales por el orden en que las hicieron los observadores.

Coloquese un observador en un sitio desde el cual pueda descubrir á su placer toda la bóveda celeste; como por ejemplo, en la plataforma de una torre elevada que domine todos los objetos de las cercanías. Supongamos que en un dia claro de invierno al nacer el sol se ponga á observar vuelto de cara hácia la parte donde nace este astro: le verá levantarse oblicuamente, caminar subiendo de la izquierda á la derecha durante

cierto tiempo, y despues bajar, siempre hácia la derecha, hasta que la tierra lo encubre y desaparece á nuestra vista. La luz de con que habia inundado el cielo, desaparece por grados, y se ve el cielo tachonado de varios puntos luminosos, cuyo número aumenta conforme disminuye la luz; de modo que cuando la obscuridad es completa, el espacio inmenso del firmamento está sembrado de aquellos puntos luminosos, á los cuales se da el nombre de *estrellas*, y que se distinguen por el grado de su luz, por su magnitud y por la configuracion de sus diferentes grupos.

Si el observador mira hácia la parte donde nació el sol, verá nacer sucesivamente nuevas estrellas, y moverse en la misma direccion que el sol, hasta que desaparecen en la parte del cielo donde se puso el sol, aunque no en el mismo punto. Observará tambien que el intervalo desde el nacimiento hasta el ocaso de una estrella, es tanto mayor quanto el punto de su nacimiento está mas á la izquierda y, el del ocaso mas á la derecha.

De estas observaciones concluirá: 1.º, que el movimiento visible del sol y de las estrellas es en un mismo sentido: 2.º, que describen líneas que no se cortan, y que observaciones mas numerosas y exactas prueban que son paralelas: 3.º, que el intervalo entre su nacimiento y ocaso es diferente en cada una, y tanto mayor quanto mas á la izquierda está el punto de su nacimiento.

Si el observador vuelve despues de algunos dias á observar, verá que el sol nace en un punto mas á la izquierda, que sigue la misma direccion en su movimiento, aunque emplea mas tiempo en él, y que el punto de su ocaso está mas á la derecha que en la observacion anterior. Pero las estrellas no habrán variado de puntos de nacimiento y ocaso, y el intervalo de uno á otro es el mismo que antes.

Este intervalo es mayor en las estrellas que nacen mas á la izquierda: de modo, que verá algunas que na-

cen apenas se han puesto, y otras que nunca se ponen y describen un círculo entero en la parte visible del cielo. Entre estas distinguirá una, al parecer inmoble: los círculos de las demas son tanto mayores cuanto mas se alejan de ella.

La analogía le moverá á creer que las estrellas que nacen y se ponen describen una parte de su círculo en la region del cielo que es invisible para él.

Luego segun las apariencias *todo el cielo gira al rededor del observador, como una esfera al rededor de un eje inclinado*. El extremo de este eje es la estrella que parece inmoble.

9. Llámase *horizonte* el círculo que separa la parte visible del cielo de la invisible, ó la interseccion del hemisferio celeste con el plano en que estriba. El observador puede construir un horizonte facticio, describiendo en el plano del natural un círculo en cuyo centro debe colocarse para observar. Este horizonte facticio se llama círculo *azimutal*.

Marcando en el círculo azimutal las intersecciones de las visuales dirigidas á las estrellas en los momentos de su nacimiento y ocaso, y uniendo los de cada estrella con una cuerda, se verá que todas estas cuerdas son paralelas. El diámetro que las biseque, se llama línea *meridiana*, y sus extremos puntos de *norte y sur*. El primero está á la izquierda del observador, el segundo á la derecha.

Línea de Este-Oeste es el diámetro perpendicular á la meridiana. Sus extremos se llaman *Este y Oeste*: el primero está á la derecha del norte y el segundo á la izquierda.

Puntos *cardinales* del mundo son los de norte, sur, este y oeste.

Llamase *azimut* ortivo de un astro el arco del horizonte, comprendido entre el punto de su nacimiento y el punto norte; y *azimut occiduo*, el arco de horizonte comprendido entre el punto de su ocaso y el punto *sur*. Estos dos arcos son iguales.

Llamase amplitud ortiva de un astro el arco de horizonte comprendido entre el punto de nacimiento y el este. *Amplitud* occidua es el arco de horizonte, comprendido entre el punto de su ocaso y el de oeste. Estos dos arcos son iguales, y la amplitud es complemento del azimut. Estos arcos se observan midiendo los ángulos que forman las visuales dirigidas á sus extremos.

Llámanse círculo *vertical* todo círculo máximo perpendicular al horizonte. El diámetro que sirve de comun seccion á todos los verticales, y que es perpendicular al horizonte, se llama línea de Cenit-Nadir: su extremo visible se llama *cenit*, y el invisible *nadir*.

Primer vertical es el que pasa por los puntos de este y oeste.

Meridiano es el vertical que pasa por los puntos de norte y sur, y biseca todos los arcos visibles que describen los astros. El azimut de un astro elevado sobre el horizonte es el arco de este círculo, comprendido entre el vertical del astro y el primer meridiano.

Paralelos son los círculos que describen los astros en virtud de la rotacion de la esfera. El paralelo que pasa por los puntos este y oeste es un círculo máximo de la esfera, y se llama *ecuador ó línea equinoccial*; porque como el horizonte lo divide por medio, su parte visible es igual á la invisible.

Altura de un astro es el arco del vertical en que se halla, comprendido entre el astro y el horizonte. Esta altura se llama *meridiana*, cuando el astro está en el meridiano. La altura se mide por el ángulo que forma la visual dirigida al astro con el horizonte.

Llámanse declinacion de un astro al arco de meridiano, comprendido entre el ecuador y el punto en que el paralelo del astro corta al meridiano.

El ecuador divide la esfera en dos hemisferios, uno hácia la parte del norte y otro hácia la del sur. El pri-

mero se llama *septentrional* ó *boreal*, y el segundo *meridional* ó *austral*. La declinacion es *boreal* ó *austral*, segun el hemisferio en que se halle el astro.

El meridiano divide la esfera en dos hemisferios, uno hácia la parte del *este* que se llama *oriental*, otro hácia la parte del *oeste*, que se llama *occidental*.

Llámase *día* el tiempo que emplea la esfera en una revolucion entera. Se divide en 24 partes iguales, que se llaman *horas*. Cada hora tiene 60 *minutos*, cada minuto 60 *segundos*, etc. Este movimiento de rotacion de la esfera, que es general á todos los cuerpos celestes, se llama *movimiento diurno*. La mecánica enseña la manera de construir un péndulo, arreglado á este movimiento: es decir, que en las 24 horas que él señala, se verifique la revolucion completa de una estrella. En todos los observatorios hay un péndulo arreglado al movimiento diurno.

2.º *Movimiento anuo.*

10. Las estrellas que siguen el movimiento de la esfera, y que no parece que tienen movimiento propio, conservan sensiblemente la misma posicion respectiva y la misma distancia al ecuador y á los *polos* del mundo, que son los extremos del eje de la revolucion. Por esta razon se les llama *estrellas fijas*: se distinguen por su tamaño aparente en estrellas de primera, segunda, etc. magnitud. Para conocerlas mejor, se separan en diferentes grupos ó *constelaciones*, y á estos grupos se han dado nombres de varios animales, héroes ó instrumentos matemáticos.

Observando con atencion el movimiento del sol, se notan los siguientes fenómenos:

1.º Que el intervalo entre su nacimiento y ocaso es mayor que el de las fijas cerca de 4': 2.º que los puntos de su nacimiento y ocaso son diferentes cada día: 3.º

que desde los últimos dias de diciembre hasta los últimos de junio su punto de nacimiento se adelanta diariamente hácia la izquierda, y desde los últimos de junio hasta los de diciembre hácia la derecha, sin pasar nunca de ciertos límites fáciles de marcar en el cielo: 4.º que en el primer periodo aumenta progresivamente y en el segundo disminuye el intervalo de tiempo entre el nacimiento y el ocaso del sol: 5.º que en cada periodo corre una vez el ecuador, y en los dias que lo corre, el intervalo entre su nacimiento y ocaso es igual al intervalo entre su ocaso y nacimiento: 6.º que cada dia, al tiempo de nacer, se halla junto á estrellas mas orientales que el dia anterior: 7.º que al fin de 365 revoluciones diurnas, vuelve á hallarse al tiempo de nacer, próximo á reunirse con las mismas estrellas: 8.º que marcando, aunque groseramente, en un globo las estrellas con que se va sucesivamente reuniendo, sus constelaciones forman en la esfera una faja ó zona, llamada Zodiaco, cuya línea media es un círculo máximo de la esfera.

De estas observaciones se infirió, que el sol, ademas del movimiento comun de la esfera, tiene otro que le es particular, en virtud del cual describe desde occidente á oriente un círculo máximo de la esfera que se llamó eclíptica, inclinado al ecuador. El tiempo, que tarda en describirlo, se llama *año*, y consta de $365\frac{1}{4}$ dias con poca diferencia. Observaciones ulteriores, mas finas y exactas, justificaron esta primer suposicion.

La eclíptica se dividió en 12 partes iguales llamadas signos: cada uno consta de 30° ; y sus nombres, empezando á contar desde el punto de interseccion de la eclíptica con el ecuador, en que se halla el sol á últimos de marzo, son: Aries, Tauro, Géminis, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Escorpion, Sagitario, Capricornio, Aquario y Piscis. Estos son los nombres de las constelaciones que se hallaban en los respectivos signos, quando se hicieron las primeras observaciones

del movimiento anuo. Desde entonces hasta nuestros dias han abanzado todas las constelaciones del cielo hácia el oriénte cerca de un signo; de modo que la interseccion de la eclíptica con el ecuador, correspondiente á últimos de marzo; se halla en el dia en la constelacion de Piscis cerca de la de Aquario. Este movimiento de las estrellas hácia el oriente es lentísimo, de 50" por año, y no lo han conocido los astrónomos hasta despues de haber hecho observaciones muy numerosas y exactas. Llámase precesion de los equinoccios.

El sol describe el ecuador cuando llega á los puntos de interseccion de este círculo con la eclíptica: y como entonces el tiempo que está sobre el horizonte, es igual al que emplea en describir el arco inferior, estos dos puntos se llaman *equinocciales*. El punto en que pasa del hemisferio austral al boreal, se llama punto equinoccial de Aries ó de marzo: en el que pasa del hemisferio boreal al austral, se llama punto equinoccial de Libra ó de setiembre.

Los puntos de la eclíptica mas lejanos del ecuador se llaman puntos *solsticiales*; porque en ellos parece que se para el sol para volver á acercarse al ecuador. El mas cercano al polo boreal se llama punto solsticial de Cáncer ó de junio: el mas cercano al polo austral se llama punto solsticial de Capricornio ó de diciembre.

Los paralelos, que describe el sol cuando llega á los solsticios, se llaman *trópicos*. Trópico de Cáncer es el que está en el hemisferio boreal, y trópico de Capricornio el que está en el hemisferio austral.

II. Llámase declinacion de un astro su distancia al ecuador; y círculo de declinacion aquel en que se mide la declinacion; es decir, un círculo que pase por el astro y por los polos del mundo, el cual será perpendicular al ecuador.

La altura del polo sobre el horizonte, ó la inclinacion del eje del mundo, que es uno de los ele-

mentos mas importantes de la astronomía, se halla observando las dos alturas meridianas de una estrella circumpolar: su semisuma será la altura del polo: su complemento es la inclinacion del ecuador sobre el horizonte.

La declinacion de un astro se mide, observando su altura meridiana, y restando de ella la inclinacion del ecuador con el horizonte.

La oblicuidad de la eclíptica es la declinacion del sol en cualquiera de los solsticios. Este ángulo valia el año de 1800 $23^{\circ} 27' 57''$; y disminuye medio segundo cada año.

El movimiento anuo del sol produce la variedad de las *estaciones*; es decir, de las vicisitudes que experimenta la tierra por las variaciones del calor y del frio. Estas vicisitudes proceden de dos causas principales: 1.^a la mayor ó menor oblicuidad de los rayos solares: 2.^a la magnitud del arco que describe el sol cuando está sobre el horizonte.

Desde el equinoccio de Aries hasta el solsticio de Cáncer el sol se acerca progresivamente á nuestro cenit y tarda mas en ponerse: por tanto debe aumentar el calor. Este intervalo es la estacion llamada *Primavera*.

Desde el solsticio de Cáncer hasta el equinoccio de Libra disminuye el intervalo desde el nacimiento del sol hasta su ocaso, y sus rayos son cada vez mas oblicuos: debe disminuir el calor. Esta estacion es el *Estío*.

Desde el equinoccio de Libra hasta el solsticio de Capricornio aumenta el frio, por ser cada vez los rayos mas oblicuos y los dias mas cortos. Esta estacion es el *Otoño*.

Desde el solsticio de Capricornio hasta el equinoccio de Aries disminuye el frio, porque los dias aumentan y el sol se acerca á nuestro cenit; y es la estacion del *Invierno*.

Si en los primeros meses del estío se experimenta

el mayor calor, y en los primeros del invierno el mayor frio, es por la predisposicion de la tierra y por la lentitud del movimiento del sol en los solsticios.

Ademas del sol hay otros cuerpos celestes, en los cuales se observa un movimiento propio: estos se llaman *planetas*, y son la *Luna*, *Mercurio*, *Venus*, *Marte*, *Júpiter*, *Saturno*, *Uranio* y otros mas pequeños que no se pueden divisar sino con el auxilio de los instrumentos. Los círculos descritos por los planetas se separan poco de la eclíptica. Hay otras estrellas que tienen movimiento propio, y que se distinguen por una escrescencia anterior, superior ó posterior, y por la rapidez de su curso: á estos se les llama *cometas*.

El sol y las estrellas fijas tienen luz propia. Los planetas y cometas son cuerpos opacos iluminados por el sol.

3.º *Cosmografia.*

12. Esta palabra significa lo mismo que *descripcion del mundo*, y comprende la solucion de todos los problemas relativos á la astronomía aparente. Puede definirse asi: la descripcion del estado aparente del cielo en un instante dado para un observador, cuya posicion sea determinada. Este problema se resuelve calculando la posicion de los astros en aquel instante con respecto á los círculos que hemos imaginado en la esfera.

La posicion de un astro con respecto al horizonte y al meridiano se determina por su altura y azimut; y si el astro está en el horizonte, por su amplitud.

La posicion de un astro, con respecto al ecuador y al meridiano, se determina por su declinacion y su ángulo horario, que es el que forma el círculo de declinacion del astro con el meridiano.

La posicion de un astro con respecto al ecuador y al coluro de los equinoccios, que es círculo de declinacion de los puntos equinocciales, se determina por su declinacion y su ascension recta. Ascension

recta de un astro es el arco de ecuador, contado de occidente á oriente, comprendido entre el punto equinoccial de Aries y el círculo de declinacion del astro.

La posicion de un astro con respecto á la eclíptica se determina por su latitud y longitud. Llámase círculo de latitud del astro el que pasa por el astro y por el polo de la eclíptica, y por tanto es perpendicular á ella: latitud del astro es la parte del círculo de latitud, comprendida entre el astro y la eclíptica; y longitud de un astro es el arco de eclíptica, contado de occidente á oriente, comprendido entre el punto equinoccial de Aries, y el círculo de latitud del astro.

Veamos cómo estan ligadas entre sí estas cantidades.

Uno de los principales elementos de la Cosmografía es la determinacion del momento en que una estrella pasa por el meridiano. Para esto se determina por el péndulo sideral, que es el relox arreglado al movimiento diurno, el momento en que un hilo, colocado verticalmente en el plano del meridiano, parece que divide por medio la estrella, á la vista del observador, colocada en el mismo plano.

Los catálogos de estrellas fijas deben contener la declinacion y el momento del paso por el meridiano de cada una. Con estos datos es fácil representar la esfera de las fijas en el globo, que se llama *celeste*, describiéndolas en él segun su declinacion, y su diferencia en ascension recta, que es igual á la diferencia entre las épocas de su paso por el meridiano, convertida en grados, á razon de $\frac{360^\circ}{24}$ ó 15° por hora.

13. Fig. IV. Sea HZPO el plano del meridiano: Z el cenit: P el polo del mundo: HO el horizonte: RQ el ecuador: el punto E, interseccion del ecuador con el horizonte, el punto cardinal de Este: A un astro en el horizonte oriental: ZA su vertical: PD su círculo de declinacion: Ll su paralelo. Examinemos las partes del

triángulo EAD, que llamaremos triángulo de amplitud.

El ángulo en D es recto. La hipotenusa EA es la amplitud: el cateto AD la declinacion: el cateto ED se diferencia en 90° del ángulo horario RPD: este ángulo horario es la mitad del arco que describe el astro estando sobre el horizonte, la cual mitad se llama arco semidiurno, así como su suplemento DQ es arco seminocturno, ó la mitad del arco que describe el astro debajo del horizonte. El ángulo E es complemento de la altura de polo: el ángulo A, que forma el círculo de declinacion con el horizonte, le llamaremos *ángulo de la declinacion*.

Luego de estas cinco cosas, amplitud, declinacion, altura de polo, arco semidiurno y ángulo de la declinacion, dadas dos, se pueden determinar las otras tres.

Obsérvese 1.º que la amplitud, la declinacion y la altura de polo se pueden determinar por la observacion: así la resolucion de este triángulo puede comprobar ó rectificar en muchos casos los datos que se hayan determinado por la observacion ó por otros medios. 2.º Que convertido en tiempo el arco semidiurno, y restado del momento en que el astro pasa por el meridiano, determinará la época en que nace. 3.º Si el punto E es el cardinal de Oeste, AE será la amplitud occídúa; y para tener la hora, en que el astro se pone, deberá añadirse el arco semidiurno á la época de su paso por el meridiano.

14. Fig. V. Sea HZPO el meridiano, HO el horizonte, QR el ecuador, Z el cenit, P el polo, A un astro elevado sobre el horizonte, ZA su vertical, PA su círculo de declinacion, Ll su paralelo: se formará el triángulo ZPA, que llamaremos *triángulo en altura*: sus partes son ZP complemento de la altura de polo, ZA complemento de la altura, PA complemento de la declinacion, el ángulo AZP azimut, el ángulo APZ, que es el ángulo horario, y el ángulo ZAP, formado en el astro por su vertical y su círculo de declinacion, que se llama *ángulo paraláctico*.

Luego de estas seis cosas, altura, azimut, declinacion, ángulo horario, altura de polo y *ángulo paraláctico*, dadas tres, se pueden determinar las otras tres.

Obsérvese que se puede determinar la hora, restando ó sumando el ángulo horario con la hora del paso por el meridiano, y que la resolucion de este triángulo puede comprobar ó rectificar los datos que se hayan conocido por la observacion ó por otros medios.

Hemos visto que es fácil determinar la hora, conocido el ángulo horario. Al contrario, si la hora es dada, se conocerá el ángulo horario, que es siempre la diferencia entre la hora dada y la época del paso por el meridiano.

La hora en que el punto equinoccial pasa por el meridiano, se determina observando la hora en que pasa el sol cuando está en él; es decir, cuando su declinacion es nula. Determinada esta hora, su diferencia con la hora en que pasa un astro cualquiera, convertida en grados, da la ascension recta de este astro. Se han construido tablas de las declinaciones, ascensiones rectas y longitudes del sol para todos los dias del año. Las declinaciones se han determinado por la observacion, las ascensiones rectas y longitudes por el triángulo rectángulo formado por la eclíptica, el ecuador y el círculo de declinacion del sol, en el cual, conocida la declinacion y su ángulo opuesto, que es la oblicuidad de la eclíptica, se ha determinado la hipotenusa, que es la longitud, y el otro cateto, que es la ascension recta. La ascension recta del sol puede servir tambien para determinar la época en que el punto equinoccial pasa por el meridiano; pues dicha ascension recta, restada de la hora en que pasa el sol, da la hora en que pasa el punto equinoccial.

15. *Dada la declinacion y ascension recta de un astro, determinar su longitud y latitud.*

Fig. VI. Sea PQCR un meridiano cualquiera, QR el

ecuador, P su polo: EC la eclíptica, P' su polo: A un astro, PAD su círculo de declinacion, PAL su círculo de latitud: AD su declinacion, A'D su ascension recta: AL su latitud, y A'L su longitud. Tiro el arco de círculo máximo AA'. En el triángulo rectángulo A'AD, conocidos los catetos, determino la hipotenusa A'A y el ángulo AA'D. En el triángulo rectángulo A'AL, conocida la hipotenusa y el ángulo $AA'L = AA'D + RA'C$, determino la longitud A'L y la latitud AL.

La longitud de las estrellas que se hallan en la eclíptica y carecen de latitud, se determina como la del sol, conocida la declinacion.

Las estrellas fijas conservan sensiblemente la misma longitud y latitud. Los planetas varian, con mas ó menos rapidez, de longitud y latitud. Los puntos, en que su latitud es nula, se llaman los *nodos* de su órbita, y son los puntos de interseccion de su órbita con la eclíptica. La latitud de los planetas no pasa de 7° en la luna, que es la que tiene mayor latitud; y por tanto los planos de sus órbitas estan muy inclinados á la eclíptica y comprendidos en la faja del zodiaco.

Determinados los nodos, es fácil determinar el tiempo de la revolucion de cada planeta; es decir, el intervalo entre dos pasos consecutivos por un mismo nodo.

Determinar la ascension recta del medio del cielo; es decir, el punto del ecuador que está en el meridiano en un instante dado. Para esto tómese la diferencia entre la hora dada y la hora en que pasa por el meridiano el punto equinoccial de Aries; y esta diferencia, convertida en tiempo, es la ascension recta del medio del cielo.

El punto del ecuador que está en el horizonte en un instante dado, tiene por ascension recta la del medio del cielo, aumentada ó disminuida en 90° , segun que se trate del horizonte oriental ó del occidental.

16. *Determinar el punto de la eclíptica que se ha-*

lla en el horizonte en un ins'tante dado, y el ángulo de la eclíptica con el horizonte.

Fig. VII. Sea HZPO el meridiano, Z el cenit, P el polo del ecuador, P' el polo de la eclíptica, HO el horizonte, QR el ecuador, EC la eclíptica. Determinense la altura de polo, cuyo complemento es el ángulo en E del triángulo A'IE, la ascension recta A'E del punto de Este: con estos dos datos y con el ángulo en A', que es la oblicuidad de la eclíptica, se determinarán en dicho triángulo el lado A'I, longitud del punto en que la eclíptica corta al horizonte, y el ángulo en I que forman estos dos círculos.

Dada la posicion de un astro en la eclíptica, determinar el ángulo que forma la eclíptica con el vertical del astro.

Sea A la posicion del astro, ZAV su vertical: A'A la longitud del astro. Determinada la hora, búsquese la longitud A'I del punto de la eclíptica, que está entonces en el horizonte: será conocida la AI, como tambien el ángulo I, que la eclíptica forma con el horizonte: con estos datos, en el triángulo rectángulo AVI se determinará el ángulo en A.

Conocida la posicion de dos estrellas, determinar el arco de círculo máximo que mide su distancia.

La posicion de una estrella se determina, ó por su altura y azimut, ó por su declinacion y ascension recta, ó por su latitud y longitud, ó en fin, por su distancia perpendicular á un círculo máximo conocido, y por el arco de este círculo máximo comprendido entre la distancia perpendicular y un punto fijo.

Fig. VIII. Sea pues AMN el círculo máximo á que se refieren las posiciones de los astros A', A'': A el punto fijo: AM, MA' los arcos que determinan la posicion del astro A' y AN, A''N los arcos que determinan la posicion del astro A''. Estos cuatro arcos son conocidos. En el triángulo PA' A'' siendo P el polo del círculo AMN, se conocen los lados PA', PA'', complementos de A'M, A''N, y el ángulo en P, cuya medida es

el arco $MN = AN - AM$: se podrá determinar la distancia $A' A''$ entre los dos astros.

17. *Dadas las declinaciones y ascensiones rectas de dos estrellas, observadas en un mismo instante en el horizonte, determinar la altura de polo y la hora de la observacion.*

Fig. IX. Sean HPO el meridiano, P el polo, HO el horizonte. Sean A, A' los astros observados en él: d, d' sus declinaciones: a, a' sus ascensiones rectas: p, p' sus ángulos horarios, y h la altura de polo. Los triángulos PAO, PA'O dan $\text{tang. } h = \cot. d \cdot \cos. p$, y $\text{tang. } h' = \cot. d' \cos. p'$: luego $\cot. d \cdot \cos. p = \cot. d' \cos. p'$: sea $p + p' = s, p - p' = s'$: será $p = \frac{1}{2}(s + s'), p' = \frac{1}{2}(s - s')$, y substituyendo será $\cot. d \cdot \cos. \frac{1}{2} s \cdot \cos. \frac{1}{2} s' = \cot. d' \cdot \cos. \frac{1}{2} s \cdot \cos. \frac{1}{2} s' + \cot. d' \cdot \text{sen. } \frac{1}{2} s \cdot \text{sen. } \frac{1}{2} s'$: luego $(\cot. d - \cot. d') \cos. \frac{1}{2} s \cdot \cos. \frac{1}{2} s' = (\cot. d + \cot. d') \text{sen. } \frac{1}{2} s \cdot \text{sen. } \frac{1}{2} s'$: luego $\text{tang. } \frac{1}{2} s = \frac{(\cot. d - \cot. d') \cos. \frac{1}{2} s'}{\cot. d + \cot. d'}$. Pero s' es la diferencia de los

ángulos horarios, que es igual á la de las ascensiones rectas: $\frac{\cot. d - \cot. d'}{\cot. d + \cot. d'} = \frac{\text{sen. } (d' - d)}{\text{sen. } (d' + d)}$, luego $\text{tang. } \frac{1}{2} s = \frac{\text{sen. } (d' - d)}{\text{sen. } (d' + d)} \cot. \frac{1}{2} (a - a')$. Conocida s , suma de los

ángulos horarios, y s' que es su diferencia, se conocen los dos ángulos horarios p y p' , y cualquiera de ellos dará á conocer la altura de polo y la hora.

Dadas las declinaciones y ascensiones rectas de dos astros, observados á una misma altura, determinar la altura de polo, dadas las horas, ó las horas dada la altura de polo.

Sea H' la altura á que se han observado ambos astros, d, d' sus declinaciones, a, a' sus ascensiones rectas, p, p' sus ángulos horarios: H la altura de polo.

Los triángulos en altura de ambos astros darán

$\text{Sen. } H' = \text{sen. } H \cdot \text{sen. } d + \cos. H \cdot \cos. d \cdot \cos. p$, y $\text{sen. } H' = \text{sen. } H \cdot \text{sen. } d' + \cos. H \cdot \cos. d' \cdot \cos. p'$. Restando, es $\cos. H (\cos. d \cdot \cos. p - \cos. d' \cos. p') + \text{sen. } H (\text{sen. } d - \text{sen. } d') = 0$, de donde $\text{tang. } H =$

$\frac{\cos. d. \cos. p - \cos. d' \cos. p'}{\text{sen. } d' - \text{sen. } d}$. Esta fórmula da á conocer la altura de polo, siempre que se conozcan los ángulos horarios; esto es, la hora de la observacion, si los dos astros se observaron en un mismo instante, ó la hora de una de las observaciones y el intervalo de tiempo que hubo entre ambas.

Pero si se conoce la altura de polo, y se piden las horas de las observaciones, hágase $p' + p = s$, $p' - p = s'$: será $p' = \frac{1}{2}(s + s')$, $p = \frac{1}{2}(s - s')$, y tendremos $\text{tang. H} =$

$$\frac{(\cos. d - \cos. d') \cos. \frac{1}{2} s. \cos. \frac{1}{2} s' + (\cos. \frac{1}{2} s + \cos. d') \text{sen. } \frac{1}{2} s. \text{sen. } \frac{1}{2} s'}{\text{sen. } d' - \text{sen. } d}$$

Hágase $d + d' = m$, $d' - d = m'$, de donde $d' = \frac{1}{2}(m + m')$, $d = \frac{1}{2}(m - m')$, lo que da $\text{tang. H} =$

$$\frac{\text{sen. } \frac{1}{2} m. \text{sen. } \frac{1}{2} m' \cos. \frac{1}{2} s. \cos. \frac{1}{2} s' + \cos. \frac{1}{2} m. \cos. \frac{1}{2} m'. \text{sen. } \frac{1}{2} s. \text{sen. } \frac{1}{2} s'}{\text{sen. } \frac{1}{2} m'. \cos. \frac{1}{2} m'}$$

$$= \text{tang. } \frac{1}{2} m \cos. \frac{1}{2} s. \cos. \frac{1}{2} s' + \cot. \frac{1}{2} m'. \text{sen. } \frac{1}{2} s. \text{sen. } \frac{1}{2} s' : \text{parto por } \text{sen. } \frac{1}{2} s' \text{ y pongo por } \cot. \frac{1}{2} m', \frac{1}{\text{tang. } \frac{1}{2} m'}$$

y es $\frac{\text{tang. H. tang. } \frac{1}{2} m'}{\text{sen. } \frac{1}{2} s'} = \text{tang. } \frac{1}{2} m. \cos. \frac{1}{2} s. \cot. \frac{1}{2} s'. \text{tang. } \frac{1}{2} m' + \text{sen. } \frac{1}{2} s.$

Sea x un arco auxiliar, tal que $\text{tang. } x = \text{tang. } \frac{1}{2} m. \cot. \frac{1}{2} s' \text{ tang. } \frac{1}{2} m'$, será $\frac{\text{tang. H. tang. } \frac{1}{2} m'}{\text{sen. } \frac{1}{2} s'} = \text{tang. } x.$

$$\cos. \frac{1}{2} s + \text{sen. } \frac{1}{2} s, \text{ ó poniendo por tang. } x, \frac{\text{sen. } x}{\cos. x}, \text{ será } \text{sen. } (\frac{1}{2} s + x) = \frac{\text{tang. H. tang. } \frac{1}{2} (d' - d) \cos. x}{\text{sen. } \frac{1}{2} (p' - p)}.$$

Si las dos observaciones son simultáneas, $p' - p$ es la diferencia en ascension recta; pero si no son simultáneas, conocido el intervalo de ambas, y convertido en grados, llamándolo t , será $p' - p = a' - a + t$. Conocido $p' - p$ se conoce $\frac{1}{2} s + x$, y por consiguiente $\frac{1}{2} s$, ó $\frac{1}{2} (p' + p)$, y como se conoce $\frac{1}{2} (p' - p)$, se podrán determinar los ángulos horarios y por consi-

guiente las horas, y por ellas la altura.

18. *Dadas las declinaciones, ascensiones rectas y alturas de dos estrellas y el intervalo de las observaciones, determinar la altura de polo y ángulos horarios.*

En el triángulo que forman los dos círculos de declinacion con la distancia entre los astros, conocidas las declinaciones y la diferencia de los dos ángulos horarios, que es igual á la de las ascensiones rectas, mas el intervalo de las observaciones convertido en grados, determino la distancia de los astros y los ángulos adyacentes: en el triángulo que forma dicha distancia con los verticales, determino los ángulos de la distancia con los verticales, y conocidos los de la distancia con los círculos de declinacion se determinarán los ángulos paralácticos, y con ellos las alturas y las declinaciones se determinarán en los triángulos en altura, la altura de polo y los ángulos horarios. Este problema se resuelve mas facilmente cuando se observan dos alturas de una misma estrella.

Dadas las declinaciones y ascensiones rectas de dos astros observados en un mismo vertical, determinar sus alturas, azimutes y las horas de las observaciones.

En el triángulo que forman los círculos de declinacion con el vertical, se conocen dos lados y la diferencia de los horarios $= a' - a + t$: puede determinarse la diferencia en altura y los ángulos paralácticos, y en los triángulos en altura, los ángulos horarios, alturas y azimutes. Pudiera tomarse por dato la diferencia en alturas, y por incógnita la diferencia de ángulos horarios.

19. *Dadas las declinaciones y ascensiones rectas de tres estrellas, observadas á una misma altura, determinar la altura de polo, las horas y la altura comun.*

Sea N la altura comun: H la altura de polo: d, d', d'' las declinaciones: p el ángulo horario de la primer estrella, que se supone mas cercana al meridiano: $p + a$ el de la segunda: $p + b$ el de la tercera: b y a

son conocidos, porque cada diferencia en el ángulo horario es igual á la diferencia de ascensiones rectas mas el intervalo de las observaciones.

Los triángulos en altura dan

$$\cos. N = \text{sen. } H. \text{ sen. } d + \cos. H. \cos. d. \cos. p$$

$$\cos. N = \text{sen. } H. \text{ sen. } d' + \cos. H. \cos. d'. \cos. (p+a)$$

$$\cos. N = \text{sen. } H. \text{ sen. } d'' + \cos. H. \cos. d''. \cos. (p+b).$$

Partiendolo todo por $\text{sen. } H$, será

$$\frac{\cos. N}{\text{sen. } H} = \text{sen. } d + \cos. d (\cot. H. \cos. p)$$

$$\frac{\cos. N}{\text{sen. } H} = \text{sen. } d' + \cos. d'. \cos. a (\cos. H. \cos. p) - \cos. d' \text{ sen. } a (\cot. H. \text{sen. } p)$$

$$\frac{\cos. N}{\text{sen. } H} = \text{sen. } d'' + \cot. d'' \cos. b (\cot. H. \cos. p) - \cot. d'' \text{ sen. } b (\cot. H. \text{sen. } p)$$

$$\text{Hago } \frac{\cos. N}{\text{sen. } H} = x, \cos. H. \cot. p = y, \cot. H. \text{sen. } p = z, \text{ y será}$$

$$x = \text{sen. } d + y \cos. d$$

$$x = \text{sen. } d' + y \cos. a. \cos. d' - z \text{ sen. } a. \cos. d'$$

$$x = \text{sen. } d'' + y \cos. b. \cos. d'' - z \text{ sen. } b. \cos. d''.$$

En estas tres ecuaciones despejo las tres incógnitas x, y, z . Conocidos sus valores, partiendo el valor de z por el de y , es $\frac{z}{y} = \text{tang. } p$, lo que da los ángulos

horarios. Conocida p , $\cot. H = \frac{y}{\cos. p}$ da la altura de polo, y $\cos. N = x \text{ sen. } H$ da la altura comun.

Conocidas tres alturas observadas de una misma estrella y el intervalo de las observaciones, hallar las horas, la altura de polo y la declinacion de la estrella.

Sean las alturas n, n', n'' , los ángulos horarios $p, p+a, p+b$. Los triángulos en altura de las dos primeras observaciones dan

$$\cos. n = \text{sen. } H. \text{ sen. } d + \cos. H. \cos. d. \cos. p$$

$$\cos. n' = \text{sen. } H. \text{ sen. } d + \cos. H. \cos. d. \cos. (p+a).$$

Restando es $\cos. n - \cos. n' = \cos. H. \cos. d. [\cos. p - \cos. (p+a)]$

$(p+a)$], ó $2 \operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n' - n)$, $\operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n' + n) = 2 \cos. H$.
 $\cos. d$, $\operatorname{sen.} \frac{1}{2} a$, $\operatorname{sen.} (p + \frac{1}{2} a)$. Del mismo modo tendremos $2 \operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n'' - n)$, $\operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n'' + n) = 2 \cos. H$.
 $\cos. d$, $\operatorname{sen.} \frac{1}{2} b$, $\operatorname{sen.} (p + \frac{1}{2} b)$.

Partiendo será
$$\frac{\operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n' - n) \cdot \operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n' + n)}{\operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n'' - n) \cdot \operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n'' + n)} =$$

$$\frac{\operatorname{sen.} \frac{1}{2} a \cdot \operatorname{sen.} (P + \frac{1}{2} a)}{\operatorname{sen.} \frac{1}{2} b \cdot \operatorname{sen.} (P + \frac{1}{2} b)} \cdot \frac{\operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n' - n) \cdot \operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n' + n) \cdot \operatorname{sen.} \frac{1}{2} b}{\operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n'' - n) \cdot \operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n'' + n) \cdot \operatorname{sen.} \frac{1}{2} a}$$

$$\frac{\operatorname{sen.} (P + \frac{1}{2} a)}{\operatorname{sen.} (P + \frac{1}{2} b)}.$$

Sea f un arco auxiliar, tal que su tangente sea igual al primer miembro conocido de esta ecuacion,

y será $\operatorname{tang.} f = \frac{\operatorname{sen.} (P + \frac{1}{2} a)}{\operatorname{sen.} (P + \frac{1}{2} b)} =$

$$\frac{\operatorname{sen.} [P + \frac{1}{4} (b+a) - \frac{1}{4} (b-a)]}{\operatorname{sen.} [P + \frac{1}{4} (b+a) + \frac{1}{4} (b-a)]} =$$

$$\frac{\operatorname{sen.} [P + \frac{1}{4} (b+a)] \cos. \frac{1}{4} (b-a) - \cos. [P + \frac{1}{4} (b+a)] \cdot \operatorname{sen.} \frac{1}{4} (b-a)}{\operatorname{sen.} [P + \frac{1}{4} (b+a)] \cos. \frac{1}{4} (b-a) + \cos. [P + \frac{1}{4} (b+a)] \cdot \operatorname{sen.} \frac{1}{4} (b-a)}.$$

Partiendo por $\operatorname{sen.} [P + \frac{1}{4} (b+a)]$, y por $\cos. \frac{1}{4} (b+a)$,

será $\operatorname{tang.} f = \frac{1 - \operatorname{tang.} \frac{1}{4} (b+a) \cot. [P + \frac{1}{4} (b+a)]}{1 + \operatorname{tang.} \frac{1}{4} (b-a) \cot. [P + \frac{1}{4} (b+a)]}$, de

donde $\cot. [P + \frac{1}{4} (b-a)] = \cot. \frac{1}{4} (b+a) \operatorname{tang.} (45^\circ \times f)$.
 Esta ecuacion da los ángulos horarios.

Tenemos $\cos. H \cdot \cos. d = \frac{\operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n' - n) \cdot \operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n' - n)}{\operatorname{sen.} \frac{1}{2} a \cdot \operatorname{sen.} (P + \frac{1}{2} a)}$
 y $\cos. H \cdot \cos. d \cdot \cos. P = \frac{\operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n' - n) \cdot \operatorname{sen.} \frac{1}{2} (n' - n) \cos. P}{\operatorname{sen.} \frac{1}{2} a \cdot \operatorname{sen.} (P + \frac{1}{2} a)}.$

Hago este segundo miembro, que es todo conocido, igual $\cos. Q$, y siendo $\cos. n = \operatorname{sen.} H \cdot \operatorname{sen.} d + \cos. h \cdot \cos. d$, $\cos. P$, será $\operatorname{sen.} H \cdot \operatorname{sen.} d = \cos. n - \cos. Q = 2 \operatorname{sen.} \frac{1}{2} (Q - n) \cdot \operatorname{sen.} \frac{1}{2} (Q + n)$. Teniendo los valores de $\cos. H$, $\cos. d$, y de $\operatorname{sen.} H \cdot \operatorname{sen.} d$, su diferencia da el coseno de su suma, y su suma el de su diferencia. Conocidas la suma y diferencia de H y d , se pueden determinar estas dos cantidades.

20. Se llama nacimiento *heliaco* ó solar de una es-

trella la época en que nace poco antes que el sol: y ocaso *heliaco* la época en que se pone un poco despues que el sol: de modo, que en el nacimiento y el ocaso heliaco la estrella será visible por muy pocos momentos.

Fig. X. Sea HZPO el meridiano, HO el horizonte, QR el ecuador, EC la eclíptica: S el sol antes de salir, abatido debajo del horizonte en la cantidad RS, tal, que la estrella A, que entonces se halla en el horizonte, sea visible. La cantidad RS se conoce por la observacion. La estrella A se halla en su nacimiento ú ocaso heliaco, segun el punto E es el de este ó el de oeste.

Para determinar la época, es preciso hallar la longitud A'S del sol en el dia, que la estrella se halla en el horizonte, cuando el sol se halla abatido en la cantidad RS. Con la declinacion de la estrella y altura de polo, determino el arco semidiurno de la estrella y por él la hora en que se halla en el horizonte. Determino el punto I de la eclíptica, que se halla á esta hora en el horizonte, y el ángulo que forma la eclíptica con el horizonte. En el triángulo ISR, rectángulo en R, conocidos RS y el ángulo I, determino la hipotenusa IS, que añadida á AI dá la longitud del sol, y por consiguiente el dia pedido.

21. El paso de los astros por el meridiano se determina tambien por el método de las alturas correspondientes. Consiste en observar las horas á que un astro tiene iguales alturas antes y despues de su paso por el meridiano: el semi-intervalo de las horas da el momento en que pasa por el meridiano, si el astro no varía de declinacion en dicho intervalo; porque los triángulos en altura correspondientes á ambas observaciones tendrán sus tres lados iguales, serán iguales, y por consiguiente los ángulos horarios antes y despues del meridiano.

Fig. XI. Pero si en el intervalo de las dos observaciones ha aumentado la declinacion ó disminuido la distancia polar, cuando el ángulo horario ZPB del ocidente sea igual al oriental, el astro se hallará en B'

mas cercano al cenit, que si se hubiera conservado constante la declinacion, y para que llegue al mismo círculo menor paralelo al horizonte BA (que se llama *almicantarat* del astro), será preciso que el ángulo horario sea mayor. En efecto, sea BmA el paralelo del punto A. Siendo $Pm = Pz + zA > PA$, y $PA = Pm$, es $PM > Pm$: luego el almicantarat, al pasar del punto B, se acerca al polo mas que el paralelo de A, y para que el astro en b tenga la misma altura que en A, es preciso que el horario $zPb > zPA$ en el ángulo BPb , cuya mitad será necesario quitar al semi-intervalo de las observaciones, para tener el momento del paso por el meridiano: la correccion en grados será $-\frac{1}{2} BPb$, ó en tiempo $-\frac{1}{30} BPb$.

Calculemos el ángulo BPb , es decir, el aumento del ángulo horario correspondiente al de la declinacion bajo una misma altura y una misma altura de polo.

Sea n la altura del astro, H la de polo, D la declinacion, y P el ángulo horario. Será en el triángulo de altura $\cos. n = \text{sen. } H. \text{ sen. } D + \cos. H. \cos. D. \cos. P$. Diferenciando esta ecuacion, será $0 = dD. \text{ sen. } H. \cos. D - dD. \cos. H. \cos. P. \text{ sen. } D - dP. \cos. H. \cos. D. \text{ sen. } P$, de donde $dP = dD (\text{tang. } H. \text{ cosec. } P - \text{tang. } D. \text{ cot. } P)$. Los términos despreciados en la diferenciacion son muy pequeños; y el error que su omision pudiera causar se compensa tomando en lugar de P y D , $\frac{1}{2}(P' + P)$ y $\frac{1}{2}(D' + D)$; es decir, suponiendo que el triángulo que se quiere diferenciar, es el medio entre las dos observaciones. Por consiguiente la correccion que debe hacerse al semi-intervalo de las dos observaciones, es $-\frac{1}{30} dD [\text{tang. } H. \text{ cosec. } \frac{1}{2}(P' + P) - \text{tang. } \frac{1}{2}(D' + D). \text{ cot. } \frac{1}{2}(P' + P)]$: dD representa el aumento de la declinacion. Cuando esta disminuye, la correccion es aditiva.

El instante en que el sol pasa por el meridiano, se llama *mediodia*, y la sombra que forma entonces un estilo colocado verticalmente, es la comun seccion

del meridiano con el horizonte, la cual se llama *línea meridiana*, ó *línea norte-sur*. Para trazarla se divide por medio el ángulo que forman las sombras del estilo cuando el sol se halla en el mismo almicerat por la mañana y por la tarde. Mas hay que hacer una correccion correspondiente á la variacion de declinacion del sol. Esta correccion es la variacion de plano vertical ó de azimut, que sufre el sol por su movimiento en declinacion; y como los ángulos que forman las sombras representan los azimutes, es evidente que deberá corregirse la meridiana en la mitad de la variacion que sufre el azimut por la variacion en declinacion.

El triángulo en altura da, llamando A el azimut, sen. D = sen. H. sen. n + cos. H. cos. n . cos. A. Diferenciando es $dD \cdot \cos. D = -dA \cdot \text{sen. A} \cdot \cos. H \cdot \cos. n$, de donde $dA = dD \cdot \frac{\cos. D}{\text{sen. A} \cdot \cos. H \cdot \cos. n}$. La cor-

reccion deberá hacerse del lado de la sombra de la mañana, si la declinacion aumenta; y del lado de la sombra de la tarde, si disminuye.

22. Hemos visto el uso de la trigonometria esférica en la descripcion de las apariencias celestes. Los que no conozcan este ramo de las matemáticas puras, podrán sin embargo formar una idea de estas apariencias por medio del globo celeste y de la *esfera armilar*; instrumentos de que se valieron mucho los cosmógrafos antiguos, y que en el dia pueden servir, ó para designar aproximadamente la situacion de un astro que se quiere observar con mas exactitud, ó para la instruccion de los que desean conocer todo lo que puede saberse en astronomía con solo el auxilio de la geometría.

En el polo del globo celeste hay un círculo dividido en horas y una manilla fija para señalarlas. En su superficie estan marcadas las estrellas fijas y los círculos principales de la esfera. Se coloca el polo á la altura que tiene sobre el horizonte del observador,

y si se da la hora, haciendo girar la esfera hasta que la manilla señale la hora dada, quedará en la situacion que debe tener para el observador, teniendo cuidado de marcar en la eclíptica el lugar del sol el día de la observacion.

Pero si dada la apariencia celeste, se pide la hora, se coloca la esfera en la apariencia, que debe tener, y la manilla manifestará la hora.

Se pueden variar estos problemas al infinito: nos contentaremos con poner uno de cada especie. El profesor podrá añadir otros para habituar á sus alumnos al manejo del globo.

Se pide la altura de Sirio sobre el horizonte de Madrid el 25 de diciembre á las cuatro de la mañana.

Montese el globo á la altura de Madrid: marquese el lugar del sol en la eclíptica el 25 de diciembre: traygase el sol al meridiano, y pongase la manilla en las 12: muevase la esfera hasta que la manilla señale las 4 de la mañana, y midase en esta posicion la altura de Sirio.

¿A qué hora nace el sol el día 27 de febrero?

Marquese el lugar del sol en la eclíptica en dicho día: llevese el sol al meridiano y pongase la manilla en las 12. Traygase el sol al horizonte oriental y la manilla señalará la hora.

Bien se ve cuán inexactas han de ser estas operaciones. Su utilidad principal consiste en hacer conocer á los alumnos la conexion que tienen entre sí las diferentes afecciones con que hemos distinguido los astros, y señalado su situacion.

La esfera armilar solo contiene los principales círculos de la esfera, relativos al movimiento diurno y anuo del sol. Asi no puede servir mas que para representar las variaciones del movimiento diurno, originadas por el anuo.

Notese que en el globo no se señala nunca el tiempo sideral, sino con arreglo al día del sol, que es mayor que el de las estrellas; pero esta diferencia es menor todavía que el error propio de esta máquina.

4.º *Gnomónica.*

23. Llámase *Gnomónica* el arte de construir relojes de sol, los cuales señalan por las sombras de una varita de hierro, llamada *gnomon*, las diferentes horas del día.

Si sobre un plano horizontal se levanta verticalmente una varita de hierro, se formará un triángulo rectángulo, cuyos catetos son la varita y su sombra. La altura del sol será el ángulo que forma el rayo solar, que termina la sombra, con el horizonte, y la tangente de dicha altura será el estilo partido por la longitud de su sombra. De donde se infiere que la sombra meridiana es la mas pequeña: que las sombras horizontales son infinitas; y que á una misma hora es la sombra menor cuanto mas cercano está el sol al cenit en las diferentes estaciones del año.

Las estremidades de las sombras forman una curva, que en los países, á donde el sol nace y se pone todos los días, es una hipérbola.

Demost. Los rayos del sol, que pasan por el extremo del estilo y que salen de todos los puntos del paralelo solar, forman un cono que llamaremos *luminoso*, cuyo vértice es el del estilo y su base el paralelo del sol. Estos rayos, prolongados hasta el plano horizontal, forman otro cono opuesto al vértice al primero, y que llamaremos *sombrío*: el horizonte corta ambos conos: luego su interseccion con el sombrío, formada por las estremidades de las sombras, debe ser una hipérbola: sus asíntotas son las sombras horizontales, y su eje la meridiana.

Si el horizonte es paralelo al círculo, que describe el sol, la curva de las sombras será un círculo paralelo al del sol.

Si el paralelo del sol tiene un solo punto comun con el horizonte, este será paralelo á uno de los lados del cono; y la curva de las sombras será una parábola.

Si el paralelo del sol es inclinado al horizonte y está todo sobre él, el horizonte no corta mas que al cono sombrío, y la curva de las sombras será una elipse.

La curva de las sombras es pues una seccion cónica.

En el equinoccio la línea de las sombras es sensiblemente una línea recta: porque el cono sombrío se acerca mucho á ser un plano, que representa el del ecuador, en el cual se mueve aquel dia el sol.

El *relox equinoccial* se construye colocando sobre un plano un estilo perpendicular y haciendo que el extremo del estilo tenga sobre el horizonte la misma altura que el polo. El estilo representará el eje del mundo, y el plano el ecuador. Desde el pie del estilo con un radio arbitrario describase un círculo, que se dividirá en arcos de á 15° , por un lado y otro desde la meridiana del relox, que es la sombra que hace el sol en el instante de mediodia, hácia una y otra parte hasta los 90° . En el tiempo que el sol está en la parte septentrional del cielo, la sombra del estilo, cayendo sobre cada division, marcará la hora solar correspondiente; pero cuando el sol se halla en los signos meridionales, no iluminará ni dará sombra en el plano, sino en su parte inferior. Prolongando pues el estilo, y haciendo una operacion semejante en la parte inferior, se tendrá en ella un relox, que servirá para los otros seis meses del año.

El relox *horizontal* se construye, marcando sobre el plano horizontal las sombras del estilo del relox equinoccial, y escribiendo en cada sombra horizontal la hora que señala dicho relox.

El relox *vertical* se construye, marcando sobre el plano vertical en que se quiere construir, las sombras del estilo del relox equinoccial, y notando las horas que señala dicho relox.

Si el plano vertical se confunde con el que pasa por los puntos cardinales de este y oeste, el relox se llama regular: si es diferente, se llama declinante. El estilo del relox vertical debe seguir siempre la direccion del eje del mundo.

A estos sencillos principios se reduce el arte de construir relojes de sol. Sobre ellos se funda la demostracion de muchos teoremas interesantes; pero el plan que nos hemos propuesto en esta obra no nos permite detenernos en su esplicacion, y asi concluiremos este artículo, esponiendo brevemente la manera con que se ha aplicado la trigonometria esférica á la gnomónica.

Fig. XII. Sea ABEC el plano de una pared vertical, en la cual se quiere construir un reloj declinante. Sea M el punto donde se ha de poner el gnomon, mirando al polo del mundo. Este punto se contempla como el centro del horizonte y la esfera: z es su cenit: MD es la interseccion del vertical de la pared con el meridiano, y se llama la *meridiana* del reloj. Las sombras del gnomon son las intersecciones del círculo horario del sol con el vertical de la pared. Sea una de ellas MF, y prolongandola hasta el cielo, sea G el punto en que lo corta, el cual será la interseccion del círculo horario del sol con el plano del vertical: su distancia GZ al cenit, mide el ángulo FMD, que la línea horaria FM forma con la meridiana. La cuestion se reduce pues á buscar la distancia al cenit del punto de interseccion del círculo horario con el vertical de la pared.

Fig. XIII. Sea HZR el meridiano: ZE el primer vertical: ZT el vertical de la pared: PS el círculo horario de sol: la ZS de esta figura es la ZG de la anterior. En el triángulo ZPS se conoce ZP, complemento de la altura de polo, el ángulo SZP, complemento de la declinacion de la pared, y el ángulo horario en P: se puede determinar la ST, y por consiguiente el ángulo que debe formar con la meridiana la línea horaria. Dénse pues al ángulo en P los diferentes valores de 15° , 30° , 45° , etc. grados, y resolviendo el triángulo para cada uno, se tendrán las líneas horarias del reloj, correspondientes á 1, 2, 3, 4, etc. horas antes ó despues de las 12.

El arco PQ perpendicular á ZT es la altura del polo sobre el plano del reloj, ó la inclinacion del gnomon

sobre dicho plano. Se determina en el triángulo rectángulo ZPQ.

Si la pared está en el plano del primer vertical, el reloj es regular. El triángulo que hay que resolver es ZPO, rectángulo en Z, y el cálculo es mas sencillo.

Si el reloj es horizontal, en el triángulo HPV busco HV, arco que mide en el horizonte el ángulo de la línea horaria con la meridiana. La fórmula es $\text{tang. HV} = \text{sen. altura de polo} \times \text{tang. ángulo horario}$.

Fig. XIV. En fin, si el plano es inclinado al horizonte, estará representado por el círculo máximo MaX: bajandole desde el cenit el arco perpendicular Za, este medirá la inclinacion del plano, y OX su declinacion con respecto al primer vertical. $OXb = 90^\circ - Za$: con este ángulo y OX calcúlense bX, bO y ObX: conocida Zb $= 90^\circ - bO$ y Za, calcúlense ba: con ba y bz hallese MZ y el ángulo M: con M, MP y el ángulo horario MPd, se calculará Md, inclinacion de una línea horaria con la meridiana. Ma representa la inclinacion de la meridiana con la vertical.

5.º Del tiempo.

24. El movimiento uniforme es la medida del tiempo, cuyos intervalos son siempre proporcionales á los espacios corridos, cuando se conserva igual la velocidad del movil.

Siendo uniforme el movimiento de las estrellas, pues las variaciones de este movimiento nacidas de la precesion de los equinoccios y de la variacion de la oblicuidad de la eclíptica no se hacen sensibles sino despues de muchos siglos, la medida mas natural del tiempo es el movimiento diurno de la esfera. El tiempo *sidereal* se cuenta pues en dias y horas siderales. Dia sideral es el intervalo entre dos pasos sucesivos de una misma estrella por el meridiano; y se divide en 24 horas.

Pero siendo el sol el astro mas visible de todos,

y aproximándose mucho su movimiento á ser uniforme, fue mas natural que los hombres midiesen el tiempo por el movimiento diurno del sol. Llámase dia verdadero el intervalo entre dos pasos sucesivos del sol por el meridiano; y se divide tambien en 24 horas. Este dia es mayor que el sideral, porque el sol se atrasa en cada revolucion de la esfera una cierta cantidad hácia el oriente.

En virtud de este atraso, da vuelta al cielo en la eclíptica en $365^d \frac{1}{4}$ con corta diferencia: á este intervalo se ha llamado año, y se ha medido con suma exactitud, por el método siguiente.

En el dia que el sol pasa por el punto equinoccial, observense dos distancias suyas al polo, una mayor que 90° y otra menor, y calculense sus ascensiones rectas correspondientes y la diferencia en ascension recta: dígase despues: diferencia en ascension recta calculada es al intervalo de las dos observaciones como una de las ascensiones rectas es al intervalo de tiempo entre la observacion, que le corresponde, y el paso del sol por el equinoccio. Se conocerá el momento en que el sol pasa por el equinoccio.

Repetiendo la misma observacion muchos años despues, partase el intervalo entre los dos pasos del sol por el equinoccio por el número de años. El cociente dará el valor del año que es de $365^d 5^h 48' 50''$.

Partiendo los 360° de la eclíptica por los dias que tiene el año, resulta en el cociente $59' 8'', 33$, arco que describiria el sol diariamente en la eclíptica, si su movimiento anuo fuera uniforme.

Calculando las longitudes del sol de 24 en 24 horas, resultan desiguales entre sí los arcos diarios que describe en la eclíptica: luego *el movimiento del sol en la eclíptica no es uniforme.*

Mas aunque lo fuese, no serian iguales los aumentos de la ascension recta, correspondientes á aumentos iguales en la longitud: porque á iguales aumentos de la hipotenusa de un triángulo esférico no cor-

responden iguales aumentos del cateto adyacente al ángulo constante. En efecto, sea p la oblicuidad de la eclíptica: l la longitud: a la ascension recta: será $\text{tang. } a = \text{tang. } l \times \cos. p$. Sea a' la ascension recta correspondiente á $2l$: será $\text{tang. } a' = \text{tang. } 2l \cos. p = \frac{2 \text{ tang. } l \cos. p}{1 - \text{tang.}^2 l} =$

$$\frac{2 \text{ tang. } a}{1 - \text{tang.}^2 l} : \text{pero } \text{tang. } 2a = \frac{2 \text{ tang. } a}{1 - \text{tang.}^2 a} ; \text{luego } a' > 2a.$$

Como el exceso del día verdadero sobre el sidereal se mide por la variación diaria del sol en ascension recta, no siendo esta uniforme, se infiere que *los días verdaderos no son iguales*.

Supongamos un sol imaginario, cuyo movimiento en ascension recta fuese siempre uniforme; es decir, de $59' 8''$, 33 en cada revolución sidereal: el intervalo entre dos pasos sucesivos de este sol por el meridiano se llama día medio, el cual también se divide en 24 horas, que equivalen á $24^h 3' 56''$, 555 de tiempo sidereal.

25. El día verdadero solamente es igual al medio cuatro veces al año: la diferencia entre el tiempo verdadero y el tiempo medio que se cuentan en un instante determinado, se llama ecuación del tiempo: su mayor valor es de $16'$ y su mayor variación de un día á otro es de $-21''$ y $+30'''$: por consiguiente la mayor variación del día verdadero es de $23^h 59' 39''$ y 24^h ó $30''$ de tiempo medio.

La ecuación del tiempo es la diferencia entre la ascension recta verdadera y la ascension recta media del sol, convertida en tiempo á razón de 15° por hora. En el equinoccio de primavera el día medio es mayor que el verdadero: su mayor diferencia es el 23 de marzo: esta diferencia disminuye hasta el 15 de mayo, que se reduce á cero: el día medio empieza á ser menor que el verdadero: el mayor exceso de este es el 23 de junio: este exceso disminuye y se reduce á cero el 27 de julio. El día verdadero vuelve á ser menor que el medio: el mayor exceso de este es el 17 de setiem-

bre: este esceso disminuye y se hace igual á cero el 3 de noviembre. En fin el dia verdadero es mayor que el medio, siendo el mayor esceso el 23 de diciembre: este esceso disminuye y se hace igual á cero el 12 de febrero.

Como el dia medio tiene $3' 56''$, 555 siderales mas que el dia sideral, se infiere que el dia sideral, espresado en tiempo medio, se hallará por esta proporcion: si $24^h 3' 56''$, 555 siderales equivalen á 24^h tiempo medio, 24 horas siderales ¿á cuánto equivaldrán? á $23^h 56' 4''$, 0907, valor del dia sideral, espresado en tiempo medio. Luego el dia sideral se convierte en medio, restandole $3' 55''$, 9093: la hora sideral se convierte en media, restandole $\frac{3' 55'', 9093}{24}$, ó $9''$, 8271: el minuto sideral se convierte en minuto de tiempo medio, restandole $0''$, 1608: el segundo sideral se convierte en medio, restandole $0''$, 0027. Por medio de estas restas se convierte cualquier intervalo de tiempo sideral en tiempo medio, y al contrario.

La ecuacion del tiempo sirve para convertir el tiempo medio en verdadero. Conocida pues la hora de una observacion en tiempo sideral, es facil calcularla en tiempo verdadero y al contrario.

Si la hora se conoce por un reloj de movimiento uniforme, pero que no esté arreglado ni al tiempo sideral ni al tiempo medio, se determina 1.º la hora que es en el reloj cuando el sol medio pasa por el meridiano: 2.º el intervalo de tiempo que señala el reloj, entre este paso del sol medio por el meridiano y el siguiente: llamese d este intervalo y formese esta proporcion: si d dia del reloj equivalen á 24 horas de dia medio las horas que señala el reloj desde el primer paso del sol por el meridiano hasta el momento de la observacion, ¿cuántas horas compendrán en tiempo medio? Y se tendrá la hora de la observacion en tiempo medio, que puede transformarse en verdadero ó sideral.

6.º Diámetros , paralages , refracciones.

46. Llámase diámetro aparente de un astro el ángulo que forman en nuestra vista las visuales dirigidas á los extremos de su diámetro verdadero. El semidiámetro aparente debe restarse de la altura del astro , si se ha observado la de su limbo superior ; ó debe añadirse , si se ha observado la de su limbo inferior , para tener la altura de su centro.

El diámetro aparente se halla , observando el tiempo que media entre los apulsos de los dos limbos oriental y occidental del astro á un hilo vertical , cuando el astro atraviesa el meridiano. Este tiempo , convertido en grados , da el diámetro del astro , si corre aquel día el ecuador ; mas si corre otro paralelo , es menester multiplicarlo por el coseno de su declinacion , porque aquella cantidad de tiempo corresponde en el ecuador á un arco tantas veces mayor quanto es mayor el radio del ecuador que el del paralelo ; y en esta misma cantidad se aumentaria el diámetro aparente , si no se le multiplicase por el coseno de la declinacion.

Los semidiámetros aparentes de un mismo astro estan en razon inversa de sus distancias á la tierra. Porque sean s , s' los semidiámetros aparentes : d , d' las distancias ; y r el radio verdadero del astro. Será $\text{sen. } s = \frac{r}{d}$, y $\text{sen. } s' = \frac{r}{d'}$: de donde $\frac{\text{sen. } s}{\text{sen. } s'} = \frac{d'}{d}$; pero los senos de los ángulos muy pequeños son insensiblemente como dichos ángulos : luego $\frac{s}{s'} = \frac{d'}{d}$: luego etc.

Los planetas varian frecuentemente de diámetro aparente ; lo que prueba que su distancia á la tierra no es siempre la misma. Este solo fenómeno aniquila la hipótesis de los cielos sólidos , en que fingieron los antiguos que giraban los planetas al rededor de la tierra.

27. Llámase paralage la diferencia entre los puntos del

cielo, á que se refiere un astro visto desde la superficie y desde el centro de la tierra. El centro de la tierra lo es tambien de los movimientos aparentes del cielo; y por consiguiente deben observarse desde él las alturas y las demas afecciones astronómicas de los astros; y como nosotros estamos en la superficie de la tierra, se infiere que toda altura observada debe corregirse de la paralage, cuyo efecto es hacer parecer al astro mas bajo de lo que realmente está; y por tanto es una correccion aditiva á la altura.

La paralage es el ángulo formado en el astro entre las rectas tiradas desde él al centro de la tierra y al lugar del observador: pues ese ángulo se mide sensiblemente en el cielo por el arco, comprendido entre los puntos adonde se refiere el astro; suponiendo nula la distancia del astro á la tierra, respecto á la inmensa distancia del cielo.

La paralage de un astro en el horizonte se llama *paralage horizontal*. Es igual á la paralage en altura multiplicada por el coseno de la altura aparente.

Demost. Fig. XV. Sea O el centro de la tierra, P el punto de su superficie donde está el observador, A un astro en el horizonte: el ángulo PAO = P, su paralage horizontal: en el triángulo rectángulo PAO, es $\text{sen } P = \frac{PO}{OA}$.

Sea A' el lugar de un astro elevado sobre el horizonte: el ángulo PA'O = P', su paralage en altura: en el triángulo PA'O es $\frac{PO}{OA'} = \frac{\text{sen. } P'}{\text{cos. APA'}}$: luego $\text{sen. } P' = \text{sen. } P \times \text{cos. APA'}$; y como los arcos muy pequeños son sensiblemente como sus senos, $P' = P \times \text{cos. APA'}$: luego etc.

Determinar la paralage horizontal de un astro.

Fig. XVI. Sea ZAZ' el plano de un meridiano celeste, cuya interseccion con el globo de la tierra sea HH': este círculo se llama *meridiano terrestre*. Sean H, H' dos lugares colocados en dicho meridiano, y observese

desde ambos el astro A' , cuando llega al meridiano común de ambos lugares. En el cuadrilátero $HCH'A'$, se conoce el ángulo C , que es igual á la suma ó diferencia de las distancias del polo á los cenites de ambos observadores: tambien se conocen los ángulos $A'HC$, $A'HC$, suplementos de las distancias aparentes del astro á los dos cenites. Sumense estos tres ángulos, y restese su suma de 360° : se tendrá el ángulo cuarto, que es A' , el cual es igual á la suma de las dos paralages en la altura $HA'C$, $H'A'C$, que tiene el astro con respecto á los dos observadores.

Sea P la paralage horizontal del astro: A , a , las alturas aparentes observadas desde los dos lugares: será $CAH = P. \cos. A$, $CA'H' = P. \cos. a$: luego $P. \cos. A$

+ $P. \cos. a = A'$, y $P = \frac{A'}{\cos. A + \cos. a}$ fórmula que determina la paralage horizontal del astro.

En todos los planetas se ha descubierto paralage: así se ha podido calcular su distancia á la tierra: pues

(fig. XV) $AO = \frac{PO}{\text{sen. } PAO}$, fórmula que determina el va-

lor de AO , conocido el radio PO de la tierra. En las fijas no se ha podido calcular la paralage; y por tanto no se ha podido determinar la distancia de ninguna de ellas á la tierra. Sus distancias á la tierra son tan inmensas, que el radio de nuestro globo es como nulo, y observadas desde el centro ó desde la superficie tienen siempre la misma distancia al cenit.

Las variaciones de la paralage horizontal de un mismo planeta son muy poco sensibles; y por tanto no son á propósito para comparar las variaciones de su distancia á la tierra. Estas variaciones se han conocido por la variacion de diámetro aparente.

Conocida la paralage horizontal de un astro, es facil calcular la que tiene á cualquier altura aparente, y añadirla á dicha altura para corregirla.

28. Cuando se calcula por medio de la declinacion y el ángulo horario la altura de un astro, y al mis-

mo tiempo se observa dicha altura, se nota que la altura observada es siempre mayor que la calculada, y que la diferencia siendo muy notable en el horizonte, donde es de 33', disminuye rápidamente aumentando la altura; de modo que á 45° de altura es de 1', y en las proximidades al cenit es insensible. Esta irregularidad es la misma en todos los astros, se observa igualmente en todos los países de la tierra y en todas las épocas del año, y es toda en altura; de modo que el azimut no sufre variacion alguna. A esta irregularidad se ha llamado *refraccion astronómica*. Como solo depende en sus variaciones de la altura del astro, no puede atribuirse á ninguna irregularidad en los movimientos celestes. Hé aqui la esplicacion fisica de este fenómeno.

La luz, pasando oblicuamente de un medio á otro de diferente densidad, padece una deviancion de su direccion primitiva, acercandose á la normal de la superficie que separa ambos medios, si pasa de un medio mas raro á otro mas denso; ó separandose de ella, si pasa de un medio mas denso á otro mas raro. Esta observacion se explica suponiendo en los medios por donde pasa una fuerza de atraccion proporcional á su densidad, y que acelera la velocidad de la luz en la direccion de la normal, si pasa de un medio mas raro á otro mas denso, y la disminuye en el caso contrario. Asi un baston metido en el agua parece quebrado.

Los rayos de luz que salen de los cuerpos celestes al entrar en la atmósfera que rodea la tierra, atraviesan sus diferentes capas, y como la densidad de estas aumenta á proporcion que estan mas cercanas á la tierra, la luz varía á cada instante de direccion, acercandose á las normales de estas diferentes capas; de modo que cuando llega al ojo del observador, y pinta en él la imagen del astro, el observador la refiere al cielo en la direccion de la última tangente á la curva, y por consiguiente ve el astro en un punto

mas alto que el que realmente está. El efecto de la refraccion debe ser mayor cuanto mas oblicua sea la direccion de la luz; y por tanto debe ser grande en las proximidades al horizonte. En el cenit debe ser nula, porque el rayo de luz, que advierte al observador la presencia del astro, atraviesa perpendicularmente las capas atmosféricas; y la atraccion de estas puede acelerar su velocidad, mas no alterar su direccion.

Se ha construido la tabla de las refracciones para las diferentes alturas, comparando la altura calculada en el triángulo en altura con la observada, corregida de paralage y semidiámetro: la diferencia entre ambas es la refraccion correspondiente á aquella altura observada.

Siendo el efecto de la refraccion aumentar la altura del astro, debe restarse de la altura observada para tener la verdadera.

La refraccion acelera la época del nacimiento de un astro y retarda la de su ocaso. Se ha observado que la refraccion hace parecer al sol en el horizonte, cuando está 33' debajo de él. Calcúlese pues, conocida la altura de polo y la declinacion del sol, la diferencia de ángulo horario que corresponde á 33' de diferencia en la altura y se tendrá el intervalo de tiempo, en que se acelera la salida del sol y en que se retarda su ocaso.

29. Otro de los efectos de la refraccion es el *crepúsculo*. Llámase asi aquella luz variable, que crece por grados antes de salir el sol y disminuye despues de ponerse, y que sirviendo de tránsito de las tinieblas á la luz, y de la luz á las tinieblas, evita el daño que recibirian nuestros ojos, si pasasen repentinamente de un estado á otro.

Fig. XVII. Cuando el sol está en S á 33' debajo del horizonte, el rayo SO, quebrandose en O, llega á nuestra vista H por la tangente HO, y vemos al sol en R; pero si el sol baja hasta S', el rayo S'O, espe-

rimentando una refraccion de 33', pasa á OL por cima de nuestras cabezas, y por consiguiente no vemos al sol; pero el casquete OML está iluminado, y todas las moléculas de esta parte de la atmósfera nos envian una luz refleja. Este casquete disminuye á proporcion que el sol descende; y cuando se ha desvanecido dicho casquete, hay completa obscuridad y acaba el crepúsculo de la tarde, ó el *sol puesto*. Lo mismo, aunque en sentido contrario, debe decirse del crepúsculo de la mañana, ó la *aurora*. Se ha observado que el crepúsculo no termina hasta que el sol está 18° debajo del horizonte. Es fácil pues calcular su duracion; es decir, la variacion de ángulo horario, que corresponde á 18° de variacion en altura.

Cuando el punto L, que termina el casquete de la luz refleja, pasa por el cenit M, el observador que estuviere de espaldas al occidente no veria ninguna luz, y entonces acabaria para él el *crepúsculo civil*, asi como no empezaria el de la mañana para el que estuviere de espaldas al oriente, sino en el momento en que el punto L llegase á M. Lambert ha observado que el fin del crepúsculo civil de la tarde y el principio del de la mañana se verifica estando el sol 6° 24' debajo del horizonte.

El crepúsculo es mas largo cuanto es mayor la altura del polo; porque mientras menos inclinado sea el paralelo al horizonte, menos tiempo tardará el sol en bajar 18° debajo del horizonte. Tambien es mas largo cuanto el sol se halla mas cercano al polo. La siguiente fórmula de la duracion del crepúsculo demuestra uno y otro.

Cuando el sol se halla 18° debajo del horizonte, llamando P' al ángulo horario, es $\cos. (108^\circ) = \text{sen. } 18^\circ = \text{sen. H. sen. D} + \cos. \text{H. cos. D. cos. P'}$; de donde $\cos. P' = \frac{\text{sen. } 18^\circ}{\cos. \text{H. cos. D}} - \text{tang. H. tang. D}$. Cuando el sol está en el horizonte, llamando P á su ángulo horario, es $\cos. P = -\text{tang. H. tang. D}$; luego $\cos. P' = \cos. P$

$$\frac{\text{sen. } 18^\circ}{\cos. H. \cos. D}, \text{ ó } 2 \text{ sen. } \frac{1}{2} (P' + P) \cdot \text{sen. } \frac{1}{2} (P' - P) = \frac{\text{sen. } 18^\circ}{\cos. H. \cos. D},$$

$$\text{ó sen. } \frac{1}{2} (P' - P) = \frac{\text{sen. } 18^\circ}{2 \cos. H. \cos. D \cdot \text{sen. } \frac{1}{2} (P' + P)}; \text{ donde se ve}$$

que la diferencia de los ángulos horarios, que representa la duracion del crepúsculo, es tanto mayor cuanto menores sean $\cos. H$ y $\cos. D$; es decir, cuanto mayores sean la altura de polo y la declinacion.

7.º De las desigualdades de los movimientos planetarios.

30. Las variaciones de los diámetros aparentes de los planetas probaron á los astrónomos que estos astros no conservaban siempre la misma distancia de la tierra. Las desigualdades del movimiento del sol probaron que este astro no se movia al rededor de la tierra en un círculo, cuyo centro ocupase nuestro globo, y que las apariencias celestes de esfericidad no eran mas que ilusiones ópticas. Los demas planetas, observados con mas atencion, presentaron síntomas mas evidentes de irregularidad. Escepto la luna, todos los demas parecian unas veces *estacionarios*; es decir, que no avanzaban en el sentido contrario al movimiento diurno: otras *retrógrados*; es decir, que se volvian atras en sus órbitas. Ademas Venus y Mercurio jamas se veian en oposicion con el sol respecto á la tierra, lo que parecia indicar que la tierra estaba fuera de su órbita, y que el sol era el centro de sus movimientos.

Ptolomeo imaginó esplicar estas desigualdades, suponiendo que el sol giraba al rededor de la tierra, colocando á esta, no en el centro de su órbita circular, sino á cierta distancia de dicho centro; pero como esta hipótesis no cuadraba con las observaciones, supuso que tanto el sol como los demas planetas giraban en *epiciclos*; es decir, en círculos que giraban al rededor de su centro, al mismo tiempo que este centro giraba al rededor de la tierra. Este sistema de los epiciclos,

á pesar de ser tan arbitrario, tan inverosímil, tan contrario á la sencillez de las leyes de la naturaleza, sirvió por muchos siglos para explicar las irregularidades de los movimientos planetarios, aunque las explicaba muy mal, y fue llamado el sistema de Ptolomeo: en él se conservaba á la tierra quieta en el centro de los movimientos.

Ticho-Brahe imaginó que Venus y Mercurio giraban al rededor del sol como satélites; pero que el sol y el resto de los astros giraban al rededor de la tierra.

31. Keplero, convencido de la irregularidad y complicacion de los movimientos planetarios vistos desde la tierra, buscó otro punto para observarlos, y eligió el centro del sol. La siguiente teoría sirve para calcular las apariencias celestes que se presentarían á un observador colocado en el centro del sol, conocidas las que se presentan á un observador colocado en la tierra.

Fig. XVIII. Sea T la tierra: S el sol en la eclíptica: P un planeta en su órbita inclinada á la eclíptica: PO la perpendicular bajada desde el planeta sobre el plano de la eclíptica: PTO el ángulo, bajo el cual se ve desde la tierra esta distancia que se llama *latitud geocéntrica* del planeta: PSO el ángulo, bajo el cual se ve desde el sol la misma distancia, que se llama *latitud heliocéntrica* del planeta: OTS la distancia angular entre los puntos de la eclíptica, á que se refieren desde la tierra el sol y el planeta, ó la diferencia entre sus longitudes geocéntricas: este ángulo se llama *elongacion* del planeta: OST la distancia angular entre los puntos de la eclíptica, á que se refieren desde el sol la tierra y el planeta: á este ángulo se llama *conmutacion*: OT la distancia del planeta á la tierra reducida á la eclíptica: OS la distancia del planeta al sol, reducida á la eclíptica.

Conocida la posición del planeta, vista desde la tierra, conocemos 1.º su latitud geocéntrica, su elongacion y su distancia á la tierra por medio de la paralaje y el diámetro aparente. Con la latitud geocén-

trica PTO y la distancia á la tierra PT, calculo la distancia reducida TO, la perpendicular PO y el ángulo TPO. En el triángulo OTS, conocida la distancia reducida TO, la distancia del sol á la tierra, calculada por el semidiámetro, y la elongacion OTS, calculo la distancia reducida OS, la conmutacion OST y el ángulo TOS. Ultimamente, en el triángulo rectángulo POS, conocida la PO y la OS, calculo el ángulo PSO, latitud heliocéntrica del planeta. De este modo se podrá determinar la posicion del planeta visto desde el sol.

Observados pues los planetas desde el centro del sol, desaparecieron muchas de sus irregularidades, como son las estaciones y las retrogradaciones, excepto en la luna, cuyo movimiento visto desde la tierra es mas regular que visto desde el sol. Pero los movimientos planetarios, vistos desde el sol, no aparecieron tampoco uniformes; y fue necesario renunciar á las órbitas circulares.

Keplero supuso que las órbitas de los planetas eran elípticas, por ser la elipse una curva cerrada, la mas conocida despues del círculo, y la que mas se asemeja á él cuando tiene poca escentricidad.

Colocando al sol en el centro de la elipse, halló que esta hipótesi no concordaba con las observaciones; pues cuando el planeta estaba en los extremos del eje, la observacion de su diámetro aparente daba su máxima y su mínima distancia al sol. Este importante fenómeno fue un rayo de luz para aquel sabio y laborioso astrónomo; porque como el máximo y el mínimo radio vector de la elipse corresponden á los extremos del eje mayor, infirió, que si las órbitas planetarias son elípticas, el sol debe estar en su foco. Colocó pues al sol inmóvil en el foco de las elipses planetarias, y los resultados de esta hipótesi convinieron con las observaciones.

8.º *Sistema de Copérnico.*

32. Este hábil astrónomo fue el primero entre los

modernos que colocó al sol en el centro de los movimientos planetarios, y consideró á la tierra como un planeta que gira en la eclíptica al rededor del sol, acompañada de su satélite la luna.

El fenómeno del movimiento diurno se esplica en este sistema por la rotacion de la tierra sobre su eje. Esta rotacion se hace en el intervalo de un dia en el sentido de occidente á oriente; y nosotros, por una ilusion óptica bastante comun en los que son movidos con otro cuerpo, atribuimos nuestro movimiento en sentido contrario á todos los cuerpos celestes. Esta ilusion óptica es la única que puede esplicar por qué tantos y tan diferentes cuerpos, las estrellas, los cometas, los planetas, cuyas distancias á la tierra son tan diferentes, cuyos movimientos son tan diversos, se han convenido todos en moverse con un movimiento comun, en un mismo sentido y en un mismo tiempo al rededor de la tierra.

El movimiento anuo aparente del sol se esplica por el verdadero de la tierra al rededor del sol en la misma eclíptica en el espacio de un año. El habitante de la tierra, imaginandose quieto, atribuye al sol su movimiento, y lo refiere sucesivamente á los puntos del cielo diametralmente opuestos á los que la tierra va ocupando.

El eje de la tierra en este movimiento de translation se conserva siempre paralelo á sí mismo; y como la órbita de la tierra es como un punto en comparacion de la inmensa distancia de las fijas, dicho eje debe mirar siempre hácia una misma parte del cielo estrellado. Ademas debe conservar siempre la misma inclinacion sobre el plano de la eclíptica, y por tanto el rayo solar, dirigido desde el sol al centro de la tierra y perpendicular á su superficie, debe herir en ella en diferente punto cada dia del año. Los puntos en que puede herir estan comprendidos en la eclíptica terrestre y cogen dos arcos, uno sobre el ecuador y otro debajo de él, iguales cada uno al complemento de la

inclinacion del eje terrestre sobre el plano de la ecliptica. Esta diversidad de puntos, en que hiere el sol perpendicularmente, esplica la diversidad de las estaciones.

La complicacion de los movimientos planetarios, que son tan irregulares vistos desde la tierra, y que son tan sencillos vistos desde el sol, es una prueba fortisima á favor de la inmovilidad de este astro. Newton estendió á los cuerpos celestes la ley de atraccion, conocida en los sublunares, en razon directa de las masas y en razon inversa de los cuadrados de las distancias. Suponiendo en virtud de esta ley, que el sol ocupa el centro de los movimientos planetarios, y que cada planeta gira al rededor de él en virtud de una fuerza de impulsion primitiva y otra de atraccion hácia el centro en razon inversa del cuadrado de su distancia al sol, deberá describir una elipse, como se demuestra en la mecánica. El sistema fisico de la atraccion, tan conforme con la hipótesi de Keplero y con las observaciones, ha dado al sistema de Copérnico un grado de probabilidad que se acerca á la demostracion.

Dos objeciones se han hecho contra este sistema. La primera se toma de muchos pasages de la escritura, en que se supone la tierra quieta y el sol en movimiento. Pero á este argumento se responde, que los libros sagrados no han hecho mas que adoptar la locucion vulgar é inteligible entre los hombres; locucion de que aun en el dia se valen los mismos astrónomos. Si Josué, para prolongar la duracion del dia, hubiese pedido á la tierra que detuviese su movimiento de rotacion, nadie lo hubiera entendido: habló como debia hablar para que se conociese su deseo y la súplica que hacia al Señor.

La otra objecion es la siguiente: si por la parte occidental de una torre bastante alta se deja caer una piedra, mientras esta llega al suelo, habrá caminado la torre un grande espacio en virtud del movimiento de rotacion de la tierra; y por consiguiente la piedra

llegará al suelo en un punto muy distante del pie de la torre.

Los que hicieron esta objecion por la primera vez aseguraron que si de lo alto del palo mayor de un navío se dejaba caer una piedra estando el navío en movimiento, la piedra vendria á caer muy detras del buque hácia la parte de popa. Hizose la esperiencia, y la piedra cayó al pie del palo mayor, contra lo que esperaban los adversarios del movimiento de la tierra.

La razon de este fenómeno es la siguiente: la piedra, al caer libremente, tiene dos fuerzas: una la de la gravedad, por la cual desciende hácia el centro de la tierra: otra la de traslacion, que le es comun con el navío, que habia adquirido moviendose con él, y que no se ha destruido al caer libremente. En virtud de ambas fuerzas debe describir una parábola, cuyo extremo inferior debe coincidir con el pie del palo mayor, porque la velocidad de traslacion de la piedra es igual á la del buque. Uno que observase caer la piedra desde la orilla, la veria describir dicha parábola; mas el que se mueva con el buque solo la verá caer perpendicularmente, porque los movimientos, que son comunes con el que nosotros tenemos, no nos son sensibles.

La piedra pues dejada caer desde lo alto de la torre debe caer á sus pies; porque tanto la torre como la piedra tienen un mismo movimiento comun con el de rotacion de la tierra; y por tanto su posicion relativa debe ser la misma que seria si no existiese dicho movimiento.

9.º *Movimiento elíptico de los planetas.*

33. Keplero estableció tres principios para fijar la teoría de los movimientos planetarios. Estos principios son conocidos con el nombre de *leyes* de Keplero.

La primera es, que las órbitas de los planetas son elípticas. Esta ley es por una parte el resultado de las

observaciones astronómicas, y por otra de la ley de atracción que retiene á los planetas en sus órbitas al rededor del sol.

La segunda es que los sectores formados por los radios vectores tirados á los extremos de los arcos de elipse, descritos en tiempos iguales, son iguales.

La tercera es que los cuadrados de los tiempos en que los planetas completan sus revoluciones, son como los cubos de sus distancias medias al sol.

Keplero dedujo estas dos leyes de la observacion; y los mecánicos las demuestran como consecuencias del movimiento elíptico producido por dos fuerzas, una uniforme de impulsión, otra de atracción al foco en razon inversa del cuadrado de la distancia.

Fig. XIX. Sea AMP la órbita elíptica de un planeta: AP su eje mayor, que en astronomia se llama línea de los *ápsides*, y *ápsides* sus extremos P, A. La menor distancia PS del planeta al sol se llama *distancia perihelia*, y el ápside P perihelio. La mayor distancia AS del planeta al sol se llama *distancia afelia*, y el ápside A afelio. La suma de estas dos distancias es el eje mayor: una media proporcional entre ellas es el eje menor de la elipse y la semiescentricidad CS es igual CP—SP.

LLámase *anomalía verdadera* del planeta el ángulo ASM que forma el radio vector tirado al lugar M del planeta en su órbita con la línea de los ápsides. La ecuacion polar de la elipse $r = \frac{b^2}{a - c \cos. A}$ manifiesta la relacion entre el radio vector y la anomalía verdadera A.

Circunscríbase á la elipse un círculo, y supongamos un planeta imaginario que se mueve en este círculo uniformemente, y que acaba su revolucion en el mismo tiempo que el planeta acaba la suya en la elipse. Es evidente, que si estan juntos en el afelio A, volverán juntos al mismo afelio, aunque sean diferentes sus lugares en las diferentes épocas de su revolucion. Sea X el lugar del planeta imaginario en el círculo, cuando

el verdadero está en M: su distancia XA al afelio, ó el ángulo ACX que la mide, se llama *anomalía media del planeta*.

Si se tira por el lugar del planeta una ordenada común á círculo y elipse como RMN, la distancia NA del extremo de esta ordenada al afelio, se llama *anomalía escéntrica*.

Buscar la relacion entre la anomalía escéntrica y la media.

Sea $AX=z$, $AN=x$. Tomo por unidad el semieje a de la elipse.

El sector ACX es á todo el círculo como el tiempo que gasta el planeta imaginario en ir de A á X es al tiempo total de su revolucion.

Asimismo el sector ASM es á toda la elipse en la razon de los mismos tiempos.

Pero el círculo es á la elipse como RN á MR: lue-

$$\text{go } \frac{\overset{ACX}{ASM}}{\overset{RN}{RM}} = \frac{\overset{RN}{RM}}{\overset{RM}{RM}}.$$

Los semisegmentos ARM, ARN son como RM á RN: los triángulos RSM, RSN de una misma base son como RM á RN: luego las sumas de cada semisegmento con su triángulo estan en la misma razon; y por tanto $\frac{ASN}{ASM} = \frac{ACX}{ASM}$: luego $ACX=ASN=ACN+NCS$: de donde $\frac{1}{2}AX = \frac{1}{2}AN + \frac{1}{2}c \cdot \text{sen. } x$, ecuacion pedida. De esta ecuacion se deduce la anomalía media, dada la escéntrica x , con mucha facilidad. No asi la escéntrica de la media; porque es necesario reducir á serie sen. x , y por el método inverso de las series hallar el valor de x en z .

Buscar la relacion entre la anomalía verdadera y la escéntrica.

El triángulo SMR da $r^2=SR^2+MR^2=(c+\cos.x)^2+b^2 \text{ sen.}^2 x$, por ser $MR=b.RN$. De esta ecuacion reducida sale $r=1+c \cos. x$, fórmula que da la relacion entre el radio vector y la anomalía escéntrica. Esta fórmula da $r=NT$, siendo ST perpendicular á CN.

Pero el radio vector $r = \frac{b^2}{a - c \cos. A} = \frac{1 - c}{1 - c \cos. A}$.

Igualando sus valores es $1 + c \cos x = \frac{1 - c}{1 - c \cos. A}$, ecuacion entre la anomalía verdadera y la escéntrica: de esta ecuacion resulta $\cos. A = \frac{c + \cos. x}{1 + c \cos. x}$; pero $\text{tang.}^2 \frac{1}{2} A = \frac{1 - \cos. A}{1 + \cos. A} = \frac{(1 - c)(1 - \cos. x)}{(1 + c)(1 + \cos. x)} = \frac{1 - c}{1 + c} \text{tang.}^2 \frac{1}{2} x$, de donde $\text{tang.} \frac{1}{2} A = \text{tang.} \frac{1}{2} x \sqrt{\frac{1 - c}{1 + c}}$.

Con estas ecuaciones, dada la escentricidad de la órbita, se determina para un instante dado, 1.º la anomalía media por esta proporcion: tiempo periódico del planeta es á 360º como el intervalo desde su paso por el afelio hasta el instante dado es á la anomalía media.

2.º Conocida la anomalía media se determina la escéntrica.

3.º Conocida la escéntrica se determina la verdadera y la ecuacion del centro, que es la diferencia entre la anomalía verdadera y la media.

El radio vector se determina por cualquiera de sus dos fórmulas.

La máxima ecuacion del centro se verifica cuando la diferencial de $z - u = 0$, ó cuando $dz = du$.

Tenemos que el triángulo diferencial que sirve de elemento al sector elíptico ASM es $\frac{1}{2} r^2 dA$; pero siendo

el sector ACX de la anomalía media = ASM $\times \frac{RN}{RM} =$ al

sector elíptico $\times \frac{1}{b}$, será su diferencial $\frac{1}{2} dz = \frac{\frac{1}{2} r^2 dA}{b}$, de

donde $\frac{dA}{dz} = \frac{b}{r^2}$, y cuando $dA = dz$, $r^2 = b$; ó $\frac{b^4}{(1 - c \cos. A)^2} = b$,

ó $\frac{b^3}{(1 - c \cos. A)^2} = 1$: de donde $1 - c \cos. A = b$, y $\cos. A$

$= \frac{1 - b^3}{c}$, ecuacion que da á conocer por medio de la

escentricidad de la órbita la anomalía verdadera correspondiente á la máxima ecuacion del centro.

Pero la ecuacion $r^2 = b$, siendo $r = 1 + c \cos. x$, da $\cos. x = \frac{b^{\frac{1}{2}} - 1}{c}$, ecuacion que da la anomalía escéntrica, y por consiguiente la media correspondiente á la máxima ecuacion del centro.

La ecuación del centro en la órbita de la tierra, reducida á tiempo, es la ecuacion del tiempo que sirve para convertir el tiempo verdadero en medio y al contrario.

Observados dos lugares del planeta en su órbita, esto es, sus anomalías verdaderas y sus radios vectores correspondientes, substituidos sus valores en $r = \frac{a^2 - c^2}{a - c \cos. A}$, se tendran dos ecuaciones que darán á conocer el semieje a y la semiescentricidad c , que son los elementos de la órbita. Con ellos se determina la distancia perihelia, la distancia afelia, el semieje menor, la distancia media y el tiempo de la revolucion periódica.

10. Nutacion y aberracion.

34. Admitido el sistema de atraccion universal en los cuerpos celestes, el sol, que siempre está en el plano de la eclíptica, y la luna, que es el astro mas vecino á la tierra, deben alterar con su fuerza de atraccion, que obra desigualmente sobre los dos extremos del eje de la tierra, el paralelismo de este eje y comunicarle á sus extremos cierto movimiento de *nutacion* ó de *balanceo* al rededor del polo de la eclíptica. Este movimiento ha debido alterar la inclinacion del ecuador sobre el plano de la eclíptica y la posicion de los puntos equinocciales. Los antiguos conocían este fenómeno con el nombre de precesion de los equinoccios: se esplica suponiendo que el eje del mundo forma una superficie cónica al rededor del eje de la eclíp-

tica en 25,000 años; y esta deviancion procede de la atraccion solar. Los astrónomos han conocido por la observacion la cantidad en que disminuye la oblicuidad de la eclíptica y la precesion del equinoccio, de donde ha sido fácil deducir las correcciones que deben hacerse á las posiciones de los astros con respecto á la eclíptica y al ecuador.

Pero como el nodo de la luna, es decir, el punto de interseccion de su órbita con la eclíptica vuelve en el periodo de 18 años al mismo punto de la eclíptica, la atraccion de la luna debe producir otra nutacion mas rápida, aunque de menos efecto. Bradley la esplicó muy ingeniosamente de esta manera:

Habiendo observado que estando el nodo de la luna en el punto equinoccial de Aries, las estrellas de un cuadrante del coluro de los solsticios ganaban $9''$ en declinacion y las del otro los perdian, supuso que el polo del ecuador tenia un movimiento de nutacion, con el cual describia en 18 años un círculo de $9''$ de radio al rededor del punto del cielo donde se le suponía, y halló conformes con las observaciones y con el movimiento del nodo de la luna las alteraciones que esta nutacion debia producir en la inclinacion del ecuador y la eclíptica, y en las posiciones de los astros con respecto á estos dos círculos.

Fig. XX. Sea BFD el círculo de nutacion cuyo radio es de $9''$: AL la eclíptica: O la posicion del polo en su círculo de nutacion: será A'O igual á la longitud del nodo de la luna. Prolongando el arco PO y tomando Pa y Ob iguales á 90° , será $ab=9''$; y tirando el arco Aa, y tomando $aI=90^\circ$, AI será la longitud del nodo; porque Aa mide el ángulo BPO. Tirando el arco bIA', este determinará la posicion del ecuador correspondiente al polo O; porque Ob= 90° , y OI tambien, por ser I polo del arco Pab: pues Ia= 90° y es perpendicular á Pab. El arco ab mide el ángulo en I.

En el triángulo AA'I, conociendo el ángulo A, oblicuidad de la eclíptica: AI, longitud del nodo de la luna,

y el ángulo $I=9''$, se podrá conocer el ángulo $AA'I$, suplemento de la nueva oblicuidad de la eclíptica: AA' variacion del punto equinoccial en la eclíptica, y por consiguiente la correccion que debe hacerse por causa de la nutacion á las longitudes que se observen, y la diferencia entre AI y $A'I$, que es la diferencia entre las ascensiones rectas de un mismo punto en ambos ecua-dores, y por consiguiente la correccion que debe hacerse á las ascensiones rectas. De estas correcciones es fácil deducir las que deben hacerse á la latitud y á la declinacion, y se podrá despejar la posicion de un astro con respecto al ecuador y á la eclíptica de las irregularidades de la nutacion.

36. La luz de un astro para llegar á nuestros ojos, tiene que atravesar toda la distancia que hay del astro á la tierra; y aunque la velocidad de la luz sea muy grande, sin embargo tiene que emplear ya mas, ya menos tiempo para herir nuestra vista. Si la tierra y el astro estan inmóviles, veremos desde la tierra al astro en su verdadera posicion; y el tiempo que la luz ha tardado en llegar á nuestros ojos servirá para indicar el tiempo que la estrella existia donde la vemos ahora, sin que hubiesemos tenido sensacion de ella. Quizá hay estrellas que existen en el firmamento desde el principio de los tiempos, y que sin embargo no las hemos visto todavia, porque á pesar de la rapidez de la luz, no ha tenido esta tiempo para atravesar toda la distancia á que estan de la tierra.

Si la estrella tiene un movimiento cuyo espacio sea $=m$ en el tiempo que tarda la luz en llegar hasta nosotros, el rayo de luz que recibimos pintará la estrella en el lugar que estaba al principio de aquel intervalo; y por consiguiente veremos á la estrella en un punto distante en la cantidad m del punto donde está.

Supongamos el astro inmóvil, como sucede á las estrellas fijas, y la tierra moviendose en su órbita. Como el habitador terrestre se cree inmóvil, atribuirá todo su movimiento á la estrella, y deberá creer que esta

describe una elipse semejante á la órbita terrestre, aunque mucho mas pequeña. Dividiendo esta órbita en porciones angulares correspondientes al espacio angular, que anda la tierra en el tiempo que tarda la luz en llegar á nosotros, una de estas porciones representará la cantidad en que nos engañaremos acerca de la posicion de la estrella por causa del movimiento progresivo de la luz. Esta cantidad es el ángulo, bajo el cual se ve desde la tierra la porcion de órbita que nos parece describir la estrella; y formando un triángulo en el ojo del observador, teniendo por lado adyacente la velocidad de la luz y por lado opuesto la de la tierra, la tangente de dicho ángulo será
$$= \frac{\text{velocidad de la tierra}}{\text{velocidad de la luz.}}$$

Este ángulo es el que se llama *aberracion de las fijas*.

Tambien los planetas tienen aberracion: en ellos el lado opuesto al ángulo de la aberracion debe ser la suma ó diferencia de los movimientos del planeta y de la tierra en el tiempo que tarda la luz en llegar del planeta á la tierra.

37. *Determinar la velocidad de la luz.*

Observando un gran número de veces la emersion de un satélite de Júpiter de la sombra de este planeta, se nota que el momento de la emersion es mas tardío cuando la tierra está en oposicion con Júpiter que cuando está en conjuncion. Esta diferencia de los instantes en que se observa el principio de la emersion en ambos casos es de 16' 26"; lo que prueba que la luz tarda en correr el radio de la órbita terrestre, ó la distancia del sol á la tierra, 8' 13"; y siendo el movimiento medio del sol en longitud en este tiempo 20",25, se infiere que la aberracion media del sol en longitud es 20",25, cantidad en que nos parece menor su longitud de lo que es; pues lo vemos siempre donde estaba 8' 13" antes de la observacion.

La observacion de un planeta en longitud es siempre igual á su movimiento geocéntrico en 8' 13" multiplicado por su distancia á la tierra.

La aberracion de una estrella en latitud, longitud, ascension recta y declinacion se determinan por el siguiente método que es general.

Fig. XXI. Sea EC la eclíptica: IS un círculo máximo cualquiera en donde se halla la estrella S: T el lugar de la tierra: r su radio vector: Tt su movimiento en $8' 13''$: TX, tx dos arcos perpendiculares al círculo SI. La tierra se habrá separado del plano de este círculo una cantidad que será la diferencial de la distancia perpendicular del punto T á dicho plano. Como esta distancia $V \text{ sen. TX} = r - \text{sen. I. sen. IT}$, se infiere que la separacion de la tierra del plano del círculo SI, y por tanto la correspondiente aberracion SS' en la direccion perpendicular al círculo SI, es la diferencia de $r \cdot \text{sen. I. sen. IT}$, ó $r \cdot d.IT \cdot \text{sen. I. cos. IT} + dr \cdot \text{sen. I. sen. IT}$.

Siendo $r^2 dA = b dz$, será $rdA = \frac{b dz}{r} = \frac{b dz (1 - c \cos. A)}{1 - c^2}$
 $\frac{dz(1 - c \cos. A)}{(1 - c^2)^{\frac{3}{2}}}$; y siendo dz el movimiento medio en $493''$, se podrá determinar, conocida la anomalía verdadera de la tierra, el valor de rdA en dicho tiempo, que es $r \cdot d.IT$ en la fórmula.

Siendo $r = \frac{1 - c^2}{1 - c \cos. A}$, será $dr = -\frac{cdA \cdot \text{sen. A} (1 - c^2)}{(1 - c \cos. A)^2}$, ó despreciando c^2 , que en la tierra es insensible, $dr = -cdA \cdot \text{sen. A}$: dA es el movimiento en anomalía verdadera en $8' 13''$.

Sustituidos estos valores en la fórmula, se tendrá la aberracion en la direccion perpendicular al círculo SI.

Por ejemplo, si se quiere tener la aberracion en latitud, el círculo SI es perpendicular al círculo de latitud, y por consiguiente el ángulo I que forma con la eclíptica es la latitud del planeta. Si se quiere la aberracion en longitud, el círculo SI es el de latitud, y el ángulo I vale 90° . Si es la aberracion en declinacion, el círculo SI es el ecuador, y el ángulo I es la oblicuidad de la eclíptica. En fin, si es la aberracion en ascension

recta, el círculo SI es un círculo de declinacion, y el ángulo I que forma con la eclíptica se determinará conocida la ascension recta de la estrella y la oblicuidad de la eclíptica.

11. De los cometas y satélites.

38. *Cometas* son una clase de astros que tienen un movimiento propio como los planetas, pero mucho mas rápido, y que estan rodeados de una atmósfera nebulosa, ya en su parte anterior, ya en la superior, ya en la posterior; lo que ha dado origen á los epítetos de *barbatos*, *crinitos* y *caudatos* con que se les distingue.

No son visibles sino en las cercanias de su perihelio; se mueven con suma rapidez y desaparecen muy pronto: esto prueba que sus elipses son muy escéntricas, y que está muy lejana de nuestro sistema planetario la parte de la elipse donde se halla su afelio. No se ha podido conocer el tiempo de la revolucion periódica de ningun cometa, escepto quizá el célebre cometa de 1682, cuyo tiempo periódico es de cerca de 76 años, y que está anunciado para el año de 1835.

La falta de un elemento tan esencial para las órbitas elípticas, como es el tiempo de la revolucion periódica que nos da la anomalía media, ha obligado á los astrónomos á considerar las elipses prolongadísimas de los cometas como parábolas, en cuyo foco está el sol, y cuyo vértice es el lugar del perihelio. El radio vector $r = \frac{p}{1 + \cos. A}$ en la parábola; y siendo $1 + \cos. A = 2 \cos.^2 \frac{1}{2} A$, será $r = \frac{h}{\cos.^2 \frac{1}{2} A}$, siendo h la distancia perihelia.

Tenemos en la elipse $z = x - \frac{e}{a} \cdot \text{sen. } x$. Siendo h la distancia perihelia, es $a - e = h$, $a + e = 2a - h$, y

$e=h$; luego $z=x-(1-m)\text{sen. } x$, llamando m á la relación $\frac{h}{a}$. Luego $\frac{1}{2}z=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}(1-m)\text{sen. } x$.

Ahora el valor de $\frac{1}{2}x$, espresado en su tangente, es $\text{tang. } \frac{1}{2}x=\frac{1}{3}\text{tang.}^3 \frac{1}{2}x+\frac{1}{5}\text{tang.}^5 \frac{1}{2}x-\dots$, y el de $\text{sen. } x$, espresado en $\text{tang. } \frac{1}{2}x$, es $\frac{2\text{tang. } \frac{1}{2}x}{1+\text{tang.}^2 \frac{1}{2}x}$: reduciendo este quebrado á series, y sustituyendo es

$$\frac{1}{2}z=m\text{tang. } \frac{1}{2}x+(\frac{2}{3}-m)\text{tang.}^3 \frac{1}{2}x-(\frac{4}{5}-m)\text{tang.}^5 \frac{1}{2}x\ldots$$

$$\text{Pero } \text{tang. } \frac{1}{2}x=\text{tang. } \frac{1}{2}A\sqrt{\frac{a-e}{a+e}}=t. \frac{1}{2}A\sqrt{\frac{h}{2a-h}}=t.$$

$$\frac{1}{2}A\sqrt{\frac{m}{2-m}}. \text{ Poniendo este valor de } t. \frac{1}{2}x \text{ en la fórmula}$$

$$\text{de } \frac{1}{2}z, \text{ será } \frac{1}{2}z=\sqrt{\frac{m}{2-m}} t. \frac{1}{2}A\left(m+(\frac{2}{3}-m)\frac{m}{2-m}t^2\frac{1}{2}A+(\frac{4}{5}-m)\frac{m^3}{(2-m)^2}\text{tang.}^4 \frac{1}{2}A+\dots\right)$$

Sea t el tiempo necesario para adquirir la anomalía media z . Llamemos T, T' los tiempos de las revoluciones periódicas de dos planetas, cuyas distancias medias sean a, a' : será $a^3:a'^3::T^2:T'^2$. Poniendo por $a', 1$ y por T' el tiempo de la revolución de la tierra, ó $365^d, 2564$, será $T=T'a^{\frac{3}{2}}$. El movimiento diurno medio del planeta, cuya distancia media es a , será $\frac{360^\circ}{T}=\frac{360^\circ}{T'a^{\frac{3}{2}}}$, ó

llamando c á $\frac{360^\circ}{T'}$, será $\frac{c}{a^{\frac{3}{2}}}$: luego la anomalía media correspondiente á t , número de dias, será $z=\frac{ct}{a^{\frac{3}{2}}}$:

sustituido este valor en la fórmula es $t=\frac{2a^{\frac{3}{2}}}{c}\sqrt{\frac{m}{2-m}}$

$$\text{tang. } \frac{1}{2}A\left(m+(\frac{2}{3}-m)\frac{m}{2-m}\text{tang.}^2 \frac{1}{2}A-(\frac{4}{5}-m)\frac{m^2}{(2-m)^2}\right.$$

$$\left.\text{tang.}^4 \frac{1}{2}A+\dots\right)=\frac{2(am)^{\frac{3}{2}}\text{tang. } \frac{1}{2}A}{c(2-m)^{\frac{1}{2}}}\left(1+(\frac{2}{3}-m)\frac{\text{tang.}^2 \frac{1}{2}A}{2-m}-(\frac{4}{5}-m)\right.$$

$$\left.\frac{m\text{tang.}^4 \frac{1}{2}A}{(2-m)^2}+\dots\right)=\frac{2h^{\frac{3}{2}}\text{tang. } \frac{1}{2}A}{c}\left(\frac{1}{(1-\frac{1}{2}m)^{\frac{1}{2}}}1+(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}m)\right).$$

$$\frac{\text{tang.}^2 \frac{1}{2}A}{2-m} - \left(\frac{4}{3}-m\right)^m \frac{\text{tang.}^4 \frac{1}{2}A}{(2-m)^2} + \dots). \text{ Haciendo } m=0, \\ \text{resulta } t = \frac{2^{\frac{1}{2}} h^{\frac{3}{2}}}{c} \left(\text{tang.}^{\frac{1}{2}} A + \frac{1}{3} \text{tang.}^{\frac{3}{2}} A \right). \text{ Como } m = \frac{h}{a},$$

suponer la $m=0$ es suponer infinito el eje de la elipse con respecto á la h ; es decir, es suponer que la elipse degenera en parábola.

Luego las dos fórmulas del movimiento parabólico son $r = \frac{h}{\cos.^2 \frac{1}{2}A}$, y $t = \frac{\sqrt{2h^3}}{c} \left(\text{tang.}^{\frac{1}{2}} A + \frac{1}{3} \text{tang.}^{\frac{3}{2}} A \right)$. Estas fórmulas convienen con los movimientos de los cometas, escepto el del año de 1770. Por ellas, conocida la anomalía verdadera, se tiene el radio vector y el tiempo necesario para adquirirla. Pero es necesario conocer la distancia perihelia.

Para determinarla son necesarias tres observaciones, en las cuales se determinen tres anomalías verdaderas. Sean t, t', t'' los tiempos correspondientes á las anomalías observadas a, a', a'' : será

$$t = \frac{\sqrt{2h^3}}{c} \left(\text{tang.}^{\frac{1}{2}} a + \frac{1}{3} \text{tang.}^{\frac{3}{2}} a \right)$$

$$t' = \frac{\sqrt{2h^3}}{c} \left(\text{tang.}^{\frac{1}{2}} a' + \frac{1}{3} \text{tang.}^{\frac{3}{2}} a' \right)$$

$$t'' = \frac{\sqrt{2h^3}}{c} \left(\text{tang.}^{\frac{1}{2}} a'' + \frac{1}{3} \text{tang.}^{\frac{3}{2}} a'' \right)$$

Restando estas tres ecuaciones dos á dos, los primeros miembros serán $t-t'$, y $t'-t''$ cantidades conocidas, que representan los dos intervalos entre las tres observaciones. Sáquese de una de las dos ecuaciones que resultan, el valor de h . La otra ecuacion servirá para comprobarlo, porque quedará satisfecha si la órbita del cometa es una elipse muy prolongada y muy próxima á parábola. La época del paso por el perihelio se determinará por cualquiera de las tres ecuaciones, sustituyendo en ella el valor de h .

Pero si la parábola no satisface á las observaciones, entonces será preciso recurrir al método explicado para

las elipses planetarias: método que en los cometas es muy largo y embarazoso, y que ha ejercido el talento de los mas insignes matemáticos.

39. Los cometas inspiraban en otro tiempo mucho terror, porque se les creía anunciadores de la cólera celestial y signos ciertos de grandes calamidades. Este terror ha mudado de objeto. No se temen ya, cuando aparece un cometa, ni hambres, ni guerras, ni pestes; pero se teme que choque con la tierra, la despedace, la inflame ó la inunde. Los mismos astrónomos que han disipado los terrores antiguos, han contribuido quizá á los nuevos. Newton procuró desvanecerlos, y observó que las órbitas cometarias, conocidas hasta su tiempo, estaban dispuestas de tal modo que no podia temerse ningun encuentro funesto. Lalande, al mismo tiempo que confesó la verdad de esta observacion, manifestó algun recelo de que las perturbaciones producidas en los movimientos planetarios por las atracciones de los demas cuerpos celestes, podrian mudar las inclinaciones y los nodos de las órbitas de la tierra y de un cometa, de modo que sea posible el encuentro.

Para que este encuentro se verifique es necesario, 1.º que el nodo del cometa sea un punto de la órbita terrestre: 2.º que cuando se halla en el nodo, sea su radio vector igual al de la tierra; de modo que aunque el primer caso se verifique, es sumamente imposible el segundo.

Pero entre todos los 117 cometas observados hasta ahora, no hay ninguno que pueda encontrarse con la tierra. Porque, ó tienen su distancia perihelia mayor que la distancia de la tierra al sol, ó aunque la tengan igual ó menor, forman sus órbitas ángulos muy grandes con la eclíptica, y cuando el radio vector del cometa es igual al de la tierra, la latitud del primero es muy considerable y pasa entonces ó muy superior ó muy inferior á la tierra. Los cometas conocidos han pasado no solo sin causar catástrofes, pero sin perturbar en lo mas mínimo nuestro sistema planetario. En

cuanto á los que aparezcan de nuevo, los temores que puedan inspirar se desvanecerán casi al mismo tiempo de su aparicion; pues los astrónomos solo necesitan de tres observaciones para calcular su órbita, y determinar cuánto se acercará á la tierra.

El cometa no es temible sinó en su nodo. La anomalía del nodo es igual á la diferencia entre las longitudes heliocéntricas del nodo y del perihelio. Llamando á la primera L y á la segunda l , el radio vector del nodo es $r = \frac{h}{\cos.^2 \frac{1}{2}(L-l)}$. Si este valor se di-

ferencia mucho de la unidad, nada hay que temer; pero si es poco diferente de la unidad, calculese el momento en que pasa por el nodo, y el radio vector de la tierra en el mismo momento. Sea R esta distancia, y H la distancia entre los centros del co-

meta y de la tierra: será $H^2 = R^2 + \frac{h^2}{\cos.^4 \frac{1}{2}(L-l)} - \frac{2Rh \cdot \cos. V}{\cos.^2 \frac{1}{2}(L-l)}$, siendo V la diferencia entre las longitudes

heliocéntricas de la tierra y del nodo. Para que el cometa y la tierra choquen es preciso que el valor de H , sacado de esta ecuacion, sea menor que la suma de los radios de la tierra y del cometa.

Algunos han temido que el cometa, aunque no choque con la tierra, pase sin embargo tan cerca de ella, que su atraccion produzca mareas altísimas é inundaciones espantosas. Pero el cometa, aunque pasase muy cerca de la tierra, tendria un movimiento tan rápido, que su atraccion no obraria el tiempo necesario para vencer la inercia de las aguas; y por tanto sus efectos serian de poca consideracion. Ademas ningun cometa pasa tan cerca de la tierra que pueda producir estos efectos. Duséjour ha calculado las mareas que produciria un cometa pasando á diversas distancias de la tierra. A la distancia de 13,000 leguas es ya muy corta la altura á que elevaria las aguas; y el cometa que pasa mas cerca de la tierra, que es el de 1770, pasa á 800,000 leguas de distancia.

Mas ¿no podria verse envuelta la tierra en la cola del cometa y ser abrasada ó inundada por ella? En primer lugar no parece que hay que temer incendios de la atmósfera de un cometa; y en cuanto á las inundaciones, seria necesario que el cometa se hallase en conjuncion inferior y en su nodo para que su cola, que siempre está en la prolongacion de su radio vector, pudiese llegar hasta la tierra. En segundo lugar, una atmósfera tan rara, que no impide ver las estrellas mas pequeñas, no puede inundar nuestro globo, y aun podria suceder que estuviésemos rodeados de dicha atmósfera sin que lo conociésemos en ningun efecto.

Maupertuis ha dicho, que el cometa podria robar-nos la luna; pero si tenia menos masa que la tierra, podria convertirse el mismo cometa en otra luna. Maupertuis añade, que *nuestra luna en los principios no era mas que un cometa pequeño que pasó cerca de la tierra y quedó cogido en su esfera de atraccion*. Pingré cita, en confirmacion de esta opinion, la antigua tradicion de los árcades, que aseguraban que su pais habia sido habitado antes de que hubiese luna. Dusejour ha refutado por medio del cálculo esta novela astronómica.

40. Lllamanse satélites los cuerpos celestes, que incluidos en la esfera de atraccion de un planeta, giran al rededor de él, como el planeta gira al rededor del sol. Los satélites acompañan al planeta en su movimiento al rededor del sol. La luna es satélite de la tierra; pero como su movimiento al rededor del sol le es comun con la tierra, las observaciones lunares estan naturalmente despejadas de este movimiento, y solo tenemos que considerar su movimiento al rededor de la tierra, que es bastante complicado por las perturbaciones que causan en él las atracciones del sol, Venus y Júpiter. Las diferentes fases que presenta la luna proceden de que no vemos enteramente su mitad iluminada, sino cuando está en oposicion con el sol, que es la época del *plenilunio*. El novilunio se verifica

cuando está en conjuncion con el sol, en cuyo caso solo se ve una pequeña parte de su mitad iluminada. Los puntos del plenilunio y novilunio se llaman las *sizigias*. En las *cuadraturas*; es decir, á los 90° de las sizigias, solo se ve iluminada una cuarta parte de la luna; y este fenómeno se designa con los nombres de cuarto creciente y cuarto menguante.

Mercurio, Venus y Marte no tienen satélites. Júpiter tiene cuatro: Saturno siete; y Uranio seis. Saturno ademas está rodeado de un anillo luminoso, colocado en un plano perpendicular al eje de su rotacion, y que desaparece dos veces á nuestra vista en cada revolucion de Saturno; lo que se verifica cuando este planeta nos presenta el grueso del anillo y no su superficie. Este anillo parece ser una prolongacion del ecuador de Saturno, sin que podamos descubrir desde la tierra la manera con que está adherido al cuerpo del planeta.

Los movimientos de los satélites parecen desde la tierra afectados del movimiento de su planeta principal al rededor del sol, comun al planeta y á los satélites, y del movimiento de la tierra, que el observador, creyendose inmovil, atribuye á toda la esfera celeste. Para despejar el movimiento de un satélite del de su planeta y del de la tierra, el mejor método es trasladar todas las observaciones hechas desde la tierra al centro del planeta principal, como se trasladan al centro del sol; y desde aquel punto aparecerá el movimiento del satélite elíptico y regular, sin estaciones ni retrogradaciones, y será fácil calcular los elementos de su órbita.

Los satélites de Júpiter sirven mucho para hallar las longitudes geográficas por sus frecuentes inmersiones y emersiones en el disco de su planeta. No se hace tanto uso de los de Saturno y Uranio, por ser difíciles de observar á causa de su pequeñez.

12. *Magnitud y figura de la tierra.*

41. La tierra es de figura esférica ó que se acerca mucho á serlo. Las pruebas de esta verdad son: 1.^a la sombra de la tierra en los eclipses de luna, que siempre es circular: 2.^a las alturas que pierden de vista los navegantes cuando salen de los puertos, son siempre iguales á distancias iguales, lo que prueba no solo que la superficie de la tierra es curva, sino que su curvatura es uniforme: 3.^a la analogía de la tierra con los demás planetas cuya figura es esférica, prueba que la de la tierra lo es tambien: 4.^a si caminamos en la direccion de cualquier meridiano hácia el norte, veremos aumentarse la altura del polo y disminuirse la del ecuador en la misma cantidad; lo que demuestra que todos los meridianos terrestres son círculos como los celestes y correspondientes á ellos: en fin, 5.^a todos los fenómenos del movimiento diurno que se observan en diferentes paises, no podrian verificarse si la tierra no fuese esférica ó muy próxima á serlo. Se ha dado vuelta al globo varias veces. Los que han salido de un punto, de Cadiz por ejemplo, y se han dirigido al occidente, han vuelto por el oriente contando un dia menos que los que permanecian en Cadiz, porque el atraso diario del sol con respecto á ellos compone un dia en toda la vuelta. Al contrario, los que salieron por el oriente, volvieron por el occidente contando un dia mas que los moradores de Cadiz, porque el adelanto diario de la salida del sol para ellos llega á formar un dia al fin del viage. Los habitantes de una mitad del meridiano tomada de polo á polo cuentan el mediodia en el mismo momento que los habitantes de la otra mitad cuentan la media noche. En los meridianos mas orientales cuentan las horas mas tempranas que en los mas occidentales; y esta diferencia es en proporcion de las distancias entre los meridianos. Si el movimiento aparente diurno es circular, es preciso que la figura de la tierra se aproxime mucho á ser esférica.

Considerando pues á la tierra como una esfera, se llama ecuador terrestre el círculo máximo que señala en su superficie la interseccion del ecuador celeste: polos de la tierra son los puntos en que el eje del mundo corta la superficie terrestre; y eje de la tierra la recta que une sus polos.

Llámanse trópicos terrestres de Cáncer y de Capricornio dos círculos menores de la tierra, paralelos á su ecuador y distantes de él una cantidad igual á la oblicuidad de la eclíptica, el uno en el hemisferio septentrional y el otro en el austral. El cenit de un habitante del trópico terrestre debe ser un punto del trópico celeste del mismo nombre.

Llámanse círculos polares, uno ártico y otro antártico, dos círculos menores terrestres, distantes cada uno del polo próximo una cantidad igual á la oblicuidad de la eclíptica. El habitante del círculo polar debe tener su cenit en el paralelo diurno, que describe el polo de la eclíptica.

La posicion de un punto del globo se determina por su *latitud* y *longitud*. Latitud de un lugar es el arco de su meridiano, comprendido entre el lugar y el ecuador. La latitud es septentrional ó austral, segun el hemisferio en que esté el lugar. La latitud de lugar es igual á la altura de polo; pues la distancia del lugar al ecuador terrestre debe tener los mismos grados que la distancia de su cenit al ecuador celeste, y este arco es igual á la altura del polo, pues es complemento de la distancia del polo al cenit.

Longitud de un lugar es el arco de ecuador comprendido entre el meridiano del lugar y otro meridiano arbitrario, que se toma por primer meridiano. La longitud se cuenta desde el primer meridiano, y es *oriental* si el lugar está al oriente del primer meridiano, y *occidental* si está á su occidente. La longitud se determina notando las diversas horas que se cuentan en ambos meridianos en un mismo instante, marcado por una observacion celeste, como es el principio ó fin de

un eclipse, ó de la emersion ó inmersion de un satélite en el disco de su planeta, y convirtiendo esta diferencia de horas en grados á razon de 15° por hora.

Puede hallarse tambien esta diferencia de horas, comparando la hora que se cuenta en un meridiano con la que señala un relox, transferido á él, y arreglado al instante del mediodía del otro meridiano.

42. Las posiciones de la esfera celeste con respecto á un observador se distinguen en esfera recta, oblicua y paralela. El habitante del ecuador tiene los polos y el eje del mundo en el plano de su horizonte; por consiguiente el ecuador y todos los paralelos son perpendiculares á dicho plano, y estan divididos por él en dos partes iguales. Así todos los dias del año serán iguales á las noches; todos los astros estarán 12 horas encima del horizonte y 12 horas debajo, y todos parecerán levantarse y ponerse perpendicularmente al horizonte; por lo cual se llama *recta* á esta posicion de esfera.

La esfera es oblicua, apenas el habitante se encamina hácia alguno de los dos polos; porque este se elevará y el otro se esconderá debajo del horizonte: este círculo cortará desigualmente á todos los paralelos; los dias serán desiguales con las noches, escepto en los equinoccios; y el dia será mayor que la noche, ó al contrario, segun el sol esté en el hemisferio del polo elevado ó en el opuesto; en fin, el movimiento diurno será oblicuo con respecto al horizonte. En la esfera oblicua el mayor dia del año será aquel en que el sol describa el trópico correspondiente al hemisferio del polo elevado, y el menor en el que describa el otro trópico.

Cuando el habitante llegue al círculo polar, tendrá por cenit el polo de la eclíptica, por horizonte la eclíptica, un trópico entero estará sobre el horizonte y el otro debajo: por consiguiente en uno de los solsticios tendrá un dia de 24 horas, y en el otro una noche de 24 horas.

71

Si el habitante pasa del círculo polar hacia el polo, el horizonte se inclina mas sobre el ecuador, y estarán sobre él muchos paralelos cercanos á un punto solsticial, y debajo de él otros tantos en las proximidades del otro punto solsticial. Asi el dia mayor y la noche mayor se iran aumentando hasta ser de 1, 2, 3, 4 y 5 meses.

Ultimamente, si el habitante está en el polo, su horizonte es el ecuador, y tendrá un solo dia de seis meses y una sola noche que seria de seis meses, á no ser por la refraccion y el crepúsculo. Por ser el movimiento diurno paralelo al horizonte, se da á esta posicion de esfera el nombre de esfera paralela.

El habitante del ecuador ve todos los astros, porque todos los paralelos tienen una mitad suya sobre el horizonte. Para el habitante del polo solo son visibles los astros que estan en el hemisferio correspondiente al polo elevado; y jamas ve los del otro hemisferio, á no ser que esten sometidos al efecto de la refraccion.

En la esfera oblicua son invisibles los astros cuya declinacion sea mayor que el complemento de la latitud y de contrario nombre á la latitud; pues estos tienen todo su paralelo debajo del horizonte. Al contrario, son visibles los astros cuya declinacion sea mayor que el complemento de la latitud y del mismo nombre que la latitud. Cuando la declinacion es igual al complemento de la latitud, el astro no hace mas que rayar el horizonte: si declinacion y latitud son de un mismo nombre, es visible el astro en todo su paralelo: si son de contrario nombre, no es visible sino en el instante en que raya el horizonte.

En el ecuador el dia es de 12 horas: en el círculo polar el mayor dia es de 24 horas. Se llaman *climas* las diferentes zonas terrestres, en cuyos paralelos extremos el dia máximo aumenta de media en media hora, si es desde el ecuador hasta el círculo polar, ó de mes en mes si es desde el círculo polar hasta el polo. Es

fácil determinar la latitud de cada uno de los 24 climas semihorarios que se cuentan desde el ecuador hasta el círculo polar; porque dado el día máximo y la declinacion del sol en aquel día, que es la del trópico, es fácil determinar la altura de polo en el triángulo del horizonte.

Para determinar la latitud de cada clima mensual, tomo la mitad de su día máximo y calculo por las tablas de declinacion del sol su movimiento en declinacion desde el día del solsticio hasta la mitad del día máximo. Este movimiento en declinacion restado de la oblicuidad de la eclíptica, dará la inclinacion del horizonte con el ecuador; el complemento de este ángulo es la latitud que se busca.

Esta division de la tierra en climas tiene muy poco uso en el día. Mas general y mas célebre es la division de la tierra en cinco zonas, una *torrida*, dos *templadas* y dos *fríidas*.

La zona *torrida* está entre los trópicos, y por consiguiente colocada bajo la carrera del sol, y herida perpendicularmente por sus rayos. Los antiguos la creian inhabitable por el esceseivo calor. Las zonas *templadas* estan colocadas entre los trópicos y los círculos polares correspondientes: en ellas, generalmente hablando, la vicisitud de las estaciones templá los efectos del demasiado calor y del demasiado frío. Las *fríidas* son los casquetes comprendidos entre los círculos polares y los polos. Los rayos del sol hieren con demasiada oblicuidad en estas zonas; y los antiguos las creyeron inhabitables por el esceseivo frío.

43. Los habitantes de la tierra, con respecto á la proyeccion de su sombra, se dividen en *ascios*, *heteroscios* y *periscios*. Ascios se llaman los que alguna vez al año tienen al sol en su cenit, y por consiguiente no proyectan sombra alguna en el instante del mediodia: tales son los habitantes de la zona torrida. Los ascios ó son *anfiscios*, que arrojan su sombra hácia diferentes polos, como sucede á los que habitan entre los tró-

picos, ó son *heteroscios*, que arrojan siempre su sombra hácia un mismo polo.

Heteroscios son los que sin perder nunca su sombra, la proyectan siempre hácia un mismo polo: tales son los habitantes de las zonas templadas. *Periscios* en fin, son los que en el dia máximo ven su sombra dar una ó mas vueltas al rededor de su cuerpo. Tales son los habitantes de las zonas frías.

Los habitantes de la tierra, con respecto á su posicion relativa, se distinguen en *antípodas*, *antecos* y *periecos*.

Antípodas se llaman los que tienen iguales longitudes y latitudes de contrarios nombres, y por consiguiente estan en los extremos de un mismo diámetro terrestre. Los antípodas de España estan en la nueva Zelanda. Hubo un tiempo en que se negaba la existencia de los antípodas, porque decian: «estando cabeza abajo deberán caerse.» Pero la palabra *abajo*, cuando se habla de la gravedad, significa el centro de la tierra, hácia el cual gravitamos de un mismo modo nosotros y nuestros antípodas. Los antípodas tienen encontradas las estaciones y las horas; es decir, cuando en un pais es invierno, en sus antípodas es verano, y cuando en un pais son las 12 del dia, en el otro son las 12 de la noche.

Antecos son los que estando en un mismo meridiano tienen iguales latitudes de contrarios nombres. Estos tienen las mismas horas y las estaciones encontradas.

Periecos son los que estan en un mismo paralelo, y se diferencian en 180° de longitud. Sus estaciones son las mismas; pero tienen las horas encontradas.

Los antecos de un pais son antípodas de sus periecos: sus antípodas son antecos de sus periecos: sus periecos son antípodas de sus antecos.

Todos los fenómenos que acabamos de esplicar por la hipótesi de la tierra esférica, prueban que el planeta que habitamos, ó es esférico ó se acerca mucho á serlo.

En la hipótesis de la tierra esférica es fácil calcular su magnitud del modo siguiente: coloquense dos observadores en un mismo meridiano, y observe cada uno la distancia de una misma estrella al cenit cuando pasa por el meridiano: la suma ó diferencia de las dos distancias cenitales es la distancia de los dos cenites, ó la diferencia en latitud de los dos lugares. Partiendo por esta diferencia la distancia en leguas de los dos lugares, se tiene la magnitud del grado terrestre, de la cual es fácil inferir la de la circunferencia terrestre y el radio de la tierra. El grado terrestre tiene $17\frac{1}{2}$ leguas comunes españolas y 20 leguas marinas.

Segun Cleómedes, Eratóthenes midió el grado terrestre en Egipto, observando la distancia del sol al cenit de Alejandría en el día del solsticio. Como en aquel momento está el sol en el cenit de Siene, ciudad situada bajo el trópico, la distancia cenital de Alejandría, que la observación dió de $7^{\circ} 12''$ fue el divisor que dió á la distancia de 500 estadios que se contaban desde Alejandría á Siene. Asi halló el grado terrestre de 594,444 estadios.

El mismo Cleómedes refiere la magnitud del grado terrestre, hallada por Posidonio por medio de la estrella Canopo, que en Rodas no hace mas que rayar el horizonte, y en Alejandría tiene de altura meridiana $7^{\circ} 30'$ ó $\frac{1}{48}$ del meridiano. Desde Rodas á Alejandría se contaban 5000 estadios; y por tanto el grado terrestre valia 5000. $\frac{48}{360} = 666,666$ estadios.

La inexactitud de las observaciones y medidas itinerarias de los antiguos queda suficientemente comprobada con una diferencia tan notable en una materia tan importante. Ptolomeo midió tambien el grado terrestre y lo halló de 500 estadios.

Un monarca árabe hizo medir el grado terrestre en la llanura de Singiar, y la medida fue de $56\frac{2}{3}$ millas; mas no se sabe el tamaño de estas millas.

Desde que se empezaron á cultivar las ciencias exac-

tas en Europa, se aplicaron muchos á la medicion del grado terrestre. Fernel al norte de Paris, Snelio, Muschembroek y Cassini de Thury en el norte de Holanda, y Norwood en Inglaterra midieron el grado terrestre. Pero Picard fue el primero que enseñó á hacer esta operacion con todas las precauciones astronómicas y geodésicas que son necesarias para aspirar á la exactitud. Este matemático, La-Hire y Cassini II midieron varios grados del meridiano terrestre desde Dunkerque hasta Perpiñan, y hallaron que los grados del meridiano eran diversos en diferentes latitudes. De aqui se infirió que la circunferencia del meridiano no era una línea circular, sino elíptica, cuyos arcos correspondientes á los ángulos de un grado, formados en el centro, debian ser mas pequeños donde la curvatura era menor. El sistema de la atraccion fortificaba este resultado de la observacion; pues girando la tierra al rededor de su eje, la velocidad de este movimiento debe aumentar desde los polos al ecuador, y con ella la fuerza centrífuga de los diferentes paralelos: lo que debe dar á la tierra la figura elíptica, aun cuando en su principio fuese esférica. En fin, Richer observó que en el ecuador era preciso disminuir la longitud del péndulo que bate los segundos en Paris, lo que supone que los cuerpos gravitan menos hácia el centro de la tierra en el ecuador que en la zona templada; y por consiguiente que el radio del ecuador es mayor que el del polo, y que el tamaño de los grados debe aumentar desde el ecuador al polo.

Los célebres viages de Maupertuis y Condamine al círculo polar y al ecuador para medir el grado de meridiano que corta estos dos círculos, las mediciones de diferentes grados en Francia, Italia, Alemania é Inglaterra, en fin, la de los grados desde Dunkerque á Barcelona, hecha en este siglo por Delambre y Mechain con todos los aparatos y correcciones geodésicas que proporciona el estado actual de perfeccion de las ciencias exactas, confirman el resultado de la teoria de

Newton. La diferencia entre el radio del ecuador y el del polo es de $\frac{1}{309}$, segun las observaciones de Delambre.

La figura de la tierra es pues elíptica; pero siendo muy pequeña la diferencia entre sus ejes, se supone que es esférica, escepto en las operaciones mas delicadas, como por ejemplo, en la determinacion de la unidad lineal llamada *metro*, que es la diezmillonésima parte de la distancia del polo al ecuador. La medicion última hecha por Delambre tuvo por objeto fijar la magnitud de esta unidad.

14. De las proyecciones y mapas.

44. Suponiendo esférica la figura de la tierra, es fácil representarla en un globo, colocando en él los lugares segun sus diferentes latitudes y longitudes. Este globo se llama *terrestre*. En la estremidad de su eje lleva un horario semejante al del globo celeste por medio del cual se pueden resolver algunos problemas, aunque muy inexactamente: se puede averiguar, por ejemplo, qué hora es en un lugar mientras en otro es una hora dada, llevando los dos sucesivamente al meridiano del globo, y viendo por el movimiento de la manilla el intervalo de tiempo que hay entre los pasos de los dos lugares por debajo del meridiano. A semejanza de este se pueden proponer otros problemas, cuya solucion por medio del globo podrá ser muy útil para hacer visible á los alumnos la situacion respectiva de los diversos puntos de la tierra.

Pero el globo no puede ser bastante grande para que se marquen en él todos los lugares que es necesario conocer en el estudio de la historia, en la profesion militar y en otros usos de la geografia. Por consiguiente se han buscado métodos para representar en planos las diversas porciones, ya mas grandes, ya mas pequeñas de la tierra: estos planos se llaman *mapas*. El que representa todo el globo se llama *planisferio* ó *mapa mundi*. En los mapas de un imperio, de una pro-

vincia, de un distrito particular se pueden colocar los lugares, aun los menos importantes, dando la correspondiente magnitud al grado del mapa.

La representacion de todo el globo ó de una parte suya en un plano no puede hacerse sino por medio de la proyeccion de la figura esférica en un plano. Mas estas proyecciones no se hacen comunmente por medio de líneas perpendiculares, sino por las rectas tiradas desde un mismo punto, donde se supone el observador que observa la superficie esférica. Estas proyecciones se llaman *estereográficas*, á diferencia de las primeras que se llaman *ortográficas*. La proyeccion estereográfica es la seccion que causa el plano de proyeccion en el cono oblicuo ó recto formado por las visuales tiradas desde el ojo á la circunferencia que se quiere proyectar. Esta seccion debe ser un círculo, siempre que el triángulo por el eje que forme sea semejante al de todo el cono; pues aunque su base no sea paralela á la del triángulo total, dandole un movimiento de 180° , de modo que se permuten sus lados, quedará paralela á la base del triángulo total, y será diámetro de un círculo.

45. Fig. XXII. Sea AHON el plano de un meridiano: P el polo de un paralelo cualquiera, cuyo diámetro es EF: O el lugar del ojo: HN el diámetro del círculo cuyo plano es el de la proyeccion. Tiro visuales desde O á la circunferencia EF: quedará formado el cono oblicuo OEF, cuya seccion con el plano HN será un círculo cuyo diámetro es ST; porque el triángulo OST es semejante á OEF á causa de la igualdad de los ángulos en E y en T, que cada uno tiene por medida $\frac{1}{2}FN + 45^\circ$.

Luego la proyeccion estereográfica de un círculo de la esfera, suponiendose el ojo en su superficie, es otro círculo.

La proyeccion de la tangente en P, paralela á EF, contada desde P hasta G, es KG; y esta proyeccion es igual á la misma tangente, por ser isósceles el triángulo KPG: en efecto, los ángulos en P y K tiene cada uno por medida $\frac{1}{2}PN + 45^\circ$.

Determinar el centro y el radio de la proyeccion de un círculo.

Sea m el punto medio de ST , se pide $Cm = d$ y $Sm = r$. Sea la distancia AP , entre los polos del círculo de proyeccion y del círculo proyectado, $= D$; y sea PE , distancia del círculo proyectado á su polo, $= D'$.

$$\begin{aligned} \text{Tenemos } Cm &= \frac{1}{2}CT + \frac{1}{2}CS = \frac{1}{2}(\text{tang. } \frac{1}{2}AF + \text{tang. } \frac{1}{2}AE) \\ &= \frac{\text{sen. } \frac{1}{2}(AF + AE)}{\text{sen. } \frac{1}{2}D} = \frac{\text{sen. } AP}{\text{sen. } D} : \text{luego } d = \frac{\cos. D + \cos. D'}{\cos. AP + \cos. PE} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tenemos tambien } Sm &= \frac{1}{2}(CT - CS) = \frac{1}{2}(\text{tang. } \frac{1}{2}AF - \text{tang. } \frac{1}{2}AE) \\ &= \frac{\text{sen. } \frac{1}{2}(AF - AE)}{\text{sen. } \frac{1}{2}D} = \frac{\text{sen. } PE}{\text{sen. } D} : \text{luego } r = \frac{\cos. D + \cos. D'}{\cos. AP + \cos. PE} \end{aligned}$$

Consecuencias. La proyeccion del polo es el punto K ; porque en el polo $D' = 0$, $d = \frac{\text{sen. } D}{1 + \cos. D} = \text{tang. } \frac{1}{2}D = CK$; y $r = 0$.

La proyeccion del polo opuesto está en la prolongacion de CH á una distancia de $C = \cot. \frac{1}{2}D$: porque haciendo $D' = 180^\circ$, es $r = 0$ y $d = \frac{\text{sen. } D}{\cos. D - 1} = -\cot. \frac{1}{2}D$.

La distancia entre las proyecciones de ambos polos será $\text{tang. } \frac{1}{2}D + \cot. \frac{1}{2}D = 2 \text{ cosec. } D$.

Si se ha de proyectar un círculo máximo, cuyo polo sea P , es $D' = 90^\circ$; y es $d = \text{tang. } D$ y $r = \sec. D$. D en este caso representa el ángulo que forma el círculo proyectado con el plano de proyeccion.

Si el polo del círculo proyectado es el de la proyeccion, $D = 0$, $d = 0$, $r = \text{tang. } \frac{1}{2}D'$; luego el centro del círculo de proyeccion lo es de todos los círculos proyectados; y si el círculo proyectado es máximo, $r = 1$, y el mismo círculo es su proyeccion. En este caso el cono de proyeccion es recto.

Si el círculo proyectado pasa por el polo de pro-

yeccion, $D=D'$: $d=\frac{1}{2}\text{tang. } D$, $r=\frac{1}{2}\text{tang. } D$: y la proyeccion pasará por el centro.

Si el círculo proyectado tiene un punto comun con el círculo de proyeccion, $D=90^\circ-D'$, y $d=$

$$\frac{\text{sen. } D}{\cos. D + \text{sen. } D} = \frac{\text{tang. } D}{1 + \text{tang. } D} = \frac{\text{tang. } D}{\text{tang. } 45^\circ + \text{tang. } D} = \frac{\text{sen. } D \cdot \cos. 45^\circ}{\text{sen. } (D + 45^\circ)},$$

$$\text{y } r = \frac{\cos. D + \text{sen. } D}{\cos. D \cdot \cos. 45^\circ} = \frac{1 + \text{tang. } D}{\text{tang. } 45^\circ + \text{tang. } D} = \frac{1}{\text{sen. } (45^\circ + D)}.$$

Como $r + d = 1$, la proyeccion será tangente interiormente al círculo de proyeccion.

Si el círculo proyectado pasa por los polos del de proyeccion, es decir, por el ojo del observador, es $D=90^\circ$, y $D'=90^\circ$, en cuyo caso d y r son infinitas, lo que convierte la proyeccion del círculo en una recta que pasa por el centro.

Con estos principios se pueden construir los planisferios comunes. Si se quiere tomar por plano de proyeccion el ecuador, colocando el ojo en el polo, se podrá proyectar el hemisferio correspondiente con mucha facilidad. En este caso $D=0$: las fórmulas son

$$d=0, \quad r = \frac{\text{sen. } D'}{1 + \cos. D'} = \frac{2 \text{ sen. } \frac{1}{2} D' \cdot \cos. \frac{1}{2} D'}{2 \cos.^2 \frac{1}{2} D'} = \text{tang. } \frac{1}{2} D';$$

es decir, las proyecciones de los paralelos serán círculos cuyo centro está en el de la proyeccion, y cuyos radios son las tangentes de sus senidistancias al polo. Los meridianos se representarán por líneas rectas, que serán diámetros del ecuador.

Si se quiere tomar por plano de proyeccion el primer meridiano, coloquese el ojo á los 90° de longitud oriental ú occidental, segun el hemisferio que se quiera representar. El ecuador será una recta igualmente que el meridiano de los 90° . Para los demas meridianos $D=a$ la longitud: $D'=90^\circ$: luego $d=\text{tang. longitud}$, y $r=\text{sec. longitud}$. Las proyecciones de los meridianos deben tener por cuerda comun la proyeccion del meridiano de 90° . En cuanto á los paralelos $D=90^\circ$: $D'=90^\circ-l$, siendo l la latitud: luego $d=\text{cosec. } l$, y $r=\text{cot. } l$. El

hemisferio oriental colocado junto al occidental en contacto exterior y con las proyecciones del ecuador en una misma línea recta, forman el *mapamundi*.

En los mapas particulares, si el país no es de mucha estension, se proyectan las tangentes de los meridianos y paralelos en lugar de proyectarse estos círculos: el error no es muy grande cuando no es mucha la diferencia en latitud ó en longitud; pero en los mapas generales de cada una de las cuatro partes, ó en el de un imperio grande como el de la Rusia europea, ya se hace sensible la curvatura de los meridianos y de los paralelos. A cada mapa acompaña una escala en la cual se fija el tamaño que tiene el grado en aquel mapa y las leguas que vale. Esta escala sirve para medir las distancias en el mapa con el compas; pero se ha de advertir, que estas medidas son tanto mas inexactas cuanto mas grande es el país y mas pequeño el grado del mapa. Los lugares se colocan segun su latitud y longitud conocidas ya por las observaciones, ó bien segun las distancias conocidas por las mediciones geodésicas.

El oriente del mapa se coloca generalmente hácia la derecha del que lo mira; y cuando no se hace esto, se advierte con una flor de lis, ó notando los nombres de los cuatro puntos cardinales, hácia donde caen en el mapa.

15. *Geografia antigua y moderna.*

46. En la geografia hay muchas voces, que aunque son de un uso comun, es preciso definirlas con exactitud para evitar equivocaciones.

Aunque el globo que habitamos se llame *la tierra*, sin embargo se da particularmente el nombre de *tierra* á su parte sólida, y el de *mar* á su parte fluida compuesta de agua salada y amarga.

En la tierra se distinguen: 1.^o los *continentes* que son las grandes porciones de tierra, y se llaman así

por oposicion á las islas que estan en sus cercanias: asi se dice que España es parte del continente europeo, y que Mallorca es una isla.

2.º Las *islas*, que son las tierras cercadas del mar ó de un rio ó de un lago en toda su circunferencia.

3.º Las *penínsulas*, cercadas del mar por todas partes, escepto una por la cual estan unidas á un continente vecino.

4.º Los *istmos* ó comunicaciones de las penínsulas con los continentes.

5.º Los *promontorios* ó lenguas de tierra que entran considerablemente en la mar.

6.º Los *montes* ó porciones de terreno elevados considerablemente sobre el nivel del mar.

7.º Los *bagios* ó porciones de tierra que estan á flor del agua, ya en alta mar, ya cerca de las costas.

8.º *Mares*: inmensos cúmulos de aguas colocadas entre los continentes.

9.º *Golfos*: tienen mucha menos estension que los mares, y se internan entre las tierras de un mismo continente. Tienen tambien nombre de mares, aunque con un epíteto particular que los distingue, como mar báltico, mar negro etc.

10. *Estrechos*: son canales del mar que separan dos tierras y unen dos mares.

11. *Puertos*: entradas que forma el mar en la tierra, en las cuales pueden estar los navios al abrigo de los vientos.

12. *Lagos*: grandes porciones de agua rodeadas por todas partes de tierra.

13. *Rios*: raudales de agua, que naciendo de un sitio alto corren á desembocar en el mar ó en otros rios.

47. Tomando por primer meridiano el de la isla de Hierro, divide la tierra en dos grandes continentes. El oriental comprende las tres partes del mundo que conocieron los antiguos, Asia, Africa y Europa. Este continente se llama el *mundo antiguo*. El he-

misferio occidental comprende el nuevo mundo ó la América.

Para dar á estos elementos de geografía particular toda la estension posible, pondremos al lado de cada nombre su equivalente antiguo, cuando lo tenga, de letra itálica y entre paréntesis. De este modo podrán servir estas lecciones de geografía para el estudio de la historia antigua.

Los grandes mares del mundo son cuatro: el mar del Norte (*occeanus Atlanticus*), entre Europa, Africa y América: el mar del Sur ó pacífico (*mare Eoum*), entre América y Asia: el mar de Indias (*Eritreum mare*), entre Asia y Africa; y el mar *Helado*, que baña las costas septentrionales de Europa, Asia y América. En el día es indudable que la América es una isla dividida en América septentrional y meridional.

EUROPA.

Los límites de Europa son: al norte el mar Helado, que la separa de las costas septentrionales de la América: al sur, el estrecho de Gibraltar (*fretum Herculeum*) y el mar Mediterraneo (*Mediterraneum mare*), que la separan del Africa: al occidente el mar del norte que la separa de América; y al oriente el Archipiélago (*mare Aegæum*), el estrecho de los Dardanelos (*Hellespontus*), el mar de Marmara (*Propontis*), el canal de Constantinopla (*Bosphorus Tracius*), el mar Negro (*Pontus Euxinus*), el estrecho de Cafa (*Bosphorus Cinnerius*), el mar de Azof (*Palus Mæotis*), el Don (*Tanais*) y el Volga (*Rha*), que la separan del Asia.

La Europa se divide en las siguientes regiones: España (*Hispania*), Italia (*Italia*) y Turquía europea, al sur.

Islas británicas, Escandinavia, Rusia (*Scitia europea*), al norte.

Francia (*Gallia transalpina*), Paises-Bajos (*Gallia*

Belgica), Alemania (*Germania*), Polonia (*Sarmatia*), Hungría (*Pannonia*), en el centro.

Los estados de Europa son los imperios de Alemania, Rusia y Turquía: los reynos de España, Portugal, Francia, Inglaterra, Prusia, Dinamarca, Suecia, Países-Bajos, Nápoles, Cerdeña, Sajonia, Baviera, y Wurtemberg: las repúblicas confederadas de los Cantones suizos y de las siete islas Jónicas: el Estado del sumo pontífice; y los grandes ducados de Toscana, Baden, Hesse-Darmstad, Mecklembourg, y otros menores en Italia y Alemania; y el electorado de Hesse-Cassel.

ESPAÑA.

48. Sus límites son: al norte, el mar Cantábrico y los montes Pirineos que la separan de Inglaterra y Francia: al sur, el estrecho de Gibraltar y el mar Mediterraneo, que la separan de Africa: al oriente, el mar Mediterraneo que la separa de Italia; y al occidente el mar del Norte ú occidental, que la separa de América.

La España se divide en las partes siguientes:

1.^a Portugal (*Lusitania*), reyno independiente, su capital Lisboa (*Ulisipo*): se subdivide en seis provincias, que son, Estremadura de Portugal, su capital Lisboa: Beira, su capital Coimbra (*Conimbrica*): Entre-Douro-é-Miño (*Braccarii*), su capital Braga (*Braccara Augusta*): Tras-os-montes (*Gravii*), su capital Braganza: Alentejo, su capital Evora (*Evora*): los Algarbes (*Turduli*), su capital Lagos (*Lacobriga*).

2.^a Andalucía (*Bætica*), dividida en cuatro provincias: Sevilla (*Turdetania*), su capital Sevilla (*Hispalis*): Córdoba, su capital Córdoba (*Corduba*): Jaen, su capital Jaen (*Aurinx*); y Granada (*Bastitani*), su capital Granada (*Illiberis*).

3.^a Murcia (*Contestania*), su capital Murcia.

4.^a Valencia (*Edetani*), su capital Valencia (*Valentia*).

5.^a Cataluña (*Hispania citerior*), su capital Barcelona (*Barcino*). :

6.^a Aragon (*Celtiberia*), su capital Zaragoza (*Cæsaraugusta*).

7.^a Navarra (*Vascones*), su capital Pamplona (*Pompelo*).

8.^a Guipuzcoa (*Varduli*), su capital San Sebastian.

9.^a Vizcaya (*Autrigones*), su capital Bilbao.

10. Asturias (*Astures*), su capital Oviedo.

11. Galicia (*Callaici*), su capital Santiago.

12. Leon (*Vaccæi*), su capital Leon (*Legio*).

13. Castilla la vieja, su capital Burgos.

14. Alava (*Berones*), su capital Vitoria.

15. Castilla la nueva, dividida en cuatro provincias: Toledo (*Carpetani*), su capital Toledo (*Toletum*): Guadalajara, su capital Guadalajara: Cuenca (*Olcades*), su capital Cuenca: la Mancha (*Oretani*), su capital Ciudad-Real.

16. Estremadura de Castilla, su capital Badajoz (*Pax Augusta*).

La capital de España es Madrid (*Mantua Carpetanorum*).

Los mares que rodean á España son el Oceano y el Mediterraneo; y sus golfos principales son los siguientes: el golfo de Cádiz (*Sinus Gaditanus*), el mar Cantábrico (*Oceanus Cantabricus*), en el Oceano.

El golfo de Almería (*Virgitanus sinus*), el golfo de Alicante (*Illicitanus sinus*), el golfo de Valencia (*Sucronensis sinus*), en el Mediterraneo.

El estrecho de Gibraltar separa á España del imperio de Marruecos en Africa, y une el Mediterraneo con el Oceano.

Las islas principales de España son Mallorca (*Balearis major*), su capital Palma (*Palma*): Menorca (*Balearis minor*), su capital Puerto-Mahon (*Mago*): Ibiza (*Pithuisa*), su capital Ibiza (*Ebusus*), en el Mediterraneo.

Las Barlingas en el Oceano, pertenecientes á Portugal.

Los cabos principales de España son: cabo de Creus

(*Promontorium Veneris*), cabo de San Martín (*Dianium*), cabo de Palos, cabo de Gata (*Charidemi promontorium*), punta de Europa (*Calpe*), en el Mediterraneo. Cabo de San Vicente (*Sacrum*), cabo Espichel (*Barbarum*), cabo Peniche (*Promontorium Lunæ*), cabo de Finisterræ (*Artabrum*), cabo Ortegal, cabo Peñas, cabo Machichaco, en el Oceano.

Las principales ciudades marítimas de España son: Rosas (*Rhoda*), Barcelona, Tarragona (*Tariaco*), Tortosa (*Dertosa*), Valencia, Denia (*Dianium*), Alicante (*Alonè*), Cartagena (*Carthago nova*), Almería (*Abdera*), Málaga (*Malacca*), Gibraltar (*Heraclea*), en el Mediterraneo. Cádiz (*Gades*), Huelva (*Onoba*), Lagos, Lisboa, Oporto (*Cale*), la Coruña (*Flavium Brigantium*), Gijón (*Gigia*), Bilbao, San Sebastian, Fuenterrabía (*Olearso*), en el Oceano.

Los lagos mas notables de España son: la Albufera de Valencia, y las lagunas de Ruidera, de donde nace el Guadiana.

Las montañas principales de España son: los Pirineos (*Pirenæi*), que la separan de Francia; los montes de Cuenca (*Idubeda*), que separan á Castilla la nueva de Valencia; la sierra de Alcaraz (*Orospeða*), que separa la Mancha de Murcia y Valencia; Sierra Morena (*Marianus mons*), sierra Nevada (*Ilipula*), al sur de Granada.

Los rios mas notables de España son:

1.º El Llobregat (*Rubricatus*), nace en Cataluña del Pirineo, pasa por Berga y Martorell, y entra en el Mediterraneo al sur de Barcelona.

2.º El Ebro (*Iberus*): nace en las montañas de Asturias, atraviesa parte de Castilla la vieja, separandola de Alava y de Navarra, atraviesa el Aragón y la Cataluña, y desemboca en el Mediterraneo mas abajo de Tortosa. A sus orillas estan Miranda de Ebro, Haro, Logroño, Calahorra (*Calagurris*), en Castilla la vieja: Tudela en Navarra, Zaragoza y Mequinenza (*Etovissa*) en Aragón, y Tortosa en Cataluña. Recibe al Zadorra

que viene de Alava pasando cerca de Vitoria: al Aragon que viene de Aragon y Navarra, bañando á Jaca (*Jacca*) y á Sangüesa (*Suessa*): al Jalon (*Salo*) que viene del Aragon meridional, bañando á Daroca y Catalunya (*Bilbilis*): al Segre (*Sicoris*) que viene de Cataluña, bañando á Urgel, Balaguer, Lérida (*Ilerda*) y Mequinenza.

3.º El Guadalaviar (*Turia*): nace en Aragon de la sierra de Albarracin: corre por el Aragon y Valencia, y entra en el Mediterraneo mas abajo de Valencia. Baña á Albarracin y Teruel en Aragon, y á Adamuz y Valencia en Valencia.

4.º Jucar (*Sucro*): nace en la sierra de Cuenca: atraviesa el territorio de Cuenca y la provincia de Valencia, y entra en el Mediterraneo mas abajo de Alcira.

5.º Segura (*Terebus*): nace en la sierra de Segura (*Saltus Tugiensis*): atraviesa el reyno de Murcia, y entra en el Mediterraneo, despues de haber bañado á Murcia y Orihuela (*Orcelis*).

6.º Guadalete (*Lethes*): nace en la sierra de Ronda: baña á Arcos (*Arcobriga*), á Jerez y al Puerto de Santa Maria, por el cual entra en la bahía de Cádiz.

7.º Guadalquivir (*Bætis*): nace en la sierra de Segura: atraviesa las provincias de Jaen, Córdoba y Sevilla, y entra en el golfo de Cádiz. Pasa por Andujar, Córdoba, Santiponce (*Itálica*), Sevilla, Lebrija (*Nebrissa*) y Sanlucar de Barrameda. Recibe al Genil (*Singilis*) que nace de sierra Nevada y pasa por Granada, Santa Fe, Loja y Ecija (*Astigi*).

8.º Guadiana (*Anas*): nace en la Mancha en las lagunas de Ruidera; y habiendo corrido algun trecho debajo de tierra vuelve á manifestarse, atravesando la Mancha, la Estremadura, el Alentejo; y separando los Algarbes de la Andalucía, entra en el golfo de Cádiz. Tiene á sus orillas á Ciudad-Real, Medellin (*Metalinum*), Merida (*Emerita Augusta*), Badajoz, Serpa (*Serpa*), Mertola (*Julia Mirtilis*) y Ayamonte.

9.º Tajo (*Tagus*): nace en la sierra de Albarracin: atraviesa las provincias de Cuenca, Guadalajara, Toledo, Estremadura de España y Portugal, y desemboca en el Oceano. Pasa por Aranjuez (*Ara Jovis*), Toledo, Talavera de la Reyna (*Æbura*), Alcantara (*Norba Cæsarea*), Abrantes, Santaren (*Scalabis*) y Lisboa. Recibe al Henares, que viene de Guadalajara, pasando por Guadalajara y Alcalá (*Complutum*); al Alverche, al Tietar y al Ervedal.

10. El Mondego (*Monda*): nace en la provincia de Beira, la cual atraviesa, pasando cerca de Guarda (*Augustobriga*) y de Coimbra, y entra en el Oceano.

11. Duero (*Durius*): nace en Castilla la vieja en el territorio de Soria: atraviesa á Castilla la vieja, reyno de Leon; separa las provincias de Tras-os-montes y de Entre-Douro-é-Miño de la provincia de Beira, y entra en el Oceano. Pasa por Almazan, Aranda de Duero, Tordesillas, Toro, Zamora (*Bletissa*), Miranda y Oporto. Recibe al Pisuerga mas abajo de Valladolid (*Pintia*), al Ezla que viene de Leon, al Tormes de Salamanca, al Agueda de Ciudad Rodrigo, y al Za de Almeida.

12. Minho (*Minius*): nace en Galicia, pasa por Lugo (*Lucus Augusti*), recibe al Sil que viene de Ponferrada (*Interamnium Flavium*), pasa por Orense (*Aquæ Cilenæ*) y Tuy (*Tide*), y entra en el Oceano, partiendo límites entre Galicia y Portugal.

13. El Vidasoa, que nace en Navarra y entra en el mar Cantábrico por Irun, separando á España de Francia.

FRANCIA.

Los límites de Francia son: al norte los Países-Bajos: al sur los Pirineos que la separan de España: al occidente el Oceano y el canal de la Mancha (*Oceanus Britannicus*) y el estrecho de Calés (*Fretum Britannicum*) y el mar de Alemania (*Oceanus Germanicus*), y al oriente el Rhin (*Rhenus*), que la separa de Ale-

mania; el monte Jura (*Jura mons*), que la separa de Suiza, y los Alpes que la separan de Italia.

Sus provincias son: 1.^a Flandes francesa (*Atrebat*), su capital Lila: 2.^a Picardía (*Ambiani*), su capital Amiens (*Samarobriva*): 3.^a Normandía (*Aulerci*), su capital Ruan (*Rothomagus*): 4.^a Bretaña (*Armorica*), su capital Rennes (*Redones*): 5.^a el Poitou (*Aquitania secunda*), su capital Poitiers (*Pictavi*): 6.^a la Guiena (*Aquitania*), su capital Burdeos (*Burdigala*): 7.^a la Gascuña (*Novempopulonia*), su capital Auch (*Ausci*): 8.^a Languedoc (*Occitania*), su capital Tolosa (*Tolosa*): 9.^a la Provenza (*Narbonensis secunda*), su capital Aix (*Aquæ sextiæ*): 10. el Delfinado (*Allobroges*), su capital Viena (*Vienna*): 11. el Leones (*Lugdunensis prima*), su capital Leon (*Lugdunum*): 12. el Franco Condado (*Sequani*), su capital Besanzon (*Vesontio*): 13. Alsacia (*Tribocci*), su capital Strasbourg (*Argentoratum*): 14. la Lorena (*Leuci*), su capital Nancy (*Nasium*): 15. Campaña (*Catalauni*), su capital Reims (*Remi*): 16. Islá de Francia (*Parisii*), su capital París, que lo es de toda Francia, (*Lutetia*): 17. Orleans (*Aureliani*), su capital Orleans (*Aurelianum*): 18. Borgoña (*Edui*), su capital Dijon (*Divionum*): 19. el Borbones (*Boii*), su capital Mulins (*Gergovia Boiorum*): 20. la Auvernia (*Arverni*), su capital Clermont (*Gergovia*).

Los mares de Francia son: el de Alemania, el canal de la Mancha, el océano Cantábrico, el golfo de Gascuña (*mare Aquitanicum*), y el golfo de Leon (*sinus Gallicus*) en el Mediterráneo.

Estrechos: el paso de Calés:

Islas: Aurigny (*Riduna*), Guernesey (*Sarnia*), Jersey (*Cæsarea*), Ouessant (*Uxantia*), Belle Île, Croix y Quiberon (*insulæ Veneticæ*), Oleron (*Uliarus*), y las de Hières en el Mediterráneo (*Stœchades*).

Cabos: el de la Hogue en Normandía, y cabo Sicio en Provenza.

Puertos: Dunkerque (*Portus ulterior*), Calés (*Por-*

tus Iccius), Bologne (*Bononia*), Brest, la Rochelle (*Portus Santonum*), Burdeos, Bayona (*Lapurdum*), Colibre (*Illiberis*), Narbona (*Narbo*), Marsella (*Massilia*); Tolon (*Telo Martius*), Frejus (*Forum Julii*), Antibes (*Antipolis*), Niza (*Nicæa*).

Lagos: el de Arcachon en la Guiena.

Montes: los Pirineos, los Alpes, el Jura, los Vosges (*Vogesius mons*), los Cevennes (*Ceverna mons*).

Rios: 1.º el Adur (*Atur*): nace del Pirineo, atraviesa la Gascuña, y entra por Bayona en el golfo de Gascuña. Pasa por Tarbes (*Turba*), capital del Bigorre, por Orthez (*Atures*), por Dax (*Aquæ Augustæ Tarbellicæ*) y por Bayona. Recibe al Gave que viene de Pau, capital del Bearn, al Gave, que viene de Oleron (*Iluro*), y á la Nive, que viene de San Juan del pie de puerto, capital de la Navarra francesa.

2.º El Garona (*Garumna*): nace en los Pirineos, atraviesa el Lenguadoc y la Guiena, y desemboca en el Oceano con el nombre de Gironda. Tiene á sus orillas á Tolosa, Agen (*Aginnum*), capital del Agenes (*Nitiobriges*), y á Burdeos. Recibe al Arriege, que viene de Foix, capital del condado del mismo nombre; al Tarn (*Tarnis*), que viene de Alby (*Albiga*), capital del Albiges, y que se reune poco despues de llegar á Montalban, con el Aveiron (*Veronius*), que viene de Rodez (*Ruteni*), capital del Rovergue (*Ruteni*): al Gers, que viene de Auch, capital del Armagnac (*Elusates*): al Lot (*Ollis*), que viene de Cahors (*Cadurci*), capital del Quercy (*Cadurci*); y al Dordogne (*Duranius*).

3.º Loira (*Ligeris*): nace en las Cevennas: corre por el Lenguadoc, el Leonés, el Orleanés, la Bretaña, y entra en el Oceano. Pasa por el Puy (*Vellavi*, capital del Velay (*Vellavi*); Nevers (*Noviodunum*), capital del Nivernes; Briare (*Condatis*), Orleans, Tours (*Turones*), capital de la Turena, y Nantes, capital del Nantes. Recibe al Allier (*Elaver*), que viene de Moulins; al Cher (*Caris*); al Vienna (*Vigenna*), que viene de Limoges (*Augustoritum Lemovicum*), capital del

Limoges (*Lemovices*); al Loir (*Lædus*), que pasa por Angers (*Andegavi*), capital del Anjou (*Andegavi*).

4.º El Sena (*Sequana*): nace en los confines de Campaña y Borgoña, atraviesa la Campaña, la isla de Francia y la Normandía. Pasa por Troyes (*Augusta Tricassium*), Melun (*Melodunum*), Paris, Mantes, Ruan y Havre de Grace. Recibe al Yonne (*Icauna*), que viene de Sens (*Agendicum*), al Marne (*Matrona*) que viene de Langres (*Lingones*), Chalons y Meaux (*Meldi*), y al Oisa (*Isara*) que viene de Compiègne, donde recibe al Aisne (*Axona*) que pasa por Soissons (*Augusta Suessionum*).

5.º El Soma (*Samara*), que atraviesa la Picardia y entra en el canal de la Mancha.

6.º El Mosa (*Mosa*): nace en Lorena, y atravesando los Países-Bajos, entra en el Vahal, que es uno de los ramales del Rhin.

7.º El Mosela (*Mosella*): nace en Lorena, pasa á Alemania y entra en el Rhin.

8.º El Rhin (*Rhenus*): nace en el monte de San Gotardo en las fronteras de Suiza é Italia, atraviesa el país de los Grisones (*Canini*), separa la Suiza y la Francia de Alemania, entra en Alemania y en los Países-Bajos, y desemboca en el mar de Alemania dividido en muchos canales. Recibe al Aar (*Arola*) en Suiza, al Necker (*Nicer*), y al Mein (*Mænus*) de Alemania; y al Moselle y al Mosa de Francia.

9.º El Aude (*Atax*): nace en el Lenguadoc y desemboca en el golfo de Leon: pasa por Carcasona.

10. El Ródano (*Rhodanus*): nace en el monte de San Gotardo, atraviesa el Valés de Suiza (*Seduni*) y el lago de Ginebra (*Lemanus*): pasa por el Leonés, separa el Delfinado y la Provenza del Lenguadoc, y entra en el golfo de Leon. Pasa por Sion, capital del Valés, Ginebra (*Geneva*), Leon, Viena, Valencia, Aviñon (*Avenio*), y Arlés (*Arelate*). Recibe al Saona (*Arar*) que viene de Macon (*Matisicum*), al Iser (*Isara*) que viene de Grenoble (*Gratianopolis*), y al Du-

rence (*Druentia*) que viene de Digne (*Dinia*).

II. El Var separa á Francia de Italia: pasa por Glandeve (*Glandeva*).

ITALIA.

Sus límites son: al norte los Alpes, que la separan de Alemania: al oriente el mar de Venecia y el Jonio, que la separan de Turquía: al sur el Mediterraneo, que la separa de Africa: al occidente los Alpes, que la separan de Francia; y el Mediterraneo, que la separa de España.

Se divide en los estados siguientes: 1.º Los estados del rey de Cerdeña en el continente; que son la Saboya (*Sabaudia*), su capital Chambery (*Forum Claudii*), el condado de Aoust (*Lepontii*), su capital Aoust (*Augusta Prætoria*): el Piamonte (*Taurini*), su capital Turin (*Augusta Taurinorum*): el Monferrato (*Statielli*), su capital Alba (*Alba Pompeia*): el marquesado de Saluces (*Vagienni*), su capital Saluces (*Augusta Vagiennorum*); y el territorio de la antigua república de Génova (*Liguria*), su capital Génova (*Genua*). 2.º El reyno Lombardo Veneto, que comprende el Milanesado (*Insubres*), su capital Milan (*Mediolanum*): el Mantuano (*Cenomani*), su capital Mantua; y el territorio de la estinguida república de Venecia (*Venetia*), su capital Venecia. 3.º La Toscana (*Hetruria*), su capital Florencia (*Florentia*). 4.º El estado de Luca (*Apuani*), su capital Luca (*Luca*). 5.º El ducado de Parma y Placencia (*Gallia cispadana*), su capital Placencia (*Placentia*). 6.º El estado de Módena, su capital Módena (*Mutina*). 7.º El estado de la Iglesia, que comprende la Romanía (*Lingones*), su capital Ravena (*Ravenna*): el Boloñés (*Boii*), su capital Bolonia (*Bononia*): la marca de Ancona (*Picenum*), su capital Ancona (*Ancona*): Ombria (*Umbria*), su capital Urbino (*Urbium*): el ducado de Spoleto (*Sabinia*), su capital Spoleto (*Spoletum*): el patrimonio de S. Pedro, su capital

Viterbo; y la campaña de Roma (*Latium*), su capital Roma. 8.º El reyno de Nápoles (*Magna Græcia*), que comprende la tierra de Labor (*Campania*), su capital Capua (*Capua*); el Abruzzo ulterior (*Vestini*), su capital Aquila sobre el Pescara: el Abruzzo ulterior (*Frentani*), su capital Chieti sobre el Pescara: el Sannio (*Samnium*), su capital Molise: el principado ulterior (*Hirpini*), su capital Benevento (*Beneventum*): el principado citerior (*Picentini*), su capital Salerno: la Capitanata (*Daunia*), su capital Foggia: la Basilicata (*Lucania*), su capital Potenza (*Potentia*): la tierra de Bari (*Apulia*), su capital Bari (*Barium*): la tierra de Otranto (*Calabri*), su capital Lecce: la Calabria citerior, su capital Cosenza (*Consentia*): la Calabria ulterior (*Bru-tium*), su capital Monteleone.

Los mares de Italia son: el golfo de Génova (*mare Ligusticum*), el mar Tirreno (*mare Tuscum*), el canal de Córcega entre esta isla y Sicilia, los golfos de Gaeta, Nápoles, Salerno, Policastro, Sta. Eufemia, Gioya, Squilace, Taranto (*Tarentinus sinus*), el mar Jonio (*Jonium mare*), y el golfo de Venecia (*Adria*).

Estrechos: el de Mecina (*Fretum Siculum*) entre Sicilia y Calabria: el canal de Piombino entre la isla de Elva (*Ilva*) y la Toscana: la boca de Bonifacio (*Fretum Taphros*) entre Córcega (*Corsica*) y Cerdeña (*Sardinia*).

Islas: Malta (*Melita*), su capital Lavalette: pertenece á la Inglaterra.

Sicilia (*Sicilia*), sus capitales Palermo (*Panormus*), Mesina (*Messana*), Noto (*Notum*): las islas de Lipari (*Æoliæ insulæ*): pertenecen al reyno de Nápoles.

Cerdeña, su capital Cagliari (*Caralis*), sobre el golfo del mismo nombre, pertenece al rey de Cerdeña.

Córcega, su capital Bastia, pertenece á la Francia.

Elba, su capital Portolongone, pertenece á la Toscana.

Cabos: cabo Circeyo (*Circeii promontorium*), cabo

Palinuro (*Palinuri promontorium*), cabo Spartivento (*Herculis promontorium*), cabo Colonna (*Lacinium promontorium*), cabo de Leuca (*Japigium*), cabo Rasocolmo (*Pelorum*), cabo Passaro (*Pachinum*), cabo Saurullo (*Lilibæum*), cabo Corso (*Sacrum*).

Puertos: Albenga (*Albium*), Savona (*Subatia*), Chiavanni (*Manilia*), en el estado de Génova: Liorina, Piombino, Orbitello (*Cosa*), en Toscana: Civita vecchia, Ostia (*Ostia*), Terracina (*Anxur*), en la campaña de Roma: Gaeta (*Caieta*), Nápoles, Salerno, Policastro (*Pyrus*), Regio (*Rhegium*), Cotrona (*Crotona*), Tarento (*Tarentum*), Gallipoli (*Callipolis*), Otranto (*Hidrunum*), Brindis (*Brundisium*), Monopoli (*Egnactia*), Bari, Manfredonia (*Sipontum*), en el reyno de Nápoles: Ancona, Fano (*Fanum Fortunæ*), Rimini (*Ariminum*), y Ravena en el estado pontificio: Venecia, Aquileya (*Aquileia*), y Trieste (*Tergeste*), en el reyno Lombardo-Veneto: Taormina (*Tauromenium*), Catania, (*Catana*), Siracusa (*Siracusa*), Camerina (*Camarina*), Terranova (*Gela*), Alicata (*Phintia*), Monsrìci (*Selinus*), Mazzara (*Lilibæum*), Trapani (*Drepanum*), en Sicilia.

Montes: los Alpes, el Apenino (*Apenninus*), Mongibelo, volcan de Sicilia (*Etna*), Vesubio (*Vesubius*), volcan de Nápoles, Monte San Angelo (*Garganus mons*), Monte Cenis (*Alpes Graiæ*) entre Francia y el Piamonte, monte de san Bernardo (*Alpes Peninæ*).

Lagos: lago de Celano (*Fucinus*) en el Abruzzo: lago de Volsena (*Vulsinius*), lago de Perugia (*Trasimenus*), lago Mayor (*Verbanus*), y lago de Como (*Larius*), en el Milanesado: lago de Garda (*Benacus*), en el Mantuano.

Ríos. 1.º El Var que separa la Italia de Francia.

2.º El Arno (*Arnus*), nace del Apenino, pasa por Florencia y Pisa (*Pisa*), y entra en el mar Tirreno. Recibe al *Clanis*, canal que lo une con el Tibre, que pasa por Chiussi (*Clusium*), y Arezo (*Aretium*).

3.º El Ombrone (*Umbro*): nace en el Apenino, y

entra en el Tirreno mas abajo de Grosseto (*Ruscellæ*).

4.º El Tibre: nace del Apenino en la Toscana: atraviesa la Umbria y la campaña de Roma, y desemboca en el Tirreno. Pasa por Perugia (*Perusia*), Todi (*Tuder*), Ótricoli (*Otriculum*), Roma y Ostia. Recibe al Salto (*Nar*), que viene del Abruzzo ulterior, pasando por Rieti (*Reati*), Terni (*Interamnia*) y Narni (*Narnia*), al rio de Moro (*Allia*), á la Varca (*Cremera*), y al Teberone (*Anio*), que viene de Tivoli (*Tibur*).

5.º El Garillano (*Liris*): nace en la campaña de Roma, pasa por la tierra de Labor, y entra en el golfo de Gaeta: pasa por Abruzzo (*Arpinum*) y por Pontecorvo.

6.º El Volturmo (*Vulturnus*): nace del Apenino en el Sannio, atraviesa la tierra de Labor, y entra en el golfo de Gaeta: pasa por Alife (*Allifæ*) y por Capua.

7.º El Sele (*Silarus*): nace en la Basilicata, pasa por Acerenza (*Acherontia*), entra por el principado ulterior en el golfo de Salerno.

8.º El Lao (*Laus*): entra por Scalca (*Laum*) en el golfo de Policastro.

9.º El Ofanto (*Aufidus*): nace en el principado ulterior, separa la Capitanata de la Basilicata y de la tierra de Bari, y entra en el golfo de Manfredonia. Pasa por Conza (*Compsa*), Canosa (*Canusium*) y Cannas (*Cannæ*).

10. El Pescara (*Aternus*): separa los Abruzzos, pasa por Chieti (*Teate*), y entra en el Adriático por Pescara (*Aternum*).

11. El Metauro (*Metaurus*): pasa por Urbino y entra en el Adriático.

12. El Rubicon (*Rubico*): entra en el Adriático entre Rimini y Ravena.

13. El Po (*Padus*, *Eridanus*): nace del Alpe en el marquesado de Saluces: atraviesa el Piamonte, el Milanesado, el Mantuano y Ferrares, y entra por muchas bocas en el Adriático. Pasa por Turin, Verrue

(*Quadrata*), Casal (*Industria*), Valencia (*Forum Fulvii*), Placencia (*Placentia*), Cremona (*Cremona*), Massa (*Hostilia*), Ferrara (*Forum Allieni*), Ariano (*Volana*). Recibe en Turin al Dora (*Duria minor*), que viene de Suza (*Segusio*), en Verrue al Doria (*Duria maior*), que viene de Auost, Puente de Bard (*Vitricium*) é Ivrea (*Eporedia*); al Sessia (*Sessites*), que viene de Verceil (*Vercellae*), el Tanaro (*Tanarus*), que viene de Ceva (*Ceba*), Alba y Asti (*Asta*), y Alejandria: al Tesin (*Ticinus*), que viene del lago Mayor y pasa por Pavía (*Ticinum*): al Trebia, que entra cerca de Placencia: al Adda (*Addua*), que viene del lago de Como y pasa por Lodi (*Laus Pompeia*): al Oglio (*Ollius*), que viene del lago de Iseo (*Stuinus lacus*); al Mincio (*Mincius*), que viene del lago de Garda, y pasa por Mantua (*Mantua*), y al Reno (*Rhenus*), que viene de Bolonia.

14. El Adige (*Athesis*): desciende del Tirol (*Rhetia*), pasa por Trento (*Tridentum*), Verona (*Verona*) y entra en el Adriático. Recibe al Astico (*Medoacus minor*), que pasa por Vicencia y Padua (*Patavium*).

15. El Brenta (*Medoacus major*): pasa por Bassano, y entra en el Adriático.

16. Piave (*Plavis*): nace del Alpe, pasa por Belluno (*Belluna*), y entra en el Adriático.

17. Tagliamento (*Tilaventus*): entra en el Adriático.

TURQUIA EUROPEA.

Sus límites son al norte el Dniester (*Tiras*) que la separa de Rusia, y el Danubio (*Ister*), que la separa de Hungría: al oriente el mar Negro, el canal de Constantinopla, el mar de Marmara, el estrecho de los Dardanelos y el Archipiélago, que la separan de la Turquía asiática: al sur el Mediterraneo, que la separa de Africa, y al occidente el mar Jonio y el de Venecia, que la separan de Italia.

Sus provincias son, la Moldavia (*Jassii*), su capital Jasy (*Petrodava*): la Bessarabia (*Getae*) su ca-

pital Bender: la Valaquia (*Dacia*), su capital Bucharest (*Tiasum*): la Bulgaria (*Moesia inferior*), su capital Widin: la Servia (*Moesia superior*), su capital Belgrado (*Taurunum*), la Bosnia (*Liburnia*), su capital Traunik: la Romanía (*Tracia*), su capital Constantinopla (*Bizantium*): la Macedonia (*Macedonia*), su capital Salonica (*Thesalonica*): la Albania (*Albania*), su capital Scutari (*Scodra*), y la Grecia que comprende la Thesalia (*Thesalia*), su capital Larisa (*Larissa*), el Janina (*Epirus*), su capital Janina (*Teledrum*), la Livadia (*Achaia*), su capital Livadia (*Lebadia*) y la Morea (*Peloponnesus*), su capital Tripolitza (*Megalopolis*).

Mares: el Adriático, el canal de Otranto, el Jonio, el golfo de Lepanto (*sinus Corinthiacus*), el golfo de Coron (*sinus Messenius*), el golfo de Colokina (*sinus Laconicus*), el golfo de Napoli (*sinus Angolicus*), el golfo de Atenas (*sinus Saronicus*), el golfo de Zeitoun (*sinus Maliacus*), el golfo de Volo (*sinus Pagaseus*), el golfo de Salónica (*sinus Thermaicus*), el golfo de Casandra (*sinus Toronaicus*), el golfo de Montesanto (*sinus Singiticus*), el golfo de Contesa (*sinus Strymonicus*), el golfo de Saros (*sinus Melanes*), el mar de Marmara, el mar Negro y el Archipielago.

Islas: en el Jonio, las Jónicas: las principales son Corfú (*Corcyra*, *Pheacia*), Paxo (*Paxus*), Sta. Maura (*Leucate*), Tiaki (*Ithaca*), Cephalonia (*Cephalenia*), Zante (*Zacinthus*). En el Egeo, Candía (*Creta*), Cerigo (*Citera*), Hidra (*Aristera*), Culuri (*Salomina*), Zea (*Cea*), Negroponto (*Eubea*), su capital Negroponto (*Caleis*), Skiro (*Sciros*), Tasso (*Tassos*), Samotraki (*Samotracia*), Imbro (*Imbros*), Lemnos (*Lemnos*), Audro (*Andros*), Tine (*Tinos*), Myconi (*Mycone*), Naxia (*Naxos*), Amorgo (*Amorgus*), Stampalia (*Astipalea*), Santorin (*Thera*), Milo (*Melos*), Sifanto (*Siphnus*), Serpho (*Seriphus*), Skira (*Giaros*), Delos (*Delos*), Paros (*Paros*), Antiparos (*Antiparos*).

Estrechos: estrecho de Negro-ponto (*Eurípūs*), los Dardanelos y el canal de Constantinopla.

Cabos: cabo Palo, cabo Sidero (*Phalacrum*) en Cefalonia: cabo Tornese (*Chelonites*), cabo Matapan (*Tænarium*), cabo Santangel (*Maiea*), cabo Colonna (*Sunnum*), cabo Doro (*Caphareum*), cabo Pailluri (*Canastræum*), cabo Inada (*Thinias*), y en la isla de Candia, cabo Buro (*Corycum*), cabo de S. Juan (*Criu Metopon*), cabo Sacro (*Ampelos*), cabo Salomon (*Samonium*), cabo Sidera (*Ytanum*), cabo S. Juan (*Zephirium*), cabo Sasoso (*Dium*), cabo Maleca (*Drepanum*), cabo Spada (*Dictinnæum*).

Puertos: Dolcigno (*Dulcinium*), Durazzo (*Dyrrachium*, *Epidamnus*), Valona (*Aulon*), Butrinto (*Butthrotum*), Prevesa (*Nicopolis*), Arta (*Ambracia*), Bonitza (*Actium*), Lepanto (*Naupactus*), Corinto (*Corinthus*), Vostiza (*Ægium*), Patras (*Patræ*), Navarin (*Pylus*), Modon (*Methone*), Coron (*Corona*), Calamata (*Pheræ*), Colokina (*Gythæum*), Napoli de Malvasia (*Epidaurus Limera*), Napoli de Romanía (*Nauplia*), Megara (*Megara*), Atenas (*Athenæ*), Volo (*Jolcos*), Salonica, Marogna (*Maronea*), Enos (*Ænos*), Gallipoli (*Callipolis*), Rodosto (*Rhodesus*), Heraclea (*Perinthus*), Selibria (*Selimbria*), Constantinopla, Bourgas (*Apollonia*), y en Candia la Canea (*Cydonia*), y Candia (*Gnossus*).

Montes: el Balkam (*Hæmus mons*), el Ida (*Ida Mons*) en la isla de Creta: el Eta (*OEta*) y el Olimpo (*Olimpus*) en la Thesalia; el Taigeto (*Taigetis*) en el Peloponeso; y Monte santo (*Athos*) en la Macedonia.

Lagos: Babadac, en la Bulgaria: lago de Scutari, en la Albania: lago Copais en Acaya.

Rios: 1.º el Danubio (*Ister*): nace de la selva Negra (*Silva Hercinia*) en Alemania: atraviesa este imperio y la Ungría: sirve de límite entre Ungría y Turquía, entre Valaquia y Servia, entre Bulgaria y Valaquia; y entra por muchas bocas en el mar Negro. Recibe en Alemania al Leck (*Licus*), que pasa por

Ausburg (*Augusta vindelicorum*), al Rednitz (*Reginus*) en Ratisbona (*Regina Castra*), al Inn (*Aenus*), en Passaw (*Batava Castra*): en Ungría al Raab (*Arebo*), al Drava (*Dravus*), que viene de Varadin y Essek, al Theiss (*Tibiscus*) que atraviesa el Temesvar, al Sava (*Savus*), que separa la Esclavonia de la Bosnia y de la Servia, y entra en el Danubio en Belgrado: en Turquía, el All (*Aluta*) en la Valaquia, y en la Moldavia el Pruth (*Hierassus*), que viene de Chotcim y de Jassi.

2.º El Dniester (*Tiras*) separa la Moldavia de la Rusia, pasa por Bender y Odesa y desemboca en el mar Negro por Ovidiopol.

3.º El Ardra (*Hebrus*) nace en Romanía, pasa por Andrinopoli (*Adrianopolis*), por Trajanópolis (*Trajanópolis*), y desemboca por Enos (*AEnos*) en el Archipiélago.

4.º El Strumona (*Strymon*) nace en Macedonia y entra en el golfo de Contesa.

5.º El Peneo (*Peneus*) atraviesa la Tesalia pasando por Tricala (*Tricca*) y Larisa, y desemboca en el golfo de Salónica.

6.º El Basilipotamo (*Eurotas*) nace en la Morea, pasa por Misitra (*Sparta*), y entra en el golfo de Colokina.

7.º Orfea (*Alpheus*) nace en la Morea, pasa por Tripolitza, Caritena (*Aliphera*) y Olimpia (*Olimpia*), y entra en el mar Jonio.

8.º El Drin (*Drilo*), rio de la Albania: pasa por Ocrida (*Licnidus*), y desemboca por Alessio (*Lissus*) en el mar Adriático.

ISLAS BRITANICAS.

50. Las dos mayores son, la Gran Bretaña (*Albion*, *Britannia major*): la Irlanda (*Hibernia*). Las otras son las Hebrides (*Ebudes*), la principal es Lewis: las Orcadas (*Orcades*), la principal es Pamona, su capital Kirkewal: las islas de Schetland (*Thule*), la principal es Mainland, su capital Seallomay: Sky, su capital Dunan: Man,

(*Mona*), su capital Douglas: Anglesey, su capital Beaumaris: Wight (*Vectis*), su capital Newport.

La gran Bretaña se divide en los reynos de Inglaterra y Escocia (*Picti*).

La Inglaterra se divide en estas provincias: 1.^a, el Kent (*Cantii*), su capital Canterbury (*Durovernum*): 2.^a Sussex (*Belgæ*): contiene los condados de Sussex, su capital Chichester, y de Surrey, su capital Guilford: 3.^a Estanglia (*Iceni*): contiene los condados de Norfolk, su capital Norwich (*Venta*), de Suffolk, su capital Ipswich, y de Cambridge (*Camboritum*): 4.^a, Wessex (*Britannia prima*): contiene los condados de Cornwall, su capital Lauceston: Devon, su capital Exeter (*Isca*): Dorset, su capital Dorchester (*Dunium*): Somerset, su capital Wells; Wilts, su capital Salisbury; Hamp, su capital Winchester (*Venta*); Berks, su capital Reading: 5.^a, Northumberlandia (*Maxima cæsariensis*): contiene los condados de Lancaster, su capital Lancaster (*Alone*): York, su capital York (*Eboracum*): Durhau, su capital Durhan: Cumberland, su capital Carlisle: Westmoreland, su capital Appleby: Northumberland, su capital Newcastle (*Alexodunum*). 6.^a, Essex (*Trinobantes*): contiene los condados de Middlesex, su capital Londres (*Londinum*), y el de Essex, su capital Chelmsford: 7.^a, Mercia (*Flavia Cæsariensis*): contiene los condados de Gloucester, su capital Gloucester: Hereford, su capital Hereford: Salop, su capital Shrewsbury: Chester, su capital Chester (*Deva*): Derby, su capital Derby: Nottingham, su capital Nottingham: Lincoln, su capital Lincoln (*Lindum*): Rutland, su capital Oakham; Northampton, su capital Northampton (*Bennata*): Huntingdon, su capital Huntingdon: Bedford, su capital Bedford; Hertford, su capital Hertford: Buckingham, su capital Aylesbury: Oxford, su capital Oxford; Worcester, su capital Worcester: Staford, su capital Staford: Leicester, su capital Leicester: Warwick, su capital Warwik. 8.^a, El principado de Gales (*Britannia secunda*): contiene los condados de Mon-

mouth, su capital Monmouth (*Legio secunda augusta*); de Clamorgam, su capital Cardiff; Caermarthen, su capital Caermarthen; Pembroke, su capital Pembroke; Cardigan su capital Cardigan; Merionneth, su capital Bala (*Mediolanum*); Caernarvon, su capital Caernarvon (*Segontium*); Denbigh, su capital Denbigh; Flint, su capital Flint; Montgomery, su capital Montgomery; Radnor, su capital Presteigne; Brecknock, su capital Brecon.

La Escocia se divide en treinta y tres condados: su capital es Edinburg (*Castra alata*): y sus principales ciudades del interior son Having, Peebles, Stirling y Glaskow.

Las provincias de Irlanda son Ultonia, su capital Armagh; Lagenia, su capital Dublin (*Eblana*); Memonia, su capital Corck, y Conacia, su capital, Limerik (*Rigia*).

Mares: el de Alemania, el canal de la Mancha, el Oceano occidental, el canal de san Jorge (*Mare Hibernicum*), el canal de Bristol (*Sabrinæ æstuarium*), el golfo de Wash, el de Edinburg (*Bodotriæ æstuarium*), el de Murray, el de Clyde (*Glotæ æstuarium*), el de Jolway (*Itunæ æstuarium*), y el canal del norte entre Escocia é Irlanda.

Estrechos: el paso de Calés, el Minsh entre las Hebrides y Escocia, y el Pentland entre Escocia y las Orcadas.

Cabos: cabo Lezard (*Ocrinum*), Cabo-Lands-End (*Bolerium*), cabo Wrath, cabo Hamborough; y en Irlanda, cabo Clear (*Notium*), cabo Camsore (*Sacrum*), cabo Inishawen (*Robogdium*).

Puertos: Douvres (*Dubris*), Hasting (*Novus Portus*), Chichester, Portsmouth (*Magnus Portus*), Exeter, Plymouth, Falmouth (*Voliba*), Bristol, Cardiff, Pembroke, Cardigan, Caernarvon, Flint, Chester, Liverpool, Lancaster, Kirkeudbright (*Trimontium*), Port Patrick, Ayr, Dumbarton, Inverary, Thurso, Wick, Dornoch, Inverness, Aberdeen, Pert, S. Andrews, Edinburg, Berwick, Kinston (*Prætorium*), Yarmouth,

Ipswich, Londres; y en Irlanda, Wedford (*Manapia*), Dublin, Belfast, Londonderry, Donegal, Galloway, Limerick y Cork.

Montes: los de Grampion, en el centro de Escocia: los de Snowden, en el principado de Gales: el Weld, en el condado de Yorck: el Mourne en la Ultonia.

Lagos: Lomond y Ness en Escocia: Neagh, Erne, Corrib en Irlanda.

Rios: 1.º El Támesis (*Tamesis*): nace en el condado de Oxford, pasa por Oxford, Reading y Londres y entra en el mar de Alemania. Recibe al Isis en Oxford, y al Lea mas abajo de Londres.

2.º El Medway, rio del Kent: pasa por Maidstone y Rochester, y entra en el mar de Alemania.

3.º El Avon: atraviesa los condados de Wilts y Hamp, pasa por Salisbury, y entra en el canal de la Mancha.

4.º El Tamer (*Tamarus*) pasa por Plymouth.

5.º El Severn (*Sabrina*) nace en el principado de Gales, pasa por Shrewsbury, Worcester, Gloucester, y entra el canal de Bristol. Recibe al Avon (*Ausona minor*) que viene de Warwick, y al Wye, que viene del condado de Radnor y pasa por Hereford y Monmouth.

6.º Dee, rio del principado de Gales, pasa por Bala, Chester y Flint, y entra en el mar de Irlanda.

7.º Clide (*Glota*), rio de Escocia, pasa por Glasgow, Renfrew y Dumbarton, y entra en el golfo de Clide.

8.º El Tay: nace del Grampion, pasa por Pert, y entra en el golfo de Tay.

9.º Tweed (*Tevus*): entra por Berwick en el mar de Alemania.

10. El Tyne (*Tina*) pasa por Newcastle, y entra en el mar de Alemania.

11. El Wear (*Vedra*), pasa por Durhan, y entra en el mar de Alemania.

12. El Humber (*Urus*) atraviesa el condado de York y entra por Kington en el mar de Alemania: recibe al Trent, que viene de Leicester y Nottingham.

13. El Nen (*Ausona major*) pasa por Northampton, y entra en el Wash.

14. El Ousa pasa por Cambridge y entra en el Wash.

15. El Shannon (*Senus*), rio de Conacia, pasa por Limerick.

PAISES BAJOS.

51. Sus límites son : al norte el mar de Alemania: al oriente, la Alemania: al sur la Francia: al occidente el mar de Alemania.

Provincias: 1.^a, Holanda (*Frisii*), su capital Amsterdam: 2.^a, Zelanda (*Batavi*) su capital Midelburg: 3.^a, Frisia (*Frisii majores*), su capital Leuwarden (*Flevi castellum*): 4.^a, Groninga, su capital Groninga (*Corbulonis munimentum*): 5.^a Overisel, su capital Deventer: 6.^a, Zutphen, su capital Zutphen: 7.^a, Gueldres, su capital Nimega (*Noviomagus*): 8.^a, Utrecht, su capital Utrecht (*Trajectus Rheni*): 9.^a, Brabante (*Sueconi*), su capital Bruselas: 10, Flandes (*Morini*), su capital Gante: 11, el Henao (*Nervii*), su capital Mons: 12, Namur, su capital Namur (*Namon*): 13, Luxembourg, su capital Luxembourg: 14, Limbourg (*Sunici*), su capital Limbourg: 15, Juliers, su capital Juliers (*Juliacum*): 16, Lieja (*Eburones*), su capital Lieja (*Leodium*).

Mares: el mar de Alemania, el Zuyderzee (*Flevum æstuarium*).

Estrechos: el Texel.

Islas: Valacria, su capital Middelbourg, Texel, Ulicland y Borkun.

Puertos: Flesinga, Amberes, Zeiriczee, Rotterdam, Leyden (*Lugdunum batavorum*), Helder, Horn, Amsterdam, Naarden, Zwol, Brujas y Ostende.

Rios: 1.^o, el Rhin, que pasa por Nimega, Arnein, Utrecht, Leyden y Rotterdam.

2.º El Wahal (*Vahalis*), canal que atraviesa desde el Rhin hasta la desembocadura del Mosa: tiene á sus orillas á Thiel y á Gorcum.

3.º El Issel, ramal del Rhin, que entra en el Zuidersea, bañando á Zutphen, Deventer y Zwol.

4.º El Mosa que pasa por Dinant, por Namur, donde recibe al Sambra (*Sabis*), por Huy, Lieja, Matrik, por Ruremunda, donde recibe al Roer (*Rora*), que viene de Juliers, por Venló y Grave.

5.º El Scalda (*Scaldis*) nace en el Henao, pasa por entre la Flandes y el Brabante, y entra en el mar de Alemania. Pasa por Cambray, Valenciennes (*Valentina*), Condé (*Pons Scaldis*), Tournay (*Tornæum*), Oudenarda, Gante, donde recibe al Lis, que viene de Courtray, Dendermonda, donde recibe al Dendre, que viene de Ath; y Amberes: poco antes recibe al Dyle, que viene de Malinas, acompañado del Senne, que viene de Bruselas.

ALEMANIA.

52. Sus límites son: al norte el mar Báltico (*Codanus sinus*) y la península de Jutlandia (*Chersonesus cimbrica*): al oriente la Polonia y la Ungría: al sur los Alpes que la separan de Italia: al occidente la Francia y los Países bajos.

Se divide en los siguientes círculos: 1.º el de Suavia (*Alemanni*). En él estan el gran ducado de Baden, su capital Carlsruhe, y el reyno de Wurtemberg (*Sedusii*), su capital Stutgard.

2.º El círculo de Baviera (*Vindelicia*), su capital Munich.

3.º El círculo de Austria (*Noricum*), su capital Viena (*Vindobona*): comprende el Tirol (*Rhetia*), su capital Inspruck (*Æni pons*), la Stiria (*Noricum mediterraneum*) su capital Gratz, la Carinthia, su capital Clagenfurt; y la Carniola (*Flanates*), su capital Laybach.

4.º El círculo del Rhin: contiene el pais de Tre-

veris (*Treviri*), su capital Treveris (*Augusta trevirorum*): el de Maguncia (*Vangiones*), su capital Maguncia (*Moguntiacum*): el de Colonia (*Ubi*), su capital Colonia (*Colonia Agrippina*): el ducado de Darmstadt, su capital Darmstadt, el ducado de Berg (*Juliones*), su capital Dusseldorp, y el electorado de Hesse Cassel (*Catti*), su capital Cassel (*Castellum Cattorum*).

5.º El círculo de Franconia (*Mattiaci*). Sus principales divisiones toman el nombre de sus capitales Francfort, Wutzburg y Bamberg.

6.º El círculo de Boemia (*Marcomanni*). Contiene la Boemia, su capital Praga (*Marobudum*), la Moravia (*Quadi*), su capital Olmutz (*Eburum*), y la Silesia (*Burii*), su capital Breslaw.

7.º Círculo de Westphalia (*Cherusci*). Contiene el territorio de Munster (*Bructeri*), el de Paderborn (*Sicambri*), el de Osnabruk (*Angrivarii*), el de Minden (*Chamavi*), el de Oldembourg (*Cauci*), y la Oostfrisia, su capital Embden (*Amisia*).

8.º Círculo de la baja Sajonia (*Saxones*). Contiene el ducado de Holstein (*Angli*), su capital Gluckstadt; el reyno de Hannover, su capital Brunswik; y los territorios de Hambourg, Lubeck, Lavenburg (*Laciburgum*) y Magdeburgo.

9.º El círculo de la alta Sajonia (*Suevia*): contiene el reyno de Sajonia, su capital Dresde: la Lusacia (*Semnones*), su capital Bautzen: la Turingia, su capital Erfurt: los estados de Gotha, Weimar, Cobourg y Meiningen, el Brandemburg, y su capital Berlin, el Mecklemburg (*Eudoses*), su capital Swerin, y la Pomerania (*Vandali*), su capital Stettin.

10. La confederacion de Suizos y grisonos (*Helvetia*): sus principales capitales son Ginebra (*Geneva*), Zug (*Tugium*), Basilea (*Augusta Rauracorum*), Berna (*Aventicum*), Zurich (*Tigurum*), Coira (*Curia*), Lucerna, Altorf y Schafusa.

Mares: el Báltico, el mar de Alemania.

Islas: la de Rugen en el Báltico, su capital Bergen.

Estrechos: el de Stralsund, entre la isla de Rugen y la Pomerania.

Puertos: Embden en la Oostfrisia, Hamburgo, Gluckstadt en la baja Sajonia. Lubeck (*Treva*) en el Holstein, Wismar en el Meklemburg, Stralsund, Stettin y Colberg en la Pomerania.

Montes: la Selva negra (*Hercinia silva*) en la Suavia: los Alpes, el Mont Blanc (*Penninus*), el S. Gotardo (*Adula*).

Lagos: el de Ginebra, el de los cuatro cantones, el de Zurich, el de Constanza (*Acronius lacus*), el de Neufchatel, y el Chemsea en Baviera.

Rios: 1.º, El Danubio: pasa por Sigmaringa (*Juliomagus*), Ingolstadt, Ratisbona (*Reginum*), Passaw (*Batava castra*), Lintz (*Lentia*) y Viena, y despues entra en Ungria. Recibe al Iller (*Ilargus*), que viene de Kempten (*Cambodunum*) y de Memingen, el Lech (*Licus*) que viene de Ausbourg (*Augusta Vindelicorum*), al Iser (*Isargus*), que viene de Lanshutt (*Isarisca*), al Inn, que viene de Inspruk y Braunau, y que recibe al Saltza (*Juvavus*) que viene de Saltzbουργ (*Juvavia*).

2.º El Rin: pasa por Coira, Constanza (*Constantia*), Stein, Schafousa, Basilea, Carlsruhe, Spira, Mannheim (*Neomagus*), Maguncia, Coblenza (*Confluentia*), Colonia, Dusseldorf y Wesel, y entra en los Países bajos. Recibe en Alemania al Necker (*Nicer*), que viene de Tubingen, Stutgard y Heidelberg; al Mein (*Mænus*) que viene de Bamberg, Wutzburg y Francfort; al Mosela (*Mosella*), que viene de Treveris; al Lippe (*Lupia*), que viene de Paderborn, y de Lippstadt (*Luppia*).

3.º El Ems (*Amisius*): pasa por Osnabruck y Meppen y entra en el mar de Alemania por Embden.

4.º El Weser (*Visurgis*), nace en la Franconia, y pasa por Hesse Cassel y Westfalia al mar de Alemania. Tiene á sus orillas á Meiningen, Minden y Brema.

Recibe al Fulda (*Fulda*), que pasa por Cassel, al Aller que pasa por Verden (*Fabiranum*), y que recibe al Leme, que viene de Gotingen y Hanover.

5.^o El Elba (*Albis*): nace en la Bohemia, atraviesa ambas Sajonias y entra en el mar de Alemania. Pasa por Koningingratz, Leitmeritz, Dresde, Meissen, Torgaw, Witemberg, Magdeburgo, Lavemburg, Hamburgo y Gluckstadt. Recibe al Moldaw, que viene de Praga, al Sala que viene de Franconia, y al Sprée (*Suevus*) que viene de Berlin.

6.^o El Oder (*Viader*), nace en la Silesia, atraviesa el Brandemburg y la Pomerania, y desemboca en el Báltico. Pasa por Ratibor, Opelen, Brieg, Breslaw, Glogaw, Francfurt, Kustrin y Stettin. Recibe al Neisse que viene de Gorlitz, y al Warta, que viene de Posen en Polonia.

UNGRIA.

53. Sus límites son: al norte los montes de Krapatz (*Carpatii montes*) que la separan de Polonia: al oriente la Moldavia y la Valaquia: al sur la Servia, la Bosnia y la Albania: al occidente el mar Adriático y el círculo de Austria.

Sus provincias son: 1.^a, La alta Ungria (*Jaciges*), su capital Presburgo (*Carnuntum*): 2.^a, la baja Ungria (*Pannonia inferior*), su capital Buda: 3.^a, el Temeswar, su capital Temesvar: 4.^a, la Transilvania, su capital Hermanstadt: 5.^a, la Esclavonia (*Amantini*), su capital Essek (*Mursa*): 6.^a, la Croacia, su capital Agram: 7.^a, Istria (*Istria*), su capital Cape de Istria (*Aegida*): 8.^a, Dalmacia (*Illiricum*), su capital Zara (*Iadera*).

Mares: el golfo de Venecia.

Cabos: il Promontorio, en Istria.

Islas: Veglia (*Curicta*), Usero (*Absirtis*), Pago (*Scardona*), su capital Pago (*Collentia*), Grossa (*Issa*), Lesina (*Pharia*), Corzola (*Corcira nigra*), Meleda (*Melite*).

Puertos: Rorigno (*Parentium*), Pola (*Pola*), Zeng

Senia), Nona (*AEnona*), Zara, Scardona (*Scardona*), Trau (*Tragurium*), Ragusa (*Rhacinium*), y Cattaro.

Montes: los Carpacios, los Alpes, el Montenegro (*Bebii montes*).

Lagos: el Balaton, el lago de Neusiedel (*Peiso*).

Rios: el Danubio: pasa por Presburgo, Gran (*Bregetio*), Brida, Tolna, Peterwaradin y Semlin, y entra en Turquía. Recibe en Ungría al March (*Marus*), que separa el Austria septentrional de la Ungría: al Raab (*Arabo*), que viene de Raab (*Arabo*): al Waag, que desemboca junto á Comorn: al Gran (*Grancia*): al Dravo (*Dravus*), que viene de Klagenfurt y recibe al Murau (*Murus*), que pasa por Gratz: al Teiss (*Tibiscus*) que viene del Krapatz oriental y recibe al Maros (*Mariscus*) al sur de Zenta: al Savo (*Savus*), que viene de la Carniola y pasa por Ran, Agram, Gradisca (*Serbinum*), Brod y Sabatz (*Sirmium*).

POLONIA.

54. Sus límites son: al norte el mar Báltico y la Livonia: al oriente el Dniepér (*Boristhenes*), que la separa de Rusia: al sur el monte Krapatz, que la separa de Ungría, y al occidente la Alemania.

Sus provincias son: 1.^a, la pequeña Polonia (*Transvistulani*), su capital Cracovia (*Carrodunum*); 2.^a, la gran Polonia, su capital Varsovia: 3.^a la Prusia real (*Gothones*), su capital Dantzik: 4.^a, la Prusia ducal (*Venedi*), su capital Königsberg: 5.^a, la Lituania, su capital Wilna: 6.^a, la Curlandia, su capital Mitaw: 7.^a la Volhinia, su capital Jutomirch: 8.^a la Ucrania, su capital Kiew: 9.^a la Podolia, su capital Kaminiéb; 10. la Galitzia (*Bastarnæ*) su capital Lemberg.

Mares: el mar Báltico: el golfo de Dantzik (*Sinus Venedicus*) y el golfo de Curlandia.

Puertos: Dantzik, Pilau, Königsberg, Memel.

Montes: el Krapatz.

Lagos: el Spirding en Prusia.

Ríos: 1.º, el Wistula (*Vistula*): pasa por Cracovia, Sandomir, Varsovia, Plok, Thorn, Culm, Graudentz y Dantzik, y entra en el golfo de Dantzik. Recibe al San que viene de Sanok y Prezemisl, al Wieprz, que viene de Lezna y Kock, al Buck que viene de Nur, Brod y Sierok.

2.º El Pregel, río de la Prusia, que desemboca por Konisberg.

3.º El Niemen: nace en la Lituania, pasa por Grodno, Krownó y Tilsitt, y entra en el golfo de Curlandia. Recibe al Vilia que viene de Wilna.

4.º Dniپر pasa por Smolensko, Mokilow, Kiew, y entra en la Tartaria pequeña: recibe al Bug, que viene de Podolia.

5.º El Dniester: nace en la Galitzia, y separa la Moldavia de la Podolia y de la pequeña Tartaria.

6.º El Warta: pasa por Czenstochaw, Plowno, Sieradz, Watza, Kollo, Newstadt, Posen y entra en el Brandemburg.

RUSIA EUROPEA.

55. Sus límites son: al norte el mar Helado: al oriente el monte Oural (*Hiperborei montes*), que la separan del Asia: al sur el mar Negro, que la separa de la Natolia (*Asia minor*): al occidente el Dniester, que la separa de la Turquía, el Dnieper y el Duina, que la separan de Polonia, y el mar Báltico, que la separa de la Escandinavia.

Se divide en los siguientes gobiernos, que cada uno toma nombre de su capital:

1.º Petersburgo: 2.º Olonetz: 3.º Arkangel: 4.º Vológda: 5.º Permia: 6.º Orenburg: 7.º Saratow: 8.º Voronez: 9.º Pultawa: 10. Tchernigow: 11. Kaluga: 12. Moskow: 13. Tuer: 14. Novogorod: 15. Jaroslaw: 16. Kostroma: 17. Viatka: 18. Kazan: 19. Simbirsk: 20. Permia: 21. Tambow: 22. Orlow: 23. Tula: 24. Biazá: 25. Vladimir: 26. Nisnovogorod.

Contiene ademas la Estonia, su capital Revel; la Livonia, su capital Riga; y la pequeña Tartaria (*Masagetae*), cuyas capitales son Cherson, Ekaterinoslaw, Karkow, Tkerkask, y la Crimea (*Chersonesus Taurica*), su capital Kafa (*Theodosia*).

Mares: el mar Negro, el mar de Azof, el mar Báltico, los golfos de Livonia y de Finlandia, el mar Helado y el mar Blanco.

Estrechos: el de Kafa y el de Waigatz.

Cabos: cabo Aiuda (*Criumetopon Promontorium*), cabo Tarkaus (*Parthenium*), en Criméa: cabo Canin al Norte: cabo Britoin en la nueva Zembla.

Islas: nueva Zembla, Waigatz, Kalgouef, Dagoyossel.

Puertos: Odessa (*Odessa*), Ovidiopol, Cherson (*Olbia*), Precop (*Taphrae*), Sebastopol, Soudak (*Charax*), Kaffa, Jenicalé (*Panticapæum*), Azof (*Tanais*), Riga, Pernaw, Revel, Narva, Petersburg, Cronstadt, Onego, Arkangel y Andeslh.

Montes: el Oural.

Lagos: Peypus, Ilmen, Ladoga, Onega, Bielde, Kuben, y el lago Ilmen en los confines de la Circasia.

Rios: 1.º El Volga (*Rha*): nace en el gobierno de Novogorod: pasa por Taroslaw, Costroma, Nisnovogorod, Cazan, Simbirsk, Saratow, y entra por Astracan en el mar Caspio (*Mare Caspium*), en el Asia. Recibe al Moskwa, que viene de Moskow y Biazan, al Kama, que viene de Perma, y al Sarpa que viene de Circasia.

2.º El Dniester.

3.º El Dnieper: pasa por Ecaterinoslaw y Cherson.

4.º El Don (*Tanais*): pasa por Voronez, Tkerkask y Azof: recibe al Donecz en la Tartaria pequeña.

5.º El Duina, que entra por Riga en el golfo de Livonia.

6.º El Neva, que une el lago de Ladoga con el golfo de Livonia.

7.º El Dwina, que entra por Arcangel en el mar Blanco.

SCANDINAVIA.

56. Comprende las tres monarquías de Dinamarca, Suecia y Noruega: sus límites son: al norte el mar Helado: al sur el mar Báltico que la separa de Alemania y Polonia, al oriente la Rusia, y al occidente el mar del Norte.

El reyno de Dinamarca consta 1.º del Schleswig, su capital Schleswig: 2.º, de la Jutlandia (*Cimbrica Chersonesus*), su capital Viborg: 3.º, de la isla de Zelanda, su capital Copenhague: 4.º, de la isla de Fionia, su capital Odensea: 5.º, de las islas de Laland y Falster: su capital Niekiobing: 6.º, de la Islandia, su capital Skalhott: 7.º, de las islas de Fero.

Las provincias de Suecia son: 1.ª Scania, su capital Cristianstadt: 2.ª Blekingia, su capital Callscróna: 3.ª Hallandia, su capital Halmstad: 4.ª Smalandia, su capital Vexio: 5.ª Gocia, su capital Linköping: 6.ª Warmlandia, su capital Carlstadt: 7.ª Sudermania, su capital Stokolmo: 8.ª Uplandia, su capital Upsal: 9.ª Dalecardia, su capital Falun: 10. Medelpadia, su capital Sandswall: 11. Nordlandia, su capital Vestersund: 12. Botnia, su capital Tornea: 13. Finlandia su capital Abo: 14. Laponia, su capital Asele.

Las provincias de Noruega son: 1.ª Cristiansand: 2.ª Cristiania: 3.ª Berghen: 4.ª Drontheim, sus capitales tienen iguales nombres: 5.ª Norland, su capital Hindoen: 6.ª Finmark, su capital Vardehus.

Mares: el del norte, el de Skager, el Helado, el golfo occidental, el mar Blanco, el Cattegat, el Báltico, el golfo de Botnia, el golfo de Finlandia.

Estrechos: el Sund, el gran Belt, el pequeño Belt, el estrecho de Calmar.

Islas: las que hemos referido, hablando de Dinamarca: en Suecia las de Bornholm, Oland, Gotland y las de Aland: en Noruega las de Wigten, Varge y Lamgoer.

Cabos: en Noruega, cabo Norte y cabo Lindø: en Dinamarca, cabo Skagen.

Puertos: en Jutlandia: Toningen, Husum, Rypen, Ringkioping, Lenwig, Aalborg, Mariager, Aarhus, Rolding, Hadersleben, Apenrade, Flensburg y Sleswig: en Fionia, Middelfart, Assens, Nyeborg: en Zelanda, Coppenhague, Uraniburg, Helsingor, Holbek, Nestued, Kioge: en Suecia Gotemburg, Halmustad, Helsingborg, Lanscrona, Malmo, Istad, Cristianstadt, Carlsrona, Calmar, Stockolmo, Grasle, Soderham, Umer, Pitea, Tornea, Vleaborg, Wasa, Abo, Wiborg: en Noruega, Cristiania, Cristiansand, Bergen, Drontheim, Hindoen, Wardehus.

Montes: el Dofre que separa la Suecia de la Noruega.

Lagos: en Jutlandia lago Liim: en Suecia los de Wener, Weter, Tornea y Pielis: en Laponia el lago Enara: en Noruega el Sudaren.

Rios: 1.º el Eyder, en la Jutlandia: entra en el mar del Norte por Toningen.

2.º El Osterdal en la Dalecarlia: entra en el golfo de Botnia.

3.º El Amra en la Nortlandia: entra en el golfo de Botnia por Sands Wall.

4.º El Umea en la Laponia: entra por Umea en el golfo de Botnia.

5.º El Tornea en la Laponia: entra por Tornea en el golfo de Botnia.

6.º El Glomen en Noruega: desemboca por Frederikstad en el mar de Skagen.

ASIA.

57. Sus límites: al norte, el mar Helado, que la separa de América: al oriente, el Oceano pacífico (*Mare Eoum*): al sur, el mar de Indias (*Eritreum mare*): al occidente, el mar Rojo (*Mare Rubrum*): el istmo de Suez, que la separa de Africa, y los límites que la separan de Europa.

Las regiones del Asia son: 1.^a Turquía asiática: 2.^a Arabia (*Arabia*): 3.^a Persia (*Persia*): 4.^a Indostan (*India intra Gangem*): 5.^a el Birman (*India extra Gangem*): 6.^a China (*Serica*): 7.^a Tartaria (*Scythia*).

TURQUIA ASIATICA.

58. Sus límites son: al norte el mar Negro, al oriente la Persia, al sur la Arabia y el mar Mediterráneo, al occidente el Archipiélago.

Sus provincias son: 1.^a la Natolia (*Asia minor*), su capital Smirna (*Smirna*): 2.^a la Caramania (*Cappadocia*), su capital Coni (*Iconium*): 3.^a Armenia (*Armenia*), su capital Van (*Tigranocerta*): 4.^a el Diarbekir (*Mesopotamia*): su capital Mosul (*Singara*): 5.^a el Irak-Arabi (*Caldea*), su capital Bagdad (*Ctesiphon*): 6.^a Siria (*Syria*), su capital Alepo: 7.^a Palestina (*Palæstina*), su capital Jerusalem (*Jerusalem*, *Hierosolyma*): 8.^a la Georgia (*Iberia*), su capital Teflis: 9.^a la Circasia (*Cinmerii*), su capital Poli (*Pityus*).

Mares: el Mediterráneo, el Archipiélago, el mar de Marmara, el mar Negro, el mar de Azof, el golfo Persico (*Sinus persicus*).

Estrechos: los Dardanelos, el canal de Constantinopla, el estrecho de Cafa.

Islas: Chipre (*Cyprus*), su capital Nicosia: Rodas (*Rhodus*), Samos (*Samos*), Scio (*Chios*) y Metelin (*Lesbos*).

Puertos: Isnikmid (*Nicomedia*), Brusa (*Prusa*), Cyzico (*Cyzicus*), Smirna, Macri (*Patara*), Satalia (*Atalia*), Alaya (*Amasia*), Anemar (*Anemurium*), Damuzo (*Solæ*), Tarsous (*Tarsus*), Alexandretta (*Alexandria*), Antakia (*Antiochia*), Ladakia (*Laodicea*), Tortosa (*Orthosia*), Berout (*Berilus*), Sour (*Tyrus*), Acre (*Ptolemais*), Jaffa (*Joppe*), Gaza (*Gaza*), Bassora (*Teredon*), Eregri (*Heraclea*), Amassera (*Amastris*), Ineboli (*Cimolis*), Sinope (*Sinope*), Samsoun (*Amisus*), Kiresoun (*Cerasus*), Trebisonda (*Trapezus*), y Poli-

Montes: el Cáucaso (*Caucasus*), el Tauro (*Taurus*), el Líbano (*Libanus*), el Gelboé (*Gelboe*).

Lagos: lago Asfaltites (*Mare Mortuum*), lago de Genezareth (*Genezareth*), lago de Van.

Rios: 1.º el Kizil Irmak (*Halys*), atraviesa la Caramania y desemboca en el mar Negro.

2.º El Eufrates (*Eufrates*), nace en Armenia, se para el Diarbekir de la Siria y la Arabia desierta, pasa por el Irac Arabi, y entra en el golfo Pérsico. Pasa por Maaden, Semisat (*Samosata*), Bir (*Edessa*), Racca (*Thapsacus*), Anna, Kud (*Siphara*), Corna (*Apamea*) y Barssora. Recibe al Tigris, que pasa por Diarbekir (*Amida*), Mosul, Lobesd (*Labbana*) y Bagdad.

3.º El Jordán (*Jordanis*), nace del Líbano y entra en el lago Asfaltites.

4.º El Fase (*Phasis*) entra en el mar Negro.

5.º El Kur (*Cirus*) atraviesa la Georgia y unido con el Aras (*Araxes*) entra en el mar Caspio.

6.º El Sarabat (*Hermus*) entra en el Archipiélago por Esmirna.

ARABIA.

59. Sus límites son: al norte la Turquía asiática, al oriente el golfo Pérsico, al sur el mar de Indias y al occidente el mar Rojo.

Se divide en Arabia Petrea, desierta y feliz.

Las principales ciudades de la Petrea son Karac (*Petra*), Aila y Calaad.

La desierta se divide en las regiones de Sham (*Cedar*), Dahna (*Thamydeni*), su capital el Katif (*Itamos*), el Oman (*Ascitæ*), su capital Oman (*Criptus*), Jemama, su capital Jemama, y el Hejaz (*Nabathæi*), su capital Medina.

La feliz se divide en las regiones Tehama (*Sabæi*), su capital la Meca, Iemen (*Homeritæ*), su capital Moka (*Muzâ*), y Hadramut (*Panchaia*), su capital Seger (*Arabia*).

Mares: el mar Rojo, el golfo Pérsico.

Estrechos: el de Babel Mandel y el de Ormuz.

Islas: las de Barain y de Ormuz en el golfo Pérsico.

Cabos: los de Bogashua y Razalgate.

Puertos: Aila, Tor, Kalaad, Yambo, Gidda, Moka, Aden (*Sanina*), Macula (*Madoce*), Seger, Oman, el Catif.

Montes: Sinai (*Sinai*), Oreb (*Oreb*).

Ríos: el Aslan (*Lar*): pasa por Jemama y Lasa, y entra en el golfo Pérsico.

PERSIA.

60. Sus límites son: al norte, el mar Caspio y la Tartaria independiente, al oriente la India, al Sur el golfo de Arabia, al occidente el golfo Pérsico y la Turquía.

Sus provincias son: 1.^a el Daguestan (*Albania*), su capital Derbent (*Albana*): 2.^a el Kirvan, su capital Bakou (*Gettara*): 3.^a el Aderbijan (*Atropalene*), su capital Tauris: 4.^a el Irac-Agemi (*Media*), su capital Teheran (en esta provincia está Ispaham, capital de toda la Persia): 5.^a el Kurdistan (*Assiria*), su capital Sinné: 6.^a el Kusistan (*Susiana*), su capital Chucter (*Susa*): 7.^a el Farsistan (*Persis*), su capital Schiras: 8.^a el Kerman (*Carmania*), su capital Kerman (*Carmana*): 9.^a el Maçran (*Gedrosia*), su capital Mekran: 10. el Candahar (*Aria*), su capital Candahar: 11. el Korazan (*Hircania*), su capital Mechehed.

Mares: el golfo de Arabia y el Pérsico.

Estrechos: el de Ormuz.

Cabos: cabo Guadar.

Puertos: Abukar, Gombron, Mekran, Malan, Tarki, Derbent, Bakou, Resht, Asterabat.

Montes: el Cáucaso, el Caspio (*Caspui montes*), los montes de Candahar (*Paropamisus*).

Lagos: el mar Caspio y el lago de Zarang.

Ríos: 1.^o El Kur (*Cirus*).

2.º El Bend-Esnir (*Araxes*): pasa por las ruinas de Persepolis.

3.º El Hindmend: entra en el lago de Zarang.

INDOSTAN.

61. Sus límites son: al norte la Tartaria independiente (*Bactriana*), al oriente el Ganges (*Ganges*) que lo separa del Birman, al sur el mar de Indias, al occidente la Persia.

Sus provincias son: 1.ª Lahor (*Oxidracæ*), su capital Lahor: 2.ª el Sindi, su capital Tatta: 3.ª el Guzarate, su capital Cambaya: 4.ª la costa de Malabar, donde estan Surate, Bombay, Goa y Cochin: 5.ª la costa de Comorandel, donde estan Tranquebar, Pondichery y Madras: 6.ª el Bengala, su capital Calcuta: 7.ª el Bahar, su capital Bahar: 8.ª el Mugol, sus capitales Dely y Agra: 9.ª el Malwa, su capital Hindia: 10. Orixá, su capital Caulahandy: 11. el Beeder, su capital Beeder: 12. el Missur, su capital Seringapatnam.

Mares: el golfo de Arabia, el de Cambaya y el de Bengala (*Gangeticus sinus*).

Estrechos: el canal de Manaar.

Islas: las Maldivas, las Lakedivas, Ceilan (*Taprobana*), su capital Candi.

Cabos: cabo Monzé, punta Jaquette, cabo Comorin, punta Palmira.

Puertos: Tatta, Diu, Cambaya, Surate, Domaun, Bombay, Goa, Onore, Mangahy, Cananor, Calicut, Cochin, Tanjor, Tranquebar, Pondichery, Sadras, Madras, Masulipatan, Siracola, Cuttak y Calcuta.

Montes: el Imao, montes de Gata.

Rios: 1.º el Indo (*Indus*) separa el Candahar del Lahor, atraviesa la provincia de Sindi y entra en el golfo de Arabia. Pasa por Chouparé, Bakar, Nurjee, Hidrabat y Tatta. Recibe al Ravey que viene de Lahor y Multan, acompañado del Gilen, que viene de Casmira.

2.º El Nerbudda, que viene de India y entra en el golfo de Cambaya.

3.º El Purna, que entra en el mismo golfo por Surate.

4.º El Godaverii, que pasa por Pattan y Nandere, y entra en el golfo de Bengala.

5.º El Mahanuddy, que entra por Kutack en el golfo de Bengala.

6.º El Ganges (*Ganges*): nace del monte Cantal en el Tibet, pasa por Ladark, Allahabad, Benares, Patna, Hougly y Calcuta, y entra en el golfo de Bengala. Recibe al Jumna, que viene de Dely y Agra, y en su desembocadura al Brama, que viene del Tibet.

EL BIRMAN.

62. Sus límites son: al norte el imperio Chino, al oriente el océano oriental: al sur el mar de Indias, al occidente el Indostan.

Comprende: 1.º el Aracan, su capital Aracan: 2.º el Ava, su capital Ava: 3.º el Pegu, su capital Pegu: 4.º el Siam, su capital Siam: 5.º Malacca (*Chersonesus aureus*), su capital Malacca: 6.º Camboya, su capital Camboya: 7.º Cochinchina, su capital Baubom: 8.º Laos, su capital Lantchang: 9.º Tonquin, su capital Keso.

Mares: los golfos de Bengala, Siam y Tonkin.

Estrechos: el de Malacca.

Islas: las de Andaman, las de Merghi, las de Nicobar, la de Tantalán.

Cabos: cabo Negrais, cabo Romania, punta de Camboya.

Puertos: Aracan, Sirian, Martaban, Tenaserim, Malacca, Bamplaso, Baubom, Taifo, Domea.

Montes: los de Siam y los de Laos.

Rios: 1.º El de Aracan.

2.º El de Ava, que pasa por Umerapoura, Ava, Prome, Pegu, Persiam y Siriam.

3.º El Thalvain, que entra por Mautan en el golfo de Bengala.

4.º El Tenaserim, que entra por Tenaserim en el mismo golfo.

5.º El Maugue, que pasa por Siam, y entra en el golfo de Siam.

6.º El rio de Camboya.

7.º El Lisien, que pasa por Keso, y entra en el golfo de Tonquin.

CHINA.

63. Sus límites son: al norte la Tartaria china, al oriente el mar oriental, al sur el Birman, al occidente la Tartaria independiente.

Dividese: 1.º en la península de Corea, su capital Kinsan: 2.º el Lealston, su capital Shinyan: 3.º el Petcheli, su capital Pekin: 4.º el Hanton, su capital Sinam: 5.º el Kiannan, su capital Nankin: 6.º el Kekian, su capital Hantkeu: 7.º el Fokien, su capital Fatchen: 8.º el Canton, su capital Canton: 9.º el Koansi, su capital Keilin: 10. el Yunnan, su capital Yunnan: 11. el Setkuen, su capital Kintu: 12. el Hemi, su capital Tayyuen: 13. el Honam, su capital Kaifou: 14. el Hukoan, su capital Yutchau: 15. el Yansi, su capital Nantkan.

Mares: el golfo de Tonkin, el mar de la China, el golfo Amarillo, el de Leao y el mar de Japon.

Estrechos: el canal de Formosa.

Islas: las de Likeujo, la de Formosa, la de Hainan.

Puertos: Macao, Kanton, Fatchen, Tinyan, Hantkeu, Xantkeu, Sotkeu y Kinsan.

Montes: el Katchico y el Banyen.

Lagos: el Tontin, el Poyan y el Hontac.

Rios: 1.º el rio de Canton.

2.º El Kintka: pasa por las provincias de Setkuen, Hukoan y Kiannan, y entra en el mar oriental.

3.º El Hoanho: nace en la Tartaria independien-

diente, pasa por las provincias de Hensi, Honam y Kainan y entra en el golfo Amarillo.

TARTARIA.

64. Sus límites son: al norte el mar Helado: al oriente el estrecho de Beering, y el estanque del Norte: al sur la China, el Birman, el Indostan, la Persia y la Turquía: al occidente la Europa.

Dividese en Tartaria China, su capital Tetcicar: en Tartaria rusa ó Siberia, subdividida en los gobiernos de Tobolsk, Tomsk y Iakutsk: esta comprende al oriente la península de Kamzacka, y al occidente el Astracan: y en Tartaria independiente, que comprende:

El Thibet: su capital Lassa.

La Bukaria, su capital Samarcanda (*Maracanda*).

La Turcomania (*Sogdiana*), su capital Tarkust.

El pais de los Kirguis, tribus errantes.

El de los Kalmucos.

El de los Eleuts.

Mares: el mar Helado, el golfo del Oby, el mar del Anadir, el estanque del norte, el mar de Okotck, el mar del Japon.

Estrechos: el de Beering y el canal de Tartaria, el estrecho de Matsmai y el de la Perouse.

Islas: las Curiles y la de Sangalien.

Cabos: Ceverovo, Fadeia, Lopatka, Elizabeth.

Puertos: Sobski, Popova, Olenks, Kamkatka, Okotck, Tacsin.

Montes: el Shanyen, el Kinan, que separa la Tartaria rusa de la China, el Altay, que separa la rusa de la independiente: el Cantal (*Imaus*), que separa la Bukaria del Thibet.

Lagos: Arai, mar Caspio, Baikal y Terkari.

Rios: el Obi, que viene de Tomsk y recibe al Tobol, que pasa por Tobolsk: el Jenisa, que sale del lago Baikal y pasa por Irkoutsk, y el Lena: desembocan en el mar Helado.

- El Anadir y el Sangalien entran en el mar Oriental.
- El Volga.
- El Gihon (*Oxus*) y el Sihoun (*Jaxartes*), entran en el mar de Aral.

ISLAS DEL ASIA Y DEL MAR PACIFICO.

Las de la Sonda: las principales son Sumatra, Borneo y Java, su capital Batavia.

Las Molucas: las principales son Celebes, Timor, Ternate y Gilolo.

La nueva Guinea.

La nueva Holanda, donde está Bahía botánica.

La nueva Zelanda.

Las islas de la Sociedad: la principal es Otahiti.

Las islas Marquesas.

Las islas de Sandwich.

Las islas de los Amigos.

La nueva Caledonia.

Las nuevas Hebridas.

Las islas de Salomon.

La nueva Bretaña.

La nueva Irlanda.

Las Carolinas.

Las Marianas.

Las Filipinas: las principales son Luzon, Samar y Mindanao: la capital de todas es Manila.

Las islas del Japon: la principal es Nippon: sus capitales Jeddo y Meaco.

AFRICA.

65. Sus límites son: al norte el mar Mediterraneo que la separa de Europa: al oriente el istmo de Suez, el mar Rojo y el mar de Indias, que la separan de Asia: al sur el Oceano Austral: al occidente el mar Atlántico, que la separa de América.

Provincias: 1.^a el Egipto (*Egyptus*), su capital

el Cairo (*Babylon*): 2.^a Barca (*Libia*), su capital Melela (*Ptolemais*): 3.^a la Berberia, que comprende los reynos de Trípoli (*Nasamones*), de Tunez (*Africa propria*), de Argel (*Numidia*), y el imperio de Marruecos (*Mauritania*): 4.^a Zahara ó el gran Desierto: 5.^a Nigricia: 6.^a Guinea, su capital Benin: 7.^a Congo, su capital Angola: 8.^a la Cafrería: 9.^a el Monoemugi: 10. el Zanguebar: 11. el Ajan: 12. el reyno de Adel, su capital Zeila: 13. la Abisinia, su capital Gondar: 14. la Nubia, su capital Sennaar.

Mares: el Mediterraneo, el golfo de los Arabes, el de Sidra, el de Tunez, el de Bugía, el de Tremecen, el Atlántico, el golfo de Guinea y el mar Rojo.

Estrechos: el de Gibraltar, el canal de Mozambique, y el estrecho de Babelmandel.

Islas: las Canarias (*Fortunatæ*), las Azores, la Madera, las de Cabo Verde, la de Santa Helena, la de Madagascar, la de Francia, la de Borbon, las Almirantas y la de Socotora.

Cabos: cabo Deras, cabo Bon (*Mercurii promontorium*), cabo Ferro, cabo Melifu, cabo Falcon, cabo Spartel (*Septemfratres*), cabo Blanco, cabo Non, cabo de Palmas, cabo de tres Puntas, cabo Lupo, cabo Negro, cabo de Buena-esperanza, cabo Corrientes, cabo Guardafu.

Puertos: el Arish (*Rhinocolura*), Menzalé (*Mendes*), Damietta, Roseta, Alejandría (*Alexandria*), Barca (*Parætonium*), Melela, Sort (*Charax*), Trípoli, Cables (*Cellæ*), Sfakes (*Ruspæ*), Susa (*Leptis parva*), Hamamet (*Adrumetum*), Tunez, Utica (*Utica*), Biserta (*Hippo*), Tabarca (*Tabraca*), Bona (*Tagaste*), Bugia, Alger (*Caesarea*), Tenez (*Timici*), Oran, Melilla, (*Liga*), Velez, Ceuta (*Abyla*), Tanger (*Tingis*), Arcilla (*Zilis*), Larache (*Lixus*), Rabat (*Sala*), Azamor, Safi, Santa Cruz, Benin, Bauza, Loanda, el Cabo, Sofala, Mozambique, Mombaza, Melinda, Brava, Zeila, Bailul, Suakem y Suez (*Heroopolis*).

Montes: el Atlas (*Atlas*), Ramlié entre Egipto y

Libia, el Haroudje, al sur de Trípoli, los montes de la Luna, la Espina y el Teide en la isla de Tenerife.

Lagos: el Mareotis (*Mareotis*), el Keroun (*Mæris*), el Laudeah (*Tritonis lacus*), y el Maravi.

Rios: 1.º el Nilo (*Nilus*), nace en Abisinia del lago de Demboa, atraviesa la Abisinia, la Nubia y el Egipto y entra por muchas bocas en el Mediterraneo. Pasa por Amora, Senaar, Gous, Dongola, Tinaré, Ibrim, Assuan (*Syene*), Asna, Tebas (*Thebæ*), Kené, Dendera (*Tintyra*), Girgé, Siest, Minié, Benisuef, Echment, Gizé (*Memphis*), el Cairo, Menouf, Mansour, Alejandria, Roseta, Damietta y Menzalé. En Nubia recibe al rio Blanco, que viene de los montes de la Luna.

2.º El Serrat (*Bagrada*), que entra en el Mediterraneo junto á Utica.

3.º El Luco (*Lixus*), que entra en el Océano junto á Larache.

4.º El Senegal: entra en el Océano enfrente de las islas de cabo Verde junto al fuerte de San Luis.

5.º El Zaire, rio del Congo: entra en el Océano junto á Bodza.

6.º El Niger: atraviesa lo interior de la Nigricia, y entra en el lago de Jitre, en lo interior del mismo pais.

7.º El Cuama: atraviesa el pais del Monomotapa y entra en el canal de Mozambique.

AMERICA.

66. Tiene por límites al norte el mar helado, al oriente el mar del Norte, al sur el océano Austral y al occidente el pacífico.

Dividese en septentrional y meridional.

La septentrional comprende: 1.º la Grenlandia: 2.º la Nueva Bretaña: 3.º la América rusa: 4.º el Canadá, su capital Quebec: 5.º la Acadia, su capital Halifax: 6.º los Estados-Unidos, que son los siguientes, Mains, su capital Portland: New Hampshire, su capital Ports-

mouth: Massan Chusset, su capital Boston: Conneticut, su capital Newport: Vermont, su capital Rutland: New Yorck, su capital Newyork: Jersey, su capital Trenton: Pensilvania, su capital Filadelfia: Ohio, su capital Chilicothe: Indiana, su capital Vincennes: Delavare, su capital Dover: Maryland, su capital Baltimore: Virginia, su capital Richmond: Kentucke, su capital Francfort: Carolina septentrional, su capital Raleigh: Carolina meridional, su capital Colombia: Tennassee, su capital Knoxville: Georgia, su capital Luisville: Missisipi, su capital Natches: Florida oriental, su capital San Agustin: Florida occidental, su capital Pansacola: Luisiana, su capital Nueva Orleans: 7.º Nuevo Méjico, su capital Santa Fé: 8.º Nueva España, que comprende las provincias de Veraguas, su capital Santiago: Costa rica, su capital Cartago: Nicaragua, su capital Leon: Honduras, su capital Valladolid: Guatemala, Chiapa, Tabasco, Oaxaca, la Puebla, Méjico, Veracruz, Guajanato, Valladolid, Guadalupe, San Luis, sus capitales del mismo nombre: Sonora, su capital Durango: Potosí, su capital San José: 9.º California.

La meridional contiene: 1.º la tierra firme, su capital Panamá: 2.º la Guayana, su capital Caracas: 3.º el Brasil, su capital Rio Janeiro: 4.º el Paraguay, su capital Buenos-Ayres: 5.º la Tierra Patagónica: 6.º Chile, su capital Santiago: 7.º el Perú, su capital Lima: 8.º el Tucuman, su capital Córdoba: 9.º el pais de las Amazonas: 10. Quito, su capital Quito: 11. Nueva Granada, su capital Santa Fé de Bogotá.

Mares: el pacífico, el Austral, el del Norte, los golfos de Guayaquil, San Matias, de Panamá y de Darien, el mar de las Antillas, los golfos de Honduras y de Méjico, el mar de Cortés, el golfo de San Lorenzo, las bahías de Hudson y de Baffin y el mar helado.

Estrechos: el de Beering, los de Davis, Cumber-

land, Hudson, Bellisle, el canal de Bahama y el estrecho de Magallanes.

Cabos: Farevell, cabo de Arena, cabo Cod, cabo Largo, cabo Catoche, cabo de Tres Puntas, cabo Delgado, cabo de Gracias á Dios, cabo de la Vela, cabo Nassau, cabo de San Roque, cabo de Santo Tomas, cabo Frio, cabo de Santa Maria, cabo de San Antonio, cabo Blanco, cabo de las Vírgenes, cabo de Hornos, cabo Pilares, cabo de la Victoria, cabo de Santa Helena, cabo de San Francisco, cabo Corrientes, Punta mala, cabo Corrientes, cabo de San Lucas, cabo Mendocin, y el de San Antonio en la isla de Cuba.

Islas: la de Terranova, su capital Plasencia: Isla Real, su capital Luisburg: las islas de San Juan, de Rhode, é Isla longa: las Bermudas, las Lucayas, las Grandes Antillas, Cuba, su capital la Habana: Santo Domingo, su capital Santo Domingo: Jamayca, su capital Kingston: Puerto Rico, su capital Puerto Rico: las Antillas menores, que son la Barbuda, la Guadalupe, la Dominica, la Martinica, Santa Lucía, la Barbada, la Granada y la Trinidad: las islas de Sotavento, Curazao y la Margarita; isla Marajo, las Malvinas, Tierra de Fuego: Chiloé, su capital Castro: islas de Juan Fernandez, y las Aleutinas.

Puertos: Fuerte York, Quebec, Halifax, Annapolis, Prenton, Portland, Wells, Portsmouth, Salen, Boston, Briston, Newport, Stratford, Newyork, Dorchester, Dover, Horn, Baltimore, Falmouth, Richmond, Georgetown, San Agustin, Santa Maria de Apalache, Panzacola, Mobila, Nueva Orleans, Nuevo Santauder, Veracruz, Campeche, Trujillo, Portobelo, Cartagena, Santa Marta, Maracaybo, Caracas, Cumaná, Surinam, Cayena, Gran Para, San Luis de Maraño, Paraiba, Olinda, San Salvador, Porto Seguro, Espíritu Santo, Rio Janeiro, Montevideo, Buenos-Ayres, la Concepcion, Arica, Arequipa, Lima, Trujillo, Guayaquil, Panamá, Realejo y Acapulco.

Montes: los Andes, la Cordillera del Norte, los

Apalaches, los Allegany, la Cordillera de Piedra.

Lagos: el del Esclavo, el de Winniberg, el Assinipoil, el superior, el Michigan, el Huron, el Erie, el Hontario, el de Nicaragua, el de Maracaybo, el Parana, el Chucuito, el Jarayes, y el Ibera.

Rios: 1.º el de San Lorenzo: pasa por Kinston, Montreal y Quebec, y entra en el golfo de San Lorenzo.

2.º El Misisipi pasa por Jovatowu, Chartres, Jefferson, Nueva *Orid*, Natches y Nueva Orleans, y entra en el golfo de Méjico. Recibe al Ohio que viene de Franklin, Pittburg y Columbia, acompañado del Wabash, que viene de Vincennes, y del Tennaseé, que viene de Knoxville.

3.º El rio del Norte, que viene de Santa Fe y entra en el golfo de Méjico.

4.º El rio de la Magdalena: pasa por Antioquia y desemboca por Santa Marta en el mar de las Antillas: recibe al Bogotá que viene de Santa Fé.

5.º El Orinoco: atraviesa la Guayana española y entra en el mar del Norte.

6.º El rio de las Amazonas: nace en el Perú, atraviesa todo el pais de las Amazonas y entra en el mar del Norte.

7.º El rio de la Plata: pasa por la Asuncion y Buenos-Ayres, y entra en el mar del Norte.

ART. 16. *De los eclipses.*

67. Fig. XXIII. El eclipse de luna se verifica, cuando, hallandose este astro en oposicion con el sol, se halla envuelto en el cono de sombra que la tierra arroja sobre su disco privandolo de la luz del sol. Examinemos las dimensiones de este cono.

Tomemos por unidad el radio TE de la tierra: STC es el eje del cono sombrío que forma la tierra: la tangente OEC, comun á la tierra y al sol es su generatriz. Sea L el centro de la luna en la oposicion, Ln un arco pequeño de su órbita, n el punto en que en-

tra el centro de la luna en el cono sombrío: su distancia angular al eje del cono es igual LTn .

Sea P la paralaje horizontal del sol, p la de la luna, D el semidiámetro aparente del sol.

$$\text{Tendremos } TS = \frac{1}{\text{sen. } P}, \quad TL = \frac{1}{\text{sen. } p}, \quad TC =$$

$$\frac{1}{\text{sen. } C} : LC = \frac{1}{\text{sen. } C} - \frac{1}{\text{sen. } p} = \frac{\text{sen. } p - \text{sen. } C}{\text{sen. } p \cdot \text{sen. } C}$$

$$\frac{2 \text{ sen. } \frac{1}{2}(p - C) \times \text{sen. } \frac{1}{2}(p + C)}{\text{sen. } p \times \text{sen. } C}. \text{ Tambien } SO = TS \times \text{sen.}$$

$$D = \frac{\text{sen. } D}{\text{sen. } P} : \text{pero } \frac{SO}{TE} = \frac{SC}{TC} : \text{luego } CT = \frac{SC}{SO} =$$

$$\frac{ST + TC}{SO} : \text{luego } \frac{1}{\text{sen. } C} = \frac{\frac{1}{\text{sen. } P} + \frac{1}{\text{sen. } C}}{\frac{\text{sen. } D}{\text{sen. } P}}$$

$$\frac{1 + \frac{\text{sen. } P}{\text{sen. } C}}{\text{sen. } C} : \text{luego } \frac{\text{sen. } D}{\text{sen. } C} = 1 + \frac{\text{sen. } P}{\text{sen. } C}; \text{ de donde}$$

$\text{sen. } C = \text{sen. } D - \text{sen. } P$; pero el ángulo $LTn = TnE - C = p - \text{arc.}(\text{sen.} = \text{sen. } D - \text{sen. } P)$, ó suponiendo los arcos iguales á sus senos, como sucede en los muy pequeños, será $LTn = p + P - D$: es decir, *la distancia angular de la luna al eje del cono sombrío de la tierra, cuando su centro entra en él, es igual á la suma de las paralajes horizontales de sol y luna, menos el semidiámetro aparente del sol.*

$$\text{El valor de } LC = TC - TL = \frac{1}{\text{sen. } C} - \frac{1}{\text{sen. } p} =$$

$\frac{\text{sen. } p + \text{sen. } P - \text{sen. } D}{\text{sen. } p (\text{sen. } D - \text{sen. } P)}$ es siempre positivo: lo que prueba que el cono sombrío se extiende mucho mas allá de la region de la luna.

Método para calcular un eclipse de luna. Fig. XXIV. Sea NF la eclíptica: O el punto opuesto al sol, y por el cual ha de pasar el círculo de latitud de la luna en el momento de la oposicion.

Describo desde O un círculo con el radio $OE = p + P - D$, que representa el semidiámetro de la sombra terrestre en la region de la luna opuesta al sol. Este círculo es la sombra de la tierra en aquella region.

El punto O tiene un movimiento de $2' 27''$ por hora, procedido del movimiento de la tierra en su órbita: el movimiento de la luna es de $32\frac{1}{2}'$ por hora en longitud: luego el movimiento relativo en longitud es de $30'$ con poca diferencia: llamolo dL ; y suponiendo que es el verdadero de la luna, podré suponer fijo el punto de la sizigia. Pero para que el movimiento de la luna sea dL , es preciso suponer mayor la inclinacion de su órbita. Sea pues NV esta órbita imaginaria de la luna, que se llama *órbita relativa*. Su inclinacion se mide por el triángulo rectángulo NAO, en que $\text{tang. N} = \frac{\text{movimiento relativo en latitud}}{\text{movimiento relativo en longitud}}$

$= \frac{dl}{dL}$. El movimiento en latitud es el verdadero, porque la tierra no tiene latitud.

El movimiento en la órbita relativa NL es igual al movimiento relativo en longitud partido por el coseno de la inclinacion.

Conocido por las tablas lunares el momento de la oposicion, calculense para este momento los lugares verdaderos del sol y de la luna, y su movimiento horario en longitud. Calculese tambien el movimiento relativo en longitud, y la inclinacion de la órbita relativa, y el movimiento horario en la órbita relativa $= \frac{dL}{\cos. N}$.

Tirese Om perpendicular á la órbita relativa. Om será la menor distancia de los centros de la luna y de la sombra, correspondiente al medio del eclipse. $Om = AO \times \cos. N$, ó llamando á AO, que es la latitud en la oposicion, l' será $Om = l' \cos. N$, y $Am = l' \text{sen. N}$, será la distancia del punto de la oposicion al punto del medio del eclipse, que convertida en tiem-

po con arreglo al movimiento horario en la órbita relativa, dará el momento del medio del eclipse.

El principio será cuando la luna esté en L tangente á la sombra terrestre: es decir, cuando $LO = p + P + D - d$, siendo d el semidiámetro aparente de la luna. En el triángulo rectángulo LmO , conocidos LO y Om , se determina Lm , que convertido en tiempo y restado del instante del medio del eclipse, dará el instante del principio; y añadido, dará el instante en que acaba.

La parte del semidiámetro de la luna eclipsada en cualquier momento del eclipse es igual LO menos la distancia actual de los centros; pero $LO = p + P - D + d$: luego la parte eclipsada es $= p + P - D + d -$ distancia de los centros. Cuando en los eclipses totales la parte eclipsada es el diámetro de la luna ó $2d$, como sucede al fin de la inmersión, será $2d = p + P - D + d -$ distancia de los centros; de donde distancia de los centros $= p + P - (D + d)$.

La cantidad del mayor eclipse es en el punto m , y es $= p + P - D + d - L \cos. N$, que se suele expresar en *digitos* ó en duodécimas partes del diámetro de la luna

Para que el eclipse sea total es menester que $p + P - D + d - L \cos. N = 2d$, ó $L = \frac{p + P - (D + d)}{\cos. N}$; como $p + P = 53'$ por lo menos, y $d + D = 33'$ cuando mas, el eclipse será total, cuando $L = \frac{20'}{\cos. N}$ ó menor que $\frac{20'}{\cos. N}$, y parcial cuando es mayor.

68. Fig. XXIII. Supongamos ahora la luna en L en conjunción con el sol. Sea $L'n'K'$ un arco pequeño de la órbita lunar: n' el punto en que el centro de la luna entra en el cono luminoso, que tiene por base inferior el disco del sol, y por base superior el de la tierra. El ángulo $L'n' = Tn'C + C = p + D + P$: es decir, la distancia angular del centro de la luna al

eje del cono luminoso, cuando entra en dicho cono, es igual á la diferencia de las paralages del sol y luna mas el semidiámetro aparente del sol.

Tirando la tangente comun á sol y luna OVK, esta será la generatriz del cono sombrío, proyectado por la luna hácia la tierra. Es facil determinar sus dimensiones y la posicion de su vórtice K. Si este no llega á la region de la tierra, no habrá eclipse total de sol para ningun habitante de nuestro globo. Si el vértice K está en la superficie de la tierra, el punto en que esté, será el único que verá eclipsado enteramente al sol, pero solo por un instante: si el punto K está en lo interior del globo terrestre, una parte del cono sombrío de la luna se pasará sobre la superficie de la tierra, y todos los puntos que coja de ella verán el sol enteramente eclipsado por algunos instantes.

Fig. XXV. Sea NO la eclíptica: NLV la órbita relativa de la luna: O el punto de la conjuncion. Describo un círculo con el radio $OE = p - P + D$: este círculo representará la seccion del cono luminoso en la region de la luna. Cuando la luna se halla tangente á este círculo en L y en V, serán los momentos del principio y fin del eclipse; porque ni antes ni despues de estos puntos habrá eclipse para ningun pais de la tierra. Bajando Om perpendicular á NLV, esta será la mínima distancia de los centros, ó el punto en que es mayor la cantidad eclipsada del sol, ó el medio del eclipse. Conocidas la NO y el ángulo N, inclinacion de la órbita relativa, determino la Nm, la NL, la NV; y convertidas en tiempo por el movimiento de la luna en su órbita relativa, se tienen los instantes del principio, medio y fin del eclipse.

Haciendo centro en O con un radio igual á la parage de la luna, describo el círculo put, que será proyeccion estereográfica del hemisferio terrestre iluminado por el sol en el plano de la seccion del cono luminoso, hecha en la region de la luna, colocando el ojo del

proyector en el sol. El punto *O* será á cada instante del eclipse la proyeccion del punto de la tierra que ve al sol en su cenit. Los puntos comunes en cada instante del eclipse al disco lunar, representado por el círculo cuyo centro está en *n*, y al círculo *put*; es decir, los puntos del segmento *pru* son las proyecciones de los puntos de la tierra, para quienes está eclipsado el sol en aquel momento.

Determinese pues á cada instante del eclipse el punto de la tierra que ve al sol en su cenit, y supongase que este punto está en *O*. Será conocido el hemisferio proyectado en el semicírculo *put*. Desde cada punto de su area describase un círculo con el semidiámetro del sol, que representará el disco solar: la parte de él, interceptada por el disco lunar, será la parte eclipsada del sol para aquel punto. Si los dos discos se tocan, empezará ó acabará el eclipse para aquel punto, segun se halle el centro de la luna antes ó despues del punto *m*. Si el centro de la luna se halla en el círculo *put*, el eclipse será total para el punto del hemisferio terrestre, en cuya proyeccion se halla la luna, si el semidiámetro aparente de este satélite es entonces mayor que el del sol; ó *anular*, si es menor.

ART. 17. *Náutica.*

69. Si el balanceo continuo del buque en el mar no impidiese establecer á bordo los principales instrumentos de un observatorio, la navegacion astronómica constaria de las mismas operaciones que la astronomía ejecuta en tierra. Mas no siendo posible fijar los instrumentos ni observar con los telescopios, se ha recurrido para las observaciones náuticas á los instrumentos de reflexion, los cuales miden un arco celeste por el movimiento angular que tienen que hacer los espejos para que concurren los dos extremos del arco. El error de estos instrumentos, aunque

mucho mayor que el de las observaciones terrestres, no llega nunca á medio grado en la determinacion de la longitud.

En lugar del péndulo de los observatorios fijos se usa á bordo de los relojes marinos, que señalan la hora que es en el puerto de donde se ha salido, conociendo por repetidas observaciones su adelanto ó atraso diario con respecto al tiempo medio. La hora que es en el reloj marino, cuando es mediodia á bordo, manifiesta la diferencia en longitud entre dicho puerto y el lugar del bajel.

La direccion del bajel se determina por la brújula, que es un círculo dividido en treinta y dos partes iguales, llamadas *rumbos*. Los cuatro puntos cardinales del horizonte, norte, sur, este, oeste estan marcados en los extremos de dos diámetros perpendiculares. En las divisiones intermedias estan otros cuatro de nombres compuestos, nordeste, sudeste, noroeste, sudoeste. Entre estos ocho rumbos hay otros ocho, cuyos nombres se componen de los de los rumbos inmediatos. Finalmente entre estos diez y seis rumbos hay otros diez y seis que se llaman *cuartas*, y se denominan, nombrando el que esté mas inmediato de los ocho rumbos primeros, y diciendo: cuarta al inmediato de su cuadrante.

En el centro de círculo hay una aguja imantada, cuya propiedad de dirigirse al norte del mundo hace que se conozca el ángulo, que forma la direccion del bajel, designada por la línea norte sur de la brújula, con el meridiano, designado por la direccion de la aguja. Este ángulo se llama *rumbo*.

Debe corregirse de variacion de la aguja y de abatimiento. La variacion de la aguja es lo que se separa de la línea meridiana. No sigue ley ninguna ni en cuanto al tiempo, ni en cuanto al lugar, ni en cuanto á la cantidad. Los marinos la conocen, observando la anplitud ortiva ú occidua del sol, y calculandola despues para aquel dia: la diferencia entre el cálculo y la

• observacion da la declinacion de la aguja.

El *abatimiento* es el ángulo que forma la direccion de la quilla, á la cual se coloca paralela la línea norte sur de la brújula, con el sulco ó *estela* de agua, que forma el navío y que es su verdadera direccion. Este ángulo se mide sobre un cuadrante graduado por medio de un hilo que se coloca á ojo en la direccion de la estela.

Mientras el navío camina por un mismo rumbo corta bajo ángulos iguales todos los meridianos, y describe en la superficie del globo una curva, llamada *loxodromia*.

El camino que anda el navío, se mide por medio de la corredera y la ampolleta. La corredera es un triángulo isósceles de madera con un peso en la mitad de su base, que lo mantiene sensiblemente inmóvil en el agua: á medida que el buque camina, se le suelta una cuerda, en cuyo extremo está atado, y que se conserva casi paralela á la superficie del mar. Se ve qué cantidad de cuerda ha salido en 30", tiempo que mide la ampolleta ó reloj de arena. Esta cantidad de cuerda se multiplica por el número de medios minutos que se cree que el navío ha caminado con igual velocidad, y se tiene el camino andado.

Mientras este camino se pueda considerar como una línea recta, en el triángulo rectángulo, que forma con los paralelos y meridianos de sus extremos, se conoce la hipotenusa y el ángulo del rumbo: calculando los dos catetos, el uno será el camino andado en latitud ó *la diferencia en latitud*, y el otro el camino andado en longitud, ó el *apartamiento de meridiano*. La suma de las diferencias caminadas en latitud y longitud en cada instante del viage, es lo que se llama latitud y longitud de *estima*, que son sumamente erróneas é insuficientes; así el navegante tiene que recurrir á los métodos astronómicos para conocer con exactitud el lugar en que se halla.

A mediodia se toma la altura del sol; y como su

declinacion es conocida por las tablas , se determina la latitud. Es verdad que es menester tomar la declinacion para el mediodia del lugar en que se está: para esto es necesario saber la diferencia entre el meridiano del navío y el de las tablas ; pero la longitud de estima es suficiente para este cálculo. Tambien puede determinarse la latitud observando , las alturas de una estrella. Este método tiene la ventaja de no ser necesaria la longitud de estima , y la desventaja de ser difícil distinguir de noche el horizonte del mar. Sin embargo el abate Lacaille cree que se puede distinguir bien , manteniendo el ojo en una oscuridad perfecta algunos minutos antes de la observacion. Pero es de notar que este célebre astrónomo habia contraído el hábito de tener siempre cerrado el ojo , que destinaba á las observaciones : no leía ni veía sino con el otro : rara vez tenia luz en sus instrumentos , y las paredes de su observatorio estaban teñidas de negro. Esta costumbre es la que hacía útil su precaucion á bordo ; pero es difícil habituarse á ella.

Tambien puede determinarse la latitud por la observacion de dos alturas del sol , tomadas antes y despues de su paso por el meridiano , ó por tres alturas del sol observadas , conocidos los intervalos de las observaciones.

Toda altura observada á bordo debe corregirse, además de la refraccion, semidiámetro y paralage de *la depresion de horizonte* ; es decir, del ángulo que forma el horizonte sensible á los ojos del observador con el horizonte artificial, que no es posible establecer á bordo. La depresion de horizonte es sustractiva , porque la altura del buque hace ver un horizonte mas estenso que el que forma el plano tangente á la superficie de la tierra en el punto donde se halla el navío.

Fig. XXVI. Sea N el lugar del navío , O el punto donde está el ojo del observador. El horizonte ver-

dadero es OH : el que descubre el ojo del observador es OT tangente á la superficie de la tierra. La depression de horizonte que llamo d , es el ángulo HOT = TCO ; y por tanto $\cos. d = \frac{CT}{CO} = \frac{r}{r+a}$ siendo r el radio terrestre , y a la altura del observador. De aqui se infiere $\text{sen.}^{\frac{1}{2}} d = \frac{\frac{1}{2} a}{r+a}$, y $\text{sen.}^{\frac{1}{2}} d = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} a}{r+a}}$, fórmula que sirve para calcular las depresiones de horizonte , correspondientes á varias alturas sobre el nivel del mar.

70. La observacion mas comun despues de la de la latitud , es la de la hora , que se deduce de las alturas observadas , y se procura para esto observar con preferencia los astros cuando se hallan en las proximidades al primer vertical.

Vengamos ya al examen de la longitud : esta se halla , ó por el cálculo de estima , ó por la muestra , ó por la distancia de la luna á las estrellas zodiacales. Espondremos los fundamentos de este último método.

Se han formado tablas de las distancias del sol y la luna á las estrellas mas brillantes del zodiaco para todos los dias del año , y de tres en tres horas ; de modo que siendo este intervalo tan corto , se puede deducir por una simple regla de tres qué hora es en el meridiano de las tablas , cuando el sol ó la luna se hallan en una distancia dada de una estrella determinada. Son mejores las distancias lunares , porque siendo su movimiento propio mas rápido , á mayores errores en la distancia corresponden errores mas pequeños en la hora.

Se trata pues de conocer á bordo la distancia actual de la luna al sol ó á una estrella zodiacal. Esta operacion se compone de tres partes , y para su mayor exactitud debe dividirse el trabajo entre tres observadores. El mas hábil observa muchas distancias

de la luna al sol ó á la estrella , y las determina con la mayor prontitud posible para tomar un medio entre todas, y suponer sin error sensible que esta distancia media corresponde al instante medio de las observaciones : lo que equivale á suponer que la variacion de la distancia es uniforme en el intervalo de las observaciones. Otro observador observa las alturas de la luna , tomando la media, y otro las del sol ó la estrella. Pero si no hay mas que un observador , este observará alternativamente distancias y alturas ; ó mas bien observará la distancia, y con la latitud y longitud de estima calculará las alturas. Es menester convertir la distancia aparente en verdadera. Para esto en el triángulo que forman la distancia aparente entre los astros con sus distancias aparentes al cenit, determino el ángulo formado en el cenit; y en el triángulo formado con los complementos de las alturas verdaderas y con la distancia verdadera, conocidos dichos complementos y el ángulo en el cenit, determino la distancia verdadera.

Calculo la hora que es á bordo : calculo por la distancia la hora que le corresponde en el meridiano de las tablas , y la diferencia entre estas horas dará la longitud del navío con respecto al meridiano de las tablas.

71. Los mapas comunes no sirven para trazar el camino del navío , porque en las proyecciones geográficas los meridianos son convergentes hácia el polo , y la línea descrita por el navío , formando ángulos iguales con los meridianos , no puede ser representada por una línea recta , si los meridianos no son paralelos. Pero representando los meridianos por rectas paralelas , resulta otro inconveniente , y es que los grados de los paralelos resultan iguales. Para obviar este inconveniente, y hacer que el camino del navío , el apartamiento del meridiano y la diferencia en latitud conserven en la carta la misma relacion , que tienen en el globo, se hacen desiguales los grados del meridiano , haciendolos mayores conforme se van alejando

del ecuador en la razon de 1 á la secante de la latitud; es decir, en la misma razón, que se han aumentado los grados de los correspondientes paralelos por haberlos supuesto iguales á los del ecuador. Estas cartas se llaman esféricas, y se debe su invencion á Mercator.

Para hallar el tamaño que debe darse sobre la carta esférica á cada latitud, aumentada cada porcion suya en la razon de 1 : sec. L, ó de cos. : L, sea dL el elemento de la latitud en el globo: sobre la carta será $\frac{dL}{\cos. L} = \frac{dL \cdot \cos. L}{\cos.^2 L}$

$\frac{d \cdot \text{sen.} L}{\cos.^2 L}$: hago $\text{sen.} L = x$, y será el elemento de la carta $\frac{dx}{1-x^2}$: su integral es $\frac{1}{2} l \frac{1+x}{1-x} = \frac{1}{2} l \frac{1+\text{sen.} L}{1-\text{sen.} L} = \frac{1}{2}$

$l \frac{\text{tang.} (45^\circ + \frac{1}{2} L)}{\text{tang.} (45^\circ - \frac{1}{2} L)} = l \text{ tang.} (45^\circ + \frac{1}{2} L)$. Por tanto *los arcos de meridiano de la carta esférica contados desde el ecuador son los logaritmos neperianos de las cotangentes de las mitades de los complementos de las latitudes* : teorema, que puede servir para calcular la *tabla de partes meridionales*; es decir, de los tamaños que deben darse en la carta esférica á los arcos de meridiano, de minuto en minuto.

Construida la carta esférica, es facil marcar sobre ella el punto de partida, y conocido el camino andado y el rumbo, determinar la diferencia en latitud, la latitud *llegada*, y por medio de esta y del ángulo del rumbo, señalar gráficamente el punto de arribada. Tambien se puede marcar este punto, conocida la latitud y longitud del punto de arribada.

ART. 18. *Del calendario.*

72. Llamase *calendario* el método de distribuir el tiempo en diferentes periodos mas ó menos grandes con arreglo á los movimientos celestes. Estos periodos son las horas, los días, las semanas, los meses,

los años y los siglos. Su nombre viene de *Kalendæ*, palabra latina que significa el primer día del mes.

Nosotros suponemos el día dividido en 24 horas iguales; pero los griegos dividían el día propiamente dicho en doce horas iguales, y la noche en otras doce horas iguales. A estas horas llamaban temporales, porque su valor era diverso en los diferentes días del año; pues variaba con la magnitud de los arcos semi-diurnos y seminocurnos del sol. A $\frac{1}{4}$ de día llamaban *hora equinoccial*.

Los antiguos consagraban las horas del día á los planetas. La 1.^a al Sol, la 2.^a á Venus, la 3.^a á Mercurio, la 4.^a á la Luna, la 5.^a á Saturno, la 6.^a á Júpiter, la 7.^a á Marte. En las siguientes se observa el mismo periodo. El día se consagraba al planeta, al cual correspondía la primer hora.

Eran del Sol todas las horas, cuyo número está expresado en la fórmula $7n+1$: de Venus, las de la fórmula $7n+2$: de Mercurio, $7n+3$: de la Luna, $7n+4$, ect.; y de Marte, las de la fórmula $7n+7=7(n+1)$.

La fórmula general es $7n+a=24m+1$, representando a el resto del número de horas partido por 7, y m el número de días. De esta fórmula resulta, si $m=0$, $a=1$: el primer día es del Sol. Si $m=1$, $a=4$: el segundo día es de la Luna ó lunes. Si $m=2$, $a=0$, ó 7: el tercer día es de Marte ó martes. Si $m=3$, $a=3$: el 4.^o día es de Mercurio, ó miércoles. Si $m=4$, $a=6$: el 5.^o día es de Júpiter, ó jueves. Si $m=5$, $a=2$: el 6.^o día es de Venus, ó viernes. Si $m=6$, $a=5$: el 7.^o día es de Saturno, ó sábado. Este periodo de 7 días se llama *semana*: periodo muy antiguo y universal, y que á pesar de esto no se encuentra en el calendario griego ni en el latino. En nuestra semana se procede desde el sol hasta la luna, y despues se salta á Saturno y se procede desde él hasta el sol. Pero si empezamos desde Saturno y procedemos sin interrupcion hasta la luna, tendremos la semana de los hebreos y de los orientales, que comenzaba por el sábado.

73. Los griegos dividían el mes en tres *decadas*, cada

una compuesta de 10 días. Este periodo es mas cómodo que la semana, porque 10 es parte alícuota de 30, número de días del mes. Sin embargo no se pudo conservar en Francia, donde se estableció en tiempo de la revolucion, porque los días de descanso estaban demasiado lejanos. El periodo de la semana ha debido sin duda su origen á la necesidad de consagrar un día al descanso; y para esto el número 7 es mas á propósito que el número 10.

Los romanos contaban el mes por *kalendas*, *idus* y *nonas*. *Calendas* era el primer día del mes. Las *nonas* eran el 7 en los meses de *marzo*, *mayo*, *julio* y *octubre* y el 5 en los demas. Las *idus* eran 9 días despues de las *nonas*. Los días se contaban retrogradando. Asi en el mes de enero, por ejemplo, en que las *nonas* eran el 5 y los *idus* el 13, el 4 se llamaba *pridie nonas*, el 3, *tertio nonas*, el 2, *cuarto nonas*: el 12, *pridie idus*, el 11 *tertio idus*, el 10, *cuarto idus*, ect. El último de enero era *pridie kalendas februarias*, el penúltimo *tertio kalendas*, ect. Esta manera embarazosa de contar era propia de la ignorancia de los tiempos en que nació. El periodo de la semana es mucho mas cómodo, aunque no divide exactamente ni al mes ni al año; porque 52 semanas hacen 364 días, y el último día del año *comun* de 365 días es el mismo día de la semana que el primero; y el año siguiente debe empezar por el día de la semana que sigue á aquel en que comenzó el año anterior.

Los meses ó tienen 30 ó 31 días, escepto febrero que tiene 28 en el año comun. Los meses de 31 días son enero, marzo, mayo, julio, agosto y diciembre. Los nombres de nuestros meses son tomados del calendario latino: febrero no tiene mas que 28 días, porque en los tiempos mas remotos se empezaba el año por marzo, y no se daban al último mes mas que los días que quedaban del año.

El año de los romanos, establecido por Romulo, era de 304 días y estaba dividido en 10 meses. Numa

añadió 2 meses mas, é hizo el año de 355 dias. Los sacerdotes estaban encargados de la formacion del calendario y de la intercalacion de los dias necesarios para hacer que coincidiese el tiempo civil con el tiempo astronómico; y parte por ignorancia, parte por intereses introdujeron tal confusion en el arreglo de los tiempos, que el año 47 antes de la era cristiana habia 90 dias de diferencia entre la posicion del sol y la cuenta civil. El dictador Julio Cesar, en calidad de sumo Pontífice, remedió el desorden. Adoptó la hipótesis de Sosígenes, que daba al año astronómico el valor de $365\frac{1}{4}$ dias, y mandó que el año 47 de la era cristiana tuviese 90 dias mas, por lo cual se le llamó el año de la confusion, y que en lo sucesivo todos los años tuviesen 365 dias, escepto los años cuartos, que debian tener 366 dias. El dia que se debia añadir, y que nosotros llamados 29 de febrero, se colocó en el mismo mes, seis antes del primero de marzo, y se le llamaba, *bisexto kalendas martias*, para distinguirlo del que en todos los años se llamaba *sexto kalendas martias*; y de aqui tomó el año de la intercalacion el nombre de *bisextilis*, bisesto, que conserva en el dia.

Pero la hipótesis de Sosígenes da al año 11' 10" mas de su verdadero valor; por lo cual en 1582 bajo el pontificado de Gregorio XIII aquella diferencia, que produce tres dias en 400 años, habia hecho caer el equinoccio de primavera 10 dias antes del 21 de marzo, al cual lo habia fijado el concilio de Nicéa para deducir de él el dia de la celebracion de la pasqua.

La reforma, que el citado pontífice hizo en el calendario, consistió en dos puntos principales: el primero fue adelantar los 10 dias de atraso del tiempo civil con respecto al astronómico, mandando que el 5 de octubre de 1582 se contase 15 de octubre; y el segundo impedir este atraso en lo sucesivo, quitando tres dias á cada 400 años del sistema juliano; esto es,

mandando que de cada cuatro años centenares uno solo fuese bisesto.

La correccion gregoriana hará que en muchos siglos coincida el tiempo civil con el astronómico, con una leve modificacion; esta es hacer comunes los años 3600 y sus múltiplos despues de la época de la correccion gregoriana. La razon de esto es, porque siendo el valor del año $365^d 5^h 48' 48'' = 365^d 24\frac{2}{5}$ la cantidad $0, 24\frac{2}{5}$, hace en 9 años $2^d, 18$, y 872 dias en 3600 años. En este intervalo el calendario juliano comete 900 intercalaciones; es decir, 28 intercalaciones mas que las que son necesarias. De estas 28 suprime solamente 27 la correccion gregoriana: luego esta deja una intercalacion por hacer en 3600 años: defecto que puede facilmente enmendarse, haciendo comun el año 3600 de la correccion gregoriana y sus múltiplos.

Ademas de la era de Cesar y de la correccion gregoriana la mas célebre época en la historia y astronomía antigua es la era de Nabonasar, ó la era babilónica: esta era empieza el 26 de febrero del año 747 antes de la era crissiana. Sus años eran de 365 dias; y por consiguiente cada cuatro años tienen un dia menos que los julianos.

74. El número de dias de la semana es primo con el número de dias del año: fue necesario buscar un modo de espresar la relacion que tienen entre sí para conocer el dia de la semana correspondiente al del año. Para esto se han espresado los siete primeros números por las siete primeras mayúsculas, y se han colocado periódicamente junto á los números que espresan los dias del mes. De estas letras la que designa los domingos se llama *letra dominical*.

El año primero de nuestra era comenzó en sábado, y por tanto su letra dominical fue B; porque el primer dia del año se designa siempre por la letra A. El año siguiente empezó en domingo, y su letra dominical fue A. Por tanto, suponiendo los años comu-

nes, la letra dominical retrograda en el periodo A, B, C, D, E, F, G; es decir, que el tercer año fue G, el cuarto F, ect.

Busquemos el número x de la letra dominical del año a de nuestra era. La letra dominical del año anterior á nuestra era fue C, y su número 3; y como cada año retrograda un lugar la letra dominical, será $3 - a$ el lugar de la letra dominical. Añadiendo á esta espresion un múltiplo de 7, $7n$, para que la sustraccion pueda hacerse, seria $x = 7n + 3 - a$ el número de la letra dominical, si todos los años fuesen comunes.

Pero de cada cuatro años es uno bisesto, y en el año bisesto la letra dominical retrograda otro lugar; porque hay dos letras dominicales, una para los meses de enero y febrero, y otra para el resto del año: luego de la espresion propuesta deben restarse las unidades enteras que haya en $\frac{1}{4}a$, de donde $x = 7n + 3 - a - \frac{1}{4}a$, fórmula exacta para los tiempos anteriores á la reforma gregoriana.

Pero la reforma gregoriana suprimió 3 retrogradaciones en cada cuatro siglos, y ademas 10 dias en el año de 1582, lo que equivalió á suprimir 10 retrogradaciones. Sea S el número del siglo en que se vive. $S - 16$ representará el número de siglos sometidos á la correccion gregoriana; y $10 + \frac{3}{4}(S - 16)$ el número de retrogradaciones suprimidas: así despues del siglo 16, $x = 7n + 6 - a - \frac{1}{4}a + S - 16 - \frac{1}{4}(S - 16)$. La letra dominical de 1820 fue, haciendo $n = 400$, $2800 + 6 - 1820 - 455 + 18 - 16 - \frac{1}{4}(18 - 16)$. Despreciando este último quebrado, es $x = 533$, ó quitandole los 7, da 1 ó A. Como el año 1820 fue bisesto, la letra A sirvió para despues de la intercalacion: antes de ella sirvió la B. La letra dominical de 1823 es E.

Antes de la correccion gregoriana volvian las mismas letras dominicales de 28 en 28 años; porque 28 es el producto de 7, periodo de las letras, por 4, periodo de las intercalaciones. Así bastaba tener la tabla

de las letras dominicales de los 28 primeros años. Para hallar la de un año cualquiera se partia su número por 28, y el residuo daba el año, que era del periodo, y se buscaba en la tabla la letra dominical. Este periodo se llama *ciclo solar*, que no es aplicable despues de la correccion gregoriana. En esta el periodo de las intercalaciones es de 400 años: el de las letras es 7; y por tanto vuelven las mismas letras al cabo de 2800 años. Es verdad que este número puede reducirse á 400 años: porque en el calendario juliano la letra dominical retrogradaba cinco lugares en 4 años, y por consiguiente 500 lugares, ó sacando los 7, tres lugares en 400 años. Pero segun la correccion gregoriana en 400 años se suprimen tres bisestos; es decir, tres retrogradaciones de la letra dominical: luego al cabo de 400 años vuelven las mismas letras.

55. Como las antiguas fiestas religiosas estaban ligadas al movimiento de la luna, se buscó la relacion entre los dias del año y las lunas nuevas, y se halló que al cabo de 19 años volvian los novilunios á caer en los mismos dias. Este periodo de 19 años se llamó *ciclo aureo*; y al número que indicaba el lugar del año actual en dicho periodo, se le llamó *aureo número*. Este ciclo empieza en el año anterior á nuestra era, en el cual hubo novilunio el 1.º de enero. Así para hallar el aureo número de un año de nuestra era se le añade á su número una unidad, se parte por 19, y el resto es el aureo número. El aureo número de 1823 es 0 ó 19.

Este ciclo sirve para volver los novilunios al mismo dia del mes: el ciclo solar para volver los dias del mes á los mismos dias de la semana: el ciclo *pascual*, que consta de $19 \times 28 = 532$ años, servia para volver los novilunios á los mismos dias del mes y de la semana.

Llamase *epacta* el número de dias que tiene la luna nueva al empezar el año. Como 12 meses lunares de $29\frac{1}{2}$ dias componen 354 dias, y el año tiene 365,

la epacta del 2.^o año del periodo aureo fue de 11 dias, la del 3.^o 22 dias, la del 4.^o 33 dias, ó lo que es lo mismo 3, quitando un mes de 30 dias. Las epactas siguientes son 14, 25, 36 ó 6: 17, 28, 39 ó 9: 20, 31 ó 1: 12, 23, 34 ó 4: 15, 26, 37 ó 7: 18, 29, 40 ó 10: 21, 32 ó 2: 13, 24 35 ó 5: 16, 27, 38 ó 8: 19, 30 ó 0.

Conocida la epacta, es facil indicar en cada dia del año la edad de la luna. Como los meses lunares son alternativamente de 29 y de 30, es preciso un mes sí y otro no colocar dos epactas en un mismo dia. Estas epactas, que son el 26 y el 24, se colocan en los meses de febrero, abril, junio, agosto, setiembre y noviembre.

El orden natural de las epactas se altera por tres causas:

1.^a El mes intercalar que quitamos cuando la epacta pasa de 30, y que hemos supuesto de 30 dias, es solo de 29 dias el último año del ciclo aureo, lo que debe aumentar en una unidad la epacta del año siguiente.

2.^a El error del ciclo aureo es de $1^h 27' 32'' 43'''$ en un año, que componen un dia en $312\frac{1}{2}$: se toma el número redondo 300; y de 300 en 300 años debe aumentar la epacta en una unidad durante 7 veces seguidas, y á la 8.^a debe añadirse esta unidad á los 400 años: esta se llama ecuacion lunar de la epacta.

3.^a El año en que se suprime el dia bisestil, disminuye la epacta en una unidad: esta se llama ecuacion solar.

Con arreglo á estas correcciones se han construido las tablas de las epactas de siglo en siglo. En esta tabla se halla la epacta, conocido el aureo número.

76. La pascua de Resurreccion, segun las leyes de la iglesia, debe caer en el domingo que sigue inmediatamente al plenilunio que cae en el dia del equinoccio ó inmediatamente despues del equinoccio. El equinoccio se fija invariablemente al 21 de marzo. Así

la pascua no puede caer ni antes del 22 de marzo ni despues del 25 de abril, porque si el plenilunio en lugar de caer el 21, cae 29 dias despues, es decir, el 19 de abril, será pascua el 19 de abril, si este dia es domingo; y si es lunes, lo mas tarde que podrá caer, será el 25.

La letra del 22 de marzo es D, su epacta es 9. Para que el plenilunio cayga en el 22, es necesario que la epacta del año sea 23: luego si la epacta del año es 23 y la letra dominical es D, será pascua el 22.

Es facil pues construir una tabla, en la cual esten las epactas en la primer columna vertical, desde la epacta 23 disminuyendo hasta cero, y aumentando desde 29 hasta 24: se colocan en la primer columna horizontal todas las letras dominicales, empezando por la D, y acabando por la C. Enfrente de cada epacta se colocan los dias de pascua que le pueden coresponder con las diferentes letras dominicales.

Esta tabla da el dia de la pascua de Resurreccion, conocida la epacta y la letra dominical.

Conocido el dia de pascua, es facil fijar todas las fiestas movibles. La Ascension es á los cuarenta dias, á los cincuenta la pascua de Espíritu-Santo, el domingo inmediato la Trinidad, el jueves que sigue la fiesta del Corpus.

Contando seis domingos antes de pascua, se tiene el primer domingo de cuaresma: el miercoles que le precede es el de ceniza: los tres domingos anteriores á este miercoles, se llaman, nombrandolos en orden retrógrado, de quincuagésima, sexagesima y septuagésima.

FIN.

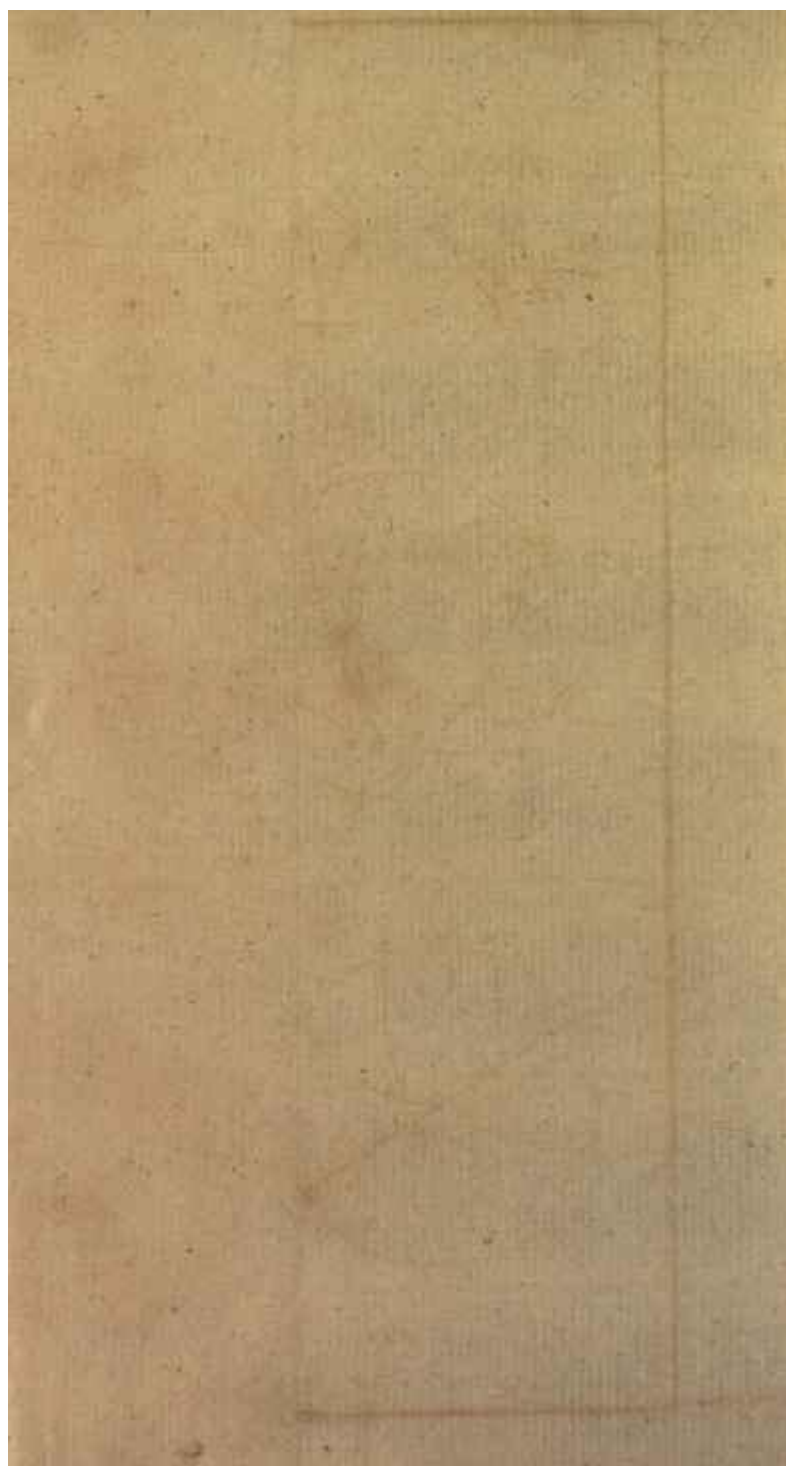
INDICE

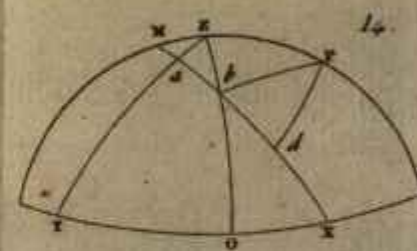
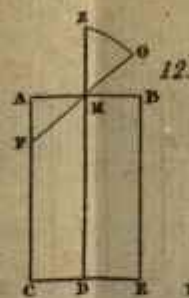
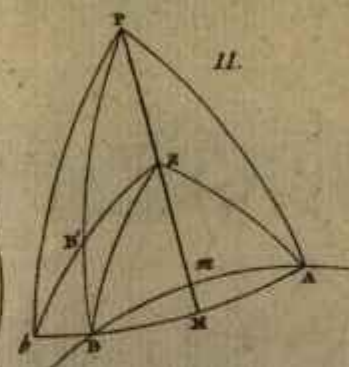
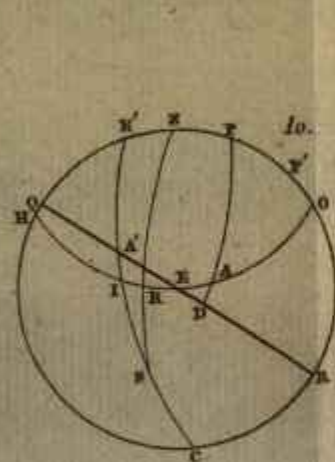
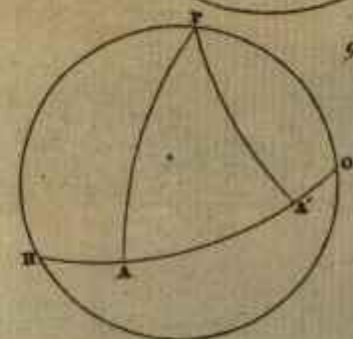
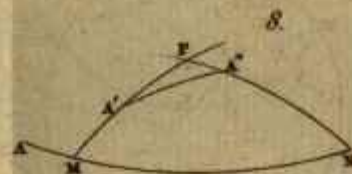
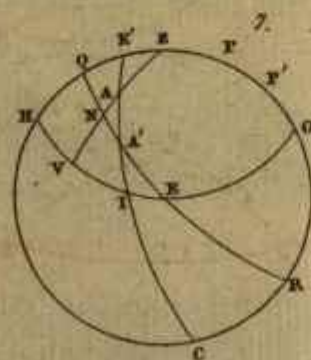
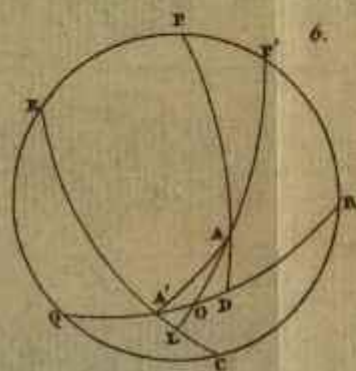
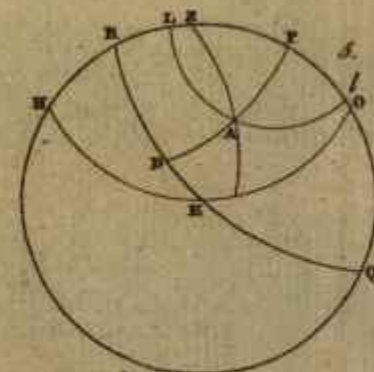
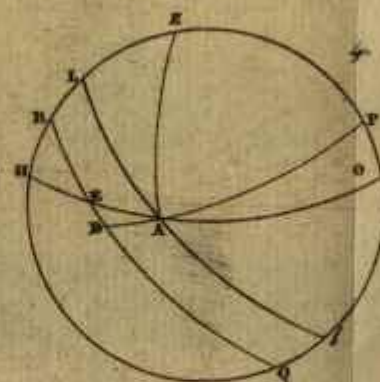
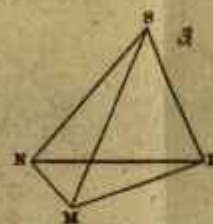
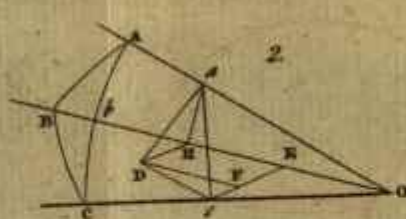
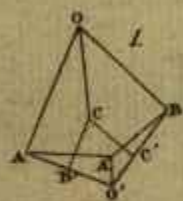
INDICE.		
ARTICULO 1.º	Fórmula fundamental	pág. 1
2.º	Resolucion de los triángulos esféricos rectángulos	4
3.º	Resolucion de los triángulos esféricos oblicuángulos	5
GEOGRAFIA ASTRONOMICA.		
ARTICULO 1.º	Observaciones fundamentales	11
2.º	Movimiento anual	15
3.º	Cosmografia	19
4.º	Gnomónica	34
5.º	Del tiempo	37
6.º	Diámetros, paralages, refracciones	41
7.º	De las desigualdades de los movimientos planetarios	47
8.º	Sistema de Copérnico	49
9.º	Movimiento elíptico de los planetas	52
10.	Nutacion y aberracion	56
11.	De los cometas y satélites	61
12.	Magnitud y figura de la tierra	68
14.	De las proyecciones y mapas	76
15.	Geografia antigua y moderna	80
	Europa	82
	España	83
	Francia	87
	Italia	91
	Turquía europea	95
	Islas británicas	98
	Países bajos	102

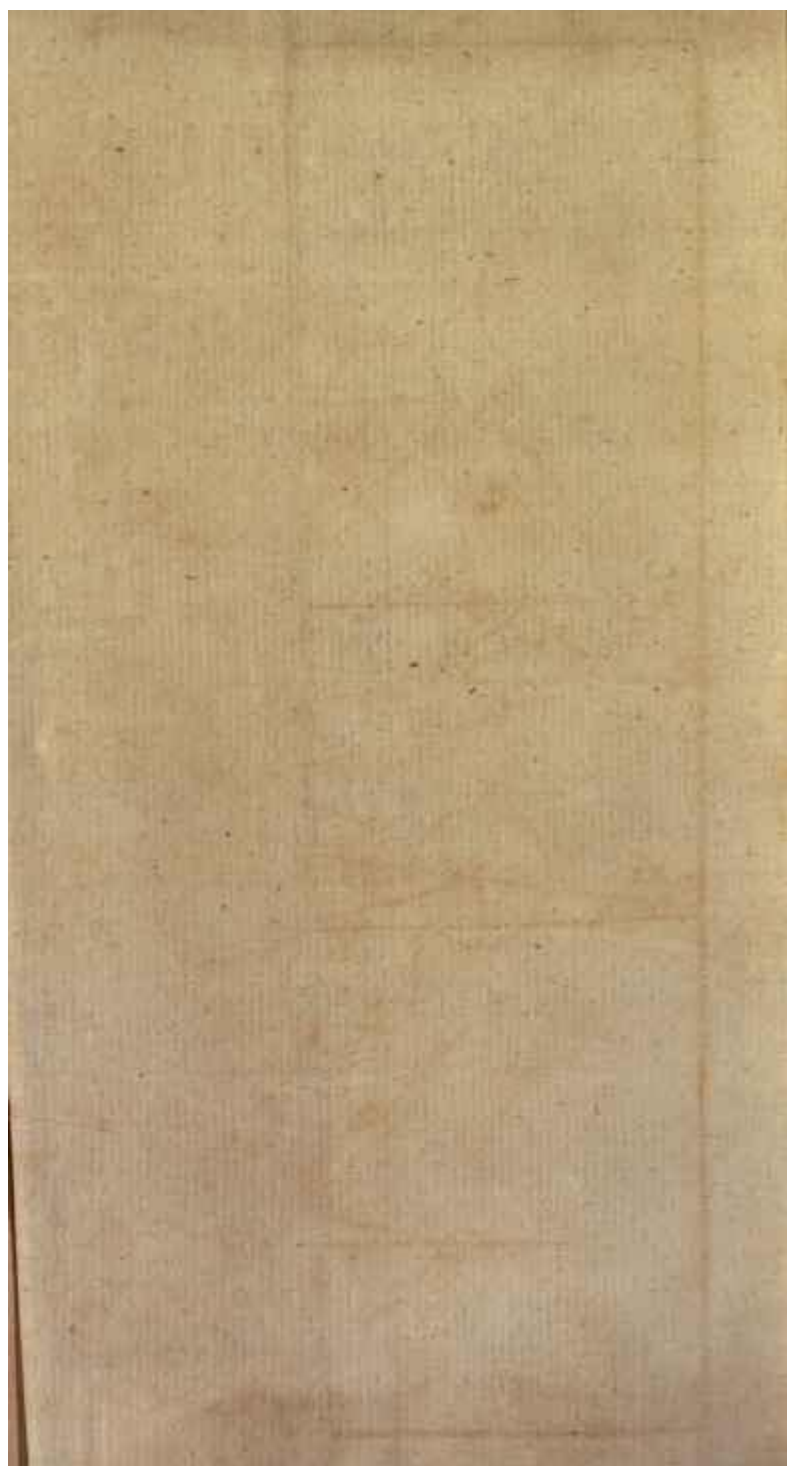
Alemania.....	103
Ungria.....	106
Polonia.....	107
Rusia europea.....	108
Scandinavia.....	110
<i>Asia</i>	111
Turquia asiática.....	112
Arabia.....	113
Persia.....	114
Indostan.....	115
Birman.....	116
China.....	117
Tartaria.....	118
Islas del Asia y del mar pacífico.....	119
<i>Africa</i>	id.
<i>América</i>	121
16. <i>De los eclipses</i>	124
17. <i>Nautica</i>	129
18. <i>Calendario</i>	135

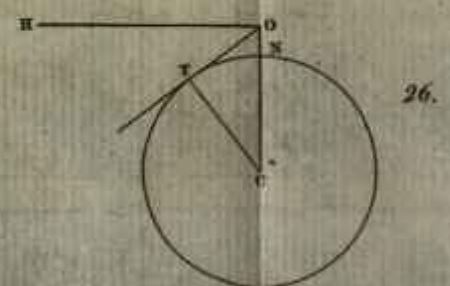
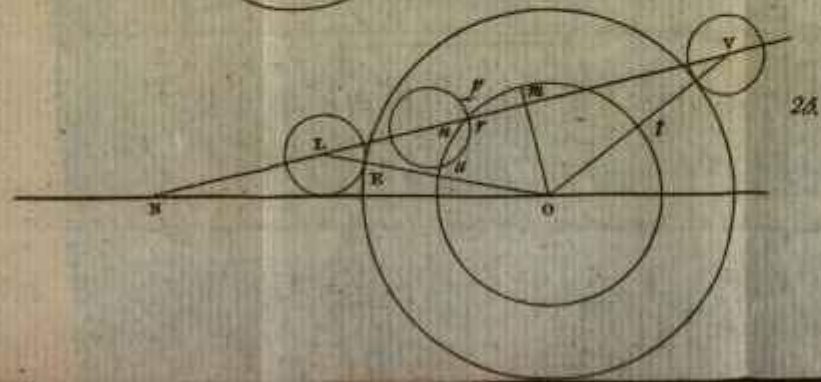
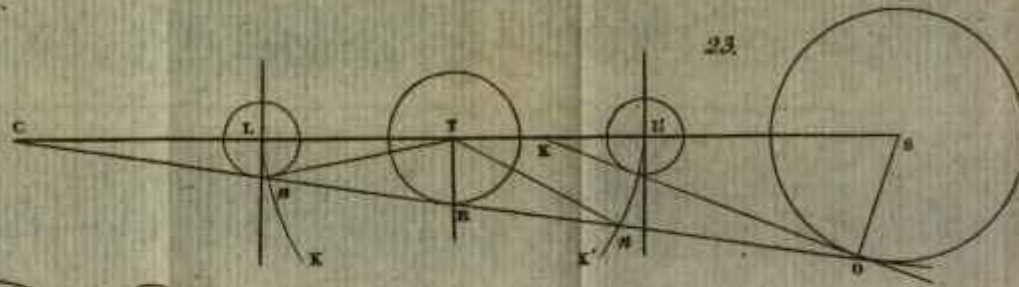
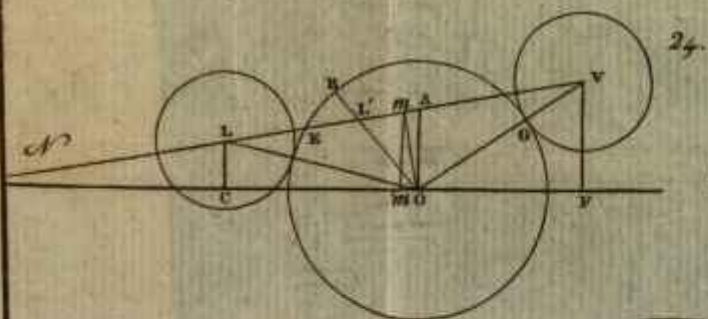
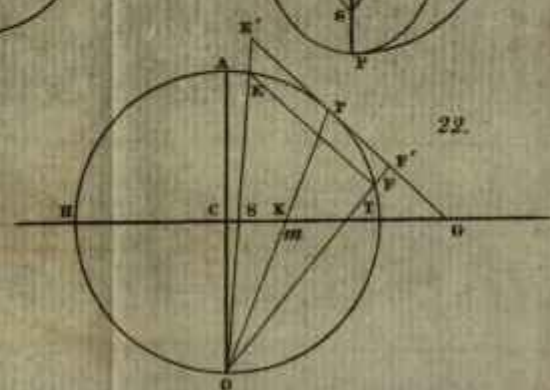
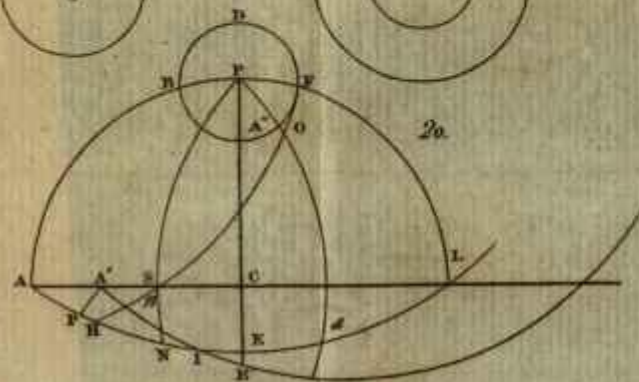
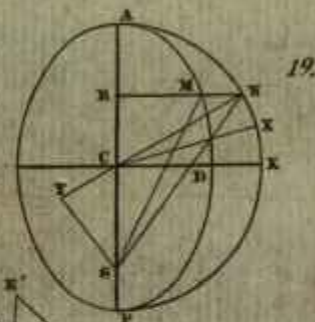
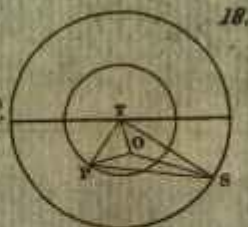
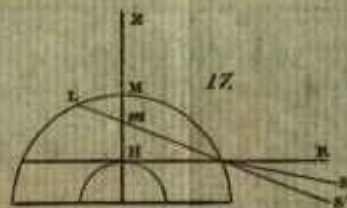
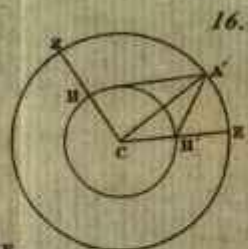
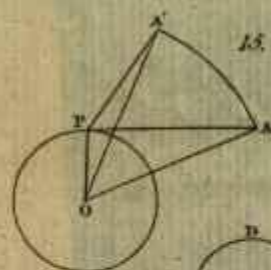
ERRATAS.

<i>Página.</i>	<i>Línea.</i>	<i>Dice.</i>	<i>Lease.</i>
14	21	primer meridiano	meridiano
25	11	cot. d' cos. p	cot. d' cos. p'
id.	13	$p+p$	$p+p'$
26	10	cos. $\frac{1}{2}$	cos. d
27	17	en altura,	en altura
28	10	cos. H	cot. H
id.	11	cot. d''	cos. d''
id.	13	cos. H. cot. p .	cot. H. cos. p
29	13	cos. $\frac{1}{4} (b+a)$	cos. $\frac{1}{4} (b-a)$
id.	14	tang. $\frac{1}{4} (b+a)$	tang. $\frac{1}{4} (b-a)$
id.	15	$\frac{1}{4} (b-a)$	$\frac{1}{4} (b+a)$
id.	id.	$\frac{1}{4} (b+a)$	$\frac{1}{4} (b-a)$
id.	id.	tang. $(45^\circ \times f)$	tang. $(45^\circ - f)$
37	17	calcúlense	calcúlese
39	23	30'''	30''
41	26	insensiblemente	sensiblemente
59	35	observacion	aberracion
74	20	500	5000
id.	21	594,444	694,444
90	27	Moselle	Mosela
93	27	<i>Peninae</i>	<i>Penninae</i>
95	6	Auost	Aoust
96	32	<i>Caleis</i>	<i>Calcis</i>
99	20	Durhau	Durham
100	19	<i>Hybernieum</i>	<i>Hybernicum</i>
106	última	Rorigno	Roviño
108	11	Krowno	Kowno
id.	13	Dniper	Dnieper
112	27	Brusa	Bursa
114	18	<i>Atropateme</i>	<i>Atropatene</i>
115	15	Mugol	Mogol
130	26	de	del
135	9	cos. : L 1	cos. L : 1











1790

1790

1790



1790

1790

1790

1790

1790

1790

1790

1790

1790

1790

1790



