

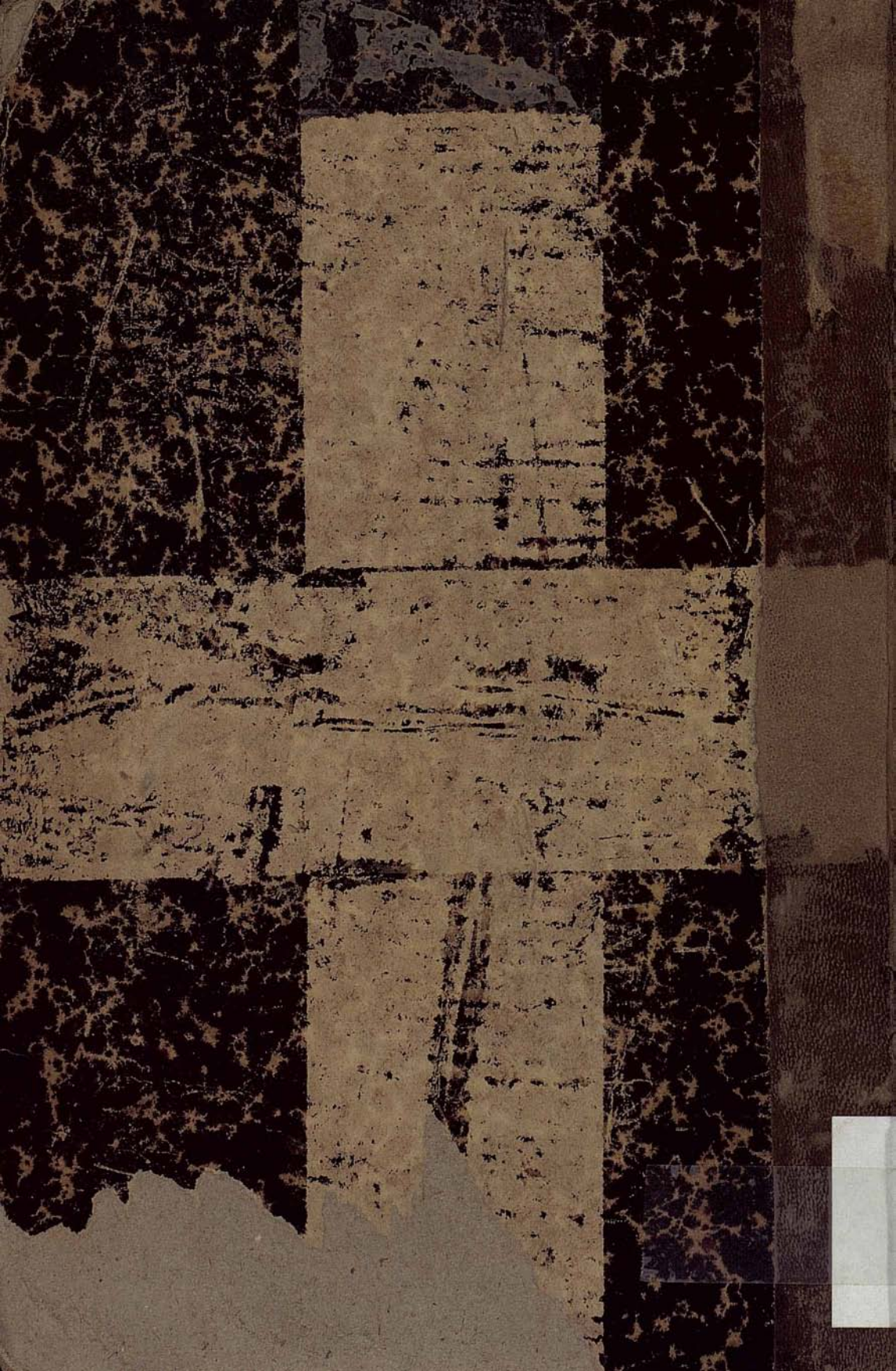


Gallego



TOPOGRAFIA

F.A.S.
343



CURSO DE TOPOGRAFÍA

CURSO DE TOPOGRAFÍA

POR EL

TENIENTE CORONEL GRADUADO COMANDANTE DE INGENIEROS

D. LORENZO GALLEGO CARRANZA

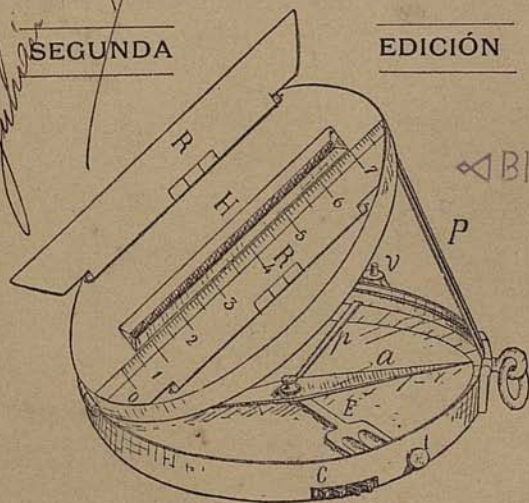
PROFESOR QUE HA SIDO DE LA ACADEMIA DEL CUERPO
Y DE LA GENERAL MILITAR

OBRA PREMIADA

y elegida de texto por R. O. de 3 de Mayo de 1887 en el concurso celebrado
por la Dirección de Instrucción Militar en 30 de Octubre de 1886,
y premiada con medalla de oro de primera clase
en la Exposición Internacional de Barcelona
en 1888.

SEGUNDA

EDICIÓN



TOLEDO—1891

J. PELÁEZ, IMPRESOR Y LIBRERO DE LA ACADEMIA GENERAL MILITAR
Comercio, 29 y 31—Alcázar, 20.

LEMA DEL CONCURSO

«Sin la Topografía no hay reconocimiento
militar posible.»

ALMIRANTE.

Es propiedad del autor y
queda hecho el depósito que
marca la ley.

ADVERTENCIA

Al escribir la primera edición de esta obra no sólo se tuvo presente el programa sacado á concurso por la Dirección de Instrucción Militar, sino el método seguido en la Academia General para el estudio de la Topografía; el cual, se hace teóricamente en la 1.^a clase del 2.^o año, complementándose con el teórico-práctico en la 4.^a clase del mismo y con las prácticas de conjunto del mes de Mayo.

Sin separarse para nada del orden marcado en el programa, se ha establecido una división dentro de algunos capítulos para separar la parte esencialmente teórica de aquella que deba ir seguida de la aplicación inmediata y cuyo estudio es más propio de la 4.^a clase por su carácter de práctica de detalle.

Existiendo además diferencias respecto á la importancia de las diversas cuestiones que cada capítulo comprende, por considerar á unas necesarias é imprescindibles, mientras que otras sólo son útiles y convenientes, se imprimen estas últimas con carácter de letra distinto, para que de este modo el alumno por sí mismo, tanto en el estudio como en el repaso final de examen, pueda comprender y dar á cada parte la importancia que en sí tiene.

La primera parte de estas lecciones es de utilidad grande para el que se dedique á estudios en que haya necesidad de recurrir á mapas ó planos; y por consiguiente, para todo militar sea cualquiera su empleo y el Arma á

que pertenezca; por lo cual se ha dado á la lectura de relieves y de planos alguna más extensión de la que se acostumbra en general en los tratados de Topografía escritos en nuestro país; hallándose reunidos al final unos problemas destinados á la clase práctica para ser resueltos sobre el relieve, sobre el plano ó sobre el terreno.

Con el mismo objeto se ha reunido la colección de problemas de aplicación del final del capítulo III, así como los de nivelación del capítulo IV.

Explicadas con separación y minuciosidad las operaciones aisladas de planimetría y de nivelación, el capítulo V ha de ser un ligero resumen, no pudiendo dar la extensión que sería de desear á los nuevos procedimientos que ha creado ~~en~~ la Taquimetría, porque en el programa sólo se piden ideas de esta parte; siendo éste el motivo por el cual no se había incluido el uso y manejo de la regla de cálculo taquimétrica; pero accediendo con gusto á la indicación hecha por la Junta Facultativa de la Academia al dar informe sobre esta obra, sobre lo conveniente que sería dar á conocer este valioso auxiliar de la Taquimetría, se ha añadido en el Apéndice, pero prescindiendo del uso y manejo de la regla logarítmica por estudiarse en el Álgebra elemental.

El capítulo VI, dedicado á los levantamientos expeditos es el que más aplicación directa tiene para el militar, habiendo procurado reunir en él los instrumentos y medios más adecuados que se conocen, para que en cualquiera ocasión pueda obtener el mejor resultado posible.

Considerados los levantamientos bajo el punto de vista puramente topográfico, se ha prescindido de toda clase de consideraciones tácticas; pero con objeto de que

el alumno pueda obtener algún fruto en las prácticas relativas á esta clase de reconocimientos, se termina el capítulo VI con un ligero resumen de los detalles topográficos de que deben constar, según el objeto á que se les destina; detalles que, en general, han sido tomados del Reglamento de campaña.

En el capítulo VII, dedicado al dibujo y copia de planos, no se ha entrado en más detalles que los necesarios para completar la instrucción que el alumno recibe en la clase de Dibujo.

Respecto á los *Apéndices*: en el I, complemento del capítulo VI, se han reunido los principales equipajes topográficos usados en la Topografía irregular y de algunos de los cuales existen monografías especiales que acompañan á los aparatos; en el II, se indican las comprobaciones y correcciones á que se hallan expuestos los instrumentos más usuales; en el III, los diversos métodos gráficos y numéricos que pueden emplearse para los cálculos de las operaciones topográficas, así como los modelos más á propósito para los registros de campo y gabinete; terminando la obra con una reseña de las escalas y ocho láminas en colores con los signos convencionales reglamentarios en España para el dibujo de los planos topográficos.

Difiere esta edición de la primera, publicada en Diciembre de 1887, en la corrección minuciosa de las erratas que contenía y en algunas variaciones y pequeños aumentos que se han hecho, principalmente en los *Apéndices*, con el fin de que el alumno pueda tener en éstos un libro de consulta donde halle la descripción de todos los aparatos más modernos y útiles, y sin que por esto se haya

aumentado la parte de lecciones que comprende el programa.

En los nonios se ha generalizado la teoría para el caso de que éstos tengan su graduación en sentido inverso que los limbos.

En la nivelación se ha puesto como nota el método de las dobles pendientes.

En la nivelación de detalles se ha considerado el caso particular de los sondeos, de gran importancia para el militar.

En el *Apéndice I* se ha descripto la nueva brújula del equipaje de Peigne, el topógrafo de Poinot y el orógrafo de Schrader, aparatos modernos y de gran utilidad.

Por último, en el *Apéndice II* se ha ampliado la verificación y corrección del nivel de burbuja de aire para hacerla más comprensible.

El Autor.

Madrid, Noviembre, 1891.

CURSO DE TOPOGRAFÍA



INTRODUCCIÓN

1. **Definiciones.**—Topografía (1) es la ciencia que tiene por objeto el estudio y la representación detallada de los accidentes que presenta el terreno en una corta extensión.

La Topografía es una aplicación de los principios de la Geometría pura, lo cual ha hecho que indebidamente se la llame por algunos Geometría práctica, siendo así que bajo esta acepción no sólo deben considerarse las aplicaciones á la representación del terreno, sino que también las concernientes á la Mecánica, Física, Arquitectura, etc.

La *Topografía* es una rama de la Geografía y de la Geodesia, viniendo á ser el complemento de ambas.

La *Geografía*, teniendo por objeto la descripción de la tierra, y la *Geodesia* la determinación de su forma geométrica y dimensiones, abarcan una extensión grande de superficie terrestre y no pueden detenerse en los minuciosos detalles de forma y medida de las pequeñas porciones de terreno, dejando esta misión á la Topografía.

2. **Forma de la superficie terrestre.**—Las operaciones geodésicas han hecho ver que la tierra afecta una forma irregular que se aproxima mucho á la de una elipsoide de revolución en que el eje menor, ó sea el de los polos, se diferencia del mayor,

(1) De *topos*, lugar, y *graphos*, yo describo.

ó sea el del ecuador, en una (1) cantidad muy pequeña, por lo cual la Geografía, no necesitando de una precisión tan grande como la Geodesia, admite que la figura de la tierra es la de un esferoide; figura más conocida y fácil de estudiar.

La Topografía, abrazando tan sólo extensiones pequeñas de terreno, admite aún más, puesto que al casquete esférico ó parte de superficie terrestre ocupada por el terreno, se le supone substituído por el plano tangente á esta superficie en el medio del casquete; demostrándose por el cálculo que los errores cometidos en esta substitución son tan pequeños relativamente á los que se cometen en las operaciones topográficas, que puede hacerse la substitución sin inconveniente alguno (2).

3. **Mapas ó planos en general.**—En Geografía y Geodesia se hace en general la representación de la superficie terrestre por medio de los mapas ó cartas (3).

La Topografía también emplea medios análogos, pero el nombre de *mapa* se substituye casi siempre por el de *plano topográfico*.

Los mapas geográficos son, en general, los que representan sin grandes detalles, ó toda la superficie terrestre, en cuyo caso se llaman *Mapamundi*; ó extensiones considerables de ella, como Europa, España, etc. Si representan la extensión de una provincia, se llaman *corográficos*.

Planos *topográficos* son los destinados en general á representar minuciosamente extensiones pequeñas de terreno, como la de un término municipal ú otras menores.

4. **Diferencias entre mapas geográficos y planos topográficos.**—Los mapas geográficos representan en una pequeña superficie plana, una gran extensión de superficie terrestre y no

(1) El aplastamiento terrestre está calculado últimamente en $\frac{1}{293,46}$.

(2) El radio terrestre es aproximadamente $R=6.366.198$ metros; el arco rectificado de un grado centesimal de meridiano terrestre es de unos 100.000 metros de longitud, y la parte de tangente trazada en el punto medio del arco de un grado y terminada en los radios que pasan por los extremos de este arco, es de 100.002,02 metros; existiendo una diferencia de 2,02 metros entre la longitud del arco y la de su tangente; cantidad muy pequeña comparada con la longitud del arco, y á la cual no suelen llegar los levantamientos topográficos.

(3) *Carta*, palabra afrancesada.

pueden contener más detalles que los relativos á las cadenas de montañas con sus ramificaciones, los principales cursos de aguas, las vías de comunicación más importantes, así como la posición de sus principales poblaciones, etc.

Los mapas corográficos contienen mayor número de detalles, como son: el relieve del suelo, los cursos de agua y vías de comunicación, así como todos los pueblos, por pequeños que sean, pero sin detallar su interior.

Los planos topográficos contienen con detalles en general muy minuciosos, las formas y accidentes del terreno representado, como barrancos, escarpados, arroyos, edificios aislados ó agrupados, ferrocarriles, caminos, hasta las sendas de menor importancia, y muchas veces las lindes de los distintos cultivos, etc., etc.

El complemento de los mapas geográficos ó corográficos, es el conjunto de planos topográficos que representan con detalles toda la superficie ocupada por el mapa.

5. Necesidad y utilidad de los planos topográficos.—Los planos topográficos son de absoluta necesidad para una Nación, puesto que en la parte civil son la base para los proyectos de las grandes empresas constructoras, como caminos, canales, etc.; son también la base para el conocimiento de la riqueza agrícola, sirviendo además para el estudio físico y geográfico, puesto que dan á conocer, por su comparación con el terreno, las modificaciones experimentadas por el suelo en el transcurso del tiempo.

Si de la parte civil se pasa á la militar, su importancia es también grande y aumenta cada día á causa de las modificaciones últimamente sufridas por el arte de la guerra en todas sus ramas, y principalmente en los medios de comunicación y de transporte, así como en el alcance de las armas.

Todo militar está obligado á conocer la Topografía, puesto que en campaña no podrá ni deberá emprender nunca una operación, por pequeña que ésta sea, sin que conozca ó trate de conocer el terreno en el cual va á operar; y esto se consigue solamente ó por medio de planos hechos de antemano, ó por

reconocimientos que tendrá que verificar muchas veces al frente del enemigo.

Los oficiales de todas las Armas han de encontrar siempre un auxilio eficaz y poderoso en los planos topográficos, ya estén hechos de antemano, ya sean levantados por ellos.

6. **Escalas.**—*Su necesidad y elección.*—Las escalas usadas en Topografía, son las conocidas por la Geometría y por el sistema de acotaciones, empleándose unas veces las numéricas, y otras, que son las más, las gráficas.

Las escalas son de necesidad en Topografía, puesto que tratándose de representar en los planos la figura semejante á la proyección del terreno, hay necesidad de establecer la relación de semejanza y sujetarse á ella en todas las líneas que se tracen en el plano.

La elección de la escala no es arbitraria, pues de ella depende en gran parte el número de detalles que puede contener un plano, puesto que habrá muchos que por su pequeñez, al reducirles con arreglo á la escala, tendrán en el plano una magnitud inapreciable; además, la claridad de éstos depende también de su escala, puesto que cuanto mayor sea ésta, la misma superficie de terreno ocupará mayor espacio en el papel y todos los detalles serán mayores. Esto puede hacer creer que se deben siempre elegir escalas grandes, pero no es así; pues tienen el inconveniente de que aumentan mucho el tamaño de los planos, perdiendo éstos gran parte de sus ventajas.

La elección de la escala no es, pues, arbitraria, y en los servicios civiles y militares, están reglamentadas según los casos. Al final se indican en un cuadro las vigentes en España, tanto en la parte civil, como en la militar.

7. *Influencia de la escala en los planos.*—**Errores.**—En el párrafo anterior se ha indicado la influencia que puede tener la escala en la representación de un plano topográfico; pero se puede hacer notar aún más, si se tiene en cuenta que al representar en el papel una longitud cualquiera, los medios que están á nuestro alcance son los lápices y compases, cuyas puntas siempre tienen cierto grueso por muy finas que sean, lo que

obliga á cometer errores mayores ó menores, visibles unas veces y otras que pueden pasar desapercibidos.

Si se supone, por ejemplo, que el punto material marcado por la punta de un lápiz muy afilado ó por la de un compás, tiene una dimensión E , toda aquella que sea menor que ésta pasará desapercibida para nuestra vista en el papel, y todos los detalles del terreno menores que $E \times m$ (siendo m el denominador de la escala), no tendrán representación geométrica en el plano.

8. *Ejemplo*: Para ver hasta qué punto puede ésta influir, supongamos dos planos, uno en escala de $\frac{1}{500}$ metros y otro en escala de $\frac{1}{50000}$. Multiplicado E por 500 y por 50.000 y suponiendo que E es igual á 0^m,0002, límite de la cantidad inapreciable á la vista, se tendrá:

$$0^m,0002 \times 500 = 0^m,1$$

$$0^m,0002 \times 50000 = 10^m,$$

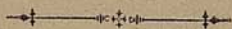
lo cual hace ver que en el primer plano sólo pasan desapercibidos objetos menores de un decímetro de longitud, mientras que en el segundo los menores de 10 metros no tienen representación.

9. *Límite del error inapreciable*.—En general no hay acuerdo sobre el verdadero valor de E ; unos le hacen igual á 0^m,0002; otros á 0^m,0001 y 0^m,0006, y otros, como la Escuela Militar Belga, á 0^m,0008. En lo sucesivo se admitirá siempre el valor de $E=0^m,0002$ como el más usado en nuestro país.

10. *Exactitud relativa de los planos*.—El valor atribuido á E da lugar á tener muy en cuenta la elección de la escala, según el grado de exactitud que se desee obtener. En efecto, se admite en Topografía como un axioma, que no es posible hacer ninguna operación topográfica sin cometer errores, puesto que se ha de operar con instrumentos salidos de la mano del hombre y, por lo tanto, imperfectos; y aun suponiendo que no lo fueran, los errores no podrían desaparecer, pues la imperfección de nues-

tros sentidos haría que, al usar estos aparatos, se cometieran también errores.

La exactitud absoluta no puede, pues, existir en un plano topográfico, y la relativa no depende sino de conseguir en todo plano que los errores cometidos sean despreciables por pasar desapercibidos para nuestra vista á causa de su pequeñez menor que el valor E establecido como límite. Así, pues, volviendo al ejemplo anterior «tan exacto será el plano en que se hayan cometido errores menores de $0^m,1$, como aquel en que se hayan cometido otros menores de 10 metros, siempre que la escala del primero sea de $\frac{1}{500}$, y la del segundo de $\frac{1}{50000}$.»



PRIMERA PARTE



Representación y estudio del terreno.

Capítulo I.

REPRESENTACIÓN GENERAL DE LAS SUPERFICIES TOPOGRÁFICAS

11. **Medios de representación.**—La representación de un terreno cualquiera exige varias condiciones á veces contradictorias; y para que sea aceptada como buena, es necesario: 1.º, que permita formar una idea clara de todo el terreno que abarca, así en el conjunto como en los detalles que en él se encuentran; 2.º, que esté hecha con arreglo á una escala, para que se puedan deducir de sus magnitudes las homólogas del terreno; 3.º, que sea fácil de transportar de un lado á otro, pudiendo ser llevada al mismo terreno que representa si fuese esto necesario, y 4.º, que su ejecución sea sencilla y de poco costa, pudiendo reproducirse fácilmente sacando copias de ella.

No hay ningún sistema de representación que satisfaga por completo á todas estas condiciones; en efecto, tres son los medios comunmente empleados y que á continuación se describen.

12. 1.º **Relieves.**—Si todos los accidentes de un terreno se suponen reducidos en sus magnitudes con arreglo á una escala, se tendrá, respecto á forma, una figura semejante en un todo á la propuesta. Si esta figura se moldea con barro, cera, madera, etc., se tendrá el *relieve*, que no es otra cosa que lo llamado vulgarmente un modelo en pequeño.

Ningún sistema como este reúne condiciones que satisfagan á las dos primeras enunciadas; pero se comprende que el mucho peso y volumen del modelo, la dificultad que presenta en su ejecución y reproducción y, por último, su excesivo coste, le hacen inadmisibles en la generalidad de casos. Existen, sin embargo, algunos relieves; pero en general son modelos de formas del terreno para el estudio de los planos ó de obras de importancia, como partes difíciles de trazados de caminos de hierro, obras de fortificación, etc.; pero estos relieves, más bien que de utilidad práctica, sirven de curiosidades en Museos ó Gabinetes.

13. 2.º **Perspectivas.**—La *perspectiva* es un medio bueno de representación para dar idea de un conjunto, pero presenta el inconveniente de que casi todas las magnitudes quedan deformadas y referidas á escalas de perspectiva poco conocidas y difíciles de manejar por los que sólo conocen los principios elementales de la Geometría.

Este medio suele emplearse en Topografía como auxiliar para la representación de algunos detalles aislados é importantes, sobre los cuales quiere llamarse la atención.

Existen, sin embargo, algunos planos antiguos en que se ha empleado el sistema de perspectivas más ó menos caprichosas, tomadas á vista de pájaro y que adolecen de los defectos ya indicados para esta clase de representación.

La *fotografía* puede servir de poderoso auxiliar para las representaciones de esta clase.

14. 3.º **Planos acotados.**—La *Geometría descriptiva*, con sus dos planos de proyección, no resuelve tampoco el problema; pues en el tratado de acotaciones se ve que la proyección vertical no resultará inteligible á causa de la poca diferencia de altura de los diversos detalles de un terreno, comparada con la gran extensión de su proyección horizontal.

Los *planos acotados* son los únicos que pueden dar solución al problema; puesto que la proyección horizontal da con exactitud la figura semejante á la de proyección horizontal del terreno, y el sistema de curvas horizontales, es lo suficientemente aproximado para dar á conocer el relieve. El estar hecho sobre

el papel, le hace sumamente manuable; su poco coste y la facilidad de poder sacar de él las copias que sean necesarias, y esto por dibujantes aunque sean medianos, hacen sea éste casi el único medio general de representación empleado en la Topografía, por lo cual se detallará á continuación.

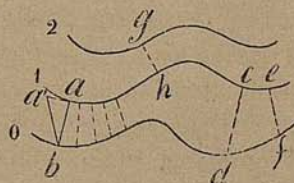
15. *Desarrollo del método.*—En todo plano acotado hay que distinguir las longitudes del terreno, que se llaman *métricas* ó *naturales* y las homólogas del plano, según la escala de éste, las cuales se llaman *gráficas*. Entre unas y otras existe la relación indicada al tratar de las escalas; ó sea que la métrica ó del terreno, es siempre igual á la gráfica por el denominador de la escala; é inversamente, ésta es igual á la métrica dividida por el denominador de la misma.

Conocido este sistema de representación por las lecciones de planos acotados, en que se halla aplicado á una superficie cualquiera irregular, sólo resta particularizarle para el caso en que esta superficie sea la del terreno, superficie que recibe el nombre de *topográfica*, y á la cual se adapta este sistema mejor que á otra cualquiera.

16. *Curvas horizontales.*—Las curvas horizontales dividen á la superficie del terreno en zonas ó fajas irregulares que pueden ser substituídas aproximadamente en la práctica por superficies geométricas de generación conocida; con lo cual se consigue tener completamente determinada toda la superficie con la aproximación necesaria.

En efecto, se enseña en los planos acotados, que trazadas las curvas, por ejemplo, de metro en metro (fig. 1.^a), queda siempre entre dos curvas consecutivas una zona de terreno al parecer indeterminada; pero suponiendo que una recta ab , por lo menos normal á una de las curvas, vaya apoyándose en las dos, se engendrará la superficie geométrica que substituye á la irregular del terreno, con tanta más aproximación cuanto menor sea la distancia vertical que separe

Fig. 1.^a



las curvas, ó lo que es lo mismo, menor altura tengan las zonas.

17. *Equidistancia natural y ventajas de que sea constante.*—Se admite generalmente que en un mismo plano topográfico, la altura de sus zonas sea igual; recibiendo ésta el nombre de equidistancia natural, la cual se acostumbra á representar por E .

La equidistancia natural constante para un mismo plano es muy ventajosa. En efecto; basta conocer ésta y la cota de una sola curva, para que todo el plano quede determinado. Viniedo, además, dadas las pendientes del terreno en sus diversas zonas por rectas tales como la ab ; siempre que dos curvas estén igualmente separadas horizontalmente, la pendiente de la zona será la misma, puesto que esta pendiente no es sino la relación

$\text{tag } \alpha = \frac{aa'}{ab}$ en que aa' y ab , son respectivamente la equidistancia y la separación de las curvas en sentido horizontal.

La relación $\frac{aa'}{ab}$ hace ver también que siendo aa' constante, la pendiente depende de ab , ó sea de la separación de las curvas; siendo aquélla tanto mayor ó menor, cuanto inversamente sea menor ó mayor esta separación; pudiendo establecerse como principio, «que en un mismo plano con equidistancia constante, á mayor, igual ó menor separación de dos curvas consecutivas, corresponden menores, iguales ó mayores pendientes en aquella parte del terreno»; así en cd , la pendiente es menor que en ab , por ser $cd > ab$, en ef igual á ab por ser $ef = ab$ y en gh , mayor; por ser $gh < ab$.

18. *Inconvenientes.*—Las ventajas de la equidistancia natural constante en un mismo plano, no está exenta de algún inconveniente que obliga á veces á emplear dos equidistancias, según el terreno que en él se representa. En las partes llanas ó poco onduladas, la separación de las curvas es muy grande, y en cambio, en las montuosas ó de gran pendiente, pueden quedar las curvas tan unidas que hagan el dibujo confuso.

19. *Ejemplo:* Sea, en efecto, un plano en escala de $\frac{1}{10000}$

con una equidistancia de 5 en 5 metros, la cual reducida á escala, será igual á $\frac{5}{10000} = 0^m,0005$.

La expresión $\text{tag } \alpha = \frac{a a' = \text{constante}}{a b}$, indica que $a b$

depende de $\text{tag } \alpha$ y está en razón inversa con ella; luego la separación de las curvas en el plano, será tanto mayor cuanto menor sea la pendiente ó el terreno sea más llano; é inversamente para los montuosos.

Si se supone que el terreno en la parte llana tiene una pendiente de $\frac{1}{100}$ y en la montuosa una de $\frac{1}{2}$, la separación $a b$ de las curvas, se obtendrá por la fórmula

$$a b = \frac{a a'}{\text{tag } \alpha} = \frac{0^m,0005}{\frac{1}{100}} = 0^m,05, \text{ para el primer caso, y}$$

$$a b = \frac{a a'}{\text{tag } \alpha'} = \frac{0^m,0005}{\frac{1}{2}} = 0^m,0010, \text{ para el segundo; es}$$

decir, que en tanto que las curvas en una parte del plano van dejando zonas de cinco centímetros de anchura, en la parte montuosa son éstas de milímetro; y si en vez de tomar la pendiente de $\frac{1}{2}$, se tomase la límite de $\frac{1}{1}$, ó sea de 45° , se tendría:

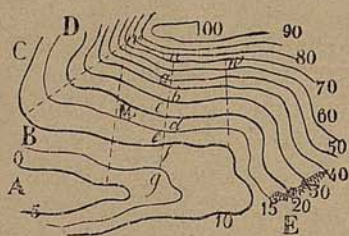
$$a b = \frac{0^m,0005}{\frac{1}{1}} = 0^m,0005 \text{ y las curvas estarían formando en}$$

esta parte zonas de medio milímetro de anchura.

20. *Elección de dos equidistancias.*—Puede evitarse en la práctica este inconveniente, eligiendo dos equidistancias métricas distintas dentro del mismo plano, una pequeña para las partes de poca pendiente y otra mayor para las montuosas, procurando

siempre que la segunda sea múltiple de la otra para mayor comodidad. Así, si un plano tiene la

Fig. 2.^a

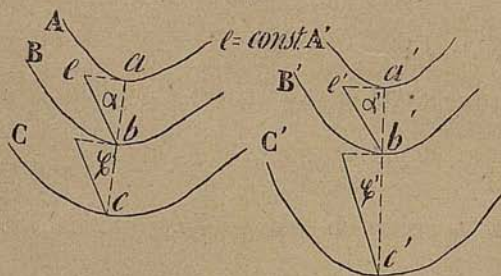


equidistancia natural de 5 en 5 metros, se puede tomar la de 10 en 10 para la montuosa, y en este caso las curvas que en la primera parte corresponden á esta equidistancia se las hace un poco más finas, como las *B* y *D* de la figura 2.^a, equivaliendo á curvas interpoladas.

21. *Equidistancia gráfica.*—Si en vez de un plano acotado se construye un relieve, la altura que en él tendrán las zonas será la equidistancia gráfica, la cual se deduce de la natural por la fórmula $e = \frac{E}{M}$ en que e es la gráfica, E la natural, y M el denominador de la escala del dibujo.

22. *Ventajas de que sea constante.*—La equidistancia gráfica constante en los planos, tiene la ventaja de que cualquiera que sea su escala, siempre se verifica que á igualdad de separación horizontal de las curvas en el plano, corresponde igualdad de pendiente. Sean, en efecto, dos planos

Fig. 3.^a



sea su escala, siempre se verifica que á igualdad de separación horizontal de las curvas en el plano, corresponde igualdad de pendiente. Sean, en efecto, dos planos

en escala de $\frac{1}{M}$ y $\frac{1}{M'}$ respectivamente (fig. 3.^a), y en ellos las curvas *A*, *B*, *A'* y *B'* separadas, la misma cantidad, siendo la equidistancia gráfica e , igual en ambos. Las pendientes del terreno en las partes *AB* y *A'B'* de las zonas, serán, $\tan \alpha = \frac{e}{ab}$

y $\tan \alpha' = \frac{e}{a'b'}$; pero como $ab = a'b'$, $\tan \alpha = \tan \alpha'$.

Si como sucede en las partes BC y $B'C'$, la separación $b c$ es menor que la $b' c'$, se tendrá $\text{tag } \beta = \frac{e}{b c}$ y $\text{tag } \beta' = \frac{e}{b' c'}$ lo que indica que $\text{tag } \beta > \text{tag } \beta'$, análogamente á lo que se ha dicho cuando se trataba de un solo plano con curvas equidistantes.

Las ventajas que presenta la equidistancia gráfica constante en todos los planos, cualquiera que sea su escala, es, que correspondiendo siempre á pendientes iguales, igual separación en las curvas, se pueden comparar mejor unos planos con otros y llegar á adquirir el hábito de leer en ellos con gran facilidad toda clase de pendientes á fuerza de verlas siempre representadas del mismo modo.

23. *Inconvenientes.*—Las ventajas anteriores están contrarrestadas á veces con inconvenientes que hacen hasta imposible la elección de una equidistancia gráfica constante para todos los planos.

En efecto, siendo e constante, la equidistancia natural E depende del denominador de la escala, puesto que se sabe que $e = \text{constante} = \frac{E}{M}$ y variando M tiene que variar E . Esto obliga á que en el terreno sea preciso trazar las secciones horizontales, no á la altura necesaria según su estructura, sino á la que da el valor de E deducido de la fórmula $E = e \times M$.

24. *Ejemplo:* Sea, por ejemplo, un plano en escala de $\frac{1}{1000}$ con la equidistancia gráfica $e = 0^m,0005$, y otro en la de $\frac{1}{20000}$ con la misma equidistancia. Los valores de la equidistancia natural serán $E = 0,0005 \times 1000 = 0^m,5$ y $E' = 0,0005 \times 20000 = 10^m$; lo que indica que mientras en el terreno representado en el primer plano hay que trazar las curvas con una equidistancia natural de medio metro, en el segundo se trazarán de 10 en 10 metros; y como puede tratarse de terrenos análogos en ondulaciones ó pendientes, en el primero las zonas estarán quizá demasiado detalladas, mientras que en el segundo, ondulaciones de 9 metros pueden pasar desapercibidas.

25. *Equidistancias más usuales.*—Las ventajas é inconvenientes enunciados hacen que no exista nada en absoluto respecto á equidistancias; sin embargo, en la práctica se tratan de aprovechar siempre las ventajas de las equidistancias naturales constantes dentro de un mismo plano, á no ser en casos especiales, como los ya indicados, en que se eligen dos equidistancias, múltiple siempre la una de la otra.

Respecto á las equidistancias gráficas, también se suele hacer uso de dos ó tres valores para e , que se emplean según la escala del plano. Estos valores son $e=0^m,001$, $e=0^m,0004$, $e=0^m,0005$, $e=0,00025$, $e=000125$, etc.

El primer valor es el que se emplea en terrenos montuosos, en que una equidistancia menor haría confuso el dibujo por la estrechez de las zonas; el tercero es el que tiene en general más aplicación práctica.

El segundo es el valor de la equidistancia en el mapa de España del Instituto Geográfico en que la natural es de 20 metros, siendo $\frac{1}{50000}$ la escala del plano. El cuarto y quinto son los del mapa del Estado Mayor francés, cuya escala es de $\frac{1}{80000}$.

26. *Inconvenientes del sistema de las curvas horizontales.*—Las curvas horizontales que tantas ventajas presentan para la representación del terreno hasta el punto de ser el método más adoptado por casi todos los países, no está exento de inconvenientes.

En los terrenos llanos donde las pendientes son muy pequeñas, la separación de las curvas es muy grande, y aunque se ha indicado, pueden tenerse en el plano dos equidistancias; sin embargo, no es bastante, y cuesta trabajo darse cuenta del relieve por curvas que ni son en general paralelas ni están lo suficientemente próximas para relacionarlas de un golpe de vista con las inmediatas; y los detalles que existen en las zonas, no pueden relacionarse tampoco con gran rapidez á las curvas que

la forman para determinar su cota, á causa de la mucha separación que existe entre ellas.

En los terrenos de pendientes muy rápidas, la unión de las curvas es muy grande y hay que acudir á signos convencionales, como pasa con los terrenos escarpados en que sería imposible marcar las curvas, como se ve en la figura 2.^a, en que se presentan cortadas al llegar á dicho accidente *E*.

27. Representación por líneas de máxima pendiente.—De lo dicho resulta, que aunque realmente la representación del terreno queda hecha sólo con las curvas horizontales, en algunos casos, para dar más efecto á los planos, se suelen combinar con las normales, que como se sabe por el sistema de acotaciones, no son otra cosa que las generatrices de las zonas en que queda dividido el terreno por las curvas.

Las proyecciones de estas normales son á su vez normales á las proyecciones de las curvas correspondientes, y teniendo acotados los puntos comunes con éstas, se pueden determinar sus escalas de pendiente y, por consiguiente, las cotas de todos los puntos de las zonas en que las curvas dividen el terreno; todo lo cual ha sido demostrado en las acotaciones.

28. Líneas de máxima pendiente.—Las normales por sí solas constituyen un sistema de representación, puesto que combinando la normal *ab* en un punto *a* de una zona, con la *bc* trazada en la segunda zona por el punto *b* donde termina la primera, y ésta con la *cd* y así sucesivamente, se llegará á trazar la línea de máxima pendiente *abcdefg* que pasa por el punto *a*; y repitiendo la operación en otros varios puntos *n'*, *n''*, etc., se podrá llegar á formar un conjunto de líneas de máxima pendiente para figurar el terreno; líneas que por sí solas bastarán para la representación, puesto que no son otra cosa sino las líneas quebradas que substituyen á las verdaderas curvas de máxima pendiente del terreno. Todos los puntos de estas líneas pueden ser acotados, puesto que se conocen las cotas de los trozos rectos *ab*, *bc*, *cd*, en que se ha descompuesto; pero si se desea conocer la cota de un punto intermedio entre dos líneas de máxima pendiente tal como el *M*, no es posible conseguirlo

si antes no se han unido por un trazo continuo todos los puntos de igual cota de estas líneas para trazar las curvas horizontales.

29. *Inconvenientes del método de las líneas de máxima pendiente.*—En vista de lo expuesto, el método de representación por las líneas de máxima pendiente, no presenta las ventajas del de las curvas horizontales, puesto que para que quede representado por completo el terreno, hay necesidad de trazar además dichas curvas.

Por otra parte, á simple vista, las curvas horizontales dan idea del relieve mejor que estas líneas de máxima pendiente; por lo cual este sistema de representación aislado se usa pocas veces.

30. *Trazos.*—Las partes *a b*, de las normales comprendidas entre las dos curvas de una zona, se llaman trazos y no son otra cosa que las proyecciones de las generatrices de esta zona. Estos trazos, por su mayor ó menor longitud, representan, según se sabe, la mayor ó menor pendiente del terreno en aquella parte de la zona; así, pues, combinados con las curvas horizontales acusan mejor el relieve; motivo por el cual se han empleado y aún se emplean en muchos planos.

31. *Ventajas é inconvenientes de los trazos.*—La representación por curvas horizontales y trazos, presenta la ventaja de poder comparar mejor á simple vista la separación de las dos curvas de una zona y darse cuenta con más acierto de la pendiente en cada uno de sus diferentes puntos. La comparación de unas zonas con las inmediatas, permite también apreciar con facilidad la diversidad de pendientes que hay en ellas, y, por consiguiente, en el trozo de terreno que éstas representan. Sin embargo, los trazos tienen el inconveniente de que, llenándose el plano de líneas, si bien le dan relieve, en cambio los detalles quedan oscurecidos, no destacándose con la claridad que lo hacen en los planos representados sólo por las curvas horizontales, razón por la que se va perdiendo la costumbre del uso de los trazos, y todo lo más se empleen en aquellas partes montuosas en las que en general existen pocos detalles, y donde en

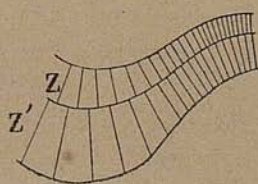
cambio pueden producir más efecto á causa de las pendientes rápidas que existen en estas clases de terreno, pues en ellas los trazos quedan muy unidos y son de poca longitud, siendo, por el contrario, muy espaciados y largos en los terrenos poco inclinados.

32. Principio de la luz cenital.—En los planos, en los cuales se conserva aún el sistema de trazos, hay reglas para su construcción, las cuales se estudiarán en la parte de dibujo; pero estas reglas están fundadas en el principio llamado de la luz cenital, que consiste en suponer que los planos están iluminados por la luz que cae verticalmente, ó sea perpendicular al plano de comparación, y, por consiguiente, según se sabe por la Física, las partes horizontales serán las más iluminadas, y la intensidad de la luz irá disminuyendo á medida que la pendiente es mayor.

Para sujetar la representación del plano á esa condición, se hace que los trazos sean del mismo grueso, pero que vayan uniéndose cada vez más á medida que van aumentando las pendientes, y de este modo la mayor cantidad de tinta que entra en magnitudes iguales de terreno, es mayor en los de más pendiente, resultando así más obscuro, como debe de ser por la ley de la luz cenital.

Si se tienen dos zonas Z y Z' (fig. 4.^a), de desigual pendiente, los trazos de la Z se trazarán más juntos que los de la Z' , y en la misma zona Z , se pondrán más unidos en la parte donde las curvas se acercan, pues de este modo se habrá dado insensiblemente el tono de luz que debe tener (1).

Fig. 4.^a

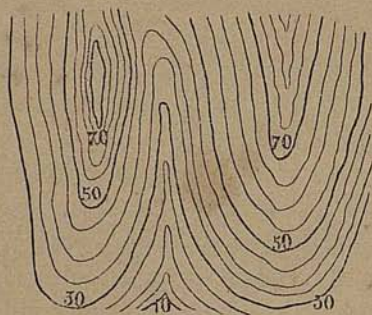


(1) Generalmente se sigue la ley de que la separación de los trazos debe de ser siempre la cuarta parte de su longitud; es decir, que si un trazo tiene en el dibujo una longitud de 0,008 metros, el trazo siguiente deberá estar trazado á una distancia de él igual á $\frac{1}{4}$ de 0,008 = 0,002-metros.

Existen también otras relaciones para el trazado de estas líneas, y su separación, pero se detallarán en la parte relativa al dibujo.

33. **Sistema de curvas paralelas á las horizontales.**—En algunos planos se emplea el sistema de curvas paralelas á las

Fig. 5.^a



horizontales, como se ve en la figura 5.^a, en la cual se han trazado tres curvas en cada zona, distinguiéndose las primitivas por un trazo más grueso.

Este sistema está acorde con el de la luz cenital, puesto que trazando el mismo número de curvas en cada zona, resultarán más

unidas en las zonas ó partes de zona más pendientes, y, por consiguiente, más obscuro el plano en estas partes; sin embargo estas curvas no dan á los planos el relieve que los trazos, y presentan todos los inconvenientes de éstos; por cuyo motivo se usan poco.

Existen otros métodos de representación cuyo fundamento es siempre el de curvas horizontales, pero no son de un uso general.

Capítulo II.

ESTRUCTURA DEL TERRENO

34. **Estudio del terreno y forma que afecta.**—Para efectuar el estudio del terreno, es necesario de antemano poder reconocer las diversas formas que afecta, así como la manera de estar representadas en los planos.

Al examinar una porción algo considerable de terreno, son tantas y tan irregulares las diversas formas que afecta en las diferentes partes de su superficie, que no parece posible encontrar relaciones entre unas y otras, ni entre ellas y figuras geométricas conocidas, así como tampoco nombres para distinguir las. La observación hace, sin embargo, que mirándolas con detenimiento y prescindiendo de ligeras irregularidades, distintas en cada caso, se vea que todas ellas puedan reunirse en dos grandes grupos, que son: superficies *llanas* y superficies *onduladas*.

Se reconocen las primeras, porque como su nombre ya lo indica, sino son verdaderas partes planas, presentan pliegues u ondulaciones tan pequeñas que pueden pasar desapercibidas; y las segundas, ó sean las *onduladas*, son conocidas porque se elevan ó están más bajas que las anteriores; recibiendo respectivamente los nombres de *elevaciones* ó *depresiones*.

En cada grupo existen formas variadas que reciben nombres diversos, y muchas veces distintos para una misma, según la localidad; pero debiendo ser conocidas por la Geografía descriptiva, no se indicarán aquí, limitándose únicamente á dar idea de las formas y accidentes elementales que pueden entrar en la pequeña extensión de terreno que abarca un plano topográfico.

35. **Formas elementales del terreno.**—En los planos topo-

gráficos existen partes de terreno, cuyas formas variadas se necesita reconocer para saberlas representar en el dibujo, é inversamente, una vez allí representadas, saber deducir las correspondientes del terreno.

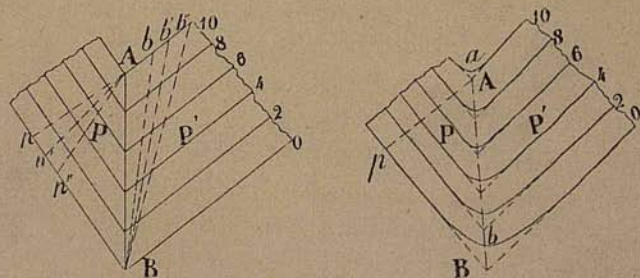
La reducción de estas formas irregulares á formas geométricas sencillas y ya conocidas, es el medio más adecuado para conseguirlo, puesto que estudiadas las propiedades de las formas geométricas, será fácil deducir las de las irregulares correspondientes.

En el Sistema de Acotaciones se hace ver lo que se entiende por planos que se cortan formando arista ó gotera; así como el modo de reconocerlos cuando se dan ó se trazan sus horizontales; y con esto será fácil demostrar que, toda forma elemental del terreno, puede ser estudiada como un sistema de dos planos que al cortarse forman arista ó gotera, puesto que toda elevación ó depresión, entrante ó saliente, puede asimilarse al caso de dos planos, cortándose del modo indicado.

36. **Elevaciones ó salientes.**—Toda ondulación del terreno que presente su convexidad al lado del observador, se llama *saliente* (1); y si se imaginan dos planos que se corten formando arista, podrán ser la representación geométrica aproximada de esta forma del terreno.

En efecto, si en un saliente cualquiera de éste se substituyen sus dos costados por dos planos P y P' (fig. 6.^a) que se

Fig. 6.^a



(1) Los franceses llaman *croupe* del alemán *Krop*, que significa protuberancia. En castellano algunos traducen *grupa* y denominan así á los salientes ó formas convexas.

apoyen sobre ellos; estos planos se cortarán formando arista, y el saliente quedará substituído por el sistema de estos planos y reducido para su estudio á una forma geométrica.

Si se trazan las curvas horizontales del saliente y las horizontales de la misma cota del sistema de planos P, P' , la figura de la derecha hace ver la dependencia que existe entre cada curva y las horizontales correspondientes de los planos, siguiendo estas horizontales direcciones aproximadas á las de aquéllas, excepto en la arista, en cuya parte la forma del terreno se encuentra redondeada á causa de la acción continua de las aguas y demás influencias atmosféricas á que el terreno se halla siempre sometido. La dependencia entre la forma geométrica y la del terreno se ve demostrada; y bastará solamente tener la precaución de redondear la parte correspondiente á la arista, para tener completo el paso de la forma geométrica á la del saliente.

37. *Divisoria de las aguas.*—La arista que geoméricamente es una recta AB y en el terreno es en general una línea curva $a b$, se la llama *divisoria de las aguas*, puesto que es la línea que separa las aguas que cayendo sobre el saliente corren por cada uno de sus flancos. Esta línea goza de una propiedad notable que la hace ser reconocida con facilidad, y es la siguiente:

«La divisoria de las aguas es la línea de menor pendiente que puede trazarse en una vertiente ó flanco del saliente.» En efecto, en la cara P , la oblicua que más se separa de la perpendicular $A p$, ó sea de la línea de máxima pendiente, es la AB que no es otra que la divisoria, la cual, siendo la más larga, es, por tanto, la de menor pendiente. Lo mismo sucede en la cara P' .

38. *Modo de reconocer un saliente y su divisoria.*—Observando las horizontales de los planos y las curvas horizontales correspondientes, se nota que éstas, á medida que van aumentando sus cotas, van siendo envueltas por las otras, presentando todas ellas su concavidad hacia la parte ascendente; siendo éste el carácter distintivo del saliente, y el medio de reconocer estas formas en los planos.

La divisoria de un saliente es muy fácil de reconocer en el terreno. En efecto, para el que desde el alto A del saliente quiera bajar por él, la línea de menor pendiente será la divisoria, puesto que entre las líneas que pasan por A sobre las dos vertientes, la AB es la más larga, como se ve en la figura al compararla con las Ap , Ap' etc., luego podrá ser reconocida por el observador al mirar hacia abajo, si busca con la vista en las inmediaciones del saliente el camino más largo AB y menos pendiente.

Para un observador colocado en la parte B y que quiera subir por el saliente, se verifica la inversa, pues por cualquiera de las dos vertientes que quiera hacerlo, siempre la BA será la más corta, como se ve comparándola con las Bb , Bb' , Bb'' , etc.; luego la divisoria mirada de abajo hacia arriba se presentará como la línea más corta y de mayor pendiente para subir, lo cual hará se pueda encontrar con facilidad.

39. **Entrantes.**—*Recogida, vaguada* ó *thalweg*.—Toda ondulación que presente su concavidad al lado del observador,

se llama en general *entrante* ó *valle*, y si se imaginan dos planos que se cortan formando gotera, ésta será la representación geométrica que más se le aproxime (fig. 7.^a)

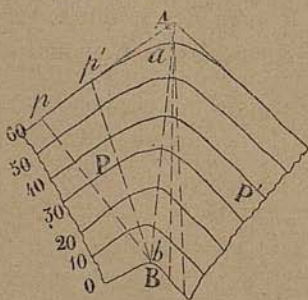
Los dos planos P y P' son los costados ó vertientes, y la intersección AB que forma la gotera es una línea que recoge las aguas que caen y se llama

recogida, vaguada ó línea de *thalweg* (1) de la forma del terreno.

Las curvas horizontales se deducirán análogamente que en el saliente, y la línea de recogida ó vaguada ab , quedará en la parte redondeada.

40. *Modo de reconocer un entrante y su recogida.*—Obsér-

Fig. 7.^a



(1) Thalweg, palabra alemana que significa *camino del valle*.

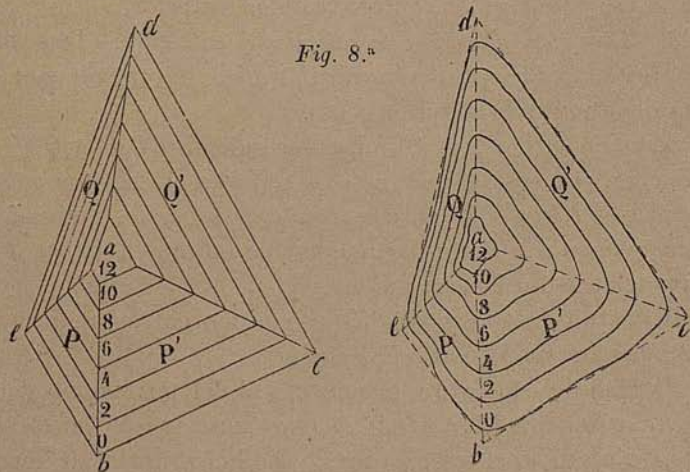
vando la dirección de las horizontales en los planos que forman gotera y recordando la regla deducida en el Sistema de Acotaciones, se verá que al substituir las horizontales por las curvas, las de mayor cota envolverán á las otras, lo cual hará reconocer todo entrante del terreno.

Respecto á la vaguada, tiene una propiedad inversa de la divisoria y que sirve para reconocerla.

En efecto, esta línea ab , es la de menor pendiente, y, por lo tanto, la más larga para el observador que la mira desde su punto más bajo b , como se ve en la figura; y, por el contrario, la de mayor pendiente ó la más corta, para el que mira desde la parte superior a .

Las dos formas elementales que se han indicado son las únicas que existen, pues todas las demás pueden siempre reducirse á estas combinadas de infinitud de maneras diferentes, que es como se encuentran en el terreno, puesto que aisladas no pueden existir.

41. **Formas compuestas.**—*Unión de dos salientes.*—Dos sistemas de planos P y P' y Q y Q' que, al unirse, forman arista, como se ve en la figura 8.^a, dan lugar á otros dos salientes formados por los planos PQ y $P'Q'$ que se cortan también en arista.

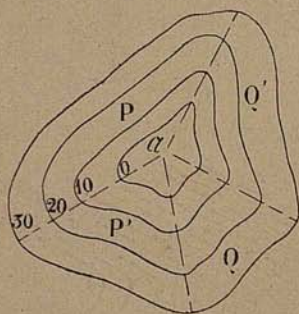


Si de estas formas geométricas se pasa á las del terreno, se obtendrá la representada á la derecha por las curvas redondeadas en las aristas, la cual no es otra cosa que la representación de un *mogote ó colina aislada*; primera forma compuesta de las elementales.

El examen de la figura hace ver con facilidad que las curvas de cota inferior envuelven siempre á las superiores y todas ellas son convexas hacia el exterior.

42. *Unión de dos entrantes.*—Dos sistemas de planos P y P' y Q y Q' (fig. 9.^a) formando go-

Fig. 9.^a



tera, al unirse en un punto a de sus intersecciones, dan lugar á otros dos entrantes, obteniéndose análogamente al caso anterior, la forma del terreno que es la representación de una *hoya ó embudo*: forma también compuesta y de fácil determinación, puesto que su carácter distintivo es el de que las curvas de cota superior envuelven siempre á las

inferiores, y todas ellas son convexas al exterior.

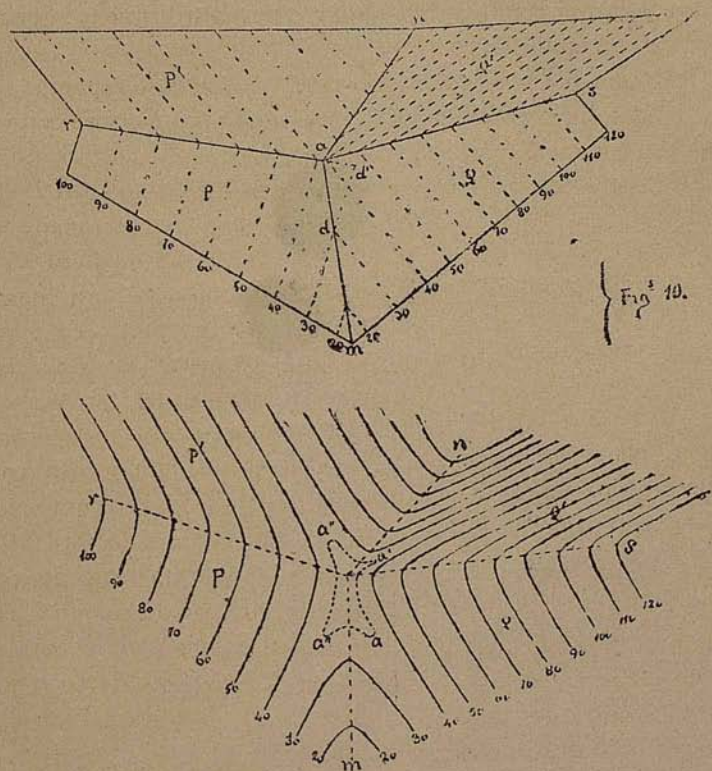
43. *Otro caso de unión de salientes ó entrantes.*—Dos salientes ó dos entrantes pueden también unirse de otra manera distinta de la indicada anteriormente.

Sean, en efecto (fig. 10), los dos salientes PP' y QQ' que se oponen por sus aristas, los cuales tienen el punto a común. Los planos PQ y $P'Q'$ al cortarse, dan lugar respectivamente á las goteras am y an formando dos entrantes, cuyas líneas de recogida serán las am y an .

El conjunto de los dos salientes con los entrantes forma un *punto de paso* análogo al *coll ó puerto*.

El paso de esta figura geométrica al del terreno no deberá presentar dificultad, sabiendo la representación de las elementales, sobre todo, si se han trazado las horizontales de los planos, y se ha tenido cuidado de tomar sólo la parte de éstas

hasta las nuevas líneas de recogida $a m$ y $a n$, como sucede en la 30 d' , en la que se ha prescindido de la parte $d d'$.



En la parte a existirá una pequeña planicie, como se ve en $a a' a'' a'''$ de la otra figura, la cual será el resultado de redondear las cuatro aristas que parten de dicho punto; planicie que existe en el terreno, formada por las tierras que arrastran las lluvias y vientos á lo largo de los salientes que forman el punto de paso.

44. *Otra manera de formarse el puerto.*—Se comprende que, si en vez de ser el sistema de los dos planos formando arista, hubiese sido el de los $P Q$ y $P' Q'$ formando gotera, se tendría

del mismo modo el *puerto*, puesto que las intersecciones de P con P' y de Q con Q' , hubiesen dado los dos salientes.

De aquí se deduce, que un *punto de paso* ó un *puerto* pueden estar formados por dos salientes que se oponen sus aristas corrándose en un punto, ó por dos entrantes que, reuniéndose sus líneas de recogida en un punto, se oponen también estas líneas.

El punto a presenta una particularidad notable que le hace distinguir de todos los demás. Para el que recorra el terreno por la divisoria desde r á s , es el punto más bajo de toda ella, y para el que le recorra por las líneas de recogida de aguas, de m á n es el punto más alto.

Las curvas que representan el *puerto* tienen la forma que se ve en la figura, siendo el resultado de la combinación de la distinta curvatura de los salientes y de los entrantes. De r á la curva cerrada $a'' a'''$, las de cota inferior van envolviendo á las otras; de s á a' sucede lo mismo, pero oponen su curvatura á las del saliente primero, de $a a'''$ á m las curvas de cota inferior son envueltas por las otras, así como de $a' a''$ á n , y estas curvas de los entrantes se oponen también su curvatura.

45. **Representación geométrica de un terreno cualquiera.**— Las formas elementales de salientes y entrantes han dado lugar por combinaciones sencillas y en pequeño número, á las formas compuestas ya examinadas como el *mogote* ó *colina*, la *hoya* y el *punto de paso* ó *puerto*.

Las combinaciones de mayor número pueden dar origen á todas las formas compuestas por complicadas que sean, puesto que siempre estarán formadas por varias elementales; y en cada caso se podrá descomponer la superficie irregular del terreno en una serie de entrantes y salientes en que cada uno será una forma elemental de las conocidas y fácil, por consiguiente, de representar.

46. **Comparación entre las formas topográficas y geográficas.**— La observación de las formas estudiadas y su comparación con las grandes ondulaciones que presenta la superficie terrestre, las cuales son estudiadas por la Geografía, hacen ver la gran analogía que existe entre unas y otras, no siendo

las primeras sino una reproducción en pequeño de las segundas, puesto que las grandes elevaciones que en éstas constituyen las cadenas de montañas con sus crestas y divisorias y que forman el sistema orográfico de una provincia, de una nación, etc., así como las depresiones que constituyen los valles con sus vaguadas ó thalwegs y que forman el sistema hidrográfico; están aquí substituidos por los pequeños *salientes* con sus correspondientes *divisorias* y por los pequeños *entrantes* con sus *vaguadas* combinadas bajo mil modos diversos para dar siempre lugar á una forma compuesta, reproducción en pequeño de alguna de las conocidas por la Geografía.

Una diferencia grande existe, sin embargo, entre unas formas y otras relativamente á su representación, y es la debida á la escala de los planos, sobre los cuales se ejecuta. Las grandes ondulaciones de la superficie terrestre representadas en los mapas geográficos, están indicadas en general por signos convencionales en vista de la imposibilidad de hacerlo de otra manera á causa de la pequeñez de las escalas; las cadenas de montañas, los grandes valles y cuencas se reconocen por una línea que representa la cresta ó divisoria ó la vaguada ó thalweg y sin más detalles, mientras que en los planos topográficos se acaba de indicar el medio de representación empleado, por el cual pueden estudiarse hasta los menores pliegues ú ondulaciones que presente el terreno.

47. **Representación de detalles por signos convencionales.**— Existen, sin embargo, detalles imposibles de representar en los planos tal como resultan por su reducción á la escala del dibujo, pues su tamaño puede llegar á ser en ésta menor que la magnitud que se ha indicado como límite para poder ser apreciada, ó sea la de 0,0002^m; y pueden, sin embargo, ser tan importantes que sea necesario consten en el plano.

Otros hay, que aunque por su tamaño tengan representación, no pueden dar idea de lo que en realidad son, y hay necesidad de convenios reglamentarios que establecen signos especiales para estos casos. Entre los primeros detalles se indi-

carán los caminos cuya anchura siendo en general pequeña, puede resultar al reducirla, menor que las 0,0002^m, y en general todos aquellos objetos que con arreglo á escala resultan menores que dicha cantidad. Supóngase dos planos en un mismo terreno ó terreno distinto, uno en escala de $\frac{1^m}{50000}$ y otro en escala de $\frac{1^m}{1000}$. Un camino de anchura de 5 metros y un objeto de estas dimensiones, estarían representados, en el primer plano, por una dimensión de $\frac{5}{50000} = 0,00001^m$, inapreciable y que quedaría sin representación, mientras que en el segundo plano, su dimensión sería $\frac{5}{1000} = 0,005^m$, la cual es perfectamente visible.

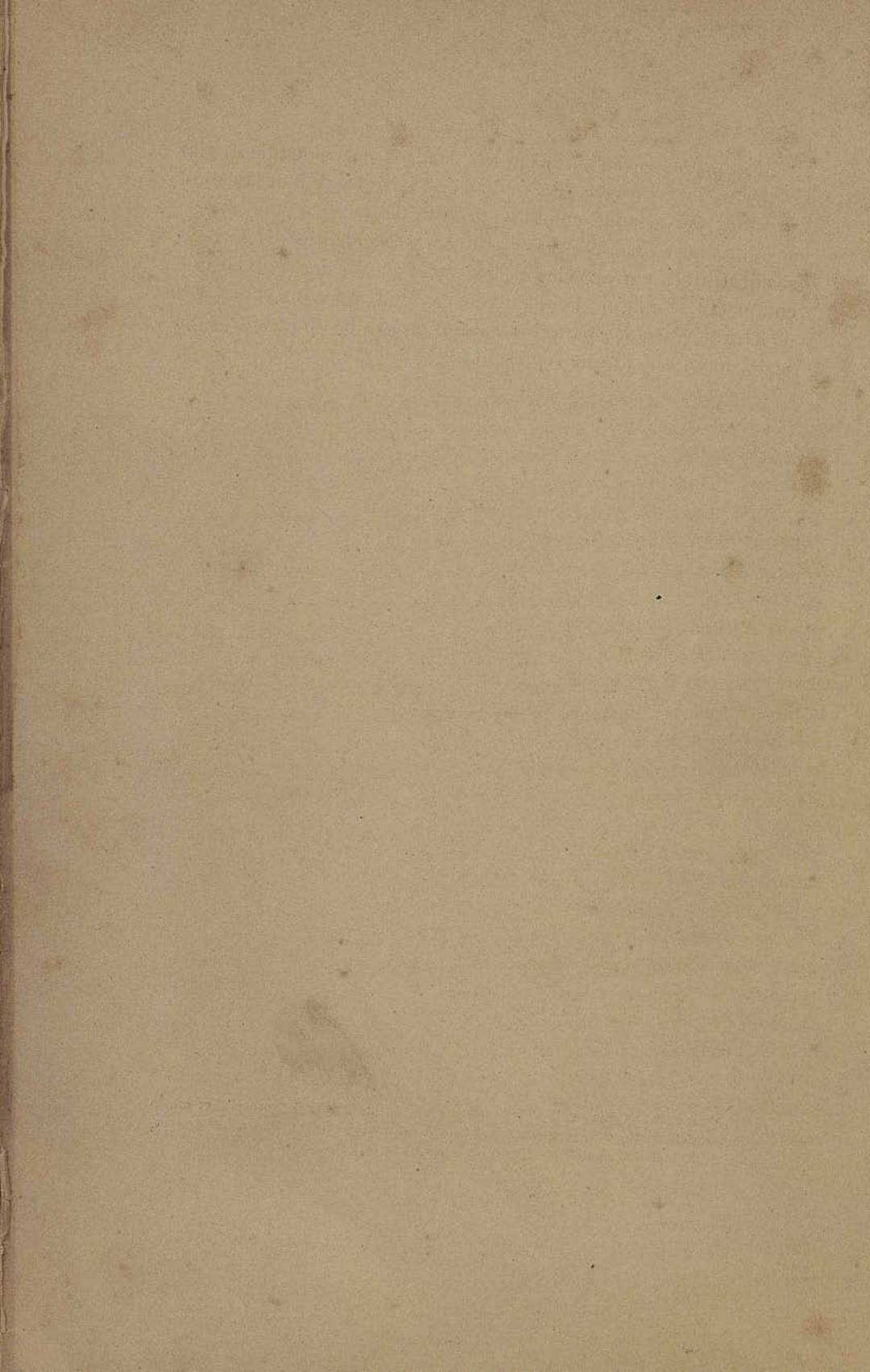
Entre los detalles de la segunda clase se indicarán, por ejemplo, obras de mampostería, que pueden ser fábricas, casas, cercas, estanques, etc., en las que nada diría la representación de su perímetro si no se tuviera establecido un convenio especial para la representación particular en cada caso. De aquí la necesidad de completar el sistema de representación empleado, bien sea el de las curvas horizontales, bien el de las normales, etc., con unos cuadros en que consten los convenios reglamentarios para toda clase de signos convencionales.

48. Cuadros de signos convencionales de Topografía.—Los reglamentarios son los del Instituto Geodésico y Topográfico relativos al mapa de España, y los del Depósito de la Guerra, para los servicios militares, los cuales se ven en las láminas del final de la obra, estando tomados de las instrucciones especiales de estos centros, habiendo preferido ponerlos juntos para que puedan verse los que son comunes á los dos ó las diferencias que existen entre algunos de éstos, así como los que no tienen representación.

Algunos de los signos convencionales sufren modificaciones, según la escala en que se haya de ejecutar el plano indi-

cándose estas variaciones en los cuadros correspondientes al Depósito de la Guerra. También en ellos se ve al final las abreviaturas más usadas cuando por falta de tiempo ó no ser de absoluta necesidad dibujar los diversos accidentes del terreno se substituyen por estas letras, las cuales en este caso son las que completan el plano (1). También van indicados los caracteres de letra más usados para los rótulos, según la importancia del accidente ú objeto que representa.

(1) No se entra en más detalles de representación de las formas del terreno por medio de trazos, del lavado, etc., porque no son oficiales estos métodos de representación y pertenecen más bien á la clase de dibujo donde se adquiere esta enseñanza.



Capítulo III.

LECTURA DE MAPAS Ó PLANOS

49. **Objeto y necesidad de este estudio.**—La lectura de mapas y planos tiene por objeto, enseñar á descifrar en éstos los variados accidentes del terreno que representan, reconstruyéndolos en la imaginación tales como son en realidad.

El trazado de un ferrocarril, de un canal, el proyecto de una construcción ú obra de ataque ó defensa, exige, no el conocimiento material del terreno, sino el de un plano sobre el cual pueda proyectarse. En la guerra, cuando se avanza ó retrocede, es de necesidad el conocimiento del terreno que se va á ocupar; y para ello no habrá en general más que un plano, el cual deberá dar cuantos datos se necesiten. Otras veces, aun estando en el terreno, no es posible abarcar todos los detalles que son necesarios, pues los plieges y ondulaciones les ocultarán al observador, sopena de cambiar de puntos de vista para los detalles que no se aperciban desde aquel en que se está colocado; el plano por sí solo, puede en cambio servir para representar bien el conjunto, bien cada detalle aislado si así es necesario, puesto que el observador se supone colocado sobre el plano de comparación y á una distancia infinita.

Los estudios en estos planos, no serán hechos en general por los que le levantaron, sino por otros que muchas veces, ni conocerán el terreno; y de aquí la necesidad grande de la lectura de planos para poderles descifrar con fruto.

50. **Relieves.**—El relieve, siempre acusa mejor que el plano todos los accidentes topográficos; basta tan sólo imaginar aumentadas proporcionalmente todas sus dimensiones para tener el conjunto del terreno; pero los inconvenientes que

tiene esta clase de representación (párrafo 12), hace que rara vez se pueda disponer de ellos por convenientes que sean. Sin embargo, para hacer el estudio de la lectura de planos, y acostumbrarse á las formas y ondulaciones del terreno, es muy conveniente y aun necesario tener uno, sobre todo si es de la localidad, teniendo además el plano correspondiente; pues de este modo se podrá hacer el estudio comparativo entre el terreno y el relieve, entre éste y el plano y entre el primero y el plano.

51. **Estudio de las ondulaciones del terreno en el sentido horizontal y en el vertical.**—La superficie del terreno se presenta al observador formando ondulaciones en el sentido horizontal y en el del relieve.

La sucesión de entrantes y salientes de que está formado el flanco de una colina ó montaña comprueba esto por completo, y en su proyección horizontal quedan bien definidos estos mo-

Fig. 11.

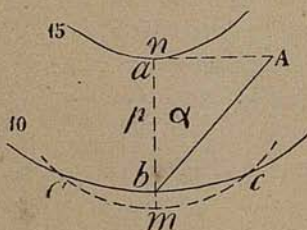
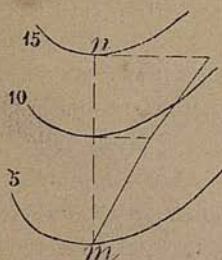


Fig. 12.



vimientos, que se reconocen con facilidad en el plano; pero los movimientos ú ondulaciones en el sentido vertical, no se presentan tan claros al observador que le examina, y tiene que recurrir para verles á los conocimientos adquiridos en el Sistema de Acotaciones, sirviéndole sobre todo de gran auxiliar los perfiles, que son los que mejor acusan el relieve en una dirección determinada.

52. **Perfiles.**—El perfil de una zona es geoméricamente una recta (figura 11), pero en el terreno es una curva que se aproxima tanto más á la recta, cuanto menor es la equidistancia métrica.

El perfil de dos zonas es una línea quebrada cóncava hacia la parte superior (fig. 12) si la separación de las curvas en la parte del

perfil va disminuyendo entre las de mayor cota; convexa (figura 13) si por el contrario va aumentando, y una línea recta (fig. 14) si esta separación es igual.

La superficie de estas zonas se dice que es cóncava, convexa ó dependiente uniforme en el sentido del perfil.

Si en vez de ser dos zonas, fuesen tres, seguirá la concavidad, ó convexidad si sigue la disminución ó aumento en las partes comprendidas entre las curvas; y la pendiente uniforme, si sigue la igualdad; pero existe un cuarto caso, que es cuando aumentando en un principio la separación, luego disminuye ó viceversa; entonces la superficie (fig. 15) presenta una inflexión, puesto que será cóncava en una parte y convexa en la otra, habiendo un cambio de curvatura en el sentido vertical.

Combinaciones de estos casos, son todos los que pueden ocurrir en un perfil, puesto que abrazando varias zonas, puede toda la curva ser cóncava, si la separación de las horizontales va decreciendo; convexa, si va aumentando; de pendiente uniforme, si son iguales las separaciones; y con inflexiones, si creciendo ó decreciendo, varían de pronto en sentido inverso; pudiendo repetirse estos cambios varias veces, y dando lugar á otras tantas inflexiones.

53. **Escalas de los perfiles.**—En los perfiles se acostumbra á usar dos escalas: una, para las distancias horizontales, que es la misma del plano, y otra mayor que ésta para las cotas, la cual se toma con objeto de hacer más visible el relieve del terreno, puesto que sus dimensiones en este sentido son muy

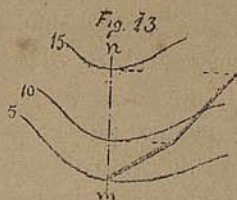


Fig. 14.

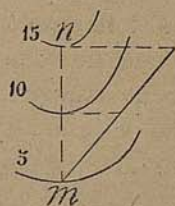
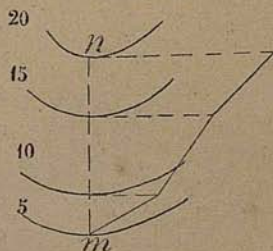


Fig. 15.



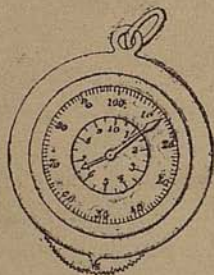
pequeñas comparadas con las tomadas en el sentido horizontal y correspondientes al terreno abrazado por el levantamiento.

54. **Combinación de las dos curvaturas.**—La combinación de la curvatura de un terreno en sentido horizontal con la que presenta en el vertical, deducida de la inspección del plano ó completada por los perfiles, determina la forma de la superficie, en el terreno que se considera.

55. **Instrumentos usados en la lectura de planos.**—Como en el estudio de la lectura de planos se pueden presentar una infinidad de problemas, sobre los relieves, sobre los planos, sobre el terreno ó relacionados unos con otros, se indicarán los más frecuentes; pero antes de empezar se describirán unos instrumentos muy útiles para la medida de distancias y de los cuales se hace bastante uso.

56. **Curvímetero.**—La figura 16 indica la forma y dimensiones, de este aparato, pues está casi en tamaño natural. Es de níquel y lleva dos graduaciones correspondientes una á cada aguja; en la mayor se marcan centímetros y en la menor metros hasta diez. Su manejo es sencillo: se coloca en el plano de modo que la rueda se apoye en el extremo de la línea que se quiere medir y que las dos agujas marquen cero, y haciendo recorrer á la rueda la línea recta que separa los dos puntos, se tendrá su distancia leyendo el número de metros y centímetros marcados por las dos agujas y apreciando á ojo las fracciones de centímetro; el valor hallado, multiplicado por el denominador de la escala, dará el de la distancia en el terreno; pero no la distancia verdadera, sino la proyección sobre el plano de comparación.

Fig. 16.



Si en vez de ser la distancia en línea recta fuese la distancia entre dos puntos siguiendo un contorno sinuoso, por ejemplo, un camino que les una, se hará que la rueda vaya recorriendo todas las sinuosidades que presente.

57. **Campilómetro.**—Otro curvímetero de este género, pero

más exacto, es el llamado campilómetro, el cual consiste, según se ve en la figura 17, en una pequeña rueda dentada r , cuyo perímetro rectificado es de $0^m,05$ equivalente á 5.000 metros en la escala de

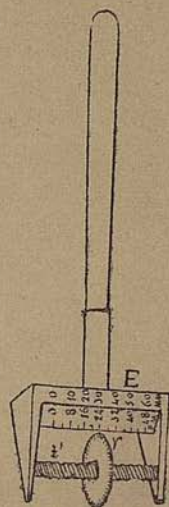
Fig. 17.

$\frac{1}{100000}$ y á 4.000 metros en la de $\frac{1}{80000}$.

Va montada de modo que al girar avanza ó retrocede á lo largo de un tornillo t' cuyo paso es de $0^m,0015$. En E hay dos escalas: una, con las graduaciones 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60; y otra, con las 0, 8, 16.... 48, las cuales representan kilómetros en las escalas indicadas, siendo la última de éstas la del mapa de Francia.

Entre cada dos divisiones, hay otra marcada con una raya más corta, representando cada una de ellas 5 ó 4 kilómetros respectivamente.

La primera escala puede servir fácilmente para el mapa de España dividiendo por dos las



medidas obtenidas con ella, puesto que su escala es de $\frac{1}{50000}$ doble de la $\frac{1}{100000}$.

El uso de este aparato es sencillo; puestos en coincidencia el cero de la escala con el de la rueda, para lo cual se hará retroceder ésta por el tornillo; se apoya sobre el plano en el punto de partida de la línea que hay que medir, y se la hace avanzar por las sinuosidades que presenta, llegando de este modo hasta el extremo.

La lectura de la distancia se hace en la escala, en la división que cae frente al borde de la rueda; y en ésta se lee además la que cae frente al borde de la escala. Si la primera lectura es 8 y la segunda 34; $8000^m + 3400^m = 11400^m$ será la distancia medida en la escala $\frac{1}{80000}$.

Si el plano estuviese en otras escalas, habría necesidad de reducciones para pasar de medidas hechas en una escala á las

correspondientes en otra; pero también podría evitarse esto colocando el aparato después de la medición, de modo que la rueda se apoyase en el cero de la escala del plano, y marchase sobre ella en sentido inverso al que llevó en aquél hasta que el cero de la rueda coincidiese con el de la escala *E*; en cuyo caso habría recorrido sobre la escala del plano una distancia igual á la que recorrió en aquél; y haciendo la lectura marcada en la escala por la última posición de la rueda, ésta sería la distancia buscada, sin necesidad de que en el aparato exista escala de ningún género, y si tan sólo el cero de punto de partida. Sin embargo de poderse emplear este procedimiento, se prefiere en general el primero, pues es más exacto y más rápido por no exigir más que una sola operación (1).

58. **Método para hacer el estudio de la lectura de planos.**— Conocidos los preliminares anteriores, para proceder al estudio de la lectura de planos, es conveniente empezar por el de las formas elementales del terreno representadas por relieves y planos, para de este modo poder hacer la comparación entre la representación por el relieve y su diferencia en el plano.

Conocidas las formas elementales, conviene pasar al estudio de formas más complicadas, representadas también por relieves y planos, y si es posible, que éstos sean de terrenos de la localidad donde se haga el estudio; pues de este modo podrá hacerse completo por la comparación entre el terreno y su reproducción en el relieve, pasando después de éste al plano, y ya directamente, del terreno al plano.

En este estudio se empezará por hacer notar sobre el relieve las diversas formas elementales, así como sus líneas características, tales como las divisorias, líneas de máxima y mínima pendiente, etc.; las cuales una vez reconocidas en el relieve se buscarán y comprobarán en el plano, continuando el estudio por la determinación en ambos de las dos divisorias contiguas que limitan los entrantes, los pequeños valles ó la cuenca de

(1) Existen otros varios aparatos de este género y cuyo fundamento es análogo; entre ellos está el curvimetro de Sandau que cuesta 7-pesetas; el linímetro, etc.

un río, así como la vaguada ó línea de thalweg; apreciando las distancias que separan entre sí dos puntos elegidos, y continuando de un modo análogo y siempre progresivo, tratando cada vez de ir abarcando más superficie, hasta llegar á la descripción completa del terreno que comprende el relieve en su *orografía é hidrografía*, comunicaciones, formas y ondulaciones que presenta en sus diferentes partes; para lo cual será un auxiliar poderoso el uso de los perfiles longitudinales y transversales en los entrantes y salientes, y en general en los movimientos más acentuados del terreno.

Hecho este estudio por medio del relieve y la comprobación con el plano, el complemento será continuarle en el campo pasando de las formas del plano á las del terreno y viceversa, trasladándose de un punto á otro cuando desde algunos no se aperciban ciertos detalles ocultos por las ondulaciones ó pliegues del terreno.

Con estos estudios preliminares puede entrarse en la lectura del mapa de España, en los planos del Estado mayor y en los del extranjero.

59. Mapa topográfico de España.—Este mapa, cuya ejecución está encomendada al Cuerpo de Topógrafos del Instituto Geográfico y Estadístico, después de haberse ejecutado las operaciones geodésicas necesarias, está en publicación por hojas, existiendo en la actualidad muy pocas terminadas. Se hace en

escala de $\frac{1}{50000}$ con la equidistancia métrica de 2^m.

Cada hoja tiene 0,60^m por 0,40^m de lado y además del plano topográfico contiene un marco rectangular en cuyos lados van numerados de minuto en minuto los valores de las longitudes y latitudes; contadas las primeras á partir del meridiano de Madrid. Los pequeños rectángulos rayados y sin rayar que van en dicho marco, indican cada uno diez segundos de longitud.

Exteriormente al marco, rectangular, existe otro algo separado, encima del cual, y á su derecha, va indicado el número que corresponderá á la hoja en su colocación general el

día que esté terminado todo el mapa; y á la misma altura, pero á la parte de la izquierda, va un rectángulo dividido en otros nueve iguales y numerados, indicando la colocación de las ocho hojas contiguas á cada una; pues el rectángulo del centro es el que tiene el mismo número que la hoja, y para diferenciarle de los otros, va rayado; pudiendo verse esto en una cualquiera de las hojas publicadas.

La gran escala en que se halla ejecutado este mapa, permite una minuciosidad de detalles como no suelen encontrarse en los mapas extranjeros, pues en él se hallan representados ríos, arroyos, acequias, ferrocarriles, carreteras, caminos hasta los de herradura, cañadas, cordeles, sendas, lagunas, fuentes, pozos en los caminos, edificios aislados, mojones de término, hitos, postes kilométricos y telegráficos, abrevaderos, obeliscos, cruces, etc.; y todos ellos están representados con arreglo al cuadro de signos adoptado oficialmente por este centro.

Las altitudes se hallan referidas al nivel medio del mar Mediterráneo en Alicante.

El sistema de representación es el de las curvas horizontales sin el empleo de los trazos, y las hojas están tiradas á cinco tintas distintas; carmín para edificios y obras de mampostería, azul para las aguas, siena tostada para las curvas de nivel, verde para los árboles, praderas, maleza, etc., y negro para el resto del plano.

60. **Planos del Depósito de la Guerra.**—En este centro se publican planos para el estudio de las guerras tanto pasadas como las que puedan sobrevenir en el territorio ó fuera de él; siendo el objeto principal la formación del mapa militar de España. Se emplean escalas desde la de $\frac{1}{1000}$ á la de $\frac{1}{500000}$ (1).

El sistema generalmente empleado es el de curvas horizontales con equidistancias métricas variables con la escala.

(1) Véase el cuadro de escalas al final de este libro.

Las tintas usadas son cuatro, carmín, azul, siena tostada y negra, empleándose alguna vez la verde y amarilla. Los signos convencionales adoptados oficialmente por este centro difieren algunos de los del Instituto Geográfico.

61. **Planos de la Brigada topográfica de Ingenieros.**—El Cuerpo de Ingenieros Militares encargado de la formación de planos de plazas y puntos fuertes, de mapas de territorios militares como fronteras y costas, ejecuta sus planos con arreglo á sus necesidades y empleando en general escalas grandes que pueden variar entre $\frac{1}{100}$ y $\frac{1}{50000}$, empleando tintas especiales para las obras de fortificación y distinguiéndose en el color las obras ejecutadas de las que se proyectan, sujetándose al formulario especial de su reglamento de obras (1).

62. **MAPAS EXTRANJEROS.**—*El Mapa de Francia* en escala de $\frac{1}{80000}$ debido al Estado Mayor, es bastante detallado aunque no tanto como el de España.

Actualmente por el Depósito de la Guerra se está haciendo uno nuevo en escala de $\frac{1}{50000}$ con curvas de 10 en 10^m y el cual se imprime en colores. En el mapa del Estado Mayor se ha empleado la representación por el sistema de los trazos.

El Mapa de Prusia está en escala de $\frac{1}{80000}$ y es muy parecido al del Estado Mayor francés, empleándose también la representación por trazos. Existen además otros varios mapas corográficos en diversas escalas.

Inglaterra posee varios mapas, entre ellos, el mapa general (*general map*) en escala de $\frac{1}{63360}$ (una pulgada inglesa por milla).

La representación está hecha por trazos y numerosas cotas.

Austria-Hungría tiene su mapa en escala de $\frac{1}{75000}$, el cual es bastante detallado. El sistema empleado es de trazos, completado por curvas horizontales de 100 en 100^m, teniendo interpoladas otras de 50 en 50^m.

(1) Los planos ejecutados por el Cuerpo de Ingenieros rara vez están destinados á otro uso que el del Ministerio de la Guerra y no se ponen á la venta.

Bélgica. Su mapa está en la escala de $\frac{1}{20000}$. Las curvas están trazadas con dos equidistancias, unas de metro en metro y otras de 5 en 5^m.

Existe otro mapa en escala de $\frac{1}{40000}$ con la equidistancia de 5^m.

Los dos son muy buenos y claros para su lectura.

Italia posee el plano de los Estados Sardos en escala de $\frac{1}{50000}$ presentando la particularidad de haberse hecho la representación por trazos según la luz oblicua.

Portugal tiene el mapa topográfico en escala de $\frac{1}{100000}$.

La representación es en una parte por trazos y en la otra por curvas equidistantes 25^m.

Rusia. Su mapa está en la escala de $\frac{1}{126000}$ y el relieve está representado por trazos.

Suiza. El mapa está en escala de $\frac{1}{100000}$ y el relieve por trazos y luz oblicua. Se publica en la actualidad un mapa en que la región de su parte montañosa está en escala de $\frac{1}{50000}$ y el resto en la $\frac{1}{25000}$ estando representado el relieve por curvas horizontales.

Existen otros muchos mapas pertenecientes á naciones de Europa, pero los más principales son los ya indicados.

PROBLEMAS ELEMENTALES DE LA LECTURA DE RELIEVES Y DE PLANOS

63. PRIMER PROBLEMA.—*Dado un punto cualquiera en el relieve ó en el plano, determinar su cota.*

Este problema, resuelto ya en el libro de acotaciones (1) para el caso de un plano, tiene una resolución análoga sobre un relieve. Si el punto está en una curva de nivel, la cota que

(1) Algunos de los problemas que se indican á continuación se hallan resueltos en el *Tratado de Acotaciones*, considerando en ellos una superficie curva cualquiera sea ó no la del terreno, pero representada por curvas horizontales.

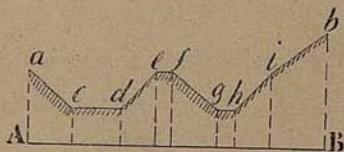
ésta tenga será la del punto; y si estuviera entre dos curvas, bastaría trazar la normal que pasa por el punto, y sobre ella buscar la cota por el problema de «dada la longitud de una recta y la diferencia de cotas de sus extremos, hallar la cota correspondiente á un punto de la recta». La recta será la normal trazada, y la diferencia de cotas será la equidistancia de las curvas.

64. SEGUNDO PROBLEMA.—*En el relieve ó en el plano, determinar: 1.º, la distancia en línea recta que separa dos puntos; 2.º, la distancia verdadera con las sinuosidades que presenta el camino más corto entre las dos, siguiendo el terreno.*

Colocando las puntas del compás en los dos puntos dados y llevada esta distancia á la escala, queda resuelto el problema en su primera parte; el curvímetro ó campilómetro resuelven la segunda en el relieve, y para obtenerla en el plano, hay que trazar el perfil que pasa por los dos puntos dados.

Si éstos son los *a* y *b* obtenidos por el perfil (fig. 18), se medirán con el compás los trozos *ac*, *cd*, *de*.... y etc., la suma de las medidas, dará la distancia buscada entre *a* y *b*. Los curvímetros pueden ser también empleados colocándoles en *a* y haciéndoles recorrer la línea quebrada *acde*.... *b*.

Fig. 18.



En los problemas de esta clase se prescindí en general de las sinuosidades debidas á pendientes inferiores á $\frac{1}{20}$, puesto que entre 1.000 metros de distancia no hay más diferencia que un metro, como puede comprobarse por el cálculo. Para pendientes mayores, pueden darse aproximadamente los datos siguientes: Para pendientes de $\frac{1}{7}$, hay que aumentar 10 metros por cada 1.000; para la de $\frac{1}{3}$, 50m; para la de $\frac{3}{4}$, 250m, y para la de $\frac{1}{1} = 45^\circ$, 333m.

65. TERCER PROBLEMA.—*Trazar sobre un relieve todos los puntos que limitan la parte visible desde uno dado.*

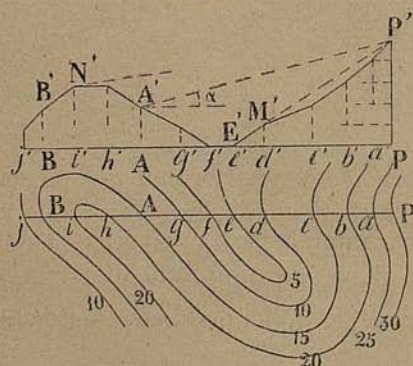
Se fija en el punto dado el extremo de una varilla rígida, y se hace que girando ésta alrededor del punto, vaya apoyándose sobre todas las alturas que le rodean, marcando con un lápiz sobre el relieve todos los puntos de apoyo de sus diferentes posiciones. A veces sucederá que detrás de una línea de alturas existirán otras más elevadas y visibles desde el punto, y en ese caso se hará uso de una varilla más larga, para que llegue á estas alturas. En vez de varillas podrá emplearse un hilo, por ser mucho más cómodo, pues servirá uno mismo para todas las distancias, pero será necesario tenerle bien tirante para que marque con precisión el punto de tangencia con las alturas.

Hecha esta operación, se puede pedir sea trasladado su resultado al plano, en cuyo caso se irán buscando en él los puntos homólogos del relieve, y uniéndoles por un trazo continuo se obtendrá la curva buscada.

66. CUARTO PROBLEMA.—*Trazar un perfil PB en un mapa ó plano.*

Este problema, conocido ya por los planos acotados (1) se resuelve con rapidez con

Fig. 19.



resuelve con rapidez con papel transparente, en el cual se traza una recta cualquiera y se coloca sobre el plano, de modo que pase por los puntos P y B (fig. 19), y marcando en ella con lápiz los puntos de paso de las curvas, se tienen los elementos necesarios para el perfil, el cual se hallará construyendo la

curva representada por sus cotas (30), (25), (20), (15).....

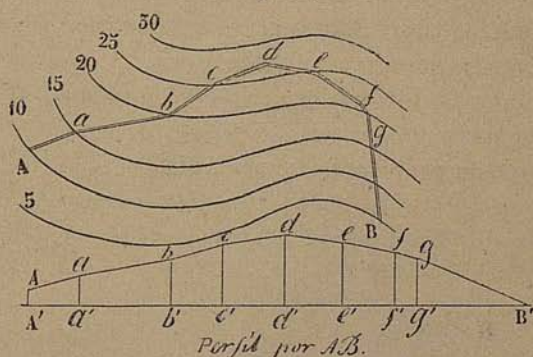
(1) Párrafo 175 del Apéndice del Sistema de Acotaciones.

Para trazar la curva con rapidez, se puede emplear papel cuadrículado con una cuadrícula de cualquier equidistancia, aunque es preferible sea de la equidistancia gráfica del plano, y una vez determinados los datos en el papel transparente, se lleva éste sobre la cuadrícula, de modo que la recta BP coincida con una de las rayas de aquélla, sirviendo sus paralelas para determinar en cada punto su altura ó cota; así el de cota 25 del perfil, sería el a' si las rectas paralelas representan equidistancias de 5 en 5 metros, el de cota 20 sería el b' , y así sucesivamente. Este método es el que se emplea cuando hay necesidad de hallar muchos perfiles en un mismo plano.

A veces se piden perfiles que no tengan todos sus elementos en un mismo plano vertical, como pasa cuando se necesita el perfil longitudinal de un camino. En este

Fig. 20.

caso se divide la proyección de éste (fig. 20) en trozos rectos Aa , ab , bc , cd , de; y en cada uno de ellos se determina el perfil como ya se ha indicado. El perfil total



se compondrá de la intersección con el terreno de una serie de planos verticales Aa , ab , bc etc., los cuales, una vez determinados, se les supondrá girados hasta desdoblarse todos en un mismo plano vertical, quedando en línea recta las longitudes $A'a'$, $a'b'$, $b'c'$ etc. y la curva del perfil sin discontinuidad alguna.

67. QUINTO PROBLEMA.—*Dados dos puntos A y P en un plano, hallar la pendiente de la recta que les une (1). (Fig. 19.)*

(1) Párrafo 182 del Apéndice del Sistema de Acotaciones.

Se hallará el perfil que pasa por los puntos A y P y en él, el ángulo α que forma la $P'A'$ con la horizontal. Puede también calcularse el valor de $\tan \alpha$, ó sea el de la pendiente, dividiendo 15, diferencia de cotas de P' y A' , por la distancia horizontal AP que les separa.

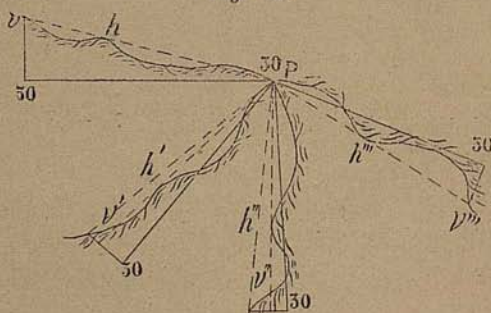
68. SEXTO PROBLEMA.—Desde un punto dado P en un plano, determinar si otros puntos A ó B serán ó no visibles desde el primero (fig. 19).

Se une P con A y se construye el perfil que pasa por los dos, y tirando desde P las tangentes y rasantes que sea posible, á la simple inspección del perfil se verá si el punto A' está visible como en la figura ú oculto como el B' .

En este mismo problema se pueden determinar las partes del terreno que son vistas por un observador colocado en un punto P cuando mira en una dirección dada PA . En la figura, el perfil indica claramente que las partes desde M' á E' y de N' á B' no pueden ser vistas desde P , pero sí todas las demás. Esto mismo puede aplicarse al problema inverso «determinar los puntos del terreno que hay en una dirección dada y desde los cuales puede verse un punto dado P ».

69. SÉPTIMO PROBLEMA.—Determinar desde un punto P del plano, el horizonte visible desde este punto (1) (fig. 21).

Fig. 21.



Si desde el punto P y en una porción de direcciones se trazan perfiles, y en cada uno se resuelve el problema anterior determinando los puntos de separación de las partes vistas y ocultas desde P , y

después se unen por medio de una curva continua la serie de

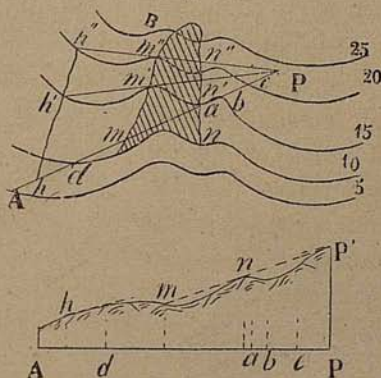
(1) Párrafo 187 del Apéndice del Sistema de Acomodaciones.

puntos hallados, ésta resolverá el problema; y se obtendrá con tanta más exactitud, cuanto mayor sea el número de perfiles que se hayan trazado. En la figura se halla indicado este procedimiento, pudiéndose marcar con facilidad las curvas que existan en toda la extensión del plano y que indiquen la separación de las partes visibles y no visibles, dando lugar á zonas vistas y ocultas. En $h h' h''$ están los puntos de la primera curva, en $v v' v''$ los puntos en que empieza á verse el terreno, marcando así las partes $h v$, $h' v'$, $h'' v''$ invisibles desde P (1).

70. OCTAVO PROBLEMA.—*Marcar en el plano un camino para ir desde A á B sin ser visto de un punto P* (fig. 22).

Desde P se trazan varios perfiles que pasen por entre A y B y algunos por debajo de A , y se marcan en todos ellos las partes invisibles para después determinar las zonas respectivas, por dentro de las cuales convendrá marchar en la seguridad de no ser visto desde P . En la figura se indica la zona invisible m, m', m'' n, n', n'' por la cual deberá verificarse la marcha. Este problema puede no tener solución ó tener varias.

Fig. 22.



71. NOVENO PROBLEMA.—*Orientación de un plano.*

En todo plano van indicados los cuatro puntos cardinales, ó una flecha que representa la dirección Sur-Norte desde el extremo á la punta. Estos datos tienen por objeto poder orientar el plano, es decir, colocar estos puntos en una posición homóloga á la que tienen en el espacio, pues de este modo

(1) En este problema es donde conviene el uso de papel cuadriculado y transparente por los muchos perfiles que hay que hallar.

todas las líneas del plano ocuparán posiciones paralelas á sus respectivas ú homólogas del terreno, por lo cual es necesario dar á conocer medios para la determinación de los cuatro puntos cardinales.

Se pueden emplear medios muy exactos ó aproximados; los primeros se explicarán después en la topografía regular, indicando ahora solamente los más sencillos y rápidos.

72. Orientación de día. Por el sol.—El sol, en su movimiento diurno aparente, pasa dos veces por el meridiano del lugar; una cuando está en el horizonte y próximamente á la hora en que nuestros relojes marcan el medio día. Para determinar aproximadamente la dirección de la meridiana, se elige un trozo de terreno horizontal y en él se clava un bastón ó palo bien derecho y de modo que quede bien vertical, y observando la sombra que arroja, se verá que ésta se va acortando á medida que el sol se acerca al meridiano y que hay un momento en que es la mínima por empezar otra vez á aumentar. El momento de sombra mínima, es el correspondiente al paso por el meridiano, y la línea de sombra que entonces se marca, es la dirección de la meridiana.

En vez de este método, que es poco exacto, puede clavarse una aguja verticalmente sobre un papel horizontal, y sobre él trazar la sombra menor dada por la aguja. Mirando de frente al sol al medio día, se señala el Sur, á las seis de la mañana el Este y á las seis de la tarde el Oeste.

Las sombras que arroja el sol á estas horas van en direcciones opuestas, por eso al paso por el meridiano la dirección de las sombras es hacia el Norte.

73. CON UN RELOJ.—Con ayuda de un círculo dividido en 12 ó en 24 partes iguales puede obtenerse la orientación, mientras el sol está visible.

Si se dispone de un reloj, las horas marcan 12 divisiones iguales, y considerando las medias horas, queda dividida la esfera del reloj en 24 partes.

A las doce, colocado el reloj mirando al sol por el diámetro VI y XII, se marcará la línea *Norte-Sur*; si el reloj permanece

inmóvil, á la una estará el sol en la dirección del radio que pasa por la mitad del espacio entre las *XII* y la *I*, á las dos por la división *I*, análogamente á las seis por la *III* y así sucesivamente; luego si, por el contrario, á una hora determinada se pone el reloj de modo que se vea el sol por el diámetro correspondiente, el *VI-XII* representará la dirección *Norte-Sur*, que se podrá determinar en el terreno mirando por dicho diámetro.

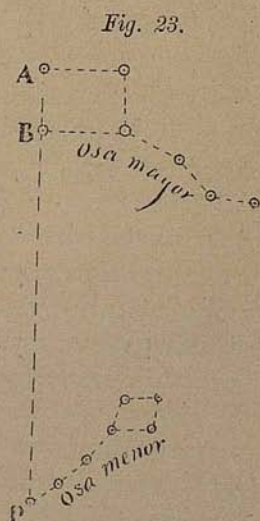
74. POR LA POLAR.—De noche la polar puede substituir al sol para la orientación.

La polar es una estrella que por su proximidad al polo Norte ha recibido este nombre, y basta encontrarla en el cielo para tener hecha la orientación.

La polar se reconoce porque pertenece á la constelación llamada *Osa Menor* y es la última de la cola; pero para hallarla con más facilidad, se buscará la *Osa Mayor* ó *Carro*, y una vez encontrada, se imagina una línea que pase por las dos estrellas extremas del carro y suponiéndola prolongada en una longitud aparente igual á cinco veces la que separa estas estrellas, se encontrará la polar, que es la más brillante de la *Osa Menor*.

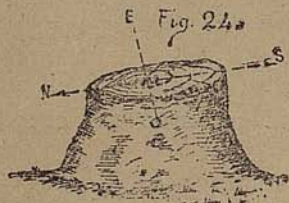
En la figura 23 se ve la posición de las dos constelaciones, y la estrella polar *P* obtenida por la prolongación de las *A* y *B* de la *Osa Mayor*.

75. CON UN PLANO.—Con el plano puede hacerse la orientación estando situados en el terreno que representa. En efecto, se busca en él una dirección bien definida, como, por ejemplo, la que marcan dos puntos distantes, como dos torres, dos casas, un trozo recto de camino, etc., y se busca en el plano su homóloga; colocando éste de modo que esta línea quede en la dirección de su homóloga del terreno, la flecha del plano indicará la dirección *Norte-Sur* y con ella los cuatro puntos cardinales.



76. POR INDICIOS.—A veces no es posible emplear ninguno de los métodos expuestos, y hay que recurrir á indicios que pueden servir para dar las indicaciones suficientes para lo que se necesita.

Los árboles retoñan mejor en la parte expuesta al Mediodía que en la que queda al Norte, pudiendo aprovechar este indicio, sobre todo, si es en un sitio donde haya corta de árboles y estén los troncos con la cortadura visible á flor de tierra, pues se notará en su sección (fig. 24) que las partes más estrechas de las capas anuales están al Norte y las más anchas al Sur.



Estas observaciones se procurará hacerlas en árboles aislados que hayan estado expuestos á todos los vientos, sin estar resguardados por algunos de sus costados por otros árboles ó por edificios, etc.

Las veletas sirven en general para la orientación, pues suelen ir acompañadas de dos barras fijas y perpendiculares en cuyos extremos llevan las iniciales de los cuatro puntos cardinales; y otras veces, además de la veleta, llevan una especie de flecha fija que marca el Norte.

En el país en que se conozcan los vientos reinantes, puede deducirse su dirección, por sus efectos sobre la vegetación en los árboles y en las rocas, que se cubren de musgo en la parte que no está azotada por la lluvia; así, si el viento reinante viene del Este, el musgo estará en la parte Oeste; y conocida la dirección Este-Oeste puede determinarse la Norte-Sur.

La corteza de los árboles azotada por las lluvias está más arrugada y resquebrajada que la opuesta, de modo, que puede servir también este indicio sabiendo cuál es el viento que generalmente trae la lluvia en aquel país.

77. POR RESEÑAS.—Los habitantes de un país saben siempre por dónde sale y se pone el sol en su localidad, así es, que preguntando este dato, hay medio de obtener una orientación aproximada.

78. DÉCIMO PROBLEMA.—*Orientado un plano en el terreno, marchar con él conservando la orientación y comparando ambos.*

Una vez determinada la orientación del plano sobre el terreno, es necesario, al ponerse en marcha, ir continuamente rectificando la posición de modo que vaya cambiando su dirección á medida que hay cambios en el terreno; operación mucho más fácil de ejecutar que la orientación en el primer punto, puesto que no se necesita más que modificar en cada cambio la posición que tenía, para lo cual sirven los objetos del terreno que se van viendo en el plano, identificando de este modo el plano y el terreno.

De noche ó marchando fuera del camino, es difícil ejecutar lo dicho anteriormente; y en este caso se siguen en el terreno direcciones rectas que se cuentan á pasos, llevando estas distancias sobre la dirección homóloga en el plano, y cada vez que se hace un cambio de dirección, se aprecia á ojo y se toma el mismo en el plano, teniendo cuidado de rectificar la posición, siempre que sea posible, por encontrar detalles característicos de esos que pueden servir de referencias, por su visualidad ó importancia.

Los problemas anteriores, y otros que podrían añadirse, son de un uso continuo para los viajeros, y sobre todo para los militares que con un buen plano pueden preparar de antemano casi todas las operaciones de guerra.



SEGUNDA PARTE



Levantamientos topográficos.



CONSIDERACIONES GENERALES

79. **Objeto y necesidad de los levantamientos.**—*Su division en regulares é irregulares ó expeditos.*—Los levantamientos topográficos pueden tener distintos objetos, haciendo que varíe su importancia según el caso.

El plano de un terreno puede ser necesario para representar, ó las parcelas que pertenezcan á los propietarios de un pueblo ó provincia, ó el trazado de una vía de comunicación, como ferrocarril, carretera ó canal, ó el proyecto de alguna obra de construcción, etc.; y se comprende que en estos casos sea necesario una gran exactitud en la representación general y en los detalles, la cual no es posible conseguir sino á fuerza de tiempo, cuidado y buenos instrumentos; pero si en vez de esta clase de planos se desean tan sólo datos ligeros sobre los accidentes principales del terreno, como sucede á menudo en campaña cuando hay que ocupar con fuerzas una posición dada ó reconocer las inmediaciones de la ocupada por el enemigo, etc., ni la exactitud es tan necesaria, ni aunque lo sea, se dispondrá en general de tiempo suficiente ni de medios para transportar con facilidad los instrumentos de precisión, que son pesados y de lento manejo. Dedúcese de esto que existen dos clases de levantamientos, unos llamados *regulares*, cuyo carác-

:

ter distintivo es la exactitud, y otros *irregulares* ó *expeditos* en que la rapidez es condición indispensable.

Los procedimientos generales que se emplean son idénticos en ambos, pero varían en los detalles, según los instrumentos con que se ejecutan, según el grado de exactitud con que se llevan á cabo todas las operaciones, y sobre todo, según el objeto á que se destinan unos y otros.

80. Operaciones de un levantamiento.—Tanto los levantamientos regulares como los expeditos, exigen varias operaciones que pueden ser consideradas formando dos agrupaciones distintas.

Dedicadas las unas á adquirir en el terreno los datos necesarios para poderle representar en un plano, se encargan las otras de esta representación.

Constituyen las primeras los llamados *trabajos de campo*, y las segundas los de *gabinete*.

Siendo un plano topográfico la representación geométrica de la proyección horizontal de un terreno y de la de su relieve, hay necesidad de recoger datos relativos á las dos si la representación ha de ser completa. El conjunto de operaciones que constituyen estos datos reciben los nombres respectivamente de *Planimetría* y *Nivelación*.

La *planimetría*, reducida á representar la proyección horizontal de cuanto detalle exista en el terreno, necesita determinar las distancias que separan entre sí los puntos de éste, así como la proyección de los ángulos que forman las líneas rectas que les unen.

La *nivelación*, no teniendo más objeto que la representación del relieve, y necesitando para ello las cotas de los diferentes puntos del terreno, dará también lugar á la medición de la distancia que separa los puntos entre sí y á la medida de los ángulos de pendiente de dichas distancias. Así, pues, todas las operaciones topográficas se reducen á dos elementales que son: *medida de distancias* y *medida de ángulos*, por las cuales se empezará el estudio de los levantamientos.

Capítulo I.

MEDIDA DE DISTANCIAS

ALINEACIONES

81. **Aparatos más usuales.**—Para poder efectuar la medición de una distancia, es necesario marcar primero en el terreno la línea que la determina, para lo cual se emplean *piquetes*, *jalones*, *banderolas* ó *señales*.

Sin que sea necesario entrar en descripciones, las figuras 25 indican la forma ordinaria de los piquetes. Los *p* son los más sencillos y de uso más frecuentes, empleándose los *p'* y *p''* para puntos importantes á los cuales haya que referirse varias veces, denominándose éstos por el número que lleva el piquete, diciendo, el punto *tres*, *cuatro*, etc.; su longitud varía entre 0^m,30 y 0^m,60.

Los piquetes se clavan en el suelo por medio de mazos.

Los *jalones*, *banderolas* y *señales*, cuya descripción es innecesaria viendo las figuras 26, son de maderas diversas, aunque en general están hechas de *haya* ó de *majaqua*; su longitud varía ordinariamente entre 1^m,50 y 4^m, llevando en el extremo inferior un regatón de hierro para clavar en el suelo con más facilidad.

Figs. 25.

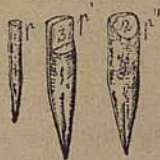
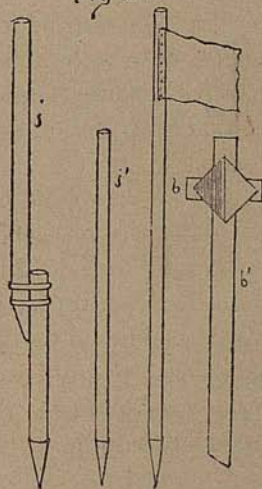
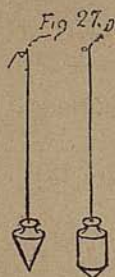


Fig. 26.



Las *plomadas* son, en general, de las formas indicadas en la figura 27, teniendo el peso de latón, pudiendo improvisarse fácilmente por medio de una cuerda y un pequeño peso cualquiera.



Sirven para marcar la vertical y se usan en general acompañando á otros aparatos.

Una línea AB se marca en el terreno con dos piquetes, jalones, banderolas ó señales clavadas en los puntos A y B , de modo que queden verticales, determinando así un plano también

Fig. 28.

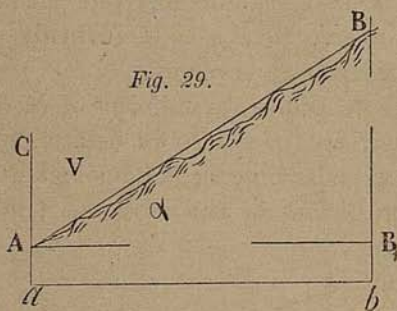


vertical, el cual cortará al terreno según una línea recta ó curva $AEDCB$ (fig. 28).

MEDICIONES

82. **Distancias que se consideran.**—Entre dos puntos A

Fig. 29.



y B del terreno (fig. 29) existen: la recta AB que les une y se llama *distancia geométrica*; la ab proyección de ésta sobre el plano de comparación ó uno paralelo á éste, la cual recibe el nombre de *reducida al horizonte*, ó simplemente *distancia horizontal*, y la BB_1 que es la

diferencia de cotas de los puntos A y B , ó sea la llamada también *diferencia de alturas* ó *altura de B sobre A* .

83. **Ángulo de pendiente y cenital.**—El ángulo $BAB_1 = z$, es el *ángulo de pendiente* de AB , el cual es tanto mayor cuanto mayor es la pendiente, y varía entre el valor cero que tiene cuando la AB es horizontal y el de 90° cuando es vertical.

El ángulo $BAC = V$, complemento del anterior, recibe el nombre de *ángulo cenital* de la dirección AB .

84. PROBLEMAS.—En el Sistema de Acotaciones se enseña á resolver los siguientes problemas:

1.º Medido AB y el ángulo α , hallar la reducida al horizonte ab y la diferencia de altura BB_1 .

2.º Conocida la reducida ab y el ángulo α , hallar la distancia geométrica AB y la diferencia de altura BB_1 .

3.º Conocida la reducida ab y la diferencia de altura BB_1 , hallar la distancia geométrica AB y el ángulo α .

4.º Conocida AB y BB_1 , hallar la reducida ab y el ángulo α .

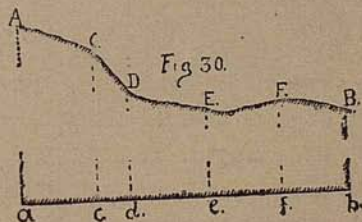
Examinando estos problemas se ve que es necesario medir ó la distancia geométrica AB , ó su reducida ab ; y para obtener esta medida, pueden seguirse los diversos procedimientos que se indican á continuación.

85. Mediciones en el terreno.—Las longitudes que es necesario medir pueden estar en terreno horizontal ó inclinado, y en este último caso, puede ser este terreno de pendiente uniforme ú ondulado.

Si el terreno es horizontal, la distancia que hay que medir es la geométrica, la cual al mismo tiempo es la reducida y homóloga á la que se ha de construir en el plano.

En el caso de ser el terreno de pendiente uniforme AB , se puede medir la longitud geométrica AB y después determinar el valor ab de su reducida para poder obtener la homóloga del plano cuando se mide. La medición de este modo se llama *según la pendiente*.

En el caso de que el terreno sea ondulado (fig. 30) se descompondrá éste en trozos AC , CD , DE que tengan pendiente uniforme, y se medirá cada trozo como en el caso anterior.



En resumen, cuando no se mide directamente la reducida sino la geométrica, hay necesidad de hallar aquélla; operación que recibe el nombre de *reducción al horizonte*.

MÉTODOS DE MEDICIÓN

86. **Distancias.**—La medición de distancias puede hacerse de varias maneras y empleando instrumentos diversos; pero, sin embargo, pueden reducirse á dos los métodos principales de medición: el *directo* y el *indirecto*.

El primero consiste en efectuar la medición teniendo que recorrer con el instrumento toda la distancia que se mide.

En el segundo se efectúa la medición sin necesidad de recorrer la distancia que se trata de medir.

Tanto en uno como en otro, se hace uso de instrumentos, de los cuales se indicarán los principales.

87. **MEDICIÓN DIRECTA.**—**Medidas usuales.**—La unidad legal de medida es el *metro*; pero teniéndose que efectuar mediciones largas, su uso sería pesado, por lo cual además del metro se emplean sus múltiplos, siendo los más usuales, el metro, la medida de 10 metros y sus duplos, el doble metro y la medida de 20 metros. A las de 10 metros y de 20 metros se acostumbra á llamarlas *decámetro* y *doble decámetro*.

Hay otras medidas de longitud distintas de las anteriores y que sin embargo son de un uso frecuente, tal es el cuádruplo metro y la cadena de 15 metros.

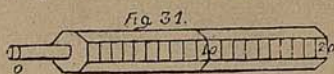
88. **Metro.**—Es una regla de latón, la cual se usa más bien que como aparato de medición, como de tipo ó patrón para comprobar sobre él las longitudes de otras reglas. Se halla dividida en decímetros y centímetros.

Tiene de longitud un metro á la temperatura de 0°, y conocido el coeficiente de dilatación del latón, es fácil calcular su longitud á cualquiera otra temperatura, según enseña la Física.

Para mediciones menores que un metro, se puede emplear el decímetro ó doble decímetro, que se halla dividido en milímetros ó medios milímetros.

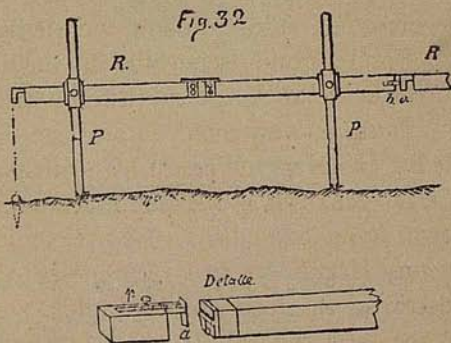
89. **Reglas ó reglones.**—Las usadas en los trabajos topográficos son de madera de pino, barnizadas y terminadas en sus extremos por unas conteras metálicas o como se ve en

la figura 31. Hay reglas de 5 metros que son las reglamentarias, pero á causa de su peso y longitud son poco manuables, y suelen emplearse las de 4 metros.



El barniz de que van cubiertas se las da con objeto de evitar las influencias de sequedad y humedad atmosférica.

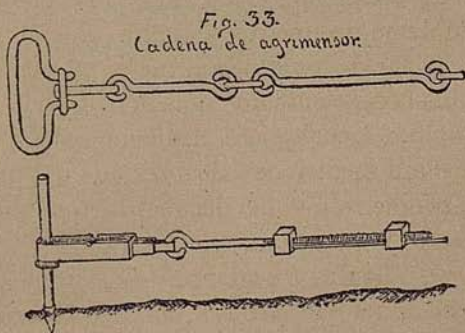
Existen para la medición otras reglas más perfeccionadas, las cuales van montadas sobre unos pies *PP* (fig. 32) que se clavan en el suelo, y á lo largo de los cuales pueden subir ó bajar las reglas *RR* para ponerse horizontales. En uno de los extremos *b*, llevan un cilindro horizontal de hierro, y en el otro *a*, una lengüeta terminada en un cilindro vertical para establecer el contacto suavemente entre dos reglas consecutivas.



La lengüeta puede correr dentro de una caja hecha en la regla y se mueve por medio de un piñón *p*, que se ve en el detalle, el cual engrana en una cremallera. La longitud de la parte de lengüeta que sobresale del extremo de la regla se determina por una graduación en milímetros que ~~se~~ lleva aquélla en su cara superior.

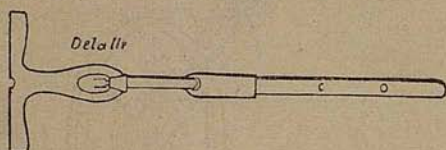
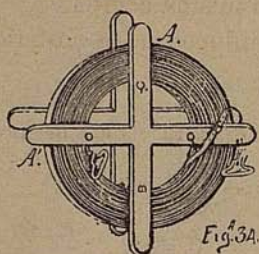
Estas reglas se emplean sólo en aquellas operaciones de gran precisión y cuando se hace un levantamiento de gran extensión de terreno.

90 Cadenas metálicas.—La figura 33 hace ver la forma de estos instrumentos, compuestos de eslabones de hierro de 0^m,2 de longitud. De dos en dos metros suelen llevar unos apéndices de bronce



para que se pueda leer con facilidad el número de metros desde el mango, y otro distinto en el medio de la cadena.

91. **Cintas metálicas.**—Un fleje de hierro de la forma de

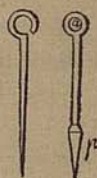


la figura 34 substituye en general con ventaja á la cadena anterior. Unas chapas pequeñas y de distinto color, unidas á la cinta, marcan los metros del mismo modo que los apéndices de la cadena. Unos pequeños agujeros circulares las dividen de decímetro en decímetro..

Los mangos, tanto de la cadena como de la cinta, van incluidos en la longitud del primer eslabón ó del primer decímetro, pudiendo estos mangos ser de varias formas, como se puede ver en las figuras 33 y 34, siendo el más perfeccionado el de la inferior (figura 33).

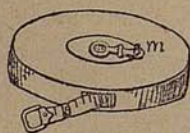
92. **Agujas.**—A cada cadena ó cinta acompaña un juego de diez agujas de hierro (fig. 35), y con las cintas suele ir una armadura de madera ó hierro *AA'* para enrollarla (fig. 34).

Fig. 35.



93. **Rodete.**—La figura 36 hace ver este instrumento, que consiste en una cinta de trama metálica, barnizada, la cual está dividida de centímetro en centímetro, llevando numerados los decímetros y metros.

Fig. 36.



La cinta se arrolla en un eje por medio de una manivela *m*, y toda queda dentro de un estuche de cuero.

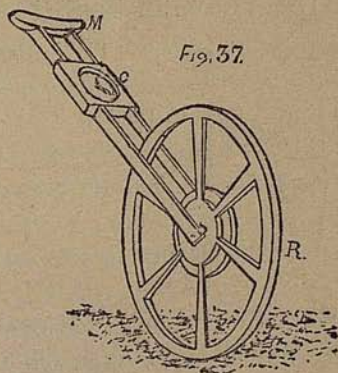
Las cadenas, cintas y rodetes suelen tener las longitudes de 10, 15 ó 20 metros.

94. **Cuerdas.**—Las cuerdas de cáñamo pueden substituir á las medidas anteriores, siempre que para marcar la longitud de los metros se las ponga un apéndice, que puede ser una cinta de otro color ó un nudo hecho en la misma cuerda.

Barnizadas, sufren mejor las influencias atmosféricas, no experimentando tantas alteraciones.

95. **RUEDA WITTMANN Ó PERNAMBULATOR.**—Para las mediciones en terreno llano, como carreteras, y mejor vías férreas, se emplea, desde hace poco tiempo y con gran éxito, la rueda que se ve en la figura 37.

Su circunferencia es igual á un metro, y de este modo el número de vueltas de la rueda será igual al número de metros recorridos. El aparato se compone de la rueda *R*, del mango *M*, para cogerla y hacerla rodar, y de un aparato contador automático *C*, que indica el número de vueltas de la rueda por medio de pequeñas manecillas que van marcando, una las unidades ó metros, otra las decenas, otra las centenas y otra los millares. Un índice marca sobre otra graduación las fracciones de vuelta, ó sean decímetros y centímetros.



96. **Práctica de la medición.**—1.º *Uso de los reglones.*—Para efectuar mediciones con estos aparatos, se necesitan dos reglones por lo menos, siendo preferible tener tres.

La medición varía según que el terreno sea horizontal ó en pendiente.

Los extremos de la línea *AB* (fig. 38) que se quiere medir, se marcan por fuertes piquetes ó señales de piedra empostradas en el suelo; y por medio de piquetes pequeños ó banderolas se señalan puntos intermedios de la alineación, distantes unos 20 me-

Fig. 38



tros, á lo largo de los cuales se va tendiendo una cuerda que marque la direccíon en que se han de colocar las reglas.

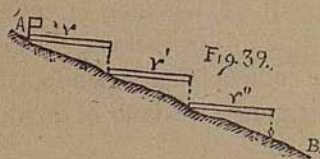
97. *Terreno horizontal.*—Si el terreno es horizontal, se coloca la primera regla r de modo que uno de sus extremos caiga en el centro de la cabeza del piquete ó señal que hay en A y de modo que su direccíon sea la marcada por la cuerda, como se ve en la figura. Otra regla r' se coloca á continuacón, procurando evitar los choques al unirla con la r y dejarla en la misma alineacón AB . Si hay otra tercera regla r'' , se coloca á continuacón y del mismo modo, y si no, se tira de la r hacia A para separarla sin choque de la r' , y en seguida se la coloca á continuacón de la r' .

Dos de los operadores llevarán la cuenta por separado del número de reglas que han colocado, y al final verán si están conformes en el total, el cual, multiplicado por la longitud de los cuatro ó cinco metros que tiene la regla, dará la longitud medida hasta el extremo de la última colocada, midiendo, por medio de un metro dividido en decímetros, centímetros y aun en milímetros, la parte que falte hasta el punto B .

Si las reglas fuesen de las descriptas en el párrafo 89 y representadas en la figura 32, se colocarían de un modo análogo, pero separadas por sus extremos una pequeña cantidad que se mediría en la lengüeta, haciendo correr ésta hasta que el cilindro vertical a tocase al horizontal b de la otra regla.

98. *Terreno en pendiente.*—Para medir un terreno según la pendiente, se emplea el mismo procedimiento anterior, teniendo tan sólo la precaucón de que las reglas no resbalen á lo largo del terreno.

Si á pesar de ser el terreno en pendiente se desea medir



como si fuese horizontal, se hará del modo siguiente: Se coloca la primera regla r apoyada en A en la direccíon AB y de modo que

quede horizontal (fig. 39), consiguiéndose esto bien á ojo,

ó bien con un nivel de aire (1), y en el otro extremo se deja caer una plomada que marque en el suelo el sitio donde debe empezar el extremo de la regla siguiente r' , que se colocará de un modo análogo, siguiendo así hasta el extremo B .

Cuando se mide de este modo, conviene empezar la medición desde el punto más alto, pues se colocan las reglas con mucha más facilidad, evitándose los tanteos que es necesario hacer cuando se empieza por abajo, puesto que la regla tiene que satisfacer á un tiempo á tres condiciones que son: quedar horizontal, en la alineación AB y con sus extremos apoyados, uno en el hilo de la plomada que cuelga de la anterior, y otro en el suelo.

99. 2.º *Medida con la cadena.*—Para efectuar mediciones con este aparato, se necesitan dos personas, una que dirige la operación, y un peón ó ayudante. Este coge un extremo de la cadena y 10 agujas, quedando el otro extremo en poder del que dirige.

La línea que se mide AB (fig. 38) estará marcada con los piquetes ó banderolas en sus extremos, y en algunos puntos intermedios, si su longitud es mayor de 40 ó 50 metros.

El que dirige la medición, se coloca en A con el extremo de la cadena, marchando el peón con el otro extremo hasta dejarla tendida en la alineación marcada, para lo cual, se ha de mover de derecha á izquierda á las señas que desde A le hará el que dirige. Una vez conseguido esto, se tira fuertemente de la cadena para que quede bien tendida y el peón clava una aguja en el extremo por fuera del mango. Si el suelo es duro, y no se puede clavar la aguja, traza con la punta una raya ó una cruz en el extremo y deja tendida la aguja encima de ella y separándose los dos un paso á derecha ó izquierda avanzan en dirección de la próxima banderola ó piquete, llevando la cadena arrastrando hasta que el de atrás llegue á la primera aguja, contra la cual apoyará el extremo de la cadena; continuando así la operación hasta llegar al punto B , teniendo cuidado el de atrás

(1) Instrumento conocido por la Física.

de ir recogiendo las agujas que encuentra antes de separarse de ellas para continuar la medición. Cuando el peón haya clavado las diez que llevaba, sigue avanzando hasta dejar tendida la cadena desde la última puesta, y el de atrás avanza hasta él y le entrega las diez agujas, apuntando en un registro una *tirada* que son diez *cadena*s, ó sean $10 \times$ longitud de la cadena. De este modo se continúa hasta llegar con la cadena al extremo de la línea que hay que medir; pero como no dará siempre la casualidad de que tenga ésta un número exacto de *cadena*s, se aprecia lo que falta con los eslabones de la cadena; y la fracción de eslabón se puede medir con un doble decímetro dividido en milímetros.

La longitud total medida será igual al número de *tiradas* apuntadas en el registro multiplicado por 10, y por la longitud de la cadena, más el número de agujas que tiene en la mano el que dirige multiplicado por la longitud de la cadena, más la fracción de cadena hasta el extremo *B*.

100. *Ejemplo*: Cadena, de 20 metros; tiradas, 8; agujas que tiene el que dirige, 7; fracción de cadena 6^m, dos eslabones y 0^m,025.

Tiradas..	$8 \times 10 \times 20 =$	1.600 ^m
Agujas...	$7 \times 20 =$	140 ^m
Fracción.		6 ^m ,425
TOTAL.....		<u>1.746^m,425</u>

101. *Terreno en pendiente*.— Cuando hay que medir terrenos en pendiente, se puede medir del mismo modo llevando la cadena tendida en el suelo; pero si se quisiera medir como con las reglas por resaltos horizontales, es preciso tener la precaución de hacer que la cadena quede bien tirante para evitar el pandeo producido por su peso, procurando, además, que quede horizontal á ojo y marcando el extremo en el suelo, bien por una plomada, ó mejor dejando caer unas agujas especiales (fig. 35) que tienen en su parte inferior un peso *p*, con objeto de que, al dejarlas caer desde el extremo de la

cadena, caigan verticalmente y se claven en tierra en el punto de esta vertical.

102. 3.º *Mediciones con la cinta, rodete y cuerdas.*—Un procedimiento igual se emplea cuando el aparato para medir es la cinta, el rodete ó las cuerdas, sólo que los dos últimos no permiten se tire fuertemente de sus extremos para dejarles bien tendidos, sopena de alargarles á causa de su elasticidad.

103. 4.º *Rueda de Wittmann ó Pernambulator.*—Se emplea este aparato en terrenos llanos, sobre todo en carreteras, y marchando por encima de los carriles de una vía férrea. Su uso es muy sencillo, pues basta poner á cero el contador al empezar la medición ó apuntar la lectura que en él se encuentra y hacer rodar la rueda en la alineación que se desea, de modo que siempre rueda y no resbale, y procurando que el polvo y barro no se adhieran en mucha cantidad á la llanta, pues la harían aumentar su radio y, por tanto, su perímetro. Al final de la medición, la lectura que se haga en el contador será la distancia medida, si se puso á cero cuando se empezó, y si no habrá que restar de la lectura final la primitiva, y la diferencia será la distancia buscada.

Con este aparato no puede medirse sino según la pendiente.

104. **Comparación entre los métodos de mediciones.**—Las mediciones en terreno horizontal ó según la pendiente, sea cualquiera el instrumento que se emplee, son siempre más fáciles de ejecutar y más exactas.

Para ver esto comprobado basta mirar las figuras 38 y 39 y recordar los medios indicados en uno y otro caso. En el primero las reglas están tendidas y apoyadas en el suelo, los peones no sostienen su peso y en la cadena no tienen que tirar con tanta fuerza de sus extremos; no hay tanto temor al alargamiento de los eslabones y no existe el pandeo que se marca cuando se mide por resaltos horizontales. El punto de partida de cada regla ó de la cadena no queda bien marcado, pues si se determina con la plomada, ésta oscila en cuanto hay un poco de viento y no marca con firmeza el punto de terreno. La dificultad de tener horizontal el instrumento hace también variar esta vertical; y si se emplea la aguja en vez de la plo-

mada, es difícil dejarla caer bien vertical en el punto que se desea. De aquí, pues, que la medición por resaltos horizontales debe hacerse lo menos que se pueda, por fatigosa y poco exacta, prefiriendo medir según la pendiente y luego reducir al horizonte.

105. **Otros medios de medición menos exactos.**—1.º, *á pasos*.—Si las distancias que hay que medir no se necesitan con gran exactitud, si no hay instrumento para medirlas, ó no es posible hacerlo de otra manera, se puede emplear el paso del hombre ó los aires del caballo. Es preciso para esto tener talonado el paso; lo cual se consigue recorriendo varias veces al mismo paso una distancia de unos 100 metros medida de antemano, y contando en cada una el número de pasos que se obtienen, la media de los valores hallados será aproximadamente el número de pasos á que equivalen los 100 metros.

Siendo el paso de un hombre menor que 1 metro, 100 metros equivaldrán á $100+x$ pasos; y se podrá establecer la relación $100^m = (100+x)$ pasos y $\frac{100}{100+x} = \frac{1^m}{y}$; llamando y al valor de 1^m en pasos; deduciéndose $y = \frac{100+x}{100}$ de paso; y llamando z el valor de 1 paso en metros, se tendrá $\frac{100+x}{100} = \frac{1 \text{ paso}}{z}$ ó sea $z = \frac{100}{100+x}$ de metro; fórmulas que sirven para hallar el valor de un metro en pasos, é inversamente el valor de un paso en metros.

Ejemplo: Sea $x=20$,

$$1^m \text{ en pasos} = \frac{120}{100} = \frac{6}{5} = 1,20 \text{ de paso}$$

$$1 \text{ paso en metros} = \frac{100}{120} = \frac{5}{6} = 0,85 \text{ de metro.}$$

Deben talonarse el paso ordinario, el largo y el ligero, así como los aires del caballo que uno monte de ordinario.

Para esto último, en vez de hacer recorrer al caballo repetidas veces la distancia pequeña de 100^m , se busca en una ca-

retera un sitio en que no haya pendientes y que tenga postes kilométricos, y se hace marchar al caballo á un aire determinado, contando los pasos en cada kilómetro y tomando después la media del número que haya resultado en los varios kilómetros recorridos.

106. *Equivalencias de pasos á metros.*—La experiencia da como término medio, en terreno horizontal, las equivalencias siguientes:

Hombre

Paso ordinario (1)	154	pasos	} = 100 metros.
Id. largo	133	íd.	
Id. ligero	118	íd.	

Si el terreno fuese inclinado, teniendo que medirse según la pendiente, hay que hacer una corrección al paso, puesto que en las subidas y bajadas se acorta ó alarga éste, tanto más, cuanto mayor es el ángulo de pendiente. Así, pues, es preciso acostumbrarse á talonar el paso según las pendientes y ver la corrección que hay que hacer al valor determinado para el caso en que se opera en terreno horizontal.

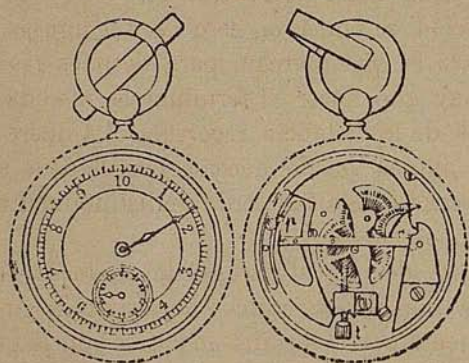
107. *Modo de contar los pasos.*—La operación de medir á pasos exige el cuidado de ir contando éstos, y con objeto de que cause menos fatiga el llevar esta cuenta, se cuentan uno sí y otro no, es decir, cada vez que se sienta en tierra el mismo pie; ó también de cuatro en cuatro, es decir, al sentar en tierra una vez sí y otra no el mismo pie. Al llegar á ciento se apunta una centena en un registro, ó se pasa de una mano á otra una piedra que indica 100 pasos, 200 ó 400, según se hallan contado, sencillos, dobles ó cuádruples.

108. *Cuenta-pasos.*—También pueden llevarse *cuenta-pasos*, que son unas cuentas engarzadas en un cordón, y á cada centena va pasándose una. A cada cinco hay una de distinto color que indicará 500, 1.000 ó 2.000 metros.

(1) El paso ordinario reglamentario es de 0,65 metros de talón á talón, el paso largo de 0,75 metros y el ligero de 0,85 metros.

109. *Odómetros*.—Existen aparatos que evitan el llevar la cuenta del número de pasos que se recorren, presentando la ventaja de ir midiendo sin ocuparse en contar los pasos. Estos aparatos se llaman *odómetros* ó *podómetros*.

Fig. 40.



Los más usados generalmente son los representados en la figura 40.

Son del tamaño de un reloj de bolsillo; en la esfera llevan dos agujas en disposición análoga á la manecilla de un reloj y á la aguja de segundos, correspondiendo á cada una una circunferencia di-

vidida en cien partes numeradas de diez en diez. La aguja mayor marcha en el sentido de las agujas de un reloj, y la otra en sentido opuesto.

Cada división de la circunferencia menor equivale á una vuelta entera de la mayor. Los números 1..... 2..... 3..... 10 de la circunferencia mayor representan 1.000..... 2.000..... 10.000 pasos.

Los números 10..... 100..... de la menor representan 10.000..... 20.000..... 1.000.000 pasos.

En la cara opuesta á la esfera llevan un péndulo ó balancín *p* que oscila á cada movimiento que se le imprime, y mueve á la vez á unas ruedas que hacen girar á las agujas y marcar en las esferas el número de oscilaciones.

Para operar con el odómetro, se cuelga delante del muslo ó se le mete en el bolsillo del pantalón de modo que esté suspendido del gancho para que quede vertical. Cada vez que se adelanta la pierna para dar un paso, el balancín *p* se mueve transmitiendo el movimiento hasta las agujas, las cuales pueden marcar pasos ó metros.

Si el odómetro está dispuesto para marcar metros, bastará arreglar la longitud de la oscilación mediante un pequeño tornillo t , que puede acercarse ó alejarse para reducir ó aumentar la amplitud de dicha oscilación, dando lugar con esto á que la aguja recorra en cada movimiento una cierta cantidad que puede ser la correspondiente á un metro de marcha (1).

Al empezar una medición, se ponen en cero las dos agujas, ó se apunta en un registro lo que marcan, para después restarlo de la lectura que hay que hacer al terminar la medida, y cuya resta será el valor de la distancia recorrida. La operación de poner á cero las agujas, puede hacerse con el dedo y pueden girar hacia la derecha ó á la izquierda indistintamente sin que el aparato se estropee.

Colgado de la petralera de un caballo puede contarse el paso de éste, así como el número de trancos de trote ó de galope, y arreglado previamente por el tornillo de corrección puede dar en metros la distancia recorrida, según el aire con que se haya marchado.

Puede también llevarse en el bolsillo del pantalón, produciendo el mismo efecto por transmitirse el movimiento del caballo á la pierna del jinete.

110. *Ruedas de carruajes*.—Conociendo el radio r de la rueda de un carruaje, puede ésta aprovecharse para medir las distancias que recorre, pues bastará contar el número N de vueltas dadas por la rueda y multiplicarle por $2\pi r$ para tener la distancia, que será $= N \times 2\pi r$.

Para contar este número de vueltas bastará colocar un pequeño trozo de hoja de lata ó cinc suspendido del carruaje y clavar en uno de los rayos de la rueda un pedazo de madera de modo que en cada vuelta toque á la hoja de lata; el ruido producido por el choque será apercibido por el que va en el carruaje, pudiendo contar de este modo el número de vueltas de la rueda, y, por consiguiente, determinar la distancia recorrida.

(1) A cada aparato acompaña una explicación detallada de su uso y manejo.

La exactitud obtenida no será muy grande, puesto que el carruaje es difícil que marche sin ondulaciones, y si el camino está en mal estado, los baches harán obtener una distancia mayor de la que en realidad existe. El barro adherido á las llantas de las ruedas es otra causa de error por hacer variar la longitud de r , radio de la rueda.

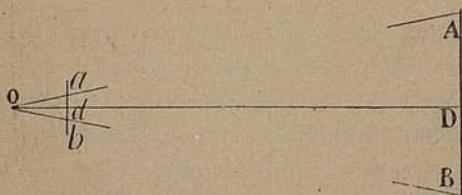
111. MEDIDA INDIRECTA DE DISTANCIAS. — **Instrumentos que se pueden emplear y su división.** — La medición de distancias sin necesidad de recorrerlas, como sucede con los aparatos de medición directa, se puede hacer por medio de instrumentos fundados en principios geométricos ó en fenómenos físicos.

Los primeros son los más exactos y usados de ordinario, por lo cual, forman parte de los levantamientos regulares; los segundos, no dando tanta exactitud, se estudiarán en los levantamientos irregulares.

112. Instrumentos fundados en principios geométricos. — Los instrumentos fundados en estos principios pueden considerarse formando dos grupos: 1.º, instrumentos que dan la distancia, valiéndose de una regla ó mira, y 2.º, los que necesitan la medición de una pequeña base. Entre los primeros están los llamados *estadias* (1), y los segundos reciben el nombre de *telémetros*.

113. 1.º Estadias. — *Principio en que se fundan.* — El funda-

Fig. 41.



mento de los aparatos de este grupo, es el principio geométrico siguiente (figura 41):

En los triángulos semejantes é isósceles Oab y OAB ,

se verifica, que las bases son proporcionales á las alturas, de

(1) La palabra *Estadia* está tomada del italiano *Stadio*, *mira* ó *reglón* empleado en Topografía para valuar distancias sobre el terreno sin necesidad de la cinta ó cadena.

donde se deduce $\frac{a b}{A B} = \frac{O d}{O D}$, y haciendo, para abreviar, $a b = m$, $O D = D$, $A B = M$, $O d = d$, se obtiene $\frac{m}{M} = \frac{d}{D}$, (α).

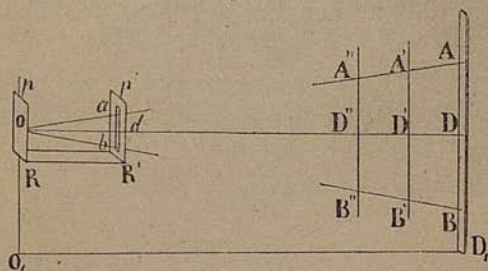
La fórmula anterior puede dar el valor de D conocidas las otras tres cantidades, de modo que si D representa una distancia que hay que medir, bastará conocer m , M y d para conseguirlo, puesto que $D = M \times \frac{d}{m}$, (β).

En la práctica se resuelve el problema de dos maneras, ó haciendo que M varíe con la distancia, en cuyo caso d y m son constantes en el aparato, ó haciendo que M sea constante, en cuyo caso d ó m son, una variable y la otra constante.

Existen un gran número de instrumentos que satisfacen á las condiciones anteriores, pero se indicará, en general, el medio de conseguirlo, y después, á la vista de cada instrumento, se podrán deducir fácilmente las variaciones que sólo afectarán á los detalles.

114. *Aparato hipotético para la demostración.*—Supongamos un aparato hipotético compuesto de una regla $R R'$ con dos placas p y p' paralelas entre sí y perpendiculares á la regla, la p con un pequeño agujero O para mirar, y la p' con una ranura $a b$ de una longitud dada $a b = m$ (figura 42), ó con dos pequeños agujeros á la misma distancia m .

Fig. 42.



Colocado un observador en O mirando hacia p' puede determinar las visuales $O a$ y $O b$, con lo cual se formará el ángulo $a O b$, y si una regla ó mira substituye á la recta $A B$ de la figura 41, se tendrán formados los dos triángulos $O a b$ y $O A B$.

115. *Aparatos en que M es variable.*—Si en el aparato an-

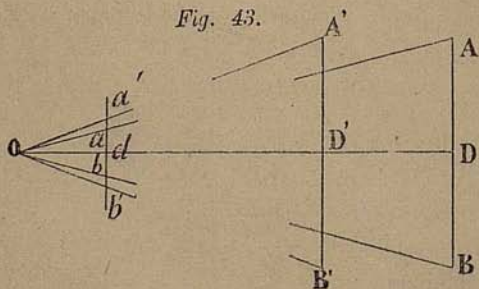
terior las placas están siempre á la misma distancia d , es decir, $O d = d = \text{constante}$, así como los agujeros a y b , ó sea $a b = m = \text{constante}$, se tendrá un instrumento del primer grupo. En efecto, basta observar la figura para ver que, según á la distancia á que se coloque la regla AB , los lados del ángulo constante aOb interceptarán las partes AB , $A'B'$, $A''B''$ proporcionales á las distancias OD , OD' , OD'' que se quieren medir.

Luego si $O_1 D_1$ es la distancia que hay que medir en el terreno, bastará colocar el instrumento de modo que la vertical del punto O , pase por O_1 , poner en D_1 la mira ó regla AB y dirigiendo las visuales Oa y Ob , se verán en la regla los puntos A y B en que van á cortarla, determinando así el valor de la variable AB que puede hallarse fácilmente si la mira AB está dividida en partes iguales, puesto que si una de ellas vale por ejemplo l , bastará contar el número n de divisiones comprendidas entre A y B , para de este modo tener $n \times l = AB = M$. Los valores de d y m serán deducidos de una vez para siempre en un mismo aparato, y unidos al M , obtenido como se ha dicho según la posición de D_1 , permiten hallar el valor de D de la fórmula (α) y, por tanto, la distancia buscada.

La figura hace ver que las distancias D , D' , D'' ,..... son proporcionales á las partes de la regla $AB = M$, $A'B' = M'$, $A''B'' = M''$, interceptadas por las visuales.

116. APARATOS EN QUE M ES CONSTANTE.—1.º $d = \text{constante}$ y m variable.—Este grupo da lugar á dos casos, uno en que d es constante y m variable, y el inverso.

Fig. 43.



La regla ó mira no está en general dividida, sino que lleva dos señales fijas A y B á una distancia constante $AB = M$, y á estas señales es á las que se dirigen las visuales Oa y Ob (figura 43), para lo cual

es necesario que los agujeros a y b puedan acercarse ó separarse, puesto que d es constante.

Como d y M son constantes, la única cantidad variable es la separación $a b = m$ que es la que hay necesidad de medir, lo que puede hacerse de varias maneras como se verá más adelante.

La figura hace ver también que las distancias D, D' , etc., son inversamente proporcionales á las magnitudes $a b = m, a' b' = m'$, etc.; es decir, á la separación de los puntos a y b por donde pasan las visuales. En efecto,

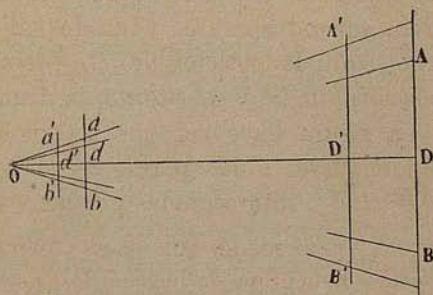
$$O D = D = M \times \frac{d}{a b} \text{ y } O D' = D' = M \times \frac{d}{a' b'},$$

$$\text{de donde } \frac{D}{D'} = \frac{\frac{M \times d}{a b}}{\frac{M \times d}{a' b'}} = \frac{a' b'}{a b} = \frac{m'}{m}.$$

117. 2.º, m constante y d variable.—Si la regla sigue de magnitud constante como en el caso anterior y lo mismo la distancia $a b$; será necesario que la placa p' (fig. 42) pueda acercarse ó alejarse

Fig. 44.

á la p para que las visuales trazadas desde O por a y b pasen por A y B , como se ve en la figura 44, y bastará medir la distancia d á que quedan las p y p' en cada medición, puesto que M y m son conocidas. La figura hace ver que las distancias D y D' que se miden son proporcionales á las distancias d y d' á que es necesario colocar la placa p' . En efecto,



$$D = O D = M \times \frac{O d}{m} \text{ y } D' = O D' = M \times \frac{O d'}{m}$$

$$\text{y } \frac{D}{D'} = \frac{\frac{M \times O d}{m}}{\frac{M \times O d'}{m}} = \frac{O d}{O d'} = \frac{d}{d'},$$

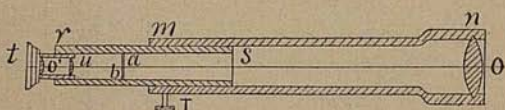
que demuestra la proporcionalidad.

118. **Instrumentos más usados en la medición con la estadía.**—Conocidos los principios fundamentales de la medición de distancias por medio de las estadías, se detallan á continuación algunos de los instrumentos más en uso; y pudiendo dirigirse las visuales á las reglas por medio de *anteojos* ó á *simple vista* como pasa en el aparato hipotético que se ha considerado en el párrafo 114, se hará una separación para su estudio empezando por los de anteojo.

119. **Anteojos astronómicos.**—*Descripción.*—Antes de empezar el estudio de los anteojos para las estadías, y como preliminar, se hará presente que los anteojos empleados en topografía son los astronómicos, porque siendo más claros y más portátiles que los terrestres, son preferibles á pesar de dar las imágenes invertidas; lo cual no presenta inconvenientes en estas operaciones, puesto que los objetos á quienes se dirigen las visuales son miras ó banderolas que no importa se vean

invertidas. Un anteojo topográfico se compone de los mismos elementos que uno astronómico (1) (fig. 45).

Fig. 45.



1.º Un tubo $m n$ lleva la lente objetiva O . 2.º Otro $r s$ que entra á frotamiento dulce en el anterior lleva el retículo $a b$, el cual por el movimiento de este tubo puede acercarse, ó separarse á la lente O . 3.º Otro $t u$ que entra en el $r s$ del mismo modo que éste en el $m n$ lleva el ocular, y por su movimiento se puede colocar el retículo $a b$ á la distancia de la visión distinta de cada observador.

120. *Uso del anteojo.*—Para servirse de un anteojo es necesario: 1.º, meter ó sacar el tubo $t u$ hasta que mirando por el ocular se vean con gran claridad los hilos del retículo, en cuyo caso éstos estarán á la distancia de la visión distinta.

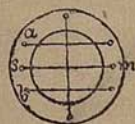
(1) Conocidos por la óptica.

2.º Sin tocar ya el tubo tu , mover el rs por medio de un tornillo T y una cremallera, de modo que mirando por el ocular á un objeto, se vea la imagen de éste con la mayor claridad posible y en el mismo plano de los hilos del retículo. Con esto se consigue que la imagen del objeto que la lente objetiva habrá dado en el interior del anteojo, se forme á una distancia igual á la focal conjugada con aquélla á la que se halla el objeto de la lente, por lo que se la ve entonces lo más clara posible y además proyectada en el mismo plano del retículo, para apercibirla á la misma distancia que los hilos de éste, es decir, á la de la visión distinta de cada observador.

Puesto el anteojo de la manera indicada, estará disponible para poder servir como anteojo astronómico ó topográfico, faltando tan sólo ver el medio de aplicarle á la medida indirecta de distancias cuando vaya acompañado de una regla, lo cual se consigue del modo siguiente:

121. *Anteojo para la estadía.*—El anteojo para la estadía es astronómico, sin más que llevar un retículo

Fig. 46.

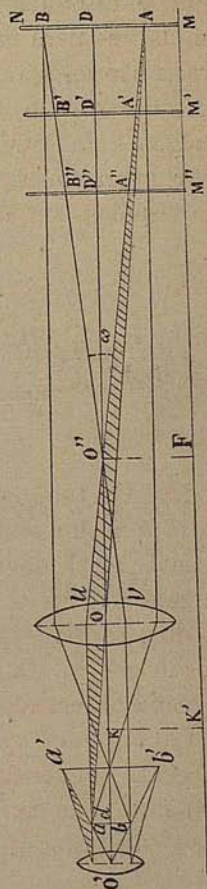


de la forma de la figura 46 con dos hilos horizontales, cuya distancia $ab=m$ es constante. Estos retículos

reciben el nombre de *micrómetros*.

Los rayos luminosos que parten de los hilos a y b , paralelamente al eje principal del anteojo, llevan las direcciones au y bv (fig. 47) hasta la lente objetiva, allí se refractan y después de cruzarse en O'' , foco principal

Fig. 47.



de esta lente, van á marcar en A y B sobre la regla, un intervalo AB que se llamará M .

Como $ab=m$ es constante, la marcha $\left. \begin{matrix} a u O''A \\ b v O''B \end{matrix} \right\}$ de estos rayos es también constante, luego los ángulos $AO''B$ y $uO''v$ también lo serán y su vértice estará siempre en O'' foco principal de la lente objetiva; luego si se supone la regla MN colocada á diferentes distancias $OD, OD', OD'',$ etc., las partes $AB, A'B', A''B''$ interceptadas por los lados del ángulo $AO''B$, serán proporcionales á sus distancias $O''D, O''D', O''D''$ etc., en virtud de la semejanza de los triángulos $AO''D, A'O''D', A''O''D''$ etc., y se tendrá $\frac{AB}{O''D} = \frac{A'B'}{O''D'} = \frac{A''B''}{O''D''}$ etc. ó $\frac{M}{D} = \frac{M'}{D'} = \frac{M''}{D''}$ etc., lo que hace ver que las distancias del punto O'' á la regla, son proporcionales á las magnitudes interceptadas por los hilos a y b sobre las posiciones respectivas de la regla; luego si ésta se halla dividida en divisiones de una longitud determinada l , las distancias serán proporcionales al número de divisiones n, n', n'' etc., interceptadas; y se verificará que

$$AB = M = n \times l$$

$$A'B' = M' = n' \times l$$

$$A''B'' = M'' = n'' \times l$$

El ángulo $AO''B$ que goza de esta propiedad y que es único en cada anteojo, se llama ángulo *diastimométrico* y se acostumbra á representar por ω , y al punto fijo O'' vértice de este ángulo, se le llama punto *analítico*, dependiendo el primero de la separación de los hilos a y b , y el segundo de la distancia focal principal f de la lente objetiva (1).

(1) Esto mismo puede deducirse por el cálculo, pues, en efecto, en la figura se verifica, según se sabe por la Física, que entre el objeto AB y su imagen ab , existe la misma relación que entre las distancias OD y Od , como se ve por los triángulos OAB y Oab , es decir, que $\frac{AB}{ab} = \frac{OD}{Od}$ ó substituyendo sus valores, $\frac{M}{m} = \frac{D}{d}$; de donde se deduce $D = M \times \frac{d}{m}$ (Y) fórmula igual á la obtenida en el aparato hipotético; pero en esta fórmula siendo m constante, puesto que los hilos están siempre á la misma dis-

Este anteojo da el valor de la distancia que existe entre O'' foco anterior de la lente objetiva y la mira colocada en M , ó sea $O'' D$, con sólo conocer $M=A B$; con lo cual está completamente resuelto el problema de la medida de distancia.

122. *Constante y modo de determinarla.* — Para medir distancias con este anteojo sería preciso colocarle de modo que el foco O'' cayese en la vertical del punto F extremo de la línea $F M$ que se quiere medir, pero como conseguir esto es difícil, pues el punto O'' no es un punto material por estar fuera del anteojo, se acostumbra á poner éste de modo que la vertical $K I$ (fig. 48) que pase por su punto medio I caiga sobre el extremo K de la línea $K M$ que se ha de medir; y de este modo la fórmula dará la distancia desde O'' hasta la regla $A B$, y será necesario añadir

la parte constante $O O'' + O I = f + \frac{1}{2} L$ siendo L la longitud del anteojo; cantidad que se llama la constante del aparato, la

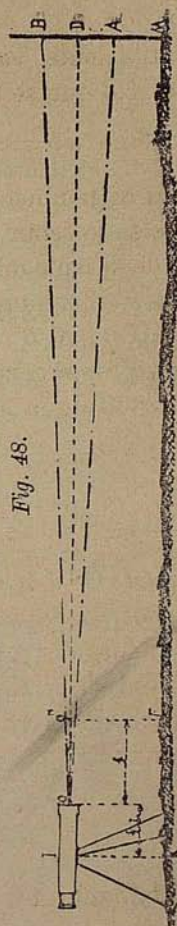


Fig. 48.

tancia y variando d con D , es conveniente eliminar ésta, dejando la fórmula (Y) en función sólo de la variable M , lo cual se consigue por las fórmulas de las lentes convergentes $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$ en que $p=D$, $p'=D'$ y f es la distancia focal principal é igual á $O O''$; con cuyas substitutiones se convierte en $\frac{1}{D} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$ (6) deduciéndose de ella $d = \frac{f D}{D-f}$, valor que substituido en la (Y) dará: $D = M \times \frac{f D}{D-f}$; y dividiendo

por D los dos miembros y despejando D , se obtendrá: $D = f \times \frac{M}{m} + f$ (7), fórmula para la medida de distancias. En efecto, pasando el término f al primer miembro, se tendrá: $D - f = f \times \frac{M}{m}$ (8); pero $D - f = O'' D$ y $f.m$ son constantes, luego el valor de $O'' D$ sólo depende del de M y varían en razón directa, que es lo que se ha visto geométricamente.

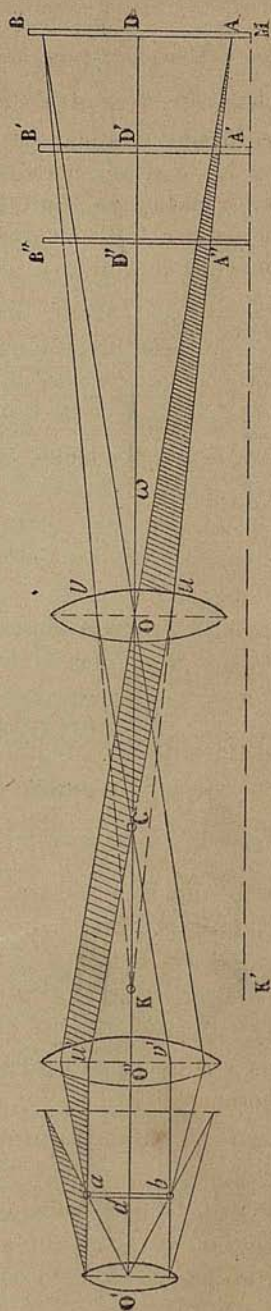
cual en general va escrita en la tapa del objetivo, ó en el interior de la caja.

123. **Anteos analíticos.**—La necesidad de añadir la *constante* á cada medición, operación engorrosa y expuesta á olvidos, hizo pensar en que si el punto analítico en vez de estar en el foco principal anterior del objetivo O'' (fig. 47), estuviera en el medio K del anteojo, las distancias medidas serían desde K á la regla y no habría necesidad de la corrección constante que se ha visto en el párrafo anterior.

El desplazamiento del punto analítico, y con él, el del vértice del ángulo diastimométrico ω , ha sido conseguido por el célebre Topógrafo Piamontes Porro, el cual colocó una nueva lente entre el retículo y el objetivo, á una distancia, y con un foco, que se determina por el cálculo.

Sean (fig. 49) a y b los hilos horizontales del retículo. Los rayos luminosos que parten de ellos paralelamente al eje del anteojo encuentran á la lente analítica O'' , se refractan, y concurren en su foco principal siguiendo su camino hasta encontrar la lente objetiva O donde vuelven á refractarse divergiendo para venir á reunirse en su foco principal K que será virtual, pues se hace que el foco principal C de la lente analítica esté de modo

Fig. 49.



que OC sea menor que la distancia focal principal de la lente O . La marcha de los rayos desde los hilos á la mira, es la $\begin{matrix} a u' C u A K \\ b v' C v B K \end{matrix}$ concurriendo en el punto K .

Mientras no cambia la distancia entre los hilos a y b y la que separa las lentes O y O' , la marcha de los rayos no varía, así como el punto K y el ángulo $\angle vKu = \omega$; luego si K es el punto medio del anteojo, el problema queda resuelto; pues será el punto *analítico* y $\angle vKu$ el ángulo *diastimométrico*, cuyos lados prolongados interceptarán sobre la mira las partes $AB, A'B', A''B'', \dots$ proporcionales á las distancias $KD, KD', KD'', \dots$ como puede comprobarse por la semejanza de triángulos $AKB, A'KB', A''KB'', \dots$

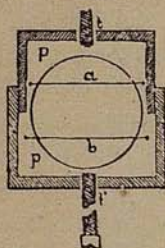
124. FÓRMULA DE LOS ANTEOJOS ANALÍTICOS. — El triángulo BKD permite hallar una fórmula de relación para determinar D , puesto que $\text{tg } BKD = \frac{BD}{KD}$ y $\frac{2BD}{KD} = 2 \text{ tag } BKD$; y como $2BD = AB = M$; si se llama $\frac{1}{2}\omega = BKD$, se tendrá $\frac{M}{D} = 2 \text{ tg } \frac{1}{2}\omega$, de donde $M = 2D \text{ tg } \frac{1}{2}\omega$ y $D = \frac{M}{2 \text{ tg } \frac{1}{2}\omega}$, la cual da el valor de D conocida la parte M de mira y el ángulo diastimométrico.

125. *Modo de operar.* — Los anteojos analíticos vienen contruidos de modo que el ángulo ω está calculado para poder operar con reglas con divisiones decimales, y de tal modo, que cada una de éstas represente un metro del terreno, según el valor del ángulo diastimométrico, consiguiéndose así que la medición de distancias sea muy sencilla. Bastará, en efecto, colocar el anteojo de modo que su medio caiga en la vertical K del extremo de la línea que se va á medir, y la regla en el otro extremo M . Dirigiendo la visual á la regla y viendo el número n de divisiones comprendidas entre los dos hilos, este número n será el de metros de D . Como los hilos no comprenderán en general un número exacto n de divisiones, se le agregará la fracción de división, apreciando á ojo si es $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}$, etc., lo cual representará una fracción igual de metro. Se procurará que uno de los hilos caiga sobre una división de la regla, y de este modo sólo hay que apreciar á ojo la fracción de división correspondiente al otro hilo.

126. **MICRÓMETROS.**—Los micrómetros empleados en los anteojos para la estadía son *simples* ó *múltiples*.

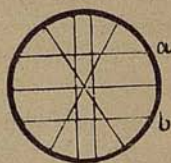
1.º **Simples.**—Simples son los que tienen dos hilos horizontales y uno vertical, como se ve

Fig. 50.



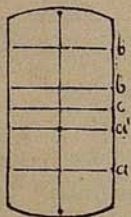
en las figuras 46 y 50, ó llevan además otros dos cruzados como en la figura 51. Los horizontales sirven para la medición, y el vertical para que coincida con la línea media de la regla ó banderola; y el punto de intersección de los oblicuos, para marcar el eje del anteojo.

Fig. 51.



127. 2.º **Múltiples.**—Estos micrómetros tienen varios hilos paralelos y equidistantes dos á dos del horizontal que pasa por el centro (fig. 52).

Fig. 52.



Son preferibles á los sencillos, pues permiten determinar la distancia de varias maneras, comprobando la operación y disminuyendo el error, puesto que se puede tomar la media de todas ellas.

Sea, en efecto, el micrómetro (fig. 52). Si para medir se hace uso de los hilos extremos a y b ; les corresponderá un ángulo diastimométrico ω y el valor D será dado en función de M y ω , por la fórmula

$$D = \frac{M}{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega}.$$
 Si se hace uso del a y del intermedio b , corresponderá á su separación otro ángulo diastimométrico ω' y otro valor M'

de mira y la fórmula será $D = \frac{M}{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega'}$. Si se usan el extremo b y el a' , los valores de ω' , M' y D , serán los anteriores, puesto que las distancias ab y $a'b$ serán iguales á m .

Por último, si se usan el a' y el intermedio b , habrá otros valores ω'' y M'' y para D un valor $D = \frac{M''}{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega''}$. Los cuatro valores

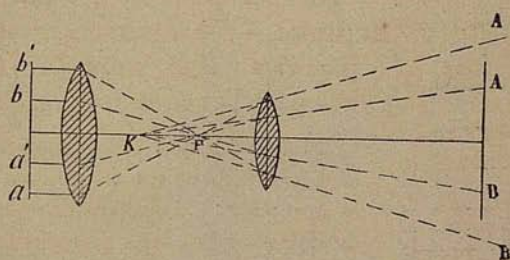
de D deben ser iguales puesto que la distancia es la misma; si así resulta, la operación está sin equivocaciones, pero en general los valores obtenidos diferirán en fracciones de metro debido á los erro-

res inherentes á toda operación topográfica, y el debido á tener que apreciar á ojo una fracción de división, á lo que hay que agregar además la incertidumbre que existe para saber el punto fijo donde caen los hilos, bien por fenómenos físicos de irradiación y de contraste de colores, como por la oscilación que siempre tienen las reglas por bien sujetas que quieran tenerlas los portamiras. La media de todas estas cuatro lecturas, es la que se toma como verdadera si es que difieren poco unas de otras, pues si hubiera alguna cuya diferencia con las otras fuese mayor que el error debido al instrumento, indicaría que se había hecho mal aquella medición y se desearía ó se rectificaría.

Los micrómetros múltiples presentan otra ventaja, y es que si la distancia D

Fig. 53.

que hay que medir es grande y los hilos extremos a y b' se proyectan fuera de la regla por quedar dentro del ángulo diastimométrico (fig. 53),



se podrán emplear otros hilos cuyo ángulo sea menor como los a y b ó a' y b' .

128. MICRÓMETROS SIN HILOS.— Los micrómetros en la actualidad se construyen sin hilos con objeto de evitar las continuas roturas á que aquéllos están expuestos y lo difícil que es su reposición, así como la verificación y rectificación necesaria después de colocados para ver si ha variado el ángulo diastimométrico, cosa que siempre sucederá por lo difícil que es colocar el nuevo hilo á la misma distancia á que estaba el roto; rectificación que sólo puede hacerse en aquellos micrómetros que, como el de la figura 50, están formados de dos placas P, P independientes y pudiendo resbalar una sobre otra llevando consigo respectivamente los hilos a y b , los cuales podrán aproximarse ó separarse por medio del movimiento de los tornillos t y t' , que atravesando el espesor del tubo del anteojo, entran en las tuercas de las piezas P, P .

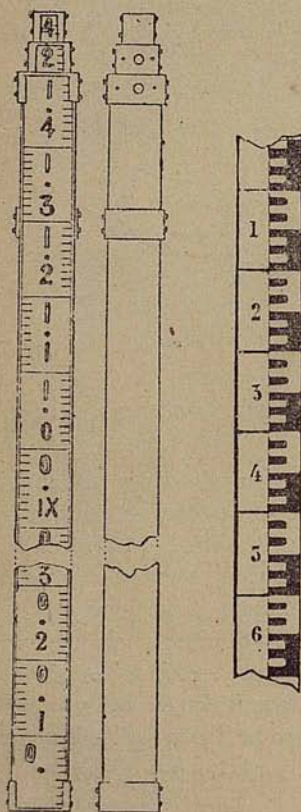
En los micrómetros modernos se substituyen los hilos por unas

rayas muy finas hechas en una placa transparente muy delgada, evitándose de este modo la rotura tan común de los hilos.

Los anteojos de los aparatos perfeccionados llevan en general estos micrómetros de rayas múltiples y con lente analítica, recibiendo por esta última circunstancia el nombre de *anteojos analíticos*.

129. **Miras.**—Las reglas empleadas en las mediciones indi-

Fig. 54.



rectas se llaman *miras* parlantes ó simplemente *estadias* y suelen tener de dos á cuatro metros de longitud.

Las usadas comunmente son (figura 54) las que se han indicado ya de divisiones decimales, valiendo cada una de éstas uno, dos ó cuatro centímetros.

Los colores empleados en ellas para marcar las divisiones son, en general, el azul, blanco y encarnado, por ser los que se ven de más lejos y se destacan más por el contraste de estos colores; sin embargo, se comprende por las leyes de óptica que con un anteojo de aumento dado, á medida que aumentan las distancias que hay que medir, aumentará la incertidumbre sobre la posición de los hilos en las divisiones de la mira; pues éstas se verán de menor tamaño, mientras que los hilos colocados siempre á la misma distancia del ojo, se verán del mismo.

Como accesorio de las miras, suele ir una plomada que coloca el portamira para ponerla vertical.

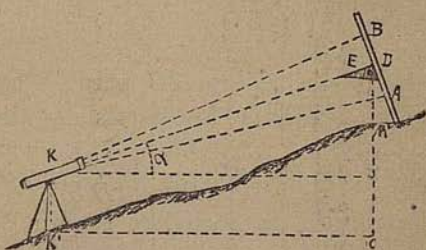
Con objeto de que puedan transportarse con más facilidad, se reduce su longitud á la mitad ó al tercio, doblándose en el primer caso ó estando formadas de tres partes que enchufan unas en otras, como en la figura de la izquierda.

130. **Medición según la pendiente.**—Tanto en la medición con los anteojos ordinarios como con los analíticos, se ha supuesto se efectuaba la medida en terreno horizontal; pero como habrá que hacer mediciones en terreno inclinado, se indicará la corrección necesaria á este caso.

1.^{er} MÉTODO. Sea (fig. 55) medir la distancia $K' M$. La fórmula que da el valor de

Fig. 55.

D se ha deducido en la hipótesis de que KD era perpendicular á AB . Si el terreno fuese inclinado, como $K' M$, se medirá la altura KK' del anteojo sobre el suelo, colocando la mira vertical y apoyada



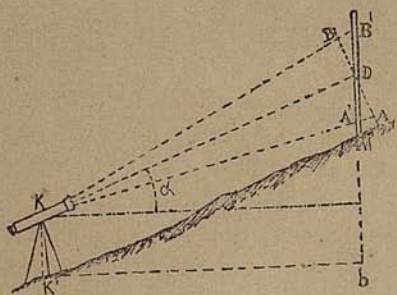
en KK' al lado del anteojo, y trasladada M se coloca como se ve en la figura, de modo que MD sea igual á KK' y que la vertical de D pase por M (operación pesada y difícil de ejecutar), con lo cual KD resulta paralela á $K' M$ y perpendicular á AB ; estando, pues, en las mismas condiciones que con la estadía horizontal para determinar el valor de $KD = K' M$; D vendrá dado en metros por el número de divisiones comprendidas entre A y B , pero D será $K' M$, y si se quiere su reducida $K' c$, se tendrá que efectuar como si se hubiera medido según la pendiente; y $K' M = K' c \cdot \cos \alpha$.

Este método de operar no es práctico por las dificultades que presenta colocar la mira como se ha visto en la figura anterior, para lo cual el portamira tiene que llevar una escuadra de dibujo E y colocarla como indica la figura para que, mirando por su borde superior, se vea el eje del anteojo en prolongación, al mismo tiempo que una plomada indique que la vertical del punto D pasa por M .

Se prefiere operar del modo siguiente:

2.º MÉTODO. Se coloca la mira vertical en M y se dirige la

Fig. 56.



visual de modo que $KD = K'M$ y como se ve en la figura 56, en vez de leer sobre la mira la cantidad AB que sería la verdadera, se lee $A'B' > AB$, puesto que AB es perpendicular á KD y $A'B'$ es oblicua; así pues la distancia D' leída, será mayor que la verdadera D y es preciso corregirla en el ex-

ceso de $A'B'$ sobre AB , para lo cual se tendrá en cuenta que las longitudes de las partes de mira son proporcionales á las

distancias, ó que $\frac{D}{D'} = \frac{DB}{DB'}$; y como puede suponerse que

el ángulo B es recto, se tendrá $DB = DB' \cos \alpha$, de donde $D = A'B' \cos \alpha$. Luego bastará multiplicar la lectura $A'B'$ hecha en la mira por el *coseno* del ángulo de pendiente para tener la distancia según esta pendiente. Si se quiere la *reducida*, habrá que multiplicar el valor hallado por $\cos \alpha$ y la fórmula será

$$K'b = A'B' \cos \alpha \times \cos \alpha = A'B' \cos^2 \alpha.$$

131. **Prácticas de la medición con la estadia.**—Para operar con esta clase de aparatos, es preciso primero ver si son ó no analíticos los anteojos.

Si no lo son hay que tener en cuenta la constante que, como se ha dicho, está escrita generalmente en la caja del instrumento ó en el mismo anteojo, teniendo cuidado en todas las mediciones añadir siempre esta cantidad. Si son analíticos, no necesitan esta corrección, puesto que dan la medida exacta.

Puesto el instrumento en estación en uno de los puntos extremos de la distancia que se va á medir, se determina su altura como se ha dicho en el párrafo anterior y después se

marcha con la mira al otro extremo donde se coloca dando frente al anteojo, y bien vertical, para cuyo objeto se lleva una plomada (1).

Por el anteojo se dirige la visual á la mira próximamente á la altura del instrumento, y después se hace que uno de los hilos (el que se vea más alto, que será el b , fig. 46), enrase en una división exacta de la mira, con lo cual está el instrumento preparado para la lectura, haciéndose ésta del modo siguiente:

Se lee el número de divisiones marcadas en la mira con el hilo a y se apunta esta lectura en un registro. Si el hilo no cae en una división exacta, se ve entre cuáles está comprendido y se aprecia á ojo la fracción de división que existe entre la próxima inferior y el hilo; de modo que si cae entre la 151 y 152, se calcula si está al medio, tercio, cuarto, etc., de la 151, y se leerá respectivamente 151,50, 151,33.... 115,25, etc. Como el hilo b se enrasa con una división exacta, se leerá ésta y se evitará el apreciarla á ojo, lo cual es más propenso á errores. Se hace que sea el hilo b el que enrase en la división exacta, y no el a , porque de este modo el substraendo es un número entero y la resta ($a-b$) se efectúa con más facilidad. Se halla la diferencia $a-b$ y si la visual es horizontal, ésta será la distancia buscada; pero si fuese inclinada se mide el ángulo de pendiente α (2) y la fórmula $\Delta = (a-b) \cos^2 \alpha$ dará la distancia reducida Δ .

PRECAUCIONES.—1.^a Es necesario que el portamira tenga la mira apretada contra el suelo para evitar las oscilaciones, sobre todo en los días de viento, y además que la coloque vertical, por medio de la plomada.

2.^a Es necesario, además, que la imagen de la mira se forme en el plano del micrómetro, pues de lo contrario existiría un error que haría indecisa y confusa la posición del hilo sobre las divisiones de la mira. Esto se consigue mirando por el ocular, subiendo y bajando la visual todo lo que dé de sí el diámetro de aquél y viendo si siempre el

(1) También se puede hallar la altura del instrumento por medio de la cuerda de la plomada, midiendo después la longitud que resulte, bien en la mira, bien con un rodete.

(2) La medida del ángulo α se hará por los medios que se indicarán más adelante.

hilo está sobre la misma división; si no lo está, se arregla el instrumento, haciendo que avance ó retroceda el micrómetro en el ocular, por medio del tornillo y la cremallera.

Cuando á pesar de todas las precauciones anteriores la mira oscile y no se pueda apreciar con exactitud la división que marcan los hilos, debe hacerse una nueva lectura, para lo cual se hace enrasar el hilo *b* con otra división exacta distinta de la primera y cercana á ella y las nuevas lecturas *a'* y *b'* darán otro valor $a' - b' = D'$ que debe ser igual al *D* ya hallado, pero que diferirá en general en una pequeña cantidad. Se toma la media de las dos y este valor es el que se elige como bueno. Si la visual no hubiese sido próximamente horizontal se halla en la primera y segunda lectura el valor α y α' de los ángulos de pendiente y los valores Δ y Δ' son los que darán la media buscada.

132. 2.º APARATOS EN QUE *M* ES CONSTANTE.—1.º caso: *d* constante.—La fórmula para este caso es, $D = M \times \frac{d}{m}$ en que *M* y *d* son constantes y *m* variable.

La variación de *m* en los aparatos de este grupo está determinada por el micrómetro, del cual es necesario deducir el valor de *m* que ha de substituirse en la fórmula para hallar *D*. En unos aparatos existen dos hilos horizontales que se acercan ó separan uno del otro lo necesario para que las visuales que pasen por ellos caigan sobre dos trazos marcados en una mira ó para que comprendan un objeto de altura dada; midiendo en cada caso la separación de los hilos ó sea el valor de *m*. En otros aparatos el micrómetro va graduado convenientemente, y á partir de una división fija se ven las divisiones que comprende la imagen de los trazos fijos de la mira, ó lo que es lo mismo, el valor de *m* (1).

133. 2.º caso: *m* constante.—Los aparatos en que siendo *M* constante, tienen también constante á *m*; la variable es *d* y su valor es el que se necesita obtener para substituirle en la fórmula y hallar *D* (2).

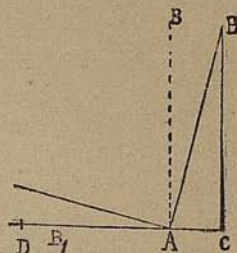
134. **Telémetros.**—La medida de distancias con estos aparatos se diferencia de la medición con las estadías en que no

(1) Como ejemplo de instrumento del primer caso se describirá más adelante el *anteojo tambor*, y del segundo el *anteojo acodado* de la *regla eclímetro* de Goulier.

(2) El aparato de este género, más sencillo y más en uso, es la *alidada autoreductriz* de Peigné, cuya descripción se hace más adelante al tratar de su equipaje topográfico.

es necesaria la mira en el extremo de la línea que se quiere medir. La mayor parte de estos instrumentos se fundan en el principio siguiente: Si ABC (fig. 57) es un triángulo rectángulo en C , y A y B son los extremos de la línea que se desea medir, se podrá calcular su longitud D , conociendo AC y el ángulo B mediante la

Fig. 57



fórmula $D = AB = \frac{AC}{\sin B}$. Esta fórmula exige la medida de la línea AC que se llama *base*, de modo que si fuese muy larga, no tendría ventaja el procedimiento, pero no teniendo sino unos 10 á 20 metros, se podría medir con facilidad y obtenerse D con rapidez y á poca costa.

El tener el lado AC una longitud pequeña comparada con la AB tiene el inconveniente de que las rectas AB y BC se cortan bajo un ángulo B muy agudo, y un pequeño error en el valor de este ángulo, dará un error considerable para D . De la mayor ó menor exactitud con que se pueda obtener el valor del ángulo B , depende en general el perfeccionamiento de los telémetros y sus buenos resultados en la medición de distancias.

Existen muchos aparatos fundados en este principio ó en otro análogo, diferenciándose solamente en que dan el valor

de $D = CB$ por la fórmula $CB = \frac{AC}{\tan B}$ (1), pero acompañándoles en general una instrucción en la que se marcan con detalles su uso y manejo, se indicará solamente uno que por su sencillez, poco peso y volumen, le hacen muy recomendable, y es el debido á Gaumet.

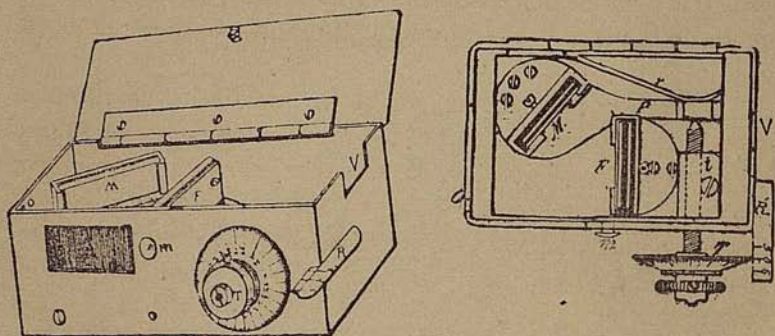
135. Telémetro de Gaumet.—Este aparato, como todos los de doble reflexión que en lo sucesivo se describirán, se funda en el principio óptico siguiente: *Cuando un rayo luminoso es reflejado sucesivamente por dos espejos planos, el ángulo formado*

(1) Las distancias AB y CB se diferencian tan poco en su longitud, á causa de la pequeñez de AC , que, sin error sensible, puede calcularse una ú otra para valor aproximado de D .

por el rayo incidente y el doblemente reflejado es doble del que forman los espejos, siempre que la doble reflexión se verifique en un plano perpendicular á la común intersección de éstos (1).

Se compone el telémetro de dos espejos colocados dentro de una caja prismática (fig. 58). Uno de ellos, el F , es fijo, y

Fig. 58.

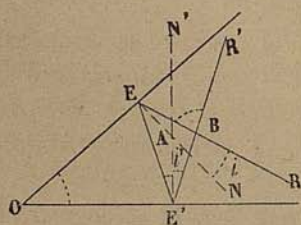


el otro M movable con una pieza P . Los dos espejos pueden formar ángulos entre 41° y 49° .

El espejo M se puede mover por medio del tornillo micro-métrico T que gira en la tuerca t fija á la caja. La cabeza de este tornillo es tronco-cónica, de base grande, y la circunferencia de ésta va dividida en 100 partes numeradas de 10 en 10

(1) Este principio, cuya demostración pertenece á la Física, se indica á continuación: Sean E y E' (fig. 59) dos espejos planos que formen el ángulo $EOE' = e$, y RE el rayo

Fig. 59.



incidente; este rayo, al caer sobre E , se reflejará formando el ángulo NEE' igual al $REN = i$; el rayo EE' , al caer sobre E' , se vuelve á reflejar según $E'R'$ formando el ángulo $N'E'E' = EE'N' = i'$; y dan lugar al ángulo $R'BE$ del rayo incidente RE con el doblemente reflejado $E'R'$, cuyo valor se deduce del triángulo $EE'B$, en el que se verifica que el ángulo externo $R'BE = BEE' + EE'B = 2i + 2i'$; pero el ángulo EOE' de los espejos es igual al NAE' formado por las perpendiculares AE y AE' respectivamente á los lados OE y OE' ; y como este ángulo es externo del triángulo AAE' , se verificará, $NAE' = EOE' = AEE' + EE'A = i + i'$, y multiplicando por 2 se tiene: $2EOE' = 2i + 2i'$, y por lo tanto, $R'BE = 2EOE'$, que es lo que se necesitaba demostrar.

y representan cada una $0,000005$ metros ó $\frac{1}{200000}$ por ser la centésima parte del paso del tornillo, el cual vale $\frac{1}{2}$ milímetro. R es una reglilla cortada en bisel, presentando éste hacia la cabeza del tornillo, llevando marcadas unas divisiones que representan una vuelta completa de la cabeza del tornillo, ó lo que es lo mismo, la longitud del paso de éste, y va numerada desde 0 á 5 en los dos sentidos; r es un resorte que obliga siempre á que la pieza P esté apoyada y obrando sobre la punta del tornillo T .

La abertura rectangular que se ve rayada de negro en la figura, sirve para que penetren los rayos luminosos que se han de reflejar en el espejo M ; y en O existe una ranura que sirve de ocular. La cara opuesta á la O tiene una gran abertura V para las visuales directas; m es un botón que sirve para apretar un muelle y poder abrir la tapa, como se ve en la figura en perspectiva.

Al aparato suele acompañar un cordón fino de seda de 10^m á 20^m para medir esta distancia, pudiéndose medir también con un rodete ó de cualquier otro modo de los ya conocidos.

En una de las tapas de la caja prismática lleva unas tablas calculadas para abreviar la operación, como luego se indicará.

136. Uso del telémetro.—Tres operaciones hay que ejecutar con el telémetro para verificar una medición: la primera es trazar un ángulo recto C (fig. 67) ó casi recto; la segunda es medir una base CA con el cordón de seda, y la tercera es la medición del pequeño ángulo B .

La primera y tercera se obtienen por medio del telémetro, y la segunda por medio del cordón.

Para ver la manera de operar con el aparato, se empezará por poner el tornillo T del telémetro de modo que el cero de su cabeza quede enfrente y en coincidencia con el cero del bisel de la regla R , con lo cual los espejos formarán un ángulo de 45° por construcción.

Si la distancia que hay que medir es la CB , se colocará el observador en el punto C , y mirando por la ranura O del apa-

rato en una dirección aproximadamente perpendicular á CB , se buscará por doble reflexión la imagen del punto B , la cual se presentará en dirección CD perpendicular á CB , puesto que el ángulo de los espejos es de 45° .

Se buscará en esta dirección una señal D bien visible y bastante lejana, la cual podrá ser una señal natural, como la esquina de una casa, una chimenea, un árbol aislado, etc.; y si no existiera ninguna, se podrá clavar una banderola ó jalón, la cual será vista directamente por O y por encima del espejo.

Hecho esto se medirá desde C y en dirección CD , una distancia $CA=20^m$, y colocándose en el extremo A se dirigirá la visual directa al punto D , con lo cual no se verá ya por doble reflexión la imagen de B , puesto que el ángulo BAD , no siendo de 90° y no habiendo variado el de 45° que formaban los espejos, sólo se verán los objetos que se hallen en la dirección perpendicular á AD , marcada de trazos en la figura; y para conseguir que la imagen de B quede en la dirección AD , es necesario hacer variar el ángulo de los espejos moviendo el tornillo T hasta que el espejo M gire una cantidad angular mitad del ángulo BAB , lo cual se habrá conseguido cuando se vuelva á ver la coincidencia entre la señal D vista directamente y la B_1 que proviene de ver la B por doble reflexión.

La cantidad que gira el espejo, *mitad del ángulo buscado* B , se obtiene por el desplazamiento del tornillo T ; en efecto, leyendo en la regla R y en la cabeza del tornillo las vueltas y fracción de vuelta de éste, se tendrá el número de divisiones n que representan el valor de la tangente del ángulo girado por el espejo M ; pero como este ángulo es siempre pequeño, se podrá suponer sin gran error que la tangente correspondiente al ángulo B , que es doble de éste, es también doble de la hallada; luego doblando el valor leído en la cabeza del tornillo se tendrá el valor del ángulo B por su tangente, á la cual corresponde un radio igual á la distancia que separa el eje de giro del espejo M de la punta del tornillo T ; cantidad que puede suponerse constante y que se llamará d ; obtenién-

dose la fórmula $\text{tag. } B = 2 \text{ tag. ángulo del espejo} = 2 \times \frac{n}{d}$; pero

como $\text{tag. } B = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{Base}}{D}$ se tendrá $2 \times \frac{n}{d} = \frac{\text{Base}}{D}$ y $D =$
 $= \text{Base} \times \frac{d}{2n}$. En los instrumentos que se construyen se hace

$d = 0,034^m$ y como una división vale $\frac{1}{200000}$, habrá que substi-

tuir en vez de n , $\frac{n}{200000}$, de donde,

$$D = B \times \frac{0,034}{2n} = B \times \frac{0,034}{\frac{n}{100000}} = \frac{3400}{n};$$

y tomando la base constante de $B = 20^m$, $D = \frac{20 \times 3400}{n} = \frac{68000}{n}$

será la fórmula que sirve de base para la tabla que lleva la tapa del aparato, pues basta dividir el número 68.000 por la serie natural de los números y escribir los cocientes, para obtener los valores de D de la tabla.

Para hacer uso de ella se lee en el aparato el valor que se obtenga para n , el cual se busca en la tabla, encontrándose á su derecha el valor correspondiente á D .

Si la base usada fuese de 40^m , bastaría doblar los valores hallados para D en la tabla, pues la fórmula hace ver que al hacer doble á B también se hace doble el valor de D .

137. Otro modo de operar.—Como el colocar el jalón ó señal D es muy engorroso, y por otra parte es muy difícil encontrar siempre alguna señal natural en la dirección CD perpendicular á CB , se puede operar de otro modo, que consiste en buscar una señal visible en una dirección CD aproximadamente perpendicular á CB , y colocándose á ojo en la intersección C de estas dos perpendiculares, dirigir la visual directa á la señal D y mover el tornillo hasta que la imagen doblemente reflejada de B se vea en la dirección directa de la señal D ; hacer la lectura en la cabeza del tornillo y avanzar en la dirección CD la longitud de 20^m y colocado en una posición análoga, mirar

á *D* directamente y mover el tornillo hasta que se vea la coincidencia con la imagen *C*; hacer la lectura en la reglilla *R* y en la cabeza del tornillo, y la diferencia de lecturas, dará el valor de *n*, que buscado en las tablas permitirá hallar *D*.

Este segundo método no es tan exacto como el primero, pues el ángulo en *C* no es recto, pero siempre que su valor difiera muy poco de 90° el error es pequeño y puede admitirse.

Con este aparato pueden obtenerse las distancias con bastante aproximación siempre que se tome para la base *B* una distancia que deberá ser por lo menos $\frac{1}{50}$ de la *D*; así, pues, la base de 20^m conviene hasta distancias de 1.000^m, la de 40^m hasta las de 2.000^m y así hasta el alcance de la vista del que opera (1).

138. Otros medios de medición indirecta de distancias.—Existen otros muchos medios de medición de distancias, pero no siendo en general tan exactos como los indicados, se explicarán en los levantamientos irregulares donde se acabará de completar todo lo relativo á esta parte.

COMPARACIÓN ENTRE LA MEDICIÓN DIRECTA É INDIRECTA DE DISTANCIAS

139. La práctica ha permitido deducir con bastante exactitud el grado de error que puede temerse en las operaciones topográficas, debido á la inexactitud é imperfección de los aparatos y á la de nuestros sentidos; y por consiguiente comparar el resultado obtenido con las mediciones directas é indirectas; debiendo indicarse antes de empezar este estudio comparativo, algunas consideraciones generales aplicables á todas las operaciones topográficas.

(1) Entre los aparatos de este género se pueden indicar: el telémetro de Gautier, muy usado en Artillería; el telémetro de Goulier, también para Artillería, y uno reformado para Infantería y declarado recientemente reglamentario en Francia, el de Rosandik, etc., pero siendo su aplicación más usual á la medición de distancias para el tiro y acompañándoles una instrucción especial, no se describirán aquí, á excepción del Goulier para Infantería, que se hallará en los Apéndices.

140. **Erroros.**—*Toda operación topográfica está expuesta á equivocaciones y errores.*—Las primeras provienen de falta de cuidado por parte del que opera, los segundos provienen de lo indicado anteriormente respecto á la imperfección de los instrumentos y de nuestros sentidos.

Las *equivocaciones* son inadmisibles en Topografía en los resultados finales, puesto que las comprobaciones deben acusarlas, y una vez conocidas hacerse desaparecer; los *errores*, no pudiendo evitarse por completo, se procurará aminorarlos en lo posible.

La diferencia entre *equivocación* y *error* puede verse claramente en un ejemplo.

En una medición con la cadena será *equivocación* el leer, por ejemplo, en la última fracción de cadena un metro ó un decímetro por otro; así, si en vez de 7^m,5 se lee 8^m,5 ó 7^m,6 la equivocación habrá sido de un metro ó de un decímetro respectivamente, y la medición por segunda vez de la distancia, habrá acusado la equivocación, que se rectificará haciendo la tercera medición y viendo si está conforme con la segunda.

Será un *error* debido al instrumento, el que se obtendrá, por ejemplo, midiendo con una cadena que por efecto de un alargamiento tenga una longitud de *un centímetro* más de la verdadera, puesto que cada vez que se mida una cadenada se medirá 10^m,01 y sólo se apuntarán 10^m.

141. *Erroros absoluto y relativo.*—En una serie de operaciones iguales puede suceder que el error que se cometa sea igual y en el mismo sentido, es decir, siempre en más ó en menos como en el caso de la cadena de mayor longitud que la verdadera, entonces los errores se van acumulando y el *error absoluto* final es igual al *error* parcial de una de las operaciones por el número de éstas; así si ε es el error y n el número de operaciones, $n\varepsilon$ es el error absoluto, siendo el relativo igual al absoluto $n\varepsilon$ dividido por el número de operaciones, ó lo que es igual $\frac{n\varepsilon}{n} = \varepsilon$.

En la práctica, sin embargo, los errores no van siempre en

el mismo sentido ni son iguales en magnitud aun en operaciones iguales: pues si bien en algunos se verifica esto, en otros no; y como una operación está sujeta á varias causas de error distintas, hay una cierta compensación entre los que se verifican en sentidos distintos, y nunca el error absoluto es igual á n como antes se ha indicado, sino que es menor que esta cantidad, demostrando el cálculo y la experiencia que el error absoluto crece proporcionalmente no á n sino á $\sqrt{n}$.

En las mediciones con la cadena puede suceder que ésta no tenga la longitud exacta que deba tener, lo cual daría lugar á un error; pero además de éste, según que los que efectúen la operación la coloquen más ó menos tirante y claven las agujas inclinadas hacia adelante ó hacia atrás en vez de hacerlo verticalmente, el error que se cometerá al colocar el mango en contacto con la aguja, será en menos ó en más, y en una serie de cadenas habrá en parte compensación de errores.

La práctica para las mediciones indica que el grado de exactitud que puede obtenerse cuando se opera con gran cuidado y por gente práctica es el siguiente:

EN TERRENO HORIZONTAL Ó POCO INCLINADO

Con reglas.....	$\frac{1^m}{10000}$	ó sea 0 ^m ,01 por 100 ^m .
Con cadenas ó cintas.	$\frac{1}{1000}$	0,1 por íd.
A pasos.....	$\frac{1}{50}$	2 ^m por íd.

EN TERRENO INCLINADO, MIDIENDO POR RESALTOS HORIZONTALES

Con reglas..	$\frac{1}{5000}$	ó sea 0,02 por 100 ^m .
Con cadenas	$\left(\frac{2}{1000}, \frac{3}{1000} \right)$	ó 0,20 por íd.
ó cintas..	$\left(\frac{4}{1000} \right)$	0,30 » »
y aun	$\left(\frac{1}{1000} \right)$	0,40 » »

En las mediciones *indirectas*, la exactitud depende en general de la distancia á que se opera, de la magnitud de las divisiones de la mira, de la clase de anteojos y de la vista del observador.

Como regla general deberá establecerse que á distancias mayores que 1.200 veces la distancia focal principal del objetivo, no convendrá efectuar mediciones, por ser el límite á partir del cual cesan de verse distintamente las divisiones de una estadia dividida en dobles decímetros, por observadores de buena vista y con un buen anteojo.

La medición con la estadia es en general tan exacta por lo menos como la cadena, y en terreno inclinado lo es mucho más, con la ventaja de medir las distancias sin recorrerlas y sin tener que preocuparse por los accidentes del terreno intermedio, y de ser mucho más rápida la operación y menos fatigosa para los que operan, por no tener que agacharse; tiene un inconveniente, sin embargo, y es que se fatiga la vista del observador con las lecturas en la mira; pero, á pesar de él, cada día se extiende más y más su uso.

REDUCCIÓN DE LONGITUDES AL HORIZONTE

142. **Métodos de reducción.**—Las distancias geométricas obtenidas por la medición, si no son horizontales, es necesario reducirlas al horizonte para poderlas colocar en el plano; y para efectuarlo existen dos métodos: el *numérico* y el *gráfico*.

143. *Numérico.*—Entre la distancia geométrica D y su reducida d , existe la relación $d=D \cos \alpha$; pero como los ángulos α en general son pequeños y la variación de los cosenos de estos ángulos es menos sensible que cuando se trata de ángulos mayores, es conveniente substituir esta fórmula por la que se obtiene restando de D los dos miembros de la anterior,

$$\text{ó sea } D-d=D-D \cos \alpha=D(1-\cos \alpha)=D \times 2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} \alpha.$$

$$\text{ó } d=D(1-2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} \alpha).$$

En ésta entra α en función del seno, así que las diferencias

entre valores de α que se diferencian poco unos de otros, se harán más sensibles que si vinieran dadas por el coseno.

El uso de esta fórmula sería pesado si hubiera que recurrir á las tablas de logaritmos para cada valor de α , y existen unas llamadas de reducción muy fáciles de manejar y cuyo fundamento es el siguiente:

144. *Tablas de reducción.*—Si para un metro se tienen calculados los valores de la reducida r para los diversos ángulos desde 0° á 45° , que es la pendiente máxima considerada en Topografía, la proporción $\frac{1^m}{r} = \frac{D}{d}$ permitirá hallar d cuando se conozca D distancia geométrica, puesto que $d = D \times r$.

Las tablas están dispuestas, como se puede ver, al final de la obra (1).

145. *Cuadros gráficos.*—Las tablas numéricas dan mucha aproximación, pero, á más de lo engorroso que es tener que llevarlas al campo, tienen el inconveniente de ser pesadas en su manejo y de cometerse con gran facilidad equivocaciones materiales. Cuando la exactitud que se necesita no es muy grande, se substituyen por escalas ó cuadros gráficos que se pueden construir fácilmente, siendo sencillísimo su manejo y haciéndose las operaciones con rapidez.

Estos cuadros gráficos (2) no son otra cosa que escalas trigonométricas.

146. **Reducción de las medidas de la estadia.**—Cuando se hace uso de la estadia en terrenos que no son inclinados, es preciso (130) emplear la fórmula $d = D \cos^2 \alpha$ en que d es la distancia reducida, D la geométrica y α el ángulo de pendiente.

Numérica y gráficamente puede calcularse esta fórmula.

Existen tablas numéricas (3) análogas á las sencillas de

(1) Véase tablas de reducción.

(2) Véase al final de la obra *Cuadros gráficos de reducción*.

(3) Recientemente, y con el nombre de tablas taquimétricas, se han publicado unas de Cuartero; existiendo además otras varias, entre ellas unas de Salmoiraghi más pequeñas y portátiles,

reducción, pero en ellas están calculados, no los valores del $\cos \alpha$ sino del $\cos^2 \alpha$ para la proyección de una distancia igual á un metro bajo diversos valores de α ; y no hay si no multiplicar este valor por D para tener d .

El modelo de estas tablas es variable, según que sean sexagesimales ó centesimales. No se indica su uso, pues en ellas va la explicación que es sumamente sencilla.

147. **Escalas gráficas de proyección para la estadía.**—Para evitar las tablas anteriores, se han construído también varias escalas ó cuadros gráficos muy fáciles de manejar y cuya exactitud es suficiente en muchos levantamientos topográficos (1).

(1) Véase al final de la obra el *Cuadro gráfico de proyección*.

Capítulo II.

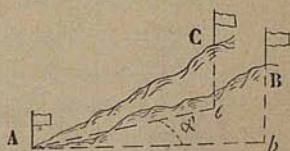
MEDIDA DE ÁNGULOS

INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

Generalidades.

148. **ÁNGULOS que se miden.**—Un ángulo en el terreno queda marcado por tres banderolas, jalones ó piquetes; uno en el punto que hace de vértice, y los otros dos, uno en cada lado; así (fig. 60) las tres banderolas C , A y B determinan el ángulo CAB .

Fig. 60.



Los ángulos que se marcan en el terreno, no estando en general en un plano horizontal, como sucede con el CAB , no se les puede representar en el plano en su verdadera magnitud, y hay que hallar su proyección cAb sobre el plano de comparación. A los ángulos CAB del terreno, se les llama ángulos *geométricos* ó *verdaderos*; á la proyección de éstos cAb sobre el plano de comparación, se les llama *ángulos reducidos al horizonte*.

La Trigonometría, la Descriptiva y el Sistema de Acotaciones, dan el medio de reducir un ángulo al horizonte; pero siendo operación sumamente pesada y engorrosa, se ha tratado de evitarla, habiéndose conseguido que la generalidad de aparatos de medida de ángulos den éstos ya reducidos.

149. **Partes de que consta un aparato de medida de ángulos.**—Todo aparato destinado á la medición de ángulos consta de partes *esenciales* y partes *auxiliares*; las primeras constituyen el verdadero aparato; las segundas, son: 1.º, un sostén donde

va colocado y que puede tener varias formas desde la del *trípode* (1) más complicado, á la de un sencillo mango para tenerle en la mano; 2.º, la unión del aparato al trípode, la cual se hace por medio de otra pieza intermedia que puede ser también de variadas formas y éstas más ó menos complicadas. Así, pues, al estudiar un aparato completo, se hará en sus tres partes, la *principal* que le da nombre, el *trípode* ó *sostén* y la *unión* de ambos.

150. **División de estos aparatos.**—Los aparatos para la medida de ángulos se dividen en dos grandes grupos: *goniómetros* y *goniógrafos*.

1.º *Goniómetros.*—Son los aparatos que dan los ángulos medidos por su número de grados. Constan en general de una parte llamada *alidada* cuyo objeto es dirigir visuales, y otra llamada *limbo*, que es donde se miden los ángulos.

2.º *Goniógrafos.*—Son los aparatos que dan los ángulos gráficamente sin indicar su número de grados, pero en cambio permiten construirlos fácilmente sobre el papel. Constan, en general, de *alidada* para las visuales, como los goniómetros, y de un *tablero* donde se construye el ángulo medido.

Goniómetros.

151. **Elementos principales que constituyen un GONIÓMETRO.**—Antes de empezar el estudio de los distintos aparatos que pertenecen á este grupo, se describirán aparte las *alidadas* y *limbos*, comunes á todos ellos.

152. **Alidadas: su división.**—*Alidada* es la parte del instrumento destinada á dirigir visuales. Las hay de muchas formas, pero pueden reunirse en dos grupos: 1.º, alidadas de anteojo, y 2.º, alidadas de simple vista.

153. 1.º *Alidadas de anteojo.*—Los anteojos astronómicos ó terrestres, desde el más sencillo que tenga sólo un retículo con dos hilos en cruz, hasta el anteojo analítico más perfeccionado y ya conocido (123), constituyen una alidada, siempre que se le añada una regla que se mueva con el anteojo, de modo que el

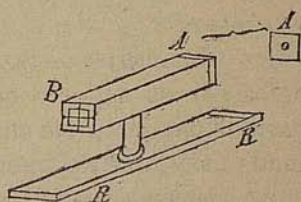
(1) Trípode: Armazón de tres pies, que sirve de sostén á los instrumentos.

eje óptico de éste y el borde de aquélla estén en un mismo plano, que se llama plano de colimación.

Más adelante, y en un gran número de aparatos, entre ellos los representados en las figuras 76, 78, 87, 88 y otros, se verán modelos diversos de alidadas de esta clase.

154. 2.º, *alidadas de simple vista*.—Las *alidadas* de anteojo son las más perfeccionadas, pero existen otras más sencillas y consisten, según se ve en la figura 61, en un tubo *AB* unido á una regla, del mismo modo que se ha indicado en las de anteojo.

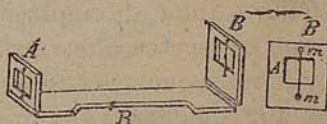
Fig. 61.



En el interior del tubo existen dos pequeñas placas, una *A* con un agujero muy fino que hace de ocular, y la otra *B* con una pequeña ventana con dos hilos cruzados; de modo que la línea que pasa por el orificio de la *A* y el cruce de los hilos de la *B*, sea el eje del tubo y esté en el plano de colimación. Esta alidada suele llamarse *de tubo*.

La figura 62 indica otra disposición de esta clase de aparatos. *R* es la regla y *AB* las llamadas *pínulas* (1), las cuales pueden ser de *ranura* ó *ventana*. Las de *ventana*, llevan en la abertura una cerda *mm* que la divide en dos partes iguales. Las de *ranura*, tienen simplemente una ranura estrecha que substituye á la cerda.

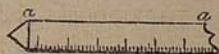
Fig. 62.



Las visuales se dirigen, bien por la ranura, bien por la cerda, determinando así un plano que es el que contiene la visual.

La arista superior horizontal *aa* de un doble decímetro triangular (fig. 63) puede servir de alidada; y para determinar con ella una dirección, basta dirigir la visual por su borde superior *aa*.

Fig. 63.



(1) *Pínula*, tablilla metálica que sirve para dirigir visuales por una abertura circular ó longitudinal.

155. *Uso de las alidadas.*—Para dirigir una visual en una dirección dada, se coloca el aparato de modo que la vertical de uno de los puntos del terreno pase por un punto del eje de la alidada, y después se hace girar ésta de modo que apoyándose siempre en dicho punto se vea la banderola clavada en el otro. Esto se obtiene en las de anteojo, cuando mirando por el ocular se ve el hilo vertical del retículo en coincidencia con la imagen de la banderola. En las de tubo y pínulas, es preciso que el plano de la visual dirigida por la ventana y la cerda de la pínula contenga á la banderola.

156. **Limbo:** *su descripción.*—Los limbos son unos círculos ó partes de círculo en general de metal, divididos en grados sexagesimales ó centesimales.

Los instrumentos antiguos tienen todos los limbos con división sexagesimal; pero la mayor parte de los modernos se hacen centesimales.

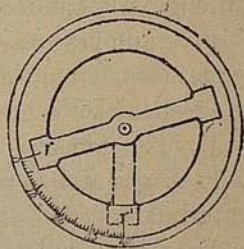
Los radios de los círculos de los limbos tienen que ser pequeños, pues de lo contrario resultarían éstos, no sólo muy grandes, sino muy pesados; condiciones impropias de los aparatos topográficos, que en lo posible se trata sean poco voluminosos y muy ligeros. La pequeñez de los limbos lleva consigo, sin embargo, un inconveniente, y es que el perímetro de su circunferencia es pequeño, y al dividirlos, no admiten sino divisiones en grados, medios grados, y en algunos instrumentos topográficos de gran precisión en cuartos de grado; y en este caso resultan tan unidas las divisiones que es difícil apreciarlas á simple vista (1), siendo necesario recurrir para ello á pequeñas lentes que hacen el servicio de microscopios simples para aumentar la imagen de estas divisiones y poder leer con más facilidad.

(1) Esto se comprendió observando que un círculo de radio igual á 0,1 metro tiene su circunferencia un perímetro $2\pi r=0,63$ próximamente, el cual es preciso dividir en 360 partes si han de marcarse los grados, y éstos serían $\frac{0,6}{360}=0,0017$ metros; y si hubiera de estar dividido en medios grados, estas divisiones serían de 0,0009 metros. Comprendiéndose con esto la pequeñez de las divisiones y la imposibilidad material de llevar las divisiones á más de $\frac{1}{6}$ de grado ó sea de $10'$ en $10'$.

Los limbos pueden estar colocados de dos maneras en los aparatos; *horizontalmente*, en cuyo caso sirven para medir los ángulos cuya proyección es necesaria en el plano; ó *verticalmente*, en cuyo caso sirven para la medida de los ángulos de pendiente.

157. *Uso de los limbos.*—La regla de la alidada lleva marcado un trazo r (fig. 64), que sirve para indicar la lectura en el limbo, según la posición que ocupe. Esta regla al girar irá recorriendo ángulos determinados; y si se supone primero en coincidencia este trazo con el cero del limbo, y siguiendo éste fijo se hace girar la regla hasta la posición r' , el ángulo recorrido por la regla, se obtendrá leyendo en el limbo el número de la división que coincide con el trazo r' de la regla, el cual es en la figura el de 40° , siendo este el valor del ángulo rr' .

Fig. 64.



No hay necesidad de que la regla se ponga primero en cero, basta ponerla en una posición cualquiera y apuntar la lectura de la división del limbo; en efecto, si por ejemplo fuese ésta 35° , se hará girar la regla sin que gire el limbo y haciendo la nueva lectura; si ésta es 97° , la diferencia $97 - 35 = 62^\circ$ será el ángulo recorrido por la regla.

Si el cero queda entre las dos posiciones de la regla, la diferencia de lecturas será mayor que 180° , y dará el valor del ángulo suplementario á 360° , siendo necesario para obtener el verdadero, restar de esta cantidad la diferencia hallada.

Ejemplo: Sean 340° y 20° las dos lecturas; $340^\circ - 20^\circ = 320^\circ$ es el suplemento del buscado y $360^\circ - 320^\circ = 40^\circ$ será el verdadero.

Regla: Se deduce de lo expuesto una regla muy sencilla para determinar el ángulo recorrido por la regla. Léanse en limbo las graduaciones correspondientes marcadas; réstense, y si la resta es mayor que 180° , réstese de 360° , y el valor obtenido será el buscado.

Se comprende que los limbos no puedan aproximar sino fracciones de grado, pues, como ya se ha dicho, sus divisiones son de 60' en 60', de 30' en 30', de 15' en 15' y aun de 10' en 10' en algunos, aunque pocos; y sin embargo, necesítandose muchas veces los ángulos con mayor aproximación, se ha inventado un aparato que se añade á las reglas, recibiendo el nombre de *nonio* (1), cuya disposición es la siguiente:

158. **Nonios: su fundamento.**—Las reglas de los limbos en vez de llevar un solo trazo r , como se ha dicho, llevan una graduación relacionada con la de los limbos, constituyendo el aparato llamado *nonio*, cuyo principio es aplicable también á las reglas, formándose entonces el llamado *nonio rectilíneo*, conocido por la Física.

El principio fundamental de los *nonios* es el siguiente:

Si L y N son respectivamente el valor de una división del limbo y de otra del *nonio*, y n el número de divisiones que éste contiene, estas n divisiones equivaldrán á $(n \pm 1)$ del limbo; y, por lo tanto, $(n \pm 1) L = n \times N$ (α), será la expresión de esta equivalencia.

Los limbos que se encuentran en casi todos los aparatos topográficos están dispuestos de modo que á n divisiones del *nonio* corresponde una menos en el limbo, ó sean $(n-1)$; por este motivo se prescindirá del caso en que fuesen $(n+1)$; en que por otra parte se podrían aplicarle las mismas consideraciones que se van á hacer, salvo el tener en cuenta la variación consiguiente á la diferencia del signo $(+1)$.

159. **Valor de la apreciación de un nonio.**—De la fórmula (α) se deduce $nL - L = N.n$, ó $L - N = \frac{L}{n}$, la cual indica que la diferencia entre una división del limbo y otra del *nonio*, es igual al cociente de dividir el valor de una división del limbo por el número n de las del *nonio*.

Esta expresión $\frac{L}{n}$ es lo que se llama grado de apreciación

(1) Los franceses le llaman *Vernier*.

de un nonio; y como se ve, á igualdad de divisiones en los limbos, es decir, para instrumentos en que L es la misma, el grado de apreciación será tanto mayor cuanto más pequeña sea la fracción $\frac{L}{n}$, ó mayor sea n . Luego cuanto mayor es el número n de divisiones de los nonios, tanto más aprecian.

Si, por el contrario, se comparan instrumentos cuyos nonios tengan el mismo número n de divisiones, la fracción será tanto más pequeña cuanto menor sea L ; luego los limbos que tengan sus divisiones de menor valor numérico, serán aquellos en que más aprecien los nonios. Y resumiendo, se podrá establecer *«que convienen divisiones pequeñas en valor numérico en los limbos y muchas divisiones en los nonios»*.

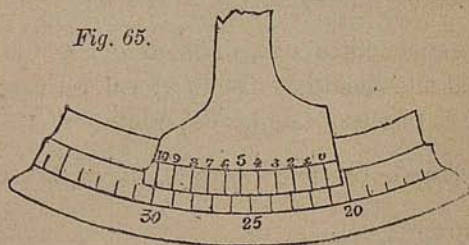
160. *Ejemplos:* 1.º Sea un limbo dividido en grados, y un nonio que tenga 30 partes: $L=1^\circ=60'$, $n=30$, el grado de apreciación será: $\frac{L}{n} = \frac{1^\circ}{30} = \frac{60'}{30} = 2'$; ó lo que es lo mismo, una treintava parte de 1° , ó su igual $2'$.

2.º Otro limbo dividido también en grados, y un nonio con 60 partes dará: $L=60'$, $n=60$ y $\frac{L}{n} = \frac{60'}{60} = 1'$; con lo cual se ve comprobada la variación de n cuando L constante.

3.º Sea otro limbo dividido en medios grados y con 30 divisiones en el nonio; será $\frac{L}{n} = \frac{30'}{30} = 1'$, que comprueba la variación de L cuando n es constante, si se le compara con el primer caso.

161. *Modo de hacer las lecturas.*—Si coinciden el cero del nonio y una división exacta del limbo (figura 65), bastará leer el valor de esta división que está frente al cero, la cual será de 21° en la figura, pero si éste cae entre

Fig. 65.

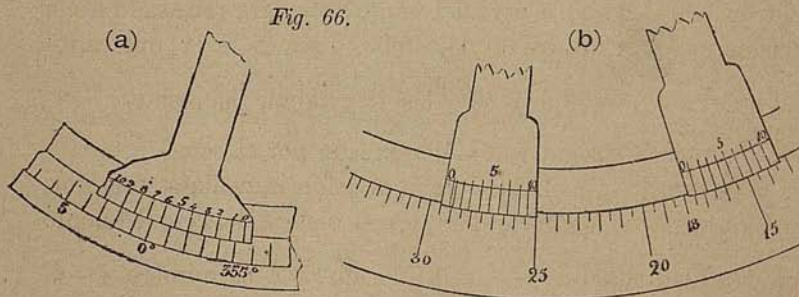


dos divisiones del limbo (fig. 66 (a)), entonces se leerá la inmediata inferior, y habrá que añadir una fracción de división, que es la que el nonio aprecia y se determinará como se verá en el siguiente ejemplo :

Si puesto el cero del nonio en coincidencia con una división exacta del limbo, tal como la 21 (fig. 65), se observan las divisiones siguientes del nonio, se verá que las 1. 2. 3. 4..... etc., están retrasadas de las correspondientes del limbo las cantidades siguientes :

La 1, una cantidad igual á $L - N = \frac{L}{N}$; la 2, esta cantidad, más otra igual que ya estaba retrasada la anterior, es decir, $2(L - N) = 2 \frac{L}{N}$; del mismo modo la 3 estará $3(L - N) = \frac{3L}{N}$ y así hasta la n que estará $n(L - N) = \frac{nL}{n} = L$; como debe ser, puesto que las n del nonio equivalen á una menos del limbo.

Fig. 66.



Si el cero del nonio no es el que coincide con una división exacta del limbo, como en este caso, sino que cae entre dos divisiones, como por ejemplo, las 354° y 355 (fig. 66), siempre habrá una en el nonio que coincidirá con una del limbo, y suponiendo sea la k del primero, entonces la anterior, ó sea la $k-1$, distará de la correspondiente del limbo una cantidad igual á $L - N = \frac{L}{n}$. La $k-2$, $\frac{2L}{n}$; la $k-3$, $\frac{3L}{n}$ y la $k-k$, ó sea el cero del nonio, $\frac{kL}{n}$; luego esta expresión última será

la que habrá que añadir á la división del limbo que hemos leído con el cero.

En la figura el valor de k es 4, puesto que es la división que coincide con una del limbo y $4 \times \frac{L}{n}$ es lo que hay que añadir á 354° leídos con el cero; y como en este caso $\frac{L}{n} = 6'$, la lectura será: $354^\circ + 4 \times 6' = 354^\circ 24'$.

Lo anterior se refiere al caso más general de que las graduaciones de los limbos y de los nonios estén en el mismo sentido, como se ve en la figura; pero hay algunos aparatos en que dichas graduaciones van en sentido inverso, lo cual es necesario tener presente por la variación que hay necesidad de hacer en la manera de efectuar las lecturas.

En efecto, si el cero del nonio cae entre dos divisiones de un limbo graduado en sentido contrario á aquel, por ejemplo, entre las divisiones 18° y $17^\circ 30'$ (fig. 66 (b)); y es k la división en coincidencia con el limbo, el cero del nonio se hallará retrasado de la división superior inmediata del limbo, ó sea de la 18, una cantidad igual á $k \frac{L}{n}$; luego si se lee 18° , habrá que restar $k \frac{L}{n}$ para obtener el verdadero valor marcado por el cero.

Si en vez de leer el valor de la división inmediata superior, hubiéramos leído la inferior $17^\circ 30'$, ésta distará del cero del nonio una cantidad igual á $\frac{L}{n}$ multiplicado por el número $n-k$, complemento á n de la división k que se halla en coincidencia; y para obtener la lectura verdadera sería necesario añadir á $17^\circ 30'$ el valor de $(n-k) \frac{L}{n}$.

Lo engorroso de hallar el valor de $n-k$, y, sobre todo, lo expuesto á equivocaciones, hace que casi siempre se haga la lectura del primer modo explicado, á pesar del inconveniente que presenta el tener que restar la cantidad $k \frac{L}{n}$.

162. *Resumen.*—Resulta de lo dicho que en los aparatos

que tienen nonios, la primera operación que hay que hacer es fijarse en si las divisiones son sexagesimales ó centesimales, pues de lo contrario pueden tenerse errores de consideración; después es preciso hallar la fracción $\frac{L}{n}$ que da el grado de apreciación del nonio, examinado para esto cuando vale en minutos una división L del limbo, y cuántas son las divisiones n que hay en el nonio, y, por último, ver si las graduaciones de ambos van en el mismo sentido ó en sentido contrario; y con estos datos ya se puede operar con ellos y hacer las lecturas, para las cuales se sigue la regla siguiente:

163. *Regla.*—Se lee en el limbo la graduación inferior ó superior más próxima al cero del nonio, según que vayan las graduaciones de éste y las del limbo en el mismo sentido ó en sentido contrario, se busca en el nonio la división que está en coincidencia con una del limbo, se ve el número k que ésta tiene y multiplicándole por el valor $\frac{L}{n}$ de apreciación del nonio, se tendrá la fracción de grado que, para completar la verdadera lectura, habrá que sumar ó restar á la hecha con el cero del nonio, según el sentido de las graduaciones.

164. COINCIDENCIA IMPERFECTA DE UNA DIVISIÓN.—Se ha supuesto hasta aquí la coincidencia de una división del limbo con una del nonio, pero podría suceder que no fuese así, y si bien se tomará siempre aquella que se aproxime más á la coincidencia, hay dificultad material de ver cuál es ésta, porque en general aparecen tres casi en coincidencia; y en este caso lo que se hace es tomar la de en medio como la verdadera.

165. CASO DE VARIOS NONIOS.—Los limbos suelen, en general, llevar dos ó cuatro nonios colocados siempre en los extremos de los diámetros. En caso de ser cuatro, han de estar en dos diámetros perpendiculares.

Entre las lecturas hechas con los dos de un diámetro debe existir una diferencia de dos cuadrantes, ó sea 180° si es de división sexagesimal ó de 200° si es centesimal. Sin embargo, á causa de los errores inherentes á todo aparato y á toda operación topográfica, no siempre se encontrará esta diferencia exacta, sino una que difiera muy poco de

ella; y este es el objeto de colocar más de un nonio, puesto que el valor del ángulo será más exacto tomando la media de los valores obtenidos, comprobando también, al mismo tiempo, si ha habido alguna equivocación ó error inadmisible en la lectura hecha con el primer nonio.

Cuando se emplean los cuatro nonios, entre las lecturas hechas con el primero y las hechas con los otros dos que se hallan en el diámetro perpendicular, habrá una diferencia que deberá de ser de 90° ó 100° (1) y de 270° ó 300° , y las lecturas que se hagan con ellos servirán del mismo modo para tomar la media de los cuatro valores y comprobar las lecturas hechas.

GONIÓMETROS DE ÁNGULO CONSTANTE

166. Estudiadas las partes esenciales de los goniómetros, se pasará al de cada uno de los diversos aparatos de este género; y existiendo unos que miden solamente ángulos determinados y otros que dan cualquiera que se necesite medir, se les considerará formando dos grupos; denominándose *goniómetros de ángulo constante* y *goniómetros de ángulo variable*.

167. **Escuadras.**—Las *escuadras* son goniómetros que dan en general los ángulos de 45° , 90° y 180° .

1.º, *de agrimensor.*—Las más usuales son metálicas, de forma cilíndrica ú octogonal (figuras 67 y 68). En los extremos de un mismo diámetro existen ranuras ó ventanas con cerda, que hacen el oficio de alidadas de pínulas; y colocadas estas ranuras en diámetros formando ángulos de 45° y de 90° , se puede, por medio de ellas, marcar estos ángulos, así como el de 180° , que no es sino la prolongación de una línea recta.

Para operar con estas escua-

Fig. 67.

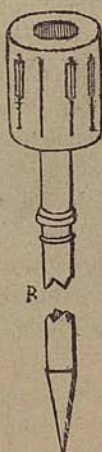
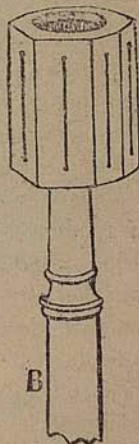


Fig. 68.



(1) Según que tengan división sexagesimal ó centesimal.

dras, se colocan sobre un bastón *B*, herrado en la punta para clavarle en tierra, ó sobre un ligero trípode como el de la figura 77, siendo en general preferible el primero por ser más portátil, pero teniendo á veces que usar el segundo en terreno de roca ó tierra dura donde no pueda hincarse el bastón. El eje del cilindro ó prisma de la escuadra ha de quedar vertical y las visuales se dirigirán por el observador colocado frente á una de las ranuras y algo separado, mirando en dirección á la otra; y colocando banderolas ó jalones en la prolongación de esta visual.

168. 2.º, *de reflexión*.—La escuadra de reflexión se funda en el principio de óptica de la doble reflexión (párrafo 135).

Dos espejos colocados bajo un ángulo de 45° , darán á una visual una desviación doble de 45° ó sea 90° , es decir, perpendicular á su dirección primitiva; si los espejos formasen el ángulo de 90° , la visual formaría un ángulo de 180° con su dirección primitiva y sería su prolongación; luego instrumentos que se apoyen en este principio pueden servir para trazar perpendiculares y prolongar alineaciones.

La escuadra de reflexión consiste en una caja de metal (fig. 69) con dos espejos *E* y *E'* y dos aberturas ó ventanas *V* y *V'*. Los espejos forman el ángulo constante de 45° ó 90° , según el uso de la escuadra, aunque hay algunos que tienen las dos reunidas en el interior de un tubo.

169. USO DE ESTAS ESCUADRAS.—Para operar con estas escuadras se hace del modo siguiente:

Si se quiere trazar una perpendicular á la recta *AB* en el punto *A* (figura 70), el operador se colocará en la vertical de este punto, de modo que mirando por la ventana *v* de la caja, vea directamente la banderola *B*; un peón con otra banderola *C*, se irá á colocar próximamente en la perpendicular, y la imagen de esta banderola será vista por el operador después de haberse reflejado primero en el espejo *E'* y después en el *E*. Cuando

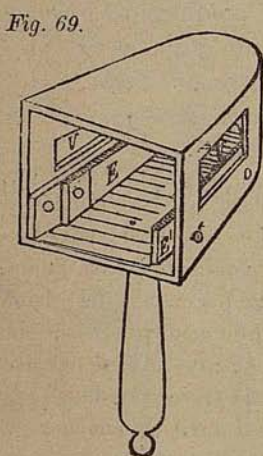
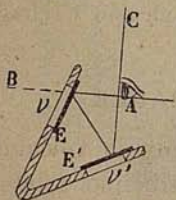


Fig. 70.



esta imagen doblemente reflejada sea vista en la misma vertical C que se ve la B , se mandará clavar ésta en tierra, y se tendrá la posición del punto C , que con el A determinan la perpendicular AB .

Si en vez de ser la escuadra de 45° , fuese la de 90° , la operación sería análoga.

170. 3.º, *escuadras de refracción*.—Consisten en un prisma pentagonal de cristal (fig. 71) en que uno de sus ángulos $\tilde{a}$ es recto, el opuesto es de 45° y está achaflanado formando la quinta cara del prisma. Las dos caras bc y de están azogadas y hacen el oficio de espejos.

La teoría, fundada en el principio óptico de la refracción en los prismas, es la siguiente:

Todo rayo luminoso Am que éntre oblicuamente por la cara ad , se refracta según $m'm'$; en m' experimenta la reflexión total tomando la dirección $m'm''$, en m'' vuelve otra vez á sufrir la reflexión $m''m'''$; saliendo por la cara ab con una última refracción en dirección OB perpendicular á la primitiva AO . La refracción á la entrada y la salida se neutralizan, puesto que son iguales y contrarias, y sólo queda la reflexión en las caras bc y de , las cuales formando ángulo de 45° , darán una dirección perpendicular en la salida.

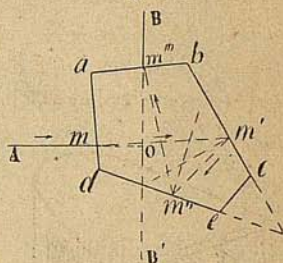
171. MODO DE USAR EL APARATO.—Se mirará por encima del prisma directamente á la banderola B , y se colocará la A de modo que, vista por refracción, se vea en la misma vertical de la B , en cuyo caso se clavará esta banderola en A ; y la OA será perpendicular á la dirección dada OB .

Las escuadras de reflexión y refracción tienen un pequeño mango para cogerlas con la mano, no necesitando bastón ni trípode.

Ambas son más portátiles que la de agrimensor, pero en cambio ésta es de más fácil manejo, por lo que su uso está más generalizado.

En los casos en que el terreno sea muy duro ó esté empedrado, como sucede en las calles de las poblaciones, no es posible clavar el bastón ó pie de la de agrimensor, y entonces las de reflexión y refracción la substituyen con gran ventaja.

Fig. 71.



CONIÓMETROS DE ÁNGULO VARIABLE

172. **Sextante**.—Entre los goniómetros de ángulo variable se indicará primeramente el *sextante*, cuyo principio fundamental es el mismo que el de las escuadras de reflexión (135).

La figura 72 hace ver con detalles este aparato y en la figura 73 se han reducido á sus ejes todas las partes esenciales de él, llevando las mismas letras pero minúsculas.

Fig. 72.

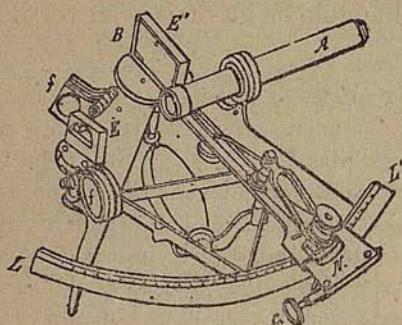
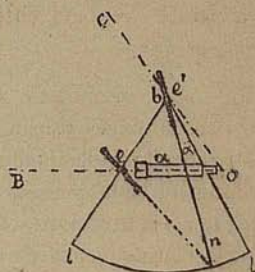


Fig. 73.



173. Explicación :

LL'. Arco de la sexta parte de la circunferencia sirviendo de limbo.

B N. Regla, girando alrededor del centro del arco.

N. Nonio del limbo.

C. Tornillo para el movimiento de la regla *B N*.

E. Espejo fijo, azogado en su parte inferior y sin azogar en la superior.

E'. Espejo todo azogado, fijo á la regla *B N* y movable con ella.

A. Anteojo astronómico para las visuales.

ff. Cristales de colores.

174. *Modo de usar el aparato.*—Si por el anteojo *a* (fig. 73) y por la parte superior del espejo fijo *e*, que es la no azogada, se dirige una visual á un objeto ó banderola *B* y se hace mover la regla *b n* hasta que la imagen de otro objeto ó banderola *C*, reflejándose sobre *e'* caiga sobre *e* y sea vista en *a* en la misma vertical que *B*; el ángulo z que ha recorrido la alidada *b n*, será la mitad del ángulo *BOC* de los objetos. En efecto, el espejo *e* estando fijo; si el *e'* le es paralelo, cuando el cero del nonio *n* coincida con el del limbo *ll'*, el ángulo de los espejos será cero; y todo movimiento dado á la alidada, á partir de esta posición, marcará el ángulo que forman los espejos, el cual será mitad del de los objetos. Luego bastará leer en el nonio la graduación

que marque, para tener el ángulo de los espejos, el cual, multiplicado por 2, será el de los objetos observados.

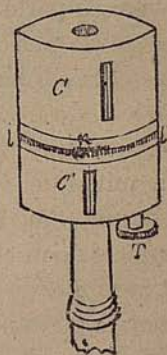
Para evitar la multiplicación por 2 en todos los ángulos leídos, llevan generalmente los limbos la numeración duplicada, es decir, que donde sean 3° se pone 6° , etc., y de este modo se lee ya desde luego el valor del ángulo de los objetos en vez del de los espejos.

175. **ACCESORIOS DEL APARATO PARA LA MARINA.**—Este aparato, usado mucho por los marinos para la determinación de las alturas de los astros, suele ir acompañado de vidrios de colores movibles f , que se colocan entre los dos espejos para impedir que ofendan á la vista los reflejos demasiados vivos sobre todo si provienen del sol; y para lo cual también el anteojo a lleva otros oculares análogos, ú otros vidrios f , si en vez de anteojo es un orificio lo que existe para la visual, como sucede en algunos sextantes menos perfeccionados que el de la figura 72.

176. *Inconvenientes de los sextantes.*—Estos aparatos no dan los ángulos reducidos al horizonte, por cuyo motivo no se usan mucho en las operaciones de topografía regular, á causa de lo engorroso que es hacer la reducción de cada ángulo medido con él (párrafo 148). Sin embargo, es un aparato muy portátil y cómodo, aunque cuesta algún trabajo acostumbrarse á su manejo, como sucede en general con todos los de reflexión.

177. **Pantómetro.**—La *pantómetro* es un aparato de forma parecida á la escuadra de agrimensor, según puede verse en la figura 74; pero que difiere esencialmente de ella, en que sirve para medir toda clase de ángulos. Se compone de dos cilindros CC' del mismo diámetro y dispuestos de modo que pueden girar reunidos alrededor de un mismo eje que lleva el sostén. El C puede además girar independientemente del C' por medio de un tornillo T que hace mover un piñón interior que engrana en una cremallera circular. El inferior C' lleva un limbo U' en su parte superior y está dividido en grados ó medios grados.

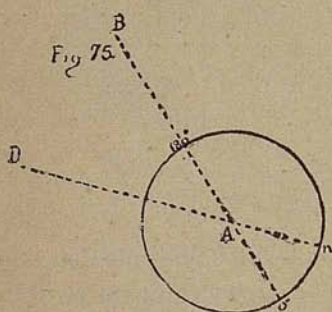
Fig. 74.



El superior C lleva un nonio en n , y además cuatro ventanas ó ranuras opuestas dos á dos y en diámetros perpendiculares, pasando uno de ellos por el cero del nonio n .

El cilindro C' lleva otras dos ventanas ó ranuras en la dirección del diámetro 0° — 180° del limbo; y en algunas existen otras dispuestos como en las escuadras de agrimensur, para usarlas del mismo modo.

178. El uso de este aparato es fácil de comprender. Colo-

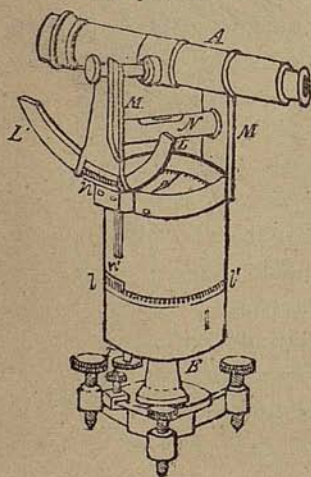


cado sobre un bastón ó tripode y de modo que la vertical del vértice A del ángulo, pase por el eje de los cilindros C y C' , se hará que la visual dirigida por las pínulas 0° — 180° de C' , pase por la banderola B (fig. 75), y moviendo convenientemente el cilindro superior C por el tornillo T , se hará que la visual

dirigida por las pínulas del diámetro que pasa por el 0° del nonio contenga la banderola D . El ángulo DAB será el buscado y se leerá con el nonio n .

179. *Perfeccionamiento de la pantómetra.*—La pantómetra

Fig. 76.



ha ido sufriendo transformaciones ventajosas bajo el punto de vista de la exactitud con que se opera; pero á cambio de la ligereza y facilidad en su manejo que la hacía asemejarse á la escuadra.

Se empezó por colocar encima del cilindro C una pequeña brújula, después uno ó dos niveles para poner vertical el eje de los cilindros C y C' , y por último, se construye como se ve en la figura 76, en que además de las pínulas lleva un anteojo A colocado en la parte

superior, el cual puede girar alrededor de un eje que se apoya en unos montantes M que salen del cilindro superior. Con el anteojo gira un limbo completo ó trozo de limbo LL' , y en uno de los montantes va fijo un nonio n que permite leer en el limbo los valores de las inclinaciones del anteojo y con ellos el ángulo de pendiente α de las visuales. N es un nivel de aire para poner vertical la columna E . En la parte inferior del aparato hay una plataforma de tres tornillos, los cuales descansan en el trípode: T es un tornillo de presión que sirve para impedir el giro de la pantómetra alrededor de su eje vertical E ; y algunas llevan, además, otro tornillo de movimiento lento para hacer que gire muy despacio y poder de este modo establecer la coincidencia perfecta entre la imagen de una banderola y la del hilo vertical del retículo.

180. **Brújula.**—*Fundamento de la brújula y diversas clases de brújulas.*—El principio en que se funda el uso de los aparatos de este género es siempre el mismo; el número de los que existen es grande; pero todos ellos pueden considerarse perteneciendo á dos grandes grupos. Brújulas con *alidadas* de anteojo y brújulas con *alidadas* de *pínulas*. Se destinan las primeras en general á los levantamientos regulares, por ser de mayor precisión que las otras, cuyo uso es sólo para los expeditos.

Dentro de cada grupo hay variaciones de detalle en su forma y construcción, por lo que se indicarán sólo las principales, no siendo necesario el conocimiento minucioso de todas ellas por lo fácil que es comprender las variaciones de una á otra cuando se las tiene delante.

El principio fundamental de la brújula es la propiedad física de toda aguja imanada (1) *de tomar siempre una dirección fija, después de un cierto número de oscilaciones, cuando está suspendida de un hilo por su centro de gravedad ó apoyada sobre un eje vertical.*

(1) Conocida por la Física.

Esta dirección fija y constante, determina con el centro de la tierra un círculo máximo llamado *meridiano magnético* del lugar, y su intersección con la superficie terrestre recibe el nombre de *meridiana magnética*.

181. DECLINACIÓN.—El plano del meridiano magnético de un lugar y el astronómico, no coinciden; pero siendo el segundo fijo y pudiéndose considerar del mismo modo al primero, también lo será el ángulo que forman, al cual se le llama *declinación* de la aguja.

182. PUNTAS DE LA AGUJA.—La tierra, estando considerada como un gran imán con sus polos magnéticos, su atracción sobre la aguja se hace notar atrayendo los polos de nombre contrario; así es que la punta de la aguja que se dirige hacia el polo Norte de la tierra, es el polo Sur magnético de aquélla, pero por su dirección hacia el Norte se la llama *punta Norte*; y para distinguir una de otra y saber cuál es la que se dirige al Norte ó al Sur cuando estos puntos no sean conocidos en un terreno, se quita el *pavón* que suele llevar la aguja, limando la punta llamada Sur.

183. INCLINACIÓN.—La aguja, al suspenderla por su centro de gravedad y dejarla libre, no queda horizontal sino que toma una cierta inclinación con el horizonte formando un ángulo que se llama de *inclinación* de la aguja; y siendo necesario, como luego se verá, que ésta esté horizontal, se adelgaza un poco la punta, para que pesando menos se contrarreste este ángulo de inclinación; y si aun así no se evita del todo, puede lastrarse la otra con un poco de cera ú otra substancia análoga y de fácil adherencia; operación que hay necesidad de hacer algunas veces cuando la aguja pierde su horizontalidad por el desgaste del eje, sobre el cual va suspendida.

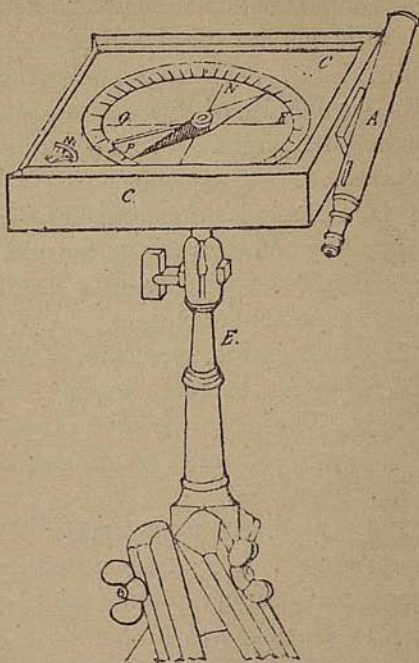
184. *Partes de que consta una brújula.*—Las partes de que consta una brújula, pueden considerarse como *esenciales* ó *accesorias*.

Las primeras son comunes á todas las brújulas y pueden reducirse á una *caja* ó cuerpo *CC*, á un *pie* ó *mango*, y á la *pieza de unión E* de estas dos partes, como se ve en la figura 77, cuya descripción es la siguiente:

185. *Caja.*—Es de madera ó metal, de forma cuadrada ó

cilíndrica y contiene en su interior un limbo, en cuyo centro hay un eje perpendicular á su plano, sobre el cual va montada la aguja imantada. La parte que descansa sobre el eje es de *agata*, en ella hay abierta una cavidad en cuyo fondo se apoya el extremo de aquél. En el círculo, van marcados dos diámetros perpendiculares, que llevan las letras *N.* y *S.*, *E.* y *O.* iniciales de *Norte*, *Sur*, *Este* y *Oeste*. El cero del limbo está coincidiendo con el extremo *N.* y la graduación sexagesimal en general (aunque en algunas modernas es ya centesimal), va de *izquierda á derecha*, es decir, como la marcha de las agujas de un reloj (1).

Fig. 77.



La aguja y el limbo van cubiertos por un cristal para resguardarlos de la intemperie.

Al costado de la caja, y paralelo al diámetro *NS* va colocado el aparato visual, que puede ser una alidada de pínulas, de tubo ó de anteojo como el *A* de la figura, uniéndose á la caja por un eje horizontal alrededor del cual puede girar, permitiendo hasta dar la vuelta completa si es necesario.

186. *Unión*.—La brújula va unida á un aparato *E*, que es el que se coloca sobre el trípode ó pie, y puede ser como el de

(1) Las brújulas que construye la casa alemana de Breithaupt y algunas otras llevan la graduación de derecha á izquierda.

la figura, que se llama de *rodilla de nuez* ó de *plataforma*, de tres tornillos como el de la figura 78, que representa una brújula perfeccionada, habiendo otras plataformas de cuatro tornillos (1). Todos tienen por objeto colocar horizontal el limbo y permitir que la caja gire alrededor de un eje vertical.

187. *Pie*.—Generalmente las brújulas van montadas sobre trípodes de formas diversas, según el aparato de unión, como los de las figuras 77 y 78 ú otros que luego se verán en distintos aparatos.

Otras brújulas más sencillas tienen mango para tenerlas en la mano, y entonces éste se atornilla por la parte inferior de la caja; pero éstas pertenecen á los levantamientos rápidos y allí es donde se explicarán.

188. APARATOS ACCESORIOS.—*Niveles*.—La caja lleva, generalmente, bien encima, bien sobre el anteojo, uno ó dos niveles de aire *N* (fig. 78), que sirven para poner horizontal el limbo, como luego se verá. Cuando hay dos, están colocados perpendiculares entre sí.

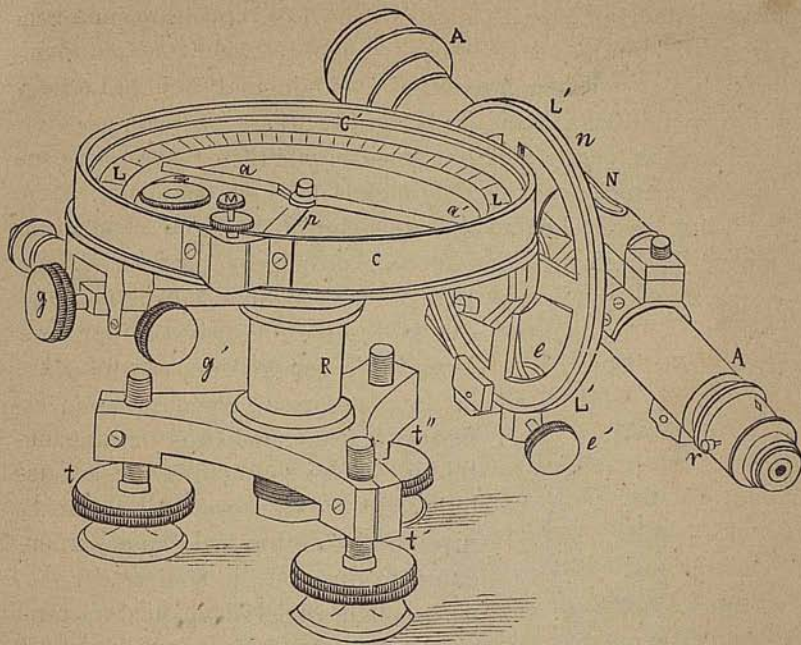
189. *Palanca de suspensión*.—La suspensión de la aguja sobre el eje hace se desgaste éste y se estropee la montura de agata de la aguja, sobre todo con los choques que recibe cuando se transporta el aparato; y para evitarlo lleva en la caja un mecanismo *M* de varias formas, como en las figuras 77 y 78, siendo su objeto elevar la aguja contra el cristal, y hacer de este modo que no descanse sobre el eje, sino en el momento de operar.

La palanca *p* oprimida en uno de sus extremos por la chapa ó tornillo *M*, hace que se levante el otro elevando al mismo tiempo la aguja contra el cristal.

190. *Limbo cenital*.—Algunas brújulas para medir el ángulo de pendiente de las visuales, suelen llevar un arco como el *L'L'*, un medio círculo ó círculo entero unido al anteojo, como en la figura 78, al cual acompaña un nonio *n*, y cuyo uso se verá más adelante.

(1) Algunas de la casa Breithaupt.

Fig. 78.



Explicación:

CC'. Caja circular de la brújula en cuyo fondo hay un pequeño nivel también circular.

a a'. Aguja imanada.

L L. Limbo azimuthal.

p. Palanca para elevar la aguja cuando no funcione.

M. Tornillo de presión para actuar sobre la palanca *p*.

R. Sostén de la brújula; y en su interior, eje vertical de rotación del aparato.

g. Tornillo de presión para impedir el movimiento de rotación anterior.

g'. Tornillo de ajuste para dar un movimiento lento de rotación.

t t' t''. Tornillos de la plataforma para apoyarse sobre el trípode.

L' L' Limbo cenital fijo á la caja *CC'*.

A A. Anteojo alidada girando alrededor del centro del limbo *L' L'*.

N. Nivel fijo al anteojo.

n. Nonio del limbo *L' L'*, que gira con el anteojo.

e. Tornillo para impedir la rotación de éste.

e'. Tornillo de ajuste para el movimiento lento del mismo.

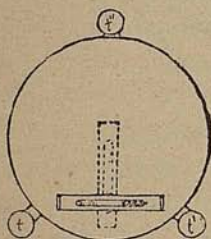
r. Tornillos del retículo.

191. *Colocación de la brújula en estación.*—La brújula se coloca en estación de modo que el centro de la caja caiga en la vertical del punto del terreno.

El limbo se coloca horizontal á ojo, lo cual se habrá conseguido cuando las puntas de la aguja enrasen casi con el plano del limbo sin tocarle ninguna de ellas; y si tiene niveles, se concluye la operación por medio de ellos del modo siguiente:

Si hay un nivel como el *N* de la figura 78, bastará hacer que marque la horizontalidad en dos posiciones perpendiculares en que se coloque la caja; para lo cual se mueve ésta de modo que la dirección del nivel caiga sobre la marcada por dos de los tornillos *tt'* de la plataforma, como se ve en la figura 79, y moviendo éstos en un sentido ú otro, se conseguirá que la burbuja esté en el centro del tubo del nivel. Se hace girar la caja aproximadamente unos 90°, lo cual se conoce, porque la línea del nivel quedará perpendicular á la línea anterior de los tornillos *tt'*, y se hace mover el tercer

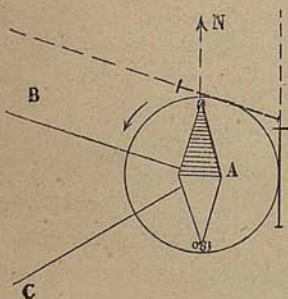
Fig. 79.



tornillo *t''* hasta que marque también la horizontalidad. Al cabo de unos tanteos de esta especie se consigue que, cualquiera

que sea la posición de la caja de la brújula alrededor de su eje, siempre el nivel marque la horizontalidad. Conseguido esto, si se hace girar la caja hasta que la punta empavonada caiga sobre el cero, como la visual dirigida por la alidada es paralela al diámetro *N-S*, lo será á la meridiana magnética *AN*, y el ángulo que esta dirección forma con dicha meridiana será nulo (fig. 80).

Fig. 80.



192. *Rumbo ó azimuth.*—Si á partir de esta posición se hace

girar la caja de la brújula, por ejemplo, hacia la izquierda, hasta que mirando por la alidada se vea un jalón B , la aguja seguirá marcando la dirección fija de la meridiana magnética; pero ya no será el cero la división que quedará debajo de la punta N , sino que, á medida que se va haciendo girar la caja, irán pasando las divisiones 1, 2, 3,..... etc., hasta la 81° , por ejemplo, que ahora queda marcada en la posición AB é indica el ángulo de las dos visuales AN y AB .

La AN es constante por ser la meridiana, y el ángulo que una dirección cualquiera forme con ella, se llama *rumbo* de esta dirección; así el *rumbo* de AB , es el ángulo NAB .

El *rumbo* de una dirección, recibe también el nombre de *azimut*.

Si existiese otro punto C á la izquierda de B , se determinaría del mismo modo su rumbo NAC , y restando de éste el NAB hallado anteriormente, su diferencia $NAC - NAB = CAB$ será el *ángulo de las dos direcciones* AC y AB ; lo cual da el medio de determinar con la brújula el ángulo entre dos objetos.

193. MODO DE HACER LAS LECTURAS.—Divididos los limbos de las brújulas como todos los de los goniómetros, en divisiones que no permiten apreciar fracciones pequeñas de grado, se ha tratado de idear un medio con el que se pudiera obtener mayor aproximación en las lecturas, como pasa con la adición de los nonios en varios de los aparatos ya descriptos; pero en las brújulas, teniendo que ir colocados en las puntas de las agujas, los ensayos hechos no han dado resultado, pues al dotar á éstas de las pequeñas laminitas que lleven las graduaciones de los nonios, se hace á las agujas muy pesadas y pierden gran parte de su movilidad, que es una de las principales condiciones de toda aguja imánada, por lo que se ha renunciado á este método como poco práctico.

Las lecturas se pueden hacer con la punta Norte ó con la Sur, dando para los rumbos un resultado que diferirá siempre en 180° ó 200° (1), puesto que las puntas son los extremos de un mismo diámetro; pero es preciso cuando hay que leer varios rumbos, leerles todos con la misma punta, pues de lo contrario,

(1) Según sean sexagesimales ó centesimales las graduaciones de los limbos.

sus diferencias no darían los ángulos que formaban las direcciones de sus lados.

En la práctica se leen todos con la punta Norte, debiendo adquirir desde el primer día la costumbre de hacerlo de este modo.

194. *Grado de apreciación de una brújula.*—En general, en una brújula dividida en grados, si la punta de la aguja está entre dos divisiones del limbo, podrá apreciarse á ojo una fracción de división igual á la mitad, al tercio, ó al cuarto, y en este caso se hará la lectura con un error de $\frac{1^\circ}{2}=30'$ $\frac{1^\circ}{3}=20'$ $\frac{1^\circ}{4}=15'$.

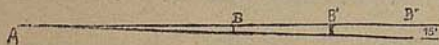
Si la brújula estuviese dividida en medios grados, entonces se apreciaría $\frac{1}{3}$ de $30'$; ó sean $10'$, que sería el error. Generalmente se toma como error medio de apreciación $15'$.

195. *Lectura con las dos puntas.*—La movilidad de la aguja impide á veces hacer bien esta apreciación de fracción, y para poder comprobar la lectura y obtener más aproximación, se lee con la punta Norte y con la Sur, y restando de esta última ó añadiendo 180° ó 200° , se deberá obtener la primera. Si la diferencia excede de la aproximación que antes se ha indicado, es prueba que ha habido equivocación en una de las lecturas y hay que rectificarla. Si la diferencia es pequeña, en ese caso se toma la media de las dos, después de corregida la segunda en 180° ó 200° . Cuando se emplee este procedimiento, es preciso tener mucho cuidado de empezar todas las lecturas de los rumbos por la hecha con la punta Norte, pues de otro modo da lugar á equivocaciones en los rumbos de algunas direcciones.

196. *Límite de las visuales con la brújula.*—Cometiéndose en las lecturas errores de $15'$, se comprende que su influencia es mayor cuanto más largas son las visuales, puesto que la desviación del punto verdadero B aumenta con la distancia, como

indica la figura 81, en B, B', B'' . La práctica da por regla que las visuales máximas en la brújula

Fig. 81.



jula deben estar representadas en el papel por una longitud igual á la mitad de la aguja; ó sea próximamente la del radio del limbo. Así, si la brújula es de las más usuales que tienen de radio $r=0^m,05$, éste será el valor del lado en el plano, y si m es el denominador de la escala, la longitud L en el terreno será $L=r \times m$.

197. *Ejemplos.*—Sea

$$\begin{array}{llll} r=0^m,05 & \text{y } m=1000^m & L=0,05 \times 1000 = 50^m & \text{Para longitud} \\ r=0^m,05 & m=5000^m & L=0,05 \times 5000 = 250^m & \text{máxima de} \\ r=0^m,05 & m=10000^m & L=0,05 \times 10000 = 500^m & \text{las visuales.} \end{array}$$

198. *Minimum de las visuales.*—Teniendo casi todas las brújulas el aparato visual al costado de la caja, hay un error en la lectura de los rumbos, debido á la excentricidad de la colocación de la alidada. En efecto, se ve en la figura 82 que el rumbo verdadero es BAN , y, sin embargo, se lee el oAN ; cometiéndose un error α igual al ángulo $oAB=ABC$. Si se desea conocer la importancia de este error, se observará que en el triángulo ABC ,

$$\text{sen } \alpha = \frac{AC}{AB}; \text{ y tomando como error}$$

de apreciación en la lectura de la brújula $15'$, si se quiere que el error no sea sensible, bastará hacer que

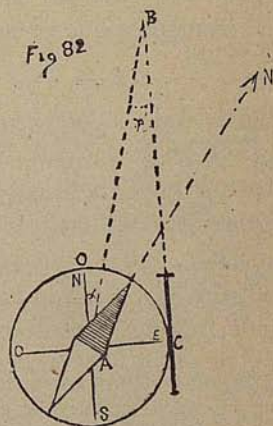
$$\text{sen } \alpha = \frac{AC}{AB} = \text{sen } 15', \text{ y de aquí de-}$$

ducir AB , que para los casos ordi-

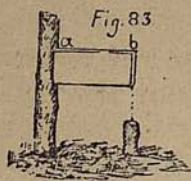
$$\text{narios de ser } AC=0^m,10, \text{ será } AB = \frac{0,10}{\text{sen } 15'} = \frac{0,10}{0,004} = 25^m$$

aproximadamente; lo cual indica que para brújulas de este radio, á distancias mayores que la AB , no tendrá influencia alguna sensible este error.

199. *Modo de evitar el error de excentricidad.*—El error de



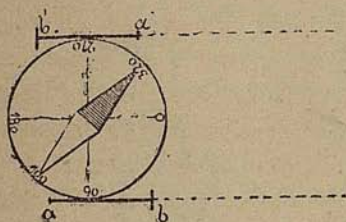
excentricidad puede evitarse fácilmente empleando banderolas ó jalones como los de la figura 83, en que el apéndice $a b$ que llevan, es igual á la excentricidad $A C$ (fig. 82), y bastará colocarlos como se ve en la figura.



Sin necesidad de jalones puede también evitarse, acostumbrando al peón que coloca las banderolas á que en vez de clavarlas en donde esté el piquete, lo haga á la izquierda mirando á la brújula y á una distancia de éste igual á la excentricidad.

200. *Modo de operar con la brújula.*—*Visual á la derecha y á la izquierda.*—Con objeto de comprobar y obtener mayor aproximación, se acostumbra á trabajar con la brújula determinando cada rumbo por dos lecturas, y esto se consigue de tres maneras diferentes. Una ya se ha indicado, que es hacer las lecturas con las dos puntas, y se han visto las ventajas é inconvenientes que presenta. Otra es la llamada de la *visual á*

Fig. 84.



la derecha y á la izquierda (1); y se opera de la manera siguiente: Si se coloca la brújula como indica la figura 84 con el anteojo en la posición $a b$; es decir, con la alidada á la derecha del observador cuando está mirando hacia el jalón, y se lee el rumbo con la punta

Norte, se obtiene un valor que en la figura es de 320° ; si ahora se hace girar la caja 180° , quedará el anteojo, como se ve en $b' a'$; pero si después se hace girar sólo al anteojo para que el ocular a' venga al lado del observador y se dirige la visual al jalón, la división que ahora marcará la punta Norte será igual á la leída anteriormente, pero aumentada ó disminuída en 180° ,

(1) Se llama *visual á la derecha* en todo aparato excéntrico, á la que se dirige á un jalón ú objeto cualquiera, estando colocado el anteojo á la derecha de la línea que marca el eje del aparato con el objeto al cual se dirige la visual; y *visual á la izquierda* la dirigida con el anteojo colocado á la izquierda de la línea anterior.

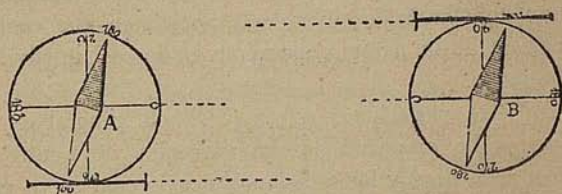
siempre que la banderola esté colocada á una distancia mayor que la mínima para que no sea apreciable el error de excentricidad.

Esta segunda lectura será 140° más ó menos una fracción de grado menor de $15'$, la cual aumentada en los 180° y sumada con la primera, dará por su media el valor definitivo que se acepta como bueno, siempre que las dos lecturas no hayan diferido en más de los $15'$, apreciación admitida para el instrumento.

201. *Visual directa é inversa.*—El tercer procedimiento consiste en hacer estación en los dos extremos de la dirección AB ,

cuyo rumbo se quiere determinar (fig. 85), midiendo en ambos los rumbos, debiendo diferir sus valores en 180° .

Fig. 85.



Sea, en efecto, AB la dirección dada; puestos en estación en A , se mide el rumbo teniendo el anteojo á la derecha, y haciendo estación en B , se mide el de la dirección BA , también con el anteojo á la derecha; los valores que deben obtenerse han de ser suplementarios, como se ve en la figura, y la media de los dos después de corregido el segundo en 180° , será el de AB que se buscaba. Este procedimiento recibe el nombre de *método de la visual directa é inversa*.

De los tres procedimientos que se han indicado, este último es el que más se usa en la práctica como se verá al tratar de los métodos generales de levantamientos.

202. *VARIACIONES DE LA AGUJA IMANADA.*—Se ha indicado que la aguja imanada se detiene en su movimiento, tomando siempre una misma dirección que se llama meridiana magnética. Sin embargo, esta fijeza no es tan absoluta que no sufra algunas variaciones ó perturbaciones que es preciso conocer, así como su influencia sobre los valores de los ángulos azimutales que se obtienen con los aparatos.

203. VARIACIONES DE LUGAR.—De un lugar á otro de la tierra varía la declinación; pero siendo esta variación de 30' por cada grado de longitud terrestre, no hay por qué ocuparse de ella, dada la pequeña extensión que en general abraza un plano topográfico.

204. VARIACIÓN ANUAL.—En un mismo lugar, la aguja está sujeta á las llamadas variaciones anuales, que siendo de 7' término medio por año, hacen que no haya necesidad de determinar la declinación como más adelante se verá, sino cuando los levantamientos duran mucho tiempo, en cuyo caso, cada tres meses debe rectificarse la declinación.

205. VARIACIÓN DIURNA.—Se observa que durante el día la dirección de la meridiana magnética está sufriendo variaciones que hacen experimentar á la aguja desviaciones hasta de 20'; generalmente se observa en ésta un movimiento hacia el Oeste desde la salida del sol hasta poco después de medio día, y otro movimiento inverso desde esta hora hasta las diez de la noche, en que vuelve á la posición de partida de la mañana, permaneciendo casi inmóvil durante el resto de la noche.

Estas variaciones son mayores en general en verano que en invierno. La amplitud de esta variación varía entre los límites 5' y 30' según los días y las estaciones, por lo cual se ve es una de las variaciones digna de tenerse en cuenta; y no pudiendo evitarlas, ni determinarlas con exactitud para hacer la corrección necesaria, á causa de su variabilidad de un día para otro, se procura atenuarlas, trabajando todos los días á la misma hora, pues hay más probabilidad de que las variaciones sean las mismas y todos los ángulos vengan afectados del mismo error y en el mismo sentido, lo cual no es inconveniente grave, puesto que la posición de unos puntos respecto á los otros quedará bien determinada.

También se suele trabajar en las horas de *diez á cuatro*; puesto que de *diez á una* la variación es igual y contraria á la de *una á cuatro*, y por tanto no es tan sensible el error. En efecto, si la variación total occidental es, por ejemplo, de 12' desde las *siete* á la *una*, desde las *diez* se puede suponer será sólo de 6', y de *una á cuatro* volverá la aguja á recorrer los 6' que recorrió por la mañana; luego habrá momentos antes y después de la *una* en que el error será casi nulo y el máximo no pasaría en este caso de 6'.

206. PERTURBACIONES.—Se nota en días de tormenta, cuando cae un rayo en las inmediaciones de una brújula, cuando existen auroras boreales sobre el horizonte, ó coincidiendo con los fuertes temblores,

que las agujas sufren perturbaciones tales en su marcha que es imposible operar con ellas mientras dura el fenómeno y aun pueden producir un cambio completo en su magnetismo y hacer que la punta que antes era la Sur, cambie y marque el Norte. Conviene, en estos días, operar con gran cuidado y aun dejar el trabajo y no empezarle de nuevo sin examinar y comprobar la aguja.

207. DESVIACIONES.—Los terrenos de minas metálicas, las grandes masas de hierro, la proximidad de los carriles de una vía férrea, ó de una fuerte reja ó balcón, pueden, por su fuerza atractiva, hacer el oficio de imanes y atraer la aguja imanada, desviándola de su posición verdadera.

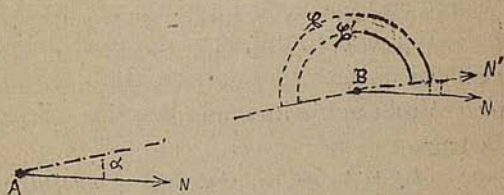
Se comprende lo peligrosa que puede ser una desviación de esta naturaleza, si pasa desapercibida, y la necesidad de reconocerla y evitarla ó corregirla si es posible.

208. MODO DE RECONOCER ESTAS PERTURBACIONES.—El método de la visual directa é inversa puede servir para reconocer este error.

Desde *A*, punto de estación, se determinará el rumbo α del lado

AB y se trasladará (fig. 86) la brújula á *B* para determinar el rumbo inverso de *AB*, es decir, el de *BA*; si no se encuentra el suplemento ϵ del α , es prueba de una equivocación

Fig. 86.



ó de una perturbación. Si repetida la prueba se ve no está equivocada la lectura, tiene que atribuirse á una perturbación que ha hecho desviar la aguja de su posición paralela á la *AN* cómo debía estar; y el rumbo ϵ' que se lee, será igual al verdadero ϵ , más ó menos el error ϵ debido á la desviación.

Estas perturbaciones pueden llegar á ser tan continuadas en algunos terrenos que es preciso renunciar en ellos al empleo de la brújula, y en otros obliga á ir con grandes precauciones y comprobaciones.

Procediendo por este método, se puede, como se ha visto, averiguar la perturbación y conocer el valor del error ϵ que será igual á la diferencia entre el rumbo inverso ϵ' que se ha leído y el $\alpha \pm 180^\circ = \epsilon$, es decir, $\epsilon - \epsilon' = \epsilon$.

209. **Teodolitos.**—*Composición de estos aparatos.*— Los goniómetros más perfeccionados y que permiten obtener los ángulos con mayor exactitud, son los teodolitos, los cuales, teniendo mucha semejanza con las pantómetras perfeccionadas, tanto en el principio en que se fundan como en el modo de usarse, son, sin embargo, aparatos de mayor precisión.

Dotados de dos limbos, uno azimutal y otro cenital, determinan á la vez el ángulo de dos objetos reducido al horizonte y el ángulo de pendiente ó cenital de cada uno de ellos.

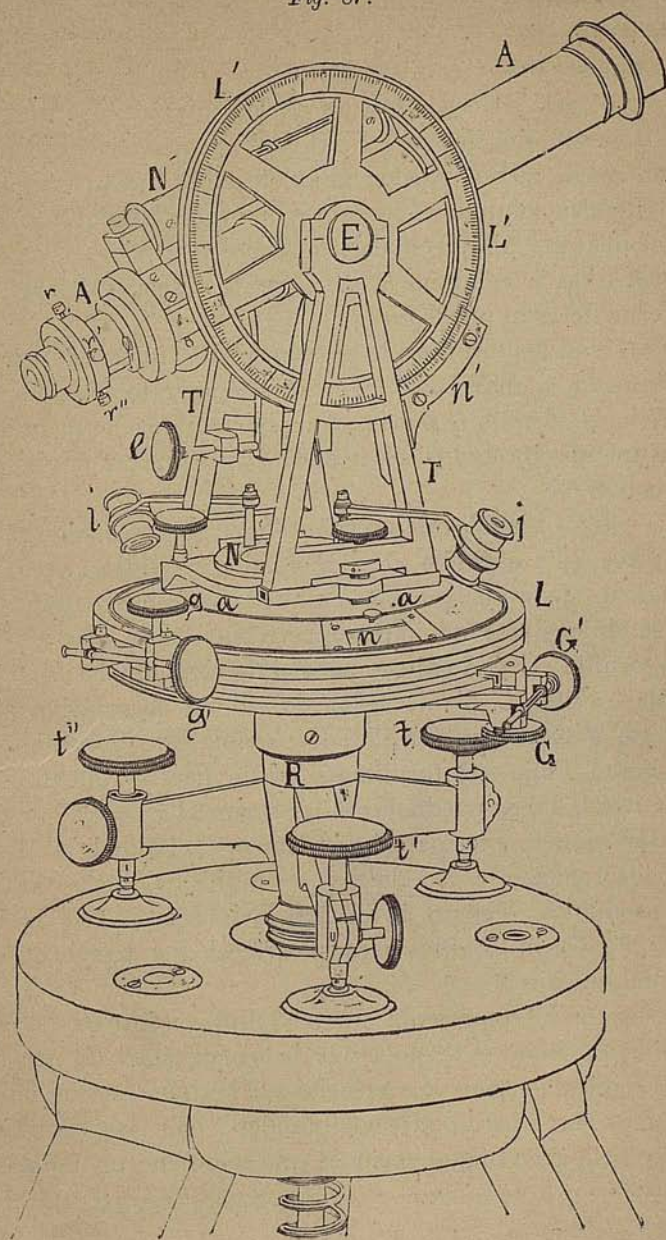
Los teodolitos están compuestos siempre de los elementos siguientes: Un eje de rotación, un limbo azimutal colocado perpendicularmente á este eje, una alidada con anteojo perfeccionado para poder dirigir visuales, á la cual acompañan unos nonios para la lectura de los ángulos reducidos al horizonte; un limbo cenital con su alidada y nonios para la lectura de los ángulos de pendiente ó cenitales con el mismo anteojo que la otra alidada; una plataforma de tres ó de cuatro tornillos, y un trípode.

Como accesorios acompañan, un nivel para la horizontalidad del limbo azimutal, otro sobre el anteojo para poder marcar una visual horizontal; y en algunos, una brújula con limbo entero, ó una aguja imanada con dos trozos de limbo de uno 10° cada trozo.

210. *División en concéntricos y excéntricos.*— Los teodolitos pueden considerarse divididos en dos grupos, segun la colocación del anteojo. Si éste se halla montado en un plano perpendicular al limbo azimutal y pasando por su centro, se llaman *concéntricos* como el de la figura 87, pero si el anteojo se halla á un costado como el de la figura 88, se llaman *excéntricos*.

Los dos cilindros superpuestos que tienen las pantómetras se hallan aquí reducidos á dos placas metálicas delgadas (fig. 87) *L* y *a a*; la primera lleva el limbo dividido en grados ó medios grados, y en algunos en divisiones de 15' y aun de 10'; la segunda apoyada sobre la *L*, lleva dos nonios *n* en los extremos de un diámetro; y en algunos aparatos hay hasta cuatro, en dos diámetros perpendiculares.

Fig. 87.



Con la placa a gira toda la parte superior del aparato arrastrando al anteojo y limbo cenital $L' L'$, siendo TT los montantes que sostienen á ambos. Fijos á estos montantes se halla el nonio n' para hacer la lectura de los ángulos de pendiente ó cenitales sobre el limbo $L' L'$, el cual se mueve con el anteojo A cuando éste gira alrededor de su eje E . El limbo azimutal L va unido á la columna R , y ésta á su vez á la plataforma de tres tornillos t, t', t'' que se colocan sobre el trípode.

Dentro de la columna R , va el eje de rotación del aparato alrededor del cual puede girar.

G y G' son los tornillos de presión y de ajuste; el primero para impedir el movimiento general del aparato alrededor del eje. Flojo el tornillo G puede girar la columna R con toda la parte superior; apretado éste, se puede conseguir un movimiento lento con el G' .

$g g'$ son los tornillos de presión y ajuste para el movimiento de la placa a sin el limbo L Flojo el g , se puede efectuar el movimiento de la placa a con la alidada y limbo cenital; apretado, se obtiene este movimiento, pero lentamente, con el g' .

El tornillo e es el de ajuste para el movimiento del anteojo A y limbo cenital $L' L'$ alrededor de su eje de rotación E . El montante T tapa otro tornillo de presión para impedir dicho movimiento. Flojo este tornillo se puede hacer el movimiento rápido; apretado, se puede dar el lento con el e .

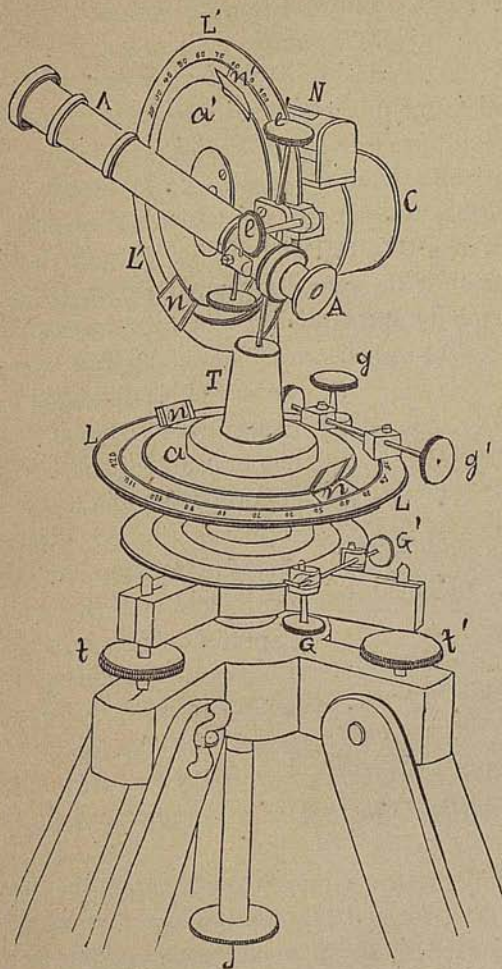
$i i$ son microscopios para hacer con más claridad las lecturas en los nonios n, n . En algunos teodolitos hay otros para los limbos cenitales. N es un nivel para la horizontalidad del limbo L ; r, r', r'' son tornillos para la corrección y arreglo del retículo del anteojo A .

La figura 88 representa un teodolito excéntrico (1) cuya disposición general es análoga á la de los concéntricos, constando de los mismos elementos esenciales, á los que se les ha puesto las mismas letras para poder comprender mejor su descripción. La diferencia grande que existe es que sólo tiene un montante

(1) Teodolito de Brunner.

para sostener el anteojo y limbo cenital, quedando ambos colocados excéntricamente, por lo cual, necesita como accesorio un contrapeso *C* que los equilibre.

Fig. 88.



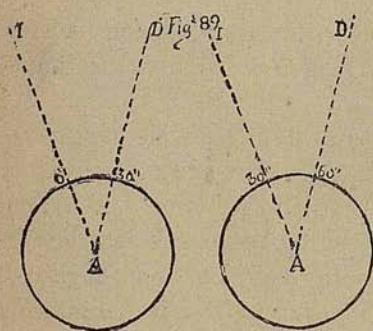
Explicación:

- L L.* Limbo azimutal.
- a.* Placa de los nonios.
- n n.* Nonios para el limbo azimutal.
- T.* Montante único.
- L' L'.* Limbo cenital.
- a'.* Placa de los nonios.
- n' n'.* Nonios para el limbo cenital.
- A A.* Anteojo alidada.
- N.* Nivel.
- C.* Contrapeso metálico.
- G y G'.* Tornillos de presión y ajuste para el movimiento general del aparato.
- g y g'.* Tornillos análogos, pero para el movimiento particular de la placa *a* de los nonios con el montante *T*.
- e y e'.* Tornillos análogos para la placa *a'* de los nonios *n' n'* y el anteojo *A*.
- t t' t'.* Tornillos de la plataforma y que descansan sobre el trípode.

211. *Modo de operar con los teodolitos.*—Para operar con un teodolito cualquiera, se estaciona el aparato en el vértice del

ángulo que se quiere medir, y de modo que la plomada que se cuelga de un gancho que lleva el trípode en la parte inferior de la mesilla, caiga sobre la cabeza del piquete que señala dicho vértice, procurando que al mismo tiempo quede el limbo azimutal L próximamente horizontal para que, por los tornillos $t t' t''$ se acabe de conseguir esta horizontalidad con prontitud, según las indicaciones del nivel N ; para lo cual se habrá colocado éste en dirección de los dos tornillos t y t' y después en una perpendicular, análogamente á como se hace en la brújula y demás aparatos de plataforma de tres tornillos.

Conseguida la horizontalidad del limbo L , se mueve la placa a hasta que los ceros de los nonios n coincidan respectivamente con las divisiones 0° — 180° del limbo, para lo cual se hará uso de los tornillos de movimiento particular g y g' , debiendo quedar fuertemente apretado el g una vez conseguida la coincidencia. Hecho esto se hace girar todo el aparato alrededor del eje de rotación



hasta que la visual dirigida por el anteojo pase por el punto I del objeto de la izquierda (fig. 89), fijándose esta posición con los tornillos G y G' (fig. 88), y apretando fuertemente el G después de conseguida, con lo cual se habrá hecho que las lecturas

que se hagan en el limbo L sean de cero grados con un nonio y 180° con el otro, y á partir de las cuales se contará la magnitud del ángulo.

Se aflojará el tornillo g y moviendo la placa a , se dirigirá el anteojo al punto de la derecha D , y apretando este tornillo g y terminando la coincidencia de la visual con el objeto por el tornillo de ajuste g' , se leerán con los nonios nn dos valores; uno, que será el del ángulo medido, puesto que será el trozo de arco recorrido desde 0° hasta la posición que ocupa, y otro

que dará el mismo valor si se le restan 180° ó 200° , puesto que esta primera visual marcaba ya esta cantidad.

El nonio n' permite leer sobre el limbo L' los ángulos de pendiente ó cenitales según que el cero se halle colocado en el diámetro horizontal ó en el vertical; siendo esto lo más común. Para conseguir esto sirven los tornillos e y e' que permiten é impiden el movimiento del anteojo, según que el e se halle flojo ó apretado.

212. MÉTODOS DE MEDICIÓN.—Siendo los teodolitos aparatos de gran precisión y usándose por consiguiente para operaciones en que es necesario gran exactitud, no basta medir los ángulos una sola vez, puesto que puede haber equivocaciones que pasarían desapercibidas, á más del error inherente á la operación: y con objeto de hacer imposibles las primeras y aminorar los segundos, se mide cada ángulo varias veces tomando como valor definitivo la media de los valores obtenidos en cada medición.

Las diversas mediciones de un ángulo pueden hacerse de dos maneras diferentes, dando origen á dos métodos llamados de *repetición* y de *reiteración*.

213. 1.º, *repetición*.—Consiste el método de *repetición* en repetir varias veces la medida de un ángulo; para lo cual, una vez hallado el valor del ángulo anterior IAD leído á partir del cero del limbo L y que supongamos sea de 30° , se afloja el tornillo G de movimiento general y se hace girar todo el aparato hasta que la visual pase otra vez por el punto I de la izquierda, y apretando el tornillo G se aflojará el g y se moverá la alidada hasta que la visual pase por el objeto D . La lectura con los nonios deberá dar un valor doble del primero leído, ó sean 60° , puesto que en la primera medición la visual AI partió de cero y en la segunda se ha hecho que parta de la división 30° que ya marcaba el ángulo IAD determinado por la primera operación. Continuando de un modo análogo, se podrá repetir el ángulo cuantas veces sea necesario, y la última lectura, dividida por el número que exprese las veces que se ha répétido la operación, dará un valor medio

:

para el ángulo repetido, el cual será en general más exacto que si se hubiese obtenido por una sola medición (141).

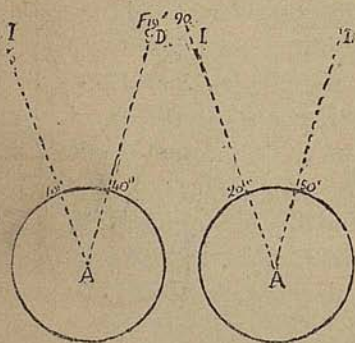
214. 2.º, *reiteración*.—Los teodolitos modernos vienen dispuestos en general para poder emplear el método de reiteración, el cual consiste en medir varias veces un mismo ángulo, á partir de distintas graduaciones del limbo en cada reiteración, y de manera que cada valor sea independiente del anterior.

Si el ángulo que se ha de reiterar es el IAD , medido la primera vez á partir del cero del nonio como en el método de la repetición, se reiterará partiendo, por ejemplo, de la coincidencia del cero del nonio, con la división 10° del limbo; en la reiteración siguiente, se partirá de la división 20° , en la otra de la 30° , y así sucesivamente. El ángulo se mide siempre en distinto trozo del limbo, de modo que aunque éste se halle mal dividido en alguno de sus trozos, pueden compensarse los errores de división, impidiéndose se transmitan de una medida á la otra, como pasa en el de *repetición*, en que el error cometido en una lectura afecta á todas las posteriores, acumulándose en la última todos los que se han ido cometiendo.

La modificación necesaria en los teodolitos para que puedan emplearse como reiteradores, es que sus limbos no vayan unidos invariablemente al eje de rotación, sino que unidos á él á frotamiento fuerte, puedan girar alrededor de este eje, desplazándose de la posición que tienen sin que el eje se mue-

va; para lo cual hay necesidad de un esfuerzo sobre el limbo con objeto de vencer el frotamiento.

Si, por ejemplo, se trata de medir el ángulo IAD , se hará la primera medición desde la división 0° , y para reiterarle, se desplazará solamente el limbo hasta que la división 10° caiga bajo el cero del nonio (fig. 90),

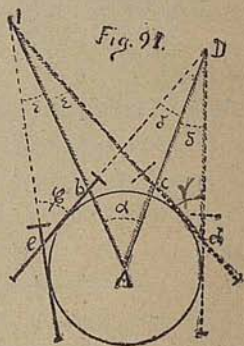


y en esta disposición se apuntará el anteojo á *I*, y después, sin mover el limbo, se dirigirá la alidada á *D*. Si el nonio marca 40° , el ángulo medido será $40^\circ - 10^\circ = 30^\circ$.

Otra nueva reiteración se haría de un modo análogo, moviendo el limbo solamente, hasta que la división 20° pasase por el cero del nonio, y como en este caso se partiría para la visual á *I* del valor 20° , la lectura hecha al apuntar á *D*, disminuía en los 20° sería el valor de la nueva medida. Continuando de un modo análogo, se pueden obtener una serie de valores para el ángulo, los cuales sumados y hallado el valor medio de la suma, se obtendrá el valor que como definitivo se admite para el ángulo; siempre que entre los diversos valores obtenidos en las reiteraciones, no hubiese diferencias mayores que las debidas al grado de apreciación del instrumento, puesto que entonces éstas acusarían falta de cuidado ó equivocaciones en la operación, la cual se comprobaría nuevamente, desechándola si resultase que efectivamente habían existido.

215. Error de excentricidad.—Los teodolitos excéntricos están sujetos á un error en la lectura de los ángulos, debido á la excentricidad del anteojo, error al que no se ha dado gran importancia en las brújulas, porque en éstas no se pueden leer los ángulos con tanta precisión; existe, sin embargo, un medio de conocer este error y anularle operando dos veces para cada valor del ángulo; una con el anteojo á la derecha y otra con él á la izquierda, y tomando la media de los dos valores obtenidos, pues como se ve en la figura 91, los errores debidos á la excentricidad son iguales y de signos contrarios y al sumarse se destruyen.

Llamando, en efecto, α al ángulo verdadero *IAD* y ϵ y γ á los *IeD* y *DdI*, leídos con el anteojo á la izquierda y á la derecha respectivamente; y ϵ , δ , los errores cometidos en las lecturas, debidos



á la excentricidad; los triángulos IcA y Dcd que tienen iguales los ángulos en c , dan $\alpha + \varepsilon = \gamma + \delta$; y los DbA é Ibe que también tienen iguales los ángulos en b , dan $\alpha + \delta = \ell + \varepsilon$. Sumando miembro á miembro las dos igualdades, se obtiene $2\alpha = \ell + \gamma$

$$\text{y } \alpha = \frac{\ell + \gamma}{2}.$$

216. **Límites de las visuales con los teodolitos.**—El límite máximo de la longitud de las visuales depende del grado de apreciación del teodolito, y éste, de la graduación de su limbo y del número de divisiones del nonio, así, pues, cada teodolito tiene un límite máximo; pero, sin embargo, puede establecerse como regla general, que siendo estos aparatos los más perfeccionados de topografía, son los que permiten visuales más largas y sus grados de apreciación varían entre $1'$ y $10''$.

En un teodolito con divisiones de medio en medio grado y un nonio de 30 divisiones, se podrán apreciar los ángulos con error de un minuto, y el límite máximo para las visuales será $\frac{L=0,0002 \times m}{\text{arc } 1'}$, en que m es el denominador de la escala del plano, y $0^m,0002$ es el valor de E (9).

Goniógrafos.

217. **Plancheta.**—PARTES DE QUE CONSTA ESTE APARATO.—Se ha indicado que los goniógrafos son los aparatos que dan los ángulos gráficamente sobre el papel, sin conocerse su valor gradual, y entre ellos, el más usado es la *plancheta*.

Consta este aparato de tres partes principales: *tablero y alidada, pieza de unión y pie*; y de varias accesorias, como son: *compás curvo y plomada, declinatoria y nivel*.

218. **Partes principales: Tablero.**—El tablero es de madera, hecho con cuantas precauciones son necesarias para evitar el alabeo por causa del calor y de la humedad. Sus dimensiones

son variables desde 0^m,60 de lado que tienen las planchetas mayores, á 0^m,20 que son las dimensiones de las más ligeras de levantamientos expeditos. Su grueso es también variable llegando hasta 0^m,03.

Por debajo, y en su centro, llevan las piezas de unión, que son muy distintas, según el sistema que se emplee. La más completa es la de Starke (fig. 94) y la más sencilla la de la plancheta ligera (fig. 97).

219. *Alidadas: sus clases*.—Los aparatos para dirigir las visuales en la plancheta son las *alidadas* que ya se han indicado, empleándose las de *anteojo*, las de *tubo* y las de *pínulas*, según la clase de plancheta, y sobre todo, según el grado de exactitud con que se quieran hacer las operaciones; usándose casi siempre las de *anteojo* en los levantamientos exactos, y las de *simple vista* en los rápidos.

Las figuras 61, 62 y la 96 indican modelos de estos aparatos; el de la figura 96 es uno de los más perfeccionados, y el de la figura 62, uno de los más ligeros.

220. *Pieza de unión*.—Puede ser ó de sistema de *nuez*, que sólo es aplicable á planchetas de poca precisión, ó de *plataforma* de tres ó cuatro tornillos, ó simplemente un perno *p* de cabeza, como la de Peigné (fig. 97).

La unión del tablero á esta pieza ha de ser tal que permita el movimiento de rotación de aquél alrededor de un eje vertical y por medio de unos tornillos pueda impedirse este movimiento cuando no sea necesario.

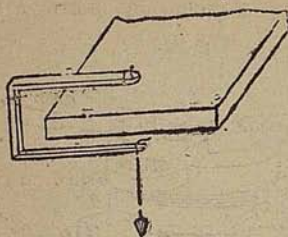
221. *Tableros*.—Algunos tableros llevan en su parte inferior una disposición especial que permite su movimiento de traslación en dos sentidos cuando está ya fijo á la pieza de unión, y otros que permiten un ligero desplazamiento en todos sentidos; ambos se llaman de *traslación*.

222. *Trípode*.—Desde el trípode más complicado al mango más sencillo pueden encontrarse en estos aparatos; pero el más general es el de tres tornillos; debiendo ser tanto más resistentes cuanto el tablero sea mayor y más pesado.

223. *Accesorios*.—Como accesorios lleva la plancheta el *com-*

pds curvo que suele ser de una de las dos formas que indica la figura 92, y del cual se cuelga la plomada.

Fig. 92.



Sirve para marcar en la plancheta la vertical de un punto del terreno, ó la inversa, para referir al terreno un punto marcado en el tablero.

Para la orientación acompaña una *declinatoria*, que es una brújula con un limbo incompleto (fig. 93).

Para la horizontalidad del tablero es preciso un *nivel de aire*, pudiendo servir también una pequeña bola de marfil.

Se necesita, por último, *papel* pegado al tablero, una *aguja* pequeña de coser y un *lápiz*.



Fig. 93.



224. *Condiciones á que debe satisfacer una plancheta.*—Las planchetas han de satisfacer á condiciones muchas veces opuestas, y únicamente la práctica ha dado el justo medio entre ellas.

Para que una plancheta sea exacta es preciso que tenga poca movilidad, y para esto el tablero, unión y pie tienen que ser fuertes y resistentes; pero esto hace que sean pesadas, y, por consiguiente, difíciles de transportar al campo, por lo que sería de desear tuviesen condiciones de ligereza opuestas como se ha visto á las de exactitud.

225. *Tipos de planchetas.*—Hay, en general, dos tipos de plancheta: la usada para levantamientos exactos, que siempre resulta pesada, y la usada en los levantamientos rápidos que, siendo muy ligera, no puede emplearse para operaciones en que se necesite gran exactitud.

Como tipo de las primeras está la de Starke, única usada en España y cuya descripción es la siguiente:

226. **PLANCHETA DE STARKE.**—Se compone este instrumento como todos los de su especie, de tres partes unidas entre sí y que son *tripode*, *rodilla* y *tablero*.

227. *Tripode*.—Está compuesto de una plancha de hierro PP , (figura 94) á la cual se unen los pies pp , $p'p'$, $p''p''$, que como se ve en la figura son dobles, compuestos cada uno de dos varillas pp unidas por un travesero T .

t , t son tornillos y $t't'$ llaves que sirven para apretar los pies á la plancha P é impedir que se muevan cuando la plancheta está en estación.

228. *Rodilla*.—Se compone de una parte B y otra A que pueden hacerse solidarias ó independientes en su movimiento de rotación alrededor de su eje común r . El tornillo G , apretado, une estas dos partes y las hace solidarias por ser el de presión y el G' sirve entonces de tornillo de ajuste para hacer girar lentamente á A sin girar B .

r es un perno terminado en rosca que se introduce en c de la plancha P sujetándose á ésta por una tuerca V que no se ve en la figura. La pieza B lleva además en la parte inferior de los salientes DD , unas pequeñas chapas donde se apoyan los extremos de los tornillos F .

La parte A lleva tres brazos salientes $S S S$, sobre los cuales se apoya el tablero de la plancheta (figura 95), el cual lleva tres rebajos circulares n , dentro de los cuales va suelto un arco de la forma n .

Otros arcos análogos K se colocan debajo de los círculos de los salientes S y por los tornillos q que se introducen por los huecos centrales de estos arcos K y n , se sujeta la pieza S al tablero.

Fig. 94.

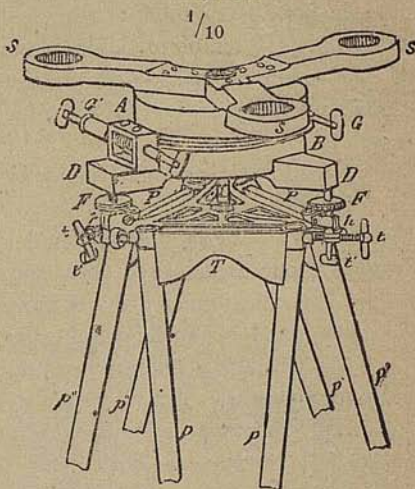


Fig. 95.



229. *Tablero*.—Es un rectángulo de madera bien trabajado y de bastante espesor para impedir su alabeo.

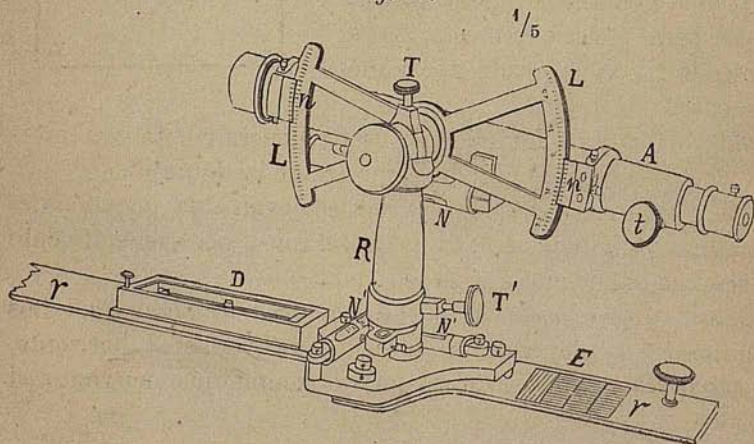
230. *Modo de ponerla en estación*.—Con los tres pies del trípode se pone á ojo horizontal la plancha *P*. Se introduce después el vástago *r* de la pieza *B*, colocando ésta de modo que los tornillos *F* queden debajo de las chapas *D*. Se pone la tuerca inferior dejándola floja y encima de *A* el tablero de la plancheta, de modo que los aros *n* y *K* queden en disposición de poderse poner los tornillos *q*; lo cual se hará, pero dejándolos flojos, así como el tornillo *G* que une *A* con *B*.

Los tornillos *F* sirven para poner la plancheta horizontal por medio de un nivel de aire.

El *G* sirve para la orientación de la plancheta después de estar horizontal, concluyéndose la operación con el de ajuste *G'*. Los *q* sirven para hacer la coincidencia del punto del terreno con el del papel, puesto que cuando están flojos, el tablero puede tomar todos los movimientos de traslación que le permitan estos tornillos dentro de los círculos de los brazos *SSS*, y una vez conseguido y apretados esos tornillos, quedará la posición de la plancheta invariable apretando los tornillos *t' t' t'* de los pies del trípode para que éstos no giren; el tornillo *V*, para impedir un movimiento general á la plancheta; el *G*, para que *A* no gire, y los *q*, para que el tablero esté fijo.

231. *Alidada*.—Entre los muchos modelos usados con las planchetas de precisión, se emplea una como la de la figura 96.

Fig. 96.



Consta de un anteojo diastimométrico *A* dispuesto para la medición de distancias con miras de divisiones en centímetros; y adosado á él va un limbo cenital *LL* que puede ser de círculo entero ó de dos sectores como en la figura, y que sirve para medir ángulos de pendiente ó cenitales, para lo cual lleva los nonios correspondientes.

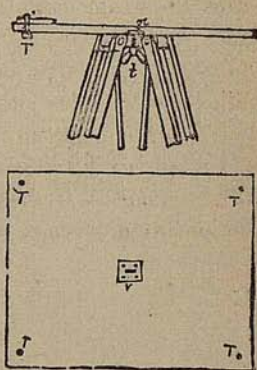
Los tornillos *T* y *T'* son los de presión y ajuste para los movimientos del anteojo, encima ó debajo del cual puede colocarse un nivel *N* que se sujeta á él fuertemente.

La regla *rr* sostiene el montante *R* que lleva el anteojo y el limbo, y en algunas lleva además una declinatoria *D* para la orientación, y una escala de décimas *E* que sirve para las medidas en el plano.

Para la horizontalidad del tablero, llevan algunas un nivel suelto ó unido á la regla *r*, y otras, como la de la figura, llevan los dos *N' N'*.

232. *Plancheta ligera*.—Un tipo de plancheta sencilla y ligera es el de la figura 97, la cual sólo consta de un tablero delgado y pequeño con un rebajo *r* en su parte media inferior, en el cual entra la cabeza de un perno *t* del trípode, pudiendo doblarse los pies de éste. Apretada la tuerca *t*, se impide el movimiento de rotación y traslación del tablero, y floja dicha tuerca puede hacerse que éste se desplace en pequeñas cantidades; pero lo bastante para ponerla en estación si á ojo se la ha colocado aproximadamente.

Fig. 97.



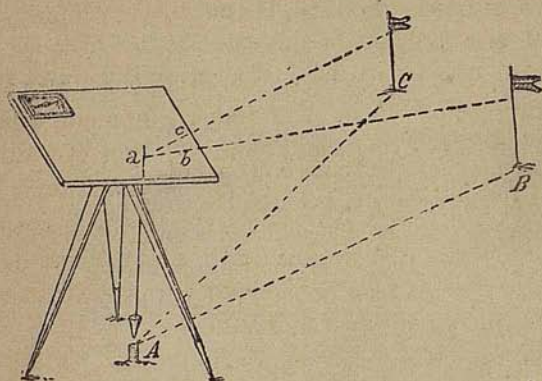
233. *Alidada*.—La alidada usada generalmente con estas planchetas es una de pínulas como las de la figura 62.

234. *Accesorios*.—Como accesorios llevan una pequeña declinatoria y algunas veces un pequeño nivel, pero generalmente sirve el de la alidada, si ésta le tiene.

235. *Determinación de los ángulos con la plancheta*.—Los ángulos en la plancheta se obtienen reducidos al horizonte, puesto que se trazan en el plano horizontal que determina el tablero.

El modo de obtener estos ángulos es el siguiente (fig. 98):
Sea BAC el ángulo que se trata de construir. Se traza en

Fig. 98.



la plancheta un punto a que se supone el homólogo del A del terreno sobre el que se va á hacer estación; se tira por este punto una recta ab indefinida que represente la homóloga en dirección á la alineación AB del te-

reno, y hecho esto, se coloca la plancheta á ojo, de tal manera, que estando el tablero casi horizontal, la vertical que parta de a pase aproximadamente por A , y de modo, que poniendo el borde de la alidada sobre la ab , la visual del anteojo pase cerca del jalón B . Preparada de este modo la plancheta, el resto de la operación es fácil de efectuar. En efecto, se pone el nivel encima del tablero en dos direcciones perpendiculares, una de ellas en la de dos de los tornillos, y por el movimiento de éstos se establece la horizontalidad del tablero del mismo modo que para la brújula, sólo que aquí el nivel es el que está suelto y cambia de la primera posición á otra perpendicular sin que el tablero se mueva. En esta disposición, la plomada con el compás curvo debe indicar si a está ó no en la vertical de A y si la visual de la alidada pasa por B ; si no es así, los ligeros desplazamientos de traslación combinados con el de rotación del tablero permiten hacer variar éste hasta conseguirlo, cosa fácil si al poner primero la plancheta se la coloca ya aproximadamente en estación, puesto que no se necesitarán sino pequeños desplazamientos para la operación definitiva, la cual determinada, se apretarán todos los tornillos para impedir los movimientos.

Colocada ya de este modo la plancheta, se clava en *a* una aguja que sirva para apoyar contra ella el borde de la regla de la alidada, y después se hará girar ésta hasta que apoyada siempre en la aguja se vea por el anteojo el jalón ó banderola *C*, en cuyo caso, por el borde de la regla, se pasa un lápiz y queda marcado en el papel el ángulo pedido *c a b*.

236. *Orientadora*.—Si se quiere hacer uso de la orientadora ó declinatoria, bastará colocarla sobre el tablero de modo que la aguja imanada señale cero, y pasando un lápiz por el lado mayor de la caja, ésta será la dirección de la meridiana magnética, la cual podrá servir para las estaciones sucesivas si se quiere orientar la plancheta con ella; es decir, suponer que de la posición última á la nueva se ha trasladado paralelamente á sí misma con todo lo que en el papel había dibujado.

El método que se empleará será el siguiente:

Se colocará la plancheta á ojo sobre el punto de estación con las precauciones ya indicadas de estar casi horizontal el tablero y coincidiendo el punto del terreno y del papel y aproximadamente en la orientación; hecho esto, se coloca la orientadora de modo que el borde coincida con la recta que se trazó por él, y se hará girar el tablero hasta que la aguja marque cero, en cuyo momento la orientación será paralela á la anterior; pero si en esta rotación ha salido el punto del papel de la vertical del homólogo del terreno, habrá necesidad de rectificarla por medio de los movimientos de traslación.

Entre los dos procedimientos empleados para orientar la plancheta, hay la diferencia de que orientando por el anteojo es más exacto, pero más pesado; y con la orientadora pasa á la inversa, así que se emplea uno ú otro, según las circunstancias de exactitud y tiempo que se desee.

237. *Error de excentricidad*.—La correspondencia en la misma vertical *A* del terreno y el *a* del papel, no es de gran importancia á no ser en operaciones muy exactas, con tal que la *a b* quede paralela á la *A B*. En efecto, un ligero desplazamiento que exista, equivale al error de excentricidad de la brújula, y en general esta excentricidad será mayor en este aparato que en la

plancheta, luego no tendrá influencia sino en lados más cortos aún que los de 25 metros que allí se indicaron (198). No hay, pues, necesidad absoluta de conseguir que el punto del terreno y el homólogo de la plancheta estén precisamente en la misma vertical, bastará tan sólo lo estén aproximadamente; pero sí será preciso que puesta la alidada contra la *ab* y dirigiendo la visual, se vea cubierto el jalón *B*.

238. *Límite máximo de las visuales*.—La práctica ha demostrado que con una plancheta perfeccionada y operando con cuidado pueden obtenerse los ángulos con una aproximación mayor que en la brújula, llegando hasta obtenerlos con un error de 5', lo cual hace que las visuales puedan ser mayores que con aquel aparato; pero para esto es necesario orientarla sobre lados largos, lo que no sucede cuando se hace con la declinatoria.

Capítulo III.

PLANIMETRÍA

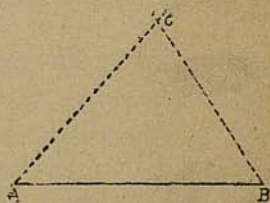
MÉTODOS GENERALES

Generalidades.

239. Medios de determinar la posición de un punto.—Un punto en un plano queda determinado geoméricamente, refiriendo su posición á la de otros dos fijos ó á la de dos rectas que se cortan.

240. REFERENCIA Á DOS PUNTOS FIJOS.—Si los dos puntos fijos son los A y B (fig. 99), y C el que se trata de determinar; uniéndolos por rectas, se formará el triángulo ABC en el cual su vértice C queda fijo si se conocen:

Fig. 99.



I. Los tres lados, ó sean las distancias AB , BC y CA medidas en el terreno.

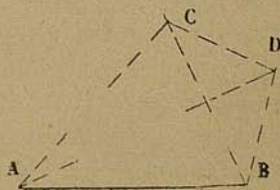
II. Las distancias AB y BC y el ángulo B que comprenden.

III. Las distancias AB y los ángulos A y B adyacentes.

IV. La distancia AB y los ángulos C y A , opuesto uno y adyacente el otro.

V. La distancia AB y el ángulo opuesto C , no dan elementos suficientes para la determinación de C ; pero si se conociera la posición fija de otro punto D (fig. 100) con relación á B , se podía hallar C midiendo BD y DCB y construyendo en el papel sobre los lados homólogos de los AB y BD , arcos capaces

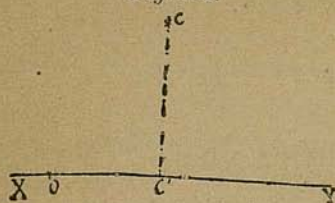
Fig. 100.



de los ángulos ACB y BCD . La intersección de las semicircunferencias daría el punto homólogo de C .

241. REFERENCIA Á DOS RECTAS.—La perpendicular CC'

Fig. 101.

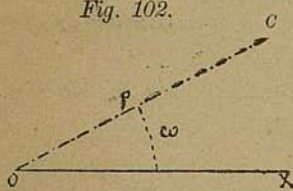


(figura 101) y la distancia OC' , sirven también para determinar el punto C .

Las distancias CC' y OC' son las llamadas *ordenada* y *abscisa* rectangulares del punto C con relación á la recta, y las dos reunidas se llaman *coordenadas* rectangulares de C . El punto O , desde donde se cuentan las abscisas, se llama *origen*.

242. REFERENCIA Á UN PUNTO Y Á UNA RECTA.—La distan-

Fig. 102.

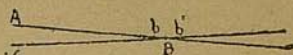


cia OC que se llamará ρ (fig. 102), y el ángulo ω , sirven también para determinar la posición del punto C referido á una recta OX . Los valores de ρ y de ω se llaman *coordenadas* polares de C .

243. **Diferencias esenciales entre los métodos geométricos y topográficos.**—Los principios geométricos anteriores son la base de los métodos empleados en Topografía, y antes de empezar su exposición hay necesidad de establecer la diferencia que existe entre un problema resuelto geoméricamente y el mismo hecho prácticamente en Topografía. El primero no necesita comprobación alguna; el segundo la necesita siempre, para acusar las equivocaciones que se hayan podido cometer y los errores inherentes á las operaciones ejecutadas. Aun dentro del mismo procedimiento geométrico existen diferencias, según que se emplee teórica ó prácticamente. En efecto, un punto queda determinado teóricamente por la intersección de dos rectas, cualquiera que sea la posición que éstas ocupen, pero prácticamente queda mejor, cuanto las dos rectas que le fijan por su intersección se cortan, acercándose más á la posición perpendicular. Si las rectas se cortan muy oblicuamente, la posición del punto queda indeterminada á causa del grueso de la punta

del lápiz ó del compás con que se trazan las rectas y se toman las magnitudes. En la figura 103 se ve esto comprobado, puesto que las dos rectas AB y CB tienen una parte común que puede tomarse por la posición verdadera del punto de intersección; el cual lo mismo puede ser el b' que el b , ú otro cualquiera intermedio B . De aquí se deduce la conveniencia de determinar los puntos por la intersección de rectas que formen ángulos que no sean ni muy agudos ni muy obtusos.

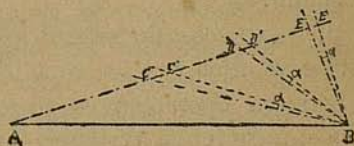
Fig. 103.



244. **Forma de los triángulos.**—Cuando se trata de determinar los vértices de un triángulo, no es posible que los tres lo estén por rectas que se corten perpendicularmente, y sólo en el caso en que el triángulo fuese rectángulo, habría uno de los vértices en buenas condiciones; pero, en cambio, los otros pertenecientes á los ángulos agudos no estarían tan bien determinados; y con objeto de compensar en parte, é igualar los errores sobre los tres vértices, se eligen triángulos equiláteros.

Existe además otra razón para elegir estos triángulos, y es que operando con instrumentos que no pueden ser exactos y que vienen siempre afectados de cierto error mayor ó menor, según el grado de apreciación que tengan, estos errores se hacen tanto más sensibles cuando

Fig. 104.

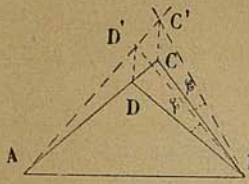


las rectas se cortan más oblicuamente como puede comprobarse en la figura 104 en que se supone que al medir y construir el ángulo CBA , se ha cometido un error α debido al instrumento, cuyo error ha hecho que se desplace el punto C á C' , en una cantidad CC' ; y el E , en una cantidad $EE' < CC'$ por ser la BC oblicua y la BE perpendicular.

Si en vez de suponer que se ha cometido sólo el error α en el ángulo en B , se supone lo que ocurre en la práctica, y es que además del error α en el ángulo A hay otro error β

en el B ; en ese caso (fig. 105) se ve también que el desplazamiento CC' del punto C es mayor que el DD' del punto D , á causa de cortarse más oblicuamente las rectas que determinan C que las que dan el punto D .

Fig. 105.



De aquí se ha deducido para la práctica, que cuando se determine un triángulo, se procure en lo posible acercarse á la

forma equilátera; es decir, que los lados formen ángulos de 60° ; pero como no siempre será posible conseguir esto, se establece como límite para la determinación de puntos, *que los ángulos formados por las dos direcciones no han de ser menores de 30° ni mayores de 120° .*

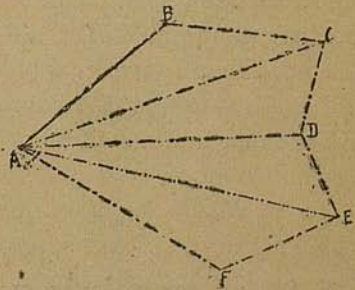
Una vez conocidos estos principios geométricos, base de los métodos empleados en Topografía, se indicarán éstos á continuación.

Métodos topográficos.

245. **Determinación de un punto.**—Todos los problemas relativos á la planimetría tienen por objeto determinar en el campo los datos que ligan los puntos que se quieren determinar con otros ya conocidos; adquiridos estos datos se procede con ellos á construir sobre el papel la figura semejante á la de la proyección del terreno, buscando en cada caso el método más adecuado.

Siendo necesario referir los puntos que se van hallando á otros ya fijos y determinados, la primera operación es elegir estos puntos cuya distancia en general será conocida ó se determinará por una medición.

Fig. 106.



246. **MÉTODO POR MEDICIONES.**—Sean A y B (fig. 106) los dos puntos fijos á los cuales se han de referir los que se tratan de determinar, y que se supone

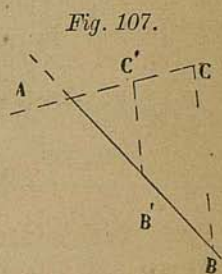
son los $CDEF$, etc. Unidos estos puntos, como se ve en la figura, forman un polígono descompuesto en triángulos.

El punto C quedará determinado por la medición de los tres lados del triángulo ABC ; el D , midiendo los del ACD ; el E , por los del ADE , y por último, el F , por los del AEF .

247. *Comprobación.*—Este método, llamado de *mediciones*, en el que no se necesitan más instrumentos que uno de los de medir distancias, tiene la comprobación de que el último lado medido debe pasar por A cuando se construya el polígono por sus diversos triángulos.

Si fuese un triángulo aislado, puede hacerse una comprobación sencilla, pero algo larga, que consiste en medir (fig. 107), las mitades AB' de AB y AC' de AC , y al medir $B'C'$, debe resultar mitad de BC .

Esta comprobación hecha en cada triángulo serviría para el polígono; pero se comprende ha de ser muy pesada de ejecutar, por lo que no se emplea sino rara vez.



248. *Inconvenientes de este método.*—Este método es poco rápido, hay que hacer muchas mediciones lineales que son las más pesadas y expuestas á errores; su uso es muy limitado, y casi siempre se emplea en operaciones aisladas de medida de ángulos, ó como auxiliar en el levantamiento de planos de edificios, máquinas, etc.; y también, cuando careciendo de aparatos, hay necesidad de levantar el plano de una pequeñísima extensión de terreno, como un jardín, huerta ó parcela de tierra, etc.

Se aplica también para construir un ángulo igual á otro marcado en el terreno; puesto que al construir el triángulo, queda construido el ángulo propuesto que forma parte de él.

La operación consiste en medir las distancias AC , AB y BC , y con estos datos construir el ángulo buscado A .

Si no se puede entrar en el interior de CAB , se prolongarán

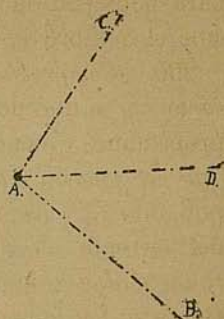
:

las alineaciones CA y BA , y medido el ángulo opuesto por el vértice, se puede construir su igual CAB .

También podría haberse medido el adyacente, prolongando sólo una de las alineaciones.

En el caso de ser el ángulo muy obtuso, puede dividirse en dos por una nueva alineación intermedia, tal como AD (fig. 108), midiendo de este modo los dos ángulos CAD y DAB .

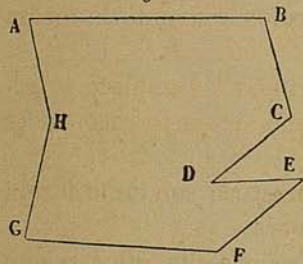
Fig. 108.



249. MÉTODO POR CONTORNO, RODEO Ó ITINERARIO.—Este método está fundado en la determinación de un triángulo por dos lados y el ángulo comprendido.

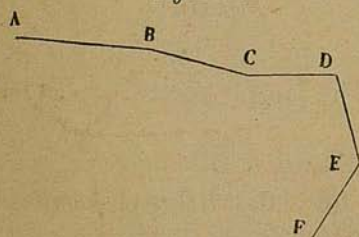
Sean A y B (fig. 109) los puntos de referencia y $C, D, E, F, \dots$

Fig. 109.



los que hay que determinar. Pueden ocurrir dos casos, que unidos estos puntos den un polígono cerrado como el $ABCDEFGH$, ó que vayan alejándose como, por ejemplo, cuando se sigue el borde de un camino, la orilla de un río, etc. (fig. 110).

Fig. 110.



1.^{er} caso. Midiendo los lados AB , BC y CD , etc. (fig. 109), y los ángulos en A, B, C, D , etc., se tendrán datos, no sólo para conocer el polígono, sino también para poder comprobar las operaciones, puesto que se conocerán $2n$ elementos cuando sólo se necesitan $2n-3$ para su determinación.

En este método se va recorriendo el contorno del polígono hasta volver al punto de partida; por lo cual recibe el nombre de método de *contorno* ó *rodeo*, llamándose también de *itinerario cerrado*.

2.º caso. Midiendo cada lado $AB, BC, CD.....$ etc. (fig. 110), y los ángulos que entre sí forman dos á dos, se tienen los datos para construir la línea quebrada $ABC..... F$; y el método recibe el nombre de *itinerario abierto* ó simplemente de *itinerario*.

250. *Comprobación*.—El método de *itinerario cerrado* ó del *contorno*, es uno de los más empleados en Topografía. Las comprobaciones que admite son: 1.ª *La suma de los ángulos medidos debe ser igual á $2R(n-2)$* (1); siendo n el número de lados del polígono. 2.ª Al construir en el papel el polígono homólogo al del terreno, *el último lado debe cerrar en el primer vértice ó faltarle una cantidad muy pequeña, que será el error de cierre*. Como en los lados no hay comprobación, se acostumbra á medirlos dos veces y tomar la media.

En el *itinerario abierto* hay que operar con más cuidado, y aun suele comprobarse la operación haciéndola en sentido inverso; pero como este procedimiento es largo y penoso, pueden medirse dos veces los lados y los ángulos, tomando la media para su valor.

Cuando es posible, se hace que el itinerario empiece y termine en puntos hallados ya de antemano, en cuyo caso existe la segunda comprobación del cierre.

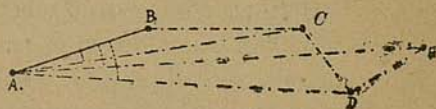
Los registros para el método del itinerario son de la forma del núm. 5, que se halla al final de la obra.

251. *Caso particular*.—Cuando no se necesite gran exactitud, se abrevia la operación del modo siguiente

Fig. 111.

(fig. 111): se miden todos los lados, y desde A , los ángulos BAC, BAD , etc.; y se construyen por el método de *dados dos lados AB y BC , y el ángulo A opuesto á uno de ellos, construir el triángulo*.

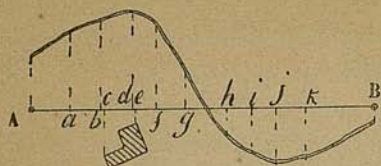
Este método es mucho más rápido, pero menos exacto, puesto que no tiene las comprobaciones que el anterior.



(1) Igual á tantas veces dos rectos como lados tiene el polígono menos dos.

252. MÉTODO POR LAS ABCISAS Y ORDENADAS.—Consiste este

Fig. 112.



método en marcar dos puntos A y B (fig. 112) por medio de piquetes, y medir la distancia AB , refiriendo á esta recta todos los detalles que se hallen en su proximidad, valiéndose de per-

pendiculares trazadas desde ellos y de sus distancias á uno de los extremos A ó B .

La práctica de la operación es la siguiente: Se recorre la distancia AB y se van bajando las perpendiculares desde los puntos que se quieren determinar; se miden las distancias Aa , Ab , Ac , etc., así como la longitud de las perpendiculares, y se apuntan estos datos en un registro como el núm. 1. Como hay perpendiculares á los dos lados de AB , se conviene en que si los de la derecha de la recta desde el punto de partida al otro extremo son positivas, las otras son negativas, y se apuntan en dos casillas distintas en el registro.

Puede también emplearse otro medio, que es medir Aa , ab , bc , cd , etc., en vez de tomar todas las distancias desde A ; pero es preferible el primer método. En efecto, en este segundo método cualquier error cometido en más ó en menos en la medición de la distancia entre dos puntos c y d por ejemplo, ó en la construcción de ésta en el papel, hace que quede el punto d más cerca ó más lejos de su verdadera posición, y todos los puntos posteriores á d vendrán afectados de este error, con más los que se hayan cometido en ellos; mientras que empleando el primer método, sólo el punto d y su perpendicular serán los deformados por ese error, puesto que las demás distancias se toman desde A .

253. *Práctica.*—Conviene llevar el registro como se indica en el modelo, y además ir haciendo el diseño al mismo tiempo que se van tomando medidas, pues de este modo se rectifican las equivocaciones tan frecuentes, de apuntar una perpendicular negativa en la casilla de las positivas, y viceversa.

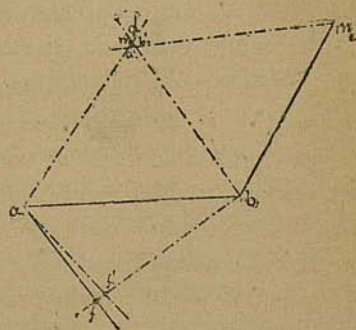
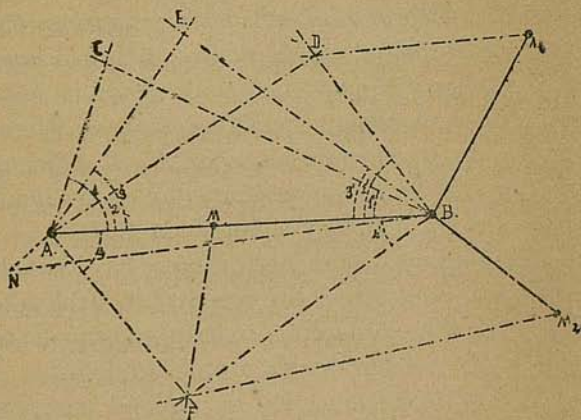
254. *Utilidad de este método.*—Este método presenta gran utilidad cuando la longitud de las perpendiculares es pequeña, pues no sólo se podrán trazar éstas á ojo sin necesidad de instrumento, sino que serán muy fáciles de medir.

255. MÉTODO POR INTERSECCIONES.—El tercer método geométrico es el fun-

Fig. 113.

damento de un procedimiento general muy empleado en Topografía.

Si se mide la recta AB (figura 113) marcada por los jalones A y B , y con un goniómetro ó goniógrafo se determinan desde A los ángulos $1, 2, 3, 4, \dots$ que forman la recta AB con las alineaciones de A á los puntos $C, D, E, F, \dots$ y se repite la operación desde B , midiendo los $1', 2', 3', \dots$ se tendrán conocidos un lado y los dos ángulos adyacentes de cada triángulo $ABC, ABD, \dots$



En este método, tal como se ha indicado, no existe comprobación alguna; puede cometerse una equivocación en un ángulo y no ser notada, lo cual trae consigo un desplazamiento en la posición del punto. Por ejemplo: Si en vez de leer para $FAB=35^\circ$,

se lee ó apunta en el registro 33° ; al construir este ángulo, la recta homóloga tomará la posición af' en vez de la af , y el punto f sufrirá el desplazamiento ff' , el cual habrá pasado desapercibido.

Sin embargo, este método tiene la ventaja de que los errores no se transmiten de unos puntos á otros como pasa en el método del itinerario.

256. *Comprobación.*—Se busca una comprobación á este método, determinando cada punto por tres intersecciones, para lo cual se elige otro punto tal como M en la base AB ó el M_1 ó el M_2 fuera de ella, y en ambos casos se determina la posición de este punto con relación á los A y B midiendo en el primero AM (y BM como comprobación), y en el segundo BM_1 y el ángulo ABM_1 , ó BM_2 y el ángulo ABM_2 .

Las equivocaciones y errores que haya habido quedan ahora palpables, puesto que las tres rectas, debiendo cortarse en el punto D , si no lo hacen, formarán un pequeño triángulo $m'b'a'$, que dejará indeterminada la posición de d .

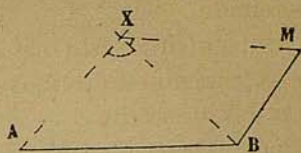
Si esta indeterminación es pequeña por provenir de errores inevitables, se da por buena la operación y se elige el centro del triángulo para posición de d ; pero si el triángulo es grande, entonces acusará una equivocación y se rectifica la posición del punto volviendo á repetir la operación.

257. *Práctica.*—Al determinar un punto por intersección, se ha de tener en cuenta lo dicho en el párrafo 243 respecto á que si las alineaciones forman un ángulo muy agudo ó muy obtuso, al trazar las rectas homólogas en el papel, el punto no quedará también determinado como cuando se cortan perpendicularmente ó formando un ángulo mayor de 45° ; de aquí la necesidad de que los puntos que se determinan, lo sean por rectas que formen ángulos en estas condiciones; y si no es posible, como sucedería con los que se hallan tal como el N , en ese caso no debe determinarse este punto por intersecciones, pues dará un resultado erróneo, siendo preciso recurrir á alguno de los procedimientos ya indicados y que puede ser el de itinerario.

258. *Casos particulares de este método.*—En el método de las

intersecciones puede suceder que al determinar un punto X (figura 114), no se haya medido el ángulo XBA por un olvido.

Fig. 114.



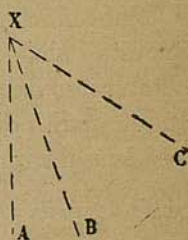
En este caso, sin necesidad de ir á B , se podrá determinar la posición de X . Bastará colocarse en él, y medir el ángulo AXB , con lo cual se estará dentro del IV caso (240).

La comprobación que admite este método, es medir también BXM ; y con el ángulo M y la BM , se tendrá lo necesario para construir y comprobar X por tres intersecciones.

Este método puede también emplearse cuando sea preciso determinar un punto X con relación á A y B sin que se pueda ó se quiera hacer estación en B .

259. MÉTODO DEL MAPA Ó DE POTENOT.—Siempre que se tengan fijos ó determinados tres puntos A , B y C (figura 115), puede determinarse un cuarto punto X , sin más condiciones que desde él se vean los otros:

Fig. 115.



En efecto, si colocados en estación en X , se miden AXB y BXC , se puede determinar su homólogo x , por el método de los arcos capaces.

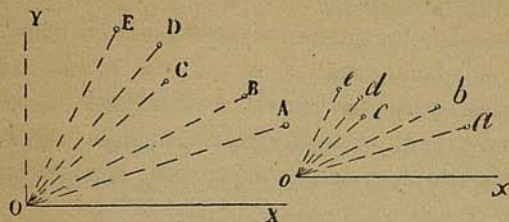
Este procedimiento es de grandes aplicaciones, puesto que permite determinar un punto por una sola estación, siempre que estén determinados de antemano otros tres A , B y C . En efecto, ocurre á veces determinar un punto X cuando ya se ha hecho estación en A , B y C . Para ello sería necesario volver á los tres puntos y hacer estación en ellos, según el método de las intersecciones; pero con este nuevo, bastará situarse sólo en X y desde él adquirir los datos suficientes para su determinación.

Otra aplicación es cuando se conocen por un plano la posición de tres puntos A , B y C , visibles desde gran parte del terreno inmediato, por ejemplo, las veletas de tres torres de una población, y se quiere determinar la posición de un nuevo punto

X del terreno desde el cual se ven los A , B y C ; puesto que bastará ponerse en estación en X y tomar los datos indicados.

260. MÉTODO POR COORDENADAS POLARES.—Si se tiene determinada una recta fija

Fig. 116.



nada una recta fija $O X$ (fig. 116), y se coloca un instrumento en O de modo que se midan los ángulos de las direcciones OA , OB , OC con la recta

fija $O X$, y al mismo tiempo se miden las distancias OA , OB , OC , OD , OE ; los puntos A , B , C , D quedarán completamente determinados, y las longitudes $OA=\rho$, $OB=\rho'$, $OC=\rho''$ etc., en unión de los ángulos α , ϵ , γ , δ y ϵ , serán las coordenadas polares de los puntos. Para construir éstos, basta trazar en el papel la recta ox , homóloga de $O X$, é ir formando ángulos iguales á los α , ϵ , γ , δ etc., y tomando sobre los respectivos radios las longitudes homólogas á las ρ , ρ' , ρ'' se tendrán los puntos a , b , c , d , etc. También se podrían determinar los ángulos AOX , BOA , COB , etc., y en este caso si se miden ρ , ρ' , ρ'' etc., se tendrán también medios de determinar a , b , c , etc., por un método que no es sino un caso particular del anterior y que se conoce con el nombre de método por *radiación*.

261 *Práctica*.—Se elige la recta $O X$ que tenga la dirección de la meridiana astronómica ó magnética, y $O Y$ será la perpendicular á esta meridiana, los ángulos α , ϵ , γ serán los azimutes y ρ , ρ' , ρ'' ,..... etc., los radios ó distancias.

Conviene este procedimiento siempre que se midan las distancias ρ , ρ' , ρ'' etc., por procedimientos rápidos como con la estadía, pues de otra manera es pesado y fatigoso por las muchas mediciones que es necesario hacer.

262. *Utilidad de este método*.—Este procedimiento, que es moderno y empieza á usarse mucho, es de gran utilidad por la rapidez con que se operan los levantamientos, y se usa en combinación con los métodos de itinerario é intersecciones.

LEVANTAMIENTOS REGULARES

Generalidades.

263. Una vez conocidos los métodos empleados en planimetría para efectuar los levantamientos, se indicará la marcha de todas las operaciones necesarias para ello, dividiendo éstos según la extensión que ocupan, y de la cual depende la importancia de las operaciones topográficas que hay que efectuar en cada uno de ellos.

En dos grupos distintos se pueden considerar divididos los levantamientos regulares atendiendo á la zona de terreno que han de abarcar: levantamientos de *mediana* y de *gran extensión* (1).

264. **Principio general.**—Los dos están sujetos á un principio general que es preciso tener siempre presente:

«En la determinación de los diversos puntos que comprende un levantamiento, ha de procurarse siempre que los errores inherentes á toda operación topográfica no se vayan transmitiendo de unos puntos á otros, sino que por el contrario vayan aislándose.»

De acercarse en lo posible á este principio dependerá en general la exactitud buscada.

Levantamientos de mediana extensión.

265. **Consideraciones generales y extensión de estos levantamientos.**—Difícil es marcar dónde termina la extensión de un levantamiento de esta clase y dónde empieza el de gran extensión; se tratará, sin embargo, de establecer la diferencia que existe entre ambos.

Se entiende por terreno de mediana extensión para un le-

(1) En rigor no existe más que un método general que es el aplicable á los terrenos de gran extensión, puesto que el de mediana no es sino un caso particular de éste, pero con objeto de facilitar el estudio se empezará por el de mediana, haciéndose así más comprensible el de gran extensión.

vantamiento, aquel que tiene como maximum unas dimensiones de 6 kilómetros.

266. **Objeto y método para el levantamiento.**—El objeto de un levantamiento de esta especie es, en general, obtener la representación del terreno con gran exactitud.

El método que se empleará depende del instrumento de que se pueda disponer y también de que se necesite ó no conocer el área ó superficie del terreno. En este último caso la operación recibe el nombre de *Agrimensura* (1).

267. **Puntos principales.**—Sea cualquiera el instrumento y el método que se emplee, siempre se tratará de determinar con gran exactitud la posición de cierto número de puntos repartidos sobre toda la extensión del terreno, los cuales se relacionan entre sí por los métodos que luego se indicarán como más adecuados para cada caso. El número de puntos debe ser pequeño para que los errores topográficos cometidos en cada operación no se vayan acumulando unos sobre otros y refluendo sobre los últimos, puesto que no quedarían bien determinados. Este conjunto de puntos componen lo que se llama *red* (2) *topográfica*, y forman el esqueleto del levantamiento, el cual sirve para referir después á él los demás detalles que existan en las inmediaciones de cada punto.

Resulta de lo dicho que en todo levantamiento existen puntos de dos clases diversas: unos *principales*, que son pocos y forman la *red topográfica*, y otros en gran número que son los que hacen conocer los *detalles* minuciosos del terreno.

268. **Red topográfica.**—Dependiendo los detalles de la posición de los puntos topográficos, se comprende la necesidad de que estos últimos estén determinados con exactitud, pues de lo contrario los errores que en ellos se cometan, se transmitirán á los puntos de detalle cuya determinación se empezaría ya con ese error; deduciéndose de aquí la necesidad de establecer diferencias entre las operaciones para determinar

(1) Agrimensura, medida de los campos.

(2) Los franceses le llaman *canevas*.

unos y otros; siendo el carácter distintivo de las primeras la exactitud, y el de las segundas, una exactitud menor, pero en cambio mayor la rapidez con que es preciso obtenerlas á causa de su crecido número, si no quiere tardarse demasiado en el levantamiento.

269. **Escalas.**—Las escalas que se emplean comunmente en estos levantamientos son las comprendidas entre $\frac{1}{100}$

y $\frac{1}{10000}$, ésta última como máximum, siendo convenientes estas escalas, por tratarse en general de obtener la representación del terreno con gran exactitud, según ya se ha indicado.

270. **Elección de los vértices de la red topográfica.**—La elección de los puntos de la red topográfica es muy importante, y en general se buscan éstos con la condición, no sólo de que desde cada uno de ellos se vean los inmediatos, sino también de que las rectas que resulten de unirles, pasen lo más cerca posible de los detalles principales.

Para puntos topográficos conviene elegir en general los accidentes notables por su visualidad, y fáciles de ser conocidos tanto en el terreno como con los planos.

En los caminos, veredas, ríos, arroyos, lindes, escarpados, etc., se elegirán aquéllos puntos en que generalmente se presentan cambios de dirección, siendo también puntos notables los de las encrucijadas, puentes, árboles aislados y visibles desde lejos; y en los edificios, las chimeneas, torres, veletas, etc.

271. **Elección del instrumento.**—Los puntos topográficos se relacionan entre sí de diversos modos, según el instrumento de que se disponga y la naturaleza del terreno, que puede ser despejado ó cubierto.

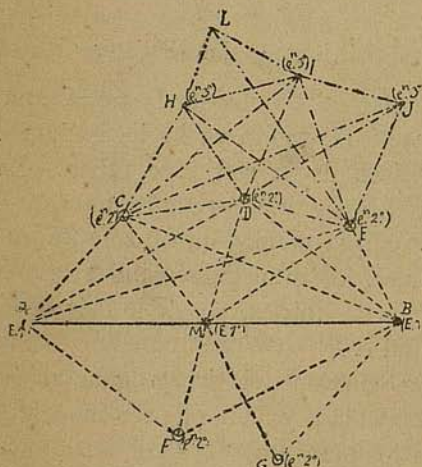
Los instrumentos que se emplean son las brújulas, planchetas, pantómetras y teodolitos. Si el terreno es algo cubierto de modo que no puedan dirigirse visuales largas, convendrá la brújula; si el terreno es despejado, la plancheta ó el teodolito; en interior de poblaciones, la pantómetra, y en los

frentes de fortificación de las plazas de guerra, lo más usado es la plancheta.

272. **Método de intersecciones.**—Si el terreno es despejado y se dispone de teodolitos ó planchetas, el método mejor es el de intersecciones, y el modo de operar será el siguiente:

Se elegirá una base recta ó quebrada $A M B$ (fig. 117) en

Fig. 117.



sitio llano si es posible y en el centro del terreno; su longitud será próximamente la décima parte de la extensión longitudinal de la zona ocupada por el levantamiento; y desde los puntos A , B y M de esta base, los cuales reciben los nombres de puntos de *primer orden*, se determinarán por intersecciones los demás puntos elegidos que se hallen á una distancia

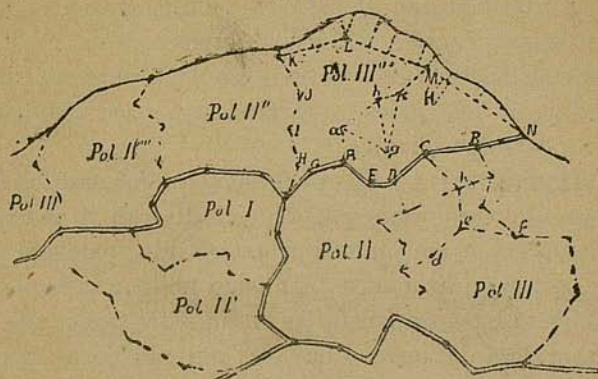
igual ó menor que el alcance eficaz del instrumento con que se opere. Los puntos C , D , E , F , G así determinados, se llaman puntos de *primer orden* y pueden servir como estaciones de *segundo orden* para determinar nuevos puntos, que serán de *segundo orden*, los cuales podrán tomarse como estaciones de *tercer orden* para determinar otros puntos también del mismo orden, sin que éstos deban tomarse ya como estaciones para la determinación de nuevos puntos, porque sería expuesto á que la acumulación de errores sobre estos puntos que serían de *tercer orden*, hiciese que no estuviesen determinados con la exactitud necesaria para referir á ellos los detalles.

273. **Método por itinerario.**—Si el terreno es cubierto, como bosque, monte, una pequeña población, etc., no podrá emplearse en buenas condiciones el método de intersección para

determinar los puntos de la red, y en este caso hay que recurrir al método de itinerario ó rodeo, procediendo de la manera siguiente:

Se encerrará el terreno (fig. 118), en uno ó varios polígonos

Fig. 118.



que satisfagan á las condiciones indicadas en este método (249), haciendo que estos polígonos tengan vértices comunes, como se ve en los I, II, III, IV.....

Los vértices de estos polígonos se elegirán en los cambios de dirección de los caminos, vías de agua, líneas de pequeñas alturas, etc. La distancia entre dos vértices consecutivos ha de ser la que permita el alcance del instrumento con que se opere, y los lados de estos polígonos, elegidos de modo que puedan ser medidos con facilidad.

Si los itinerarios se pueden empezar por el centro de la zona que abarca el levantamiento, como en la figura 118, en la que se supone se ha dado principio por el polígono I, se obtendrá la ventaja de que los vértices de los polígonos que ocupan la parte externa de la zona, estarán mejor determinados que si se hubiese empezado por uno de los polígonos extremos; pudiendo también de este modo abarcar más terreno el levantamiento á igualdad de exactitud en la determinación de los vértices extremos.

274. *Número de polígonos que pueden obtenerse.*—Los puntos

vértices del polígono *I* se llaman puntos y estaciones de *primer orden*; los de los polígonos *II, II' II''*..... que se apoyan en éste y no son comunes, *puntos y estaciones de segundo orden*; los de los *III, III', III''*..... contiguos á éstos y no comunes, *puntos y estaciones de tercer orden*; demostrando la práctica análogamente á lo dicho en el método de intersecciones, que no deberá pasarse de estos vértices de tercer orden, so pena de acumularse demasiado los errores sobre los nuevos vértices que se determinasen, los cuales no servirían ya para referir á ellos los detalles correspondientes.

275. **Transversales.**—Los polígonos que forman los itinerarios, además de comprobarse como se indica en el párrafo 250, se les divide en otros por transversales que, partiendo de un vértice, vayan á parar á otro del mismo polígono, empleándose principalmente estas transversales en aquellos polígonos en que por la naturaleza del terreno hayan resultado de un perímetro algo mayor que el que aconseja la práctica (1).

276. *Empleo de este método.*—Este procedimiento es más pesado que el de intersecciones y sólo podrá emplearse en aquellos casos en que siendo el terreno muy *cubierto* y poco *ondulado*, no es posible determinar de antemano unos cuantos puntos por intersecciones, los cuales servirían de puntos de partida y de cierre de los itinerarios, que entonces podrían ser abiertos.

En una población, por ejemplo, se pueden determinar por intersecciones algunos puntos del interior que aparezcan bien visibles desde las afueras, tales como veletas, azoteas, etc., los cuales se aprovecharán para vértices de itinerarios que vayan del exterior al interior.

Si en el terreno que se ha de levantar no hubiese posibilidad de determinar un pequeño número de puntos por intersecciones, no convendrá emplear este método á no ser en terrenos de corta extensión y cuyo plano sea en escala grande, pues de lo contrario resultaría pesado si se había de conseguir la exactitud

(1) El perímetro máximo debe ser en un polígono igual á un kilómetro.

necesaria, á causa de las muchas comprobaciones que sería preciso hacer.

277. **Detalles y su determinación.**—Levantada la red topográfica, se procederá á la determinación de los *detalles*, los cuales variarán, según la clase del levantamiento, puesto que éstos no serán iguales en un terreno deshabitado, que en un pueblo, en un monte, que en un edificio aislado, etc.

En Topografía se entiende en general por *detalle todo accidente visible del terreno, bien sea natural, bien haya sido creado por la mano del hombre.*

Son detalles, por ejemplo, en un camino, río ó arroyo, las sinuosidades y cambios de dirección que presenta, su anchura y los puentes y pontones que le cruzan; en un campo destinado á varios cultivos, las lindes que separan éstos; en un monte, las calles, caminos y sendas que le cruzan. Son también detalles, en general, los edificios aislados, fuentes, abrevaderos, cruces, árboles aislados y postes kilométricos, etc., que puedan servir de señales y de referencia, así como escarpados, barrancos, acequias, etc.

El método de abscisas y ordenadas (252) puede emplearse en los casos en que los lados de la red topográfica pasen cerca de los detalles, contándose las abscisas sobre dichos lados y trazando las ordenadas perpendicularmente á esta dirección, las cuales serán en este caso de pequeña longitud. En la parte *KL* y *LM* de la figura 118 está indicado este procedimiento.

Puede también emplearse el método de las intersecciones desde los vértices de los itinerarios de las transversales para determinar algunos puntos principales, como los *gh*.... pudiendo emplearse la brújula, la plancheta ó la pantómetra.

El método de radiación puede emplearse con ventaja, cuando estos aparatos tienen anteojo estadimétrico, puesto que las distancias se miden con facilidad.

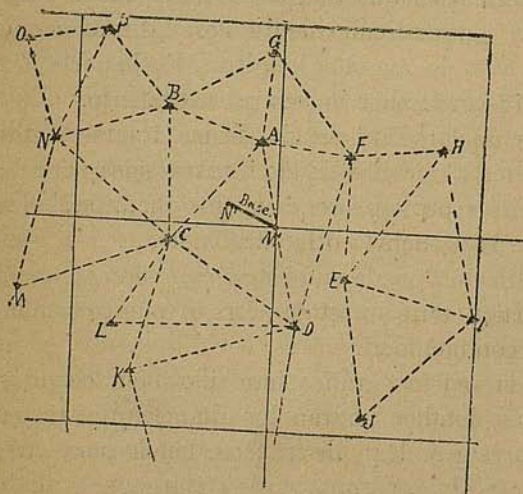
Si los lados de la red topográfica han sido bien elegidos, la mayor parte de los detalles podrán levantarse á ojo, sin temor de cometer errores grandes y de transcendencia para otros puntos.

Levantamientos de gran extensión.

278. **Consideraciones sobre estos levantamientos.**—Cuando el terreno, cuyo plano hay que levantar, ocupa una extensión mayor de unos 6 kilómetros cuadrados, no basta la red topográfica, puesto que sería preciso aumentar considerablemente el número de vértices que la forman, dando lugar á inexactitudes en los más distantes, á causa de la acumulación de errores que sobre ellos irían refluendo. En el caso anterior se ha visto que, bien se opere por itinerarios cerrados, bien por intersecciones, no deberá pasarse de estaciones de tercer orden; y como la extensión del terreno será mayor en el caso que se considera que la que dan de sí las estaciones de tercer orden, no será posible operar de la manera allí indicada, siendo preciso emplear otro procedimiento.

279. **Red trigonométrica.**—El método seguido en este caso es elegir un corto número de puntos *A, B, C, D, E, F, G..... P*

Fig. 119.



que unidos entre sí descompongan la superficie del terreno en triángulos, como se ve en la figura 119, formándose una especie de red que cubra toda la extensión del levantamiento. Estos puntos se determinan con gran exactitud resolviendo los triángulos por los métodos que enseña

la trigonometría, por cuyo motivo recibe el nombre de *red* ó *triangulación trigonométrica*.

Las vértices de la red han de ser en corto número para evitar de este modo la acumulación de los errores, que de no ser así resultarían sobre los últimos puntos.

Todos ellos han de ser visibles desde los inmediatos y sobre todo desde los vértices de los triángulos de que forman parte, eligiéndose puntos elevados y visibles que se distingan desde lejos, y si es posible que se destaquen sobre el horizonte para que se vean mejor, como veletas de campanarios, chimeneas de casas aisladas, árboles elevados, etc.; y cuando no sean de esta clase, se marcan por señales artificiales como banderolas ó jalones muy altos.

280. Ángulos de los triángulos.—Los ángulos de los triángulos no es indiferente sean de cualquier número de grados, conviene sean de 30° por lo menos ó mejor de 60° , según se ha indicado en el párrafo 244.

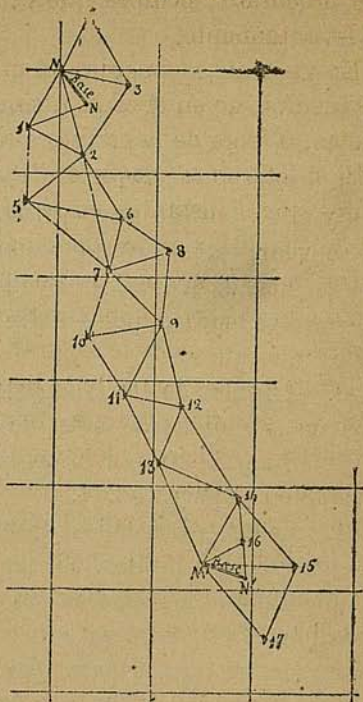
281. Lados.—Los lados deben tener longitudes determinadas entre ciertos límites. Si son muy largos tienen el inconveniente de que los errores son mayores en el vértice que se determina (196); pero si son cortos, es preciso aumentar el número de triángulos para que cubran toda la extensión, lo cual lleva consigo el aumento de vértices con los inconvenientes que esto trae.

La práctica é instrucciones especiales marcan los límites, máximo y mínimo de longitud de los lados, la cual también depende del grado de apreciación del instrumento con que se opere, pudiendo ser tanto mayores cuanto mejor sea el instrumento; variando en general entre longitudes de 1 á 5 kilómetros.

282. Casos particulares.—Ocurre con frecuencia que la extensión de terreno ocupada por el levantamiento es una zona estrecha y sumamente larga, como pasa en los proyectos para hacer los trazados de caminos de hierro, carreteras, canales, cursos de ríos é itinerarios; y en estos casos la red de triángulos se presenta bajo una forma alargada y análoga

á la representada en la figura 120, á la cual se llama *cadena*; dejando el nombre de *red* para el de la figura 119 en que el terreno es una zona de anchura y longitud casi iguales, como sucede de ordinario.

Fig. 120.



283. **Instrumento.**—El instrumento casi exclusivo de estas operaciones es el teodolito, y se opera con él con toda clase de precauciones, puesto que se trata de obtener gran exactitud.

284. **Práctica de la operación.**—*Reconocimiento preliminar.*—La primera operación de un levantamiento de gran extensión consiste en hacer un diseño ó bosquejo á la ligera, para poder elegir la red de modo que los triángulos satisfagan á las condiciones que se acaban de indicar respecto á vértices, ángulos y lados.

Para esta operación preliminar puede bastar un instrumento ligero, como las brújulas sencillas, la plancheta ligera, un sextante, etc.

Se da principio colocándose en la parte más elevada del terreno, tratando de descubrir los puntos principales que estén dentro del levantamiento, eligiendo dos de ellos que puedan servir de base, y procurando que estén en terreno horizontal para hacer la medición en buenas condiciones.

285. *Base.*—Si no hay terreno horizontal, se busca uno poco inclinado y de pendiente uniforme; y si no le hubiese, uno que se pueda descomponer en trozos de pendiente uniforme.

Esta base deberá tener una longitud de 500 á 1.000 metros para terrenos, cuya superficie sea menor de 10.000 hectáreas, y se procurará, siempre que se pueda, que esté en el centro del levantamiento.

En general, se buscará en un trozo recto de una carretera, y se medirá, no en el centro, sino en los costados, cerca de las cunetas, ó fuera de la carretera al otro lado de éstas.

Si el terreno es mayor de 10.000 hectáreas, convendrá elegir dos bases distantes entre sí unos 8 kilómetros, sirviendo una de ellas de comprobación para las operaciones.

Desde los extremos de estas bases deberá verse el mayor número de puntos notables del terreno de los que han de servir de vértices, los cuales se elegirán con las condiciones dichas.

Tanto los extremos de la base como estos vértices se señalarán con grandes piquetes, reseñando en los registros la posición de los puntos con relación á los objetos próximos, de modo que puedan reconocerse fácilmente. Pueden también emplearse pequeños dados de piedra, aunque generalmente se reservan para los extremos de la base.

Cuando se dirigen visuales á estos puntos, se colocan jalones, banderolas ó señales visibles desde lejos, como ya se ha dicho.

286. *Diseño.*—Los vértices elegidos de este modo no podrán acusar ni la forma de los triángulos, ni la longitud de sus lados, y para ello sirve el diseño, que puede hacerse en escala arbitraria, aunque mejor será hacerla en escala aproximada de $\frac{1}{25000}$ ó de $\frac{1}{50000}$, para lo cual se mide á pasos la base y después de reducida esta distancia á la escala, se lleva sobre el diseño. Desde los extremos de esta base, se determinan por intersecciones todos los puntos visibles desde las dos estaciones, construyéndose los ángulos medidos. Hecho esto, se hace estación en los puntos ya determinados y se continúan determinando vértices hasta terminar; con lo cual se tiene el diseño de la triangulación. En éste se puede ver con bastante aproximación si los triángulos satisfacen á la condición de que

sus ángulos estén entre los límites marcados de 30° y 120° , y si los lados son mayores ó menores que las longitudes admitidas, desechando los triángulos que no las satisfagan y eligiendo nuevos vértices en el terreno, los cuales se referirán al diseño hasta conseguir el objeto propuesto, en cuyo caso se marcan en el terreno los vértices definitivos.

287. *Medición de la base.*—Elegida la base, se empieza su medida, lo cual podrá hacerse con las reglas, reglones ó cadenas talonadas, empleándose generalmente estas últimas. Debe medirse de cuatro á cinco veces y tomar la media de todas ellas, reduciendo al horizonte la medición si es en terreno inclinado, pues no conviene medirla por resaltos horizontales si se hace con cadena.

288. *Medida de los ángulos.*—Medida la base, se hace la medición de los ángulos, empezando por los formados por la base. En todo triángulo, siempre que sea posible, se miden los tres ángulos con objeto de tener la comprobación de que su suma sea 180° . Cada ángulo debe repetirse tres ó cuatro veces y no es admisible en ningún caso un error mayor que el debido al instrumento con que se opere. En general, con buenos teodolitos no deberá admitirse un error mayor de $1'$ para la suma de los tres ángulos de cada triángulo.

289. *Registros.*—Todos los datos, tanto de los vértices como de la medición de la base y de los ángulos, deben llevarse en registros que suelen ser reglamentarios, existiendo varios modelos, entre los cuales pueden verse los 2, 3 y 4. Estos registros después sirven para los trabajos de gabinete (1).

290. *Construcción de la red.*—Hecha la triangulación en el terreno, hay necesidad de construir en el papel la figura homóloga, y para ello puede emplearse el procedimiento de construir los triángulos, empezando por los que se apoyan sobre la base.

Se construye la recta nm homóloga de ésta (fig. 121), así como los ángulos adyacentes amn y anm , con lo cual queda

(1) Véase al final de la obra «Modelos de registro».

determinado el punto a ; pero este procedimiento no tiene exactitud ninguna, puesto que al construir los ángulos por métodos gráficos, se aumentan los errores cometidos en el campo, y esto hace que los vértices se desplacen mucho de su posición verdadera, por lo que se emplea otro procedimiento, que es el siguiente:

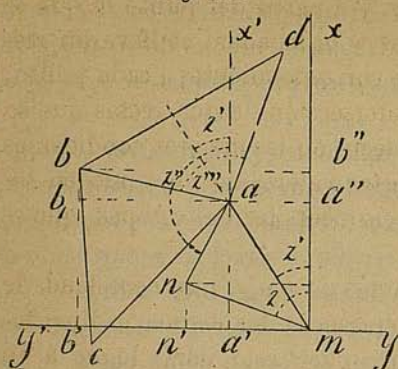
En los registros hay datos suficientes para resolver trigonométricamente los triángulos, puesto que en el amn se conocen el lado mn medido con gran exactitud, así como sus tres ángulos, cuya suma se comprobará si vale dos rectos; repartiendo el error sobre los ángulos en caso de que aquél fuese admisible.

Por las fórmulas trigonométricas se determinan los valores de los lados ma y na , que á su vez se toman como bases de los triángulos adyacentes, de los cuales se conocen también los tres ángulos, y de los que se calculan, los otros dos lados; continuando de este modo hasta terminar toda la red. Se habrán calculado así los valores de todos los lados de los triángulos, y con ellos y el compás, podrá construirse en el papel toda la red trigonométrica por el procedimiento geométrico, de *dados los tres lados, construir el triángulo*; pero este procedimiento tampoco es lo exacto que se necesita en un levantamiento de esta especie, puesto que siendo largos los lados, aunque se les reduzca á la escala del plano, hay necesidad de hacer uso de compases muy grandes que se manejan difícilmente, y con los que se cometen errores á causa de no poder tener bien fija una de sus puntas cuando con la otra se va á describir el arco de círculo para determinar el otro vértice. De aquí la necesidad de recurrir al procedimiento llamado de abscisas y ordenadas, para el cual se necesita calcular de antemano el rumbo z de un lado cualquiera de la red, eligiendo generalmente la base; ó el ángulo que forma con una dirección fija y trazada en el terreno como la MX (figura 119), puesto que conocido este ángulo z , se podrán calcular los formados por los demás lados con la MX ó los rumbos, si ésta fuese la meridiana, como puede verse comprobado á continuación.

291. *Cálculo de los azimutes de los lados, conocido el de la*

base ó el de un lado cualquiera.—Sea, en efecto, $m x$ la meri-

Fig. 121.



diana, ó la dirección fija, y $m n$ la base ó el lado cuyo rumbo z es conocido (figura 121).

Se trazará la perpendicular $m y'$ á la $m x$, y se tomarán las dos como ejes; pudiendo establecerse las igualdades siguientes, que sirven para determinar los valores de los rumbos de los lados restantes:

$$\begin{aligned} \text{lado } m a; & \text{—rumbo } x m a = z' = z - n m a \\ \text{lado } a n; & \text{—} \quad \quad \quad x' a n = z'' = z' + 180 - n a m \\ \text{lado } a b; & \text{—} \quad \quad \quad x' a b = z''' = z'' - b a n \\ & \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \end{aligned}$$

292. *Cálculo de las coordenadas.*—Calculados los rumbos de todos los lados de la red, se bajarán perpendiculares desde ellas á la meridiana $m x$ y á su perpendicular $m y'$, y se tendrán las coordenadas $n n'$, $n' m$ de $(n) a a'$, $a' m$ de (a) , etc., las cuales se pueden calcular en función de la base $m n$ y de los lados ya calculados de los triángulos de la red, así como de los rumbos z, z', z'', z'''

En efecto, en la figura se deduce:

$$\begin{aligned} y_{(n)} &= n' m = n m \text{ sen } z \\ x_{(n)} &= n n' = n m \text{ cos } z \\ y_{(a)} &= a a' = a m \text{ sen } z' \\ x_{(a)} &= a a' = a m \text{ cos } z' \\ y_{(b)} &= b b' = b_1 a + a a' = b a \text{ sen } z''' + y_{(a)} \\ x_{(b)} &= b b' = b b_1 + b_1 b' = b a \text{ cos } z''' + x_{(a)} \\ & \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \end{aligned}$$

293. *Construcción de los vértices por sus coordenadas.*—Calculadas las coordenadas de todos los vértices, se construyen en

el papel, en el cual se habrán trazado de antemano el sistema de rectas perpendiculares que representan las paralelas á la meridiana y á su perpendicular, y á partir del punto m que se toma para origen de las abscisas y ordenadas, se llevarán respectivamente los valores de x é y correspondientes á cada punto, quedando determinado por la intersección de dos rectas que se cortan perpendicularmente, es decir, en las mejores condiciones gráficas de exactitud; además estos valores de x é y pueden tomarse con reglas graduadas y no necesitar del compás, que es más inexacto.

Al tomar y calcular los valores de x é y , hay necesidad de tener mucho cuidado de no equivocar los signos y direcciones en que deben ser tomados, pues esto daría lugar á un cambio de cuadrante en la posición del punto; y para esto es necesario en los cálculos tener presentes los signos de *sen* y *cos* de los rumbos, según que éstos sean menores ó mayores que 90° .

Para evitar dudas, vacilaciones y equivocaciones que puedan resultar de un cambio de signo de esta clase, se mira en el diseño, que según se ha dicho está ya cuadriculado, en qué cuadrante cae cada punto, y de este modo la simple inspección de aquél indica los signos de x é y , y la posición del punto que ha de ser homólogo en el plano.

294. Red topográfica y detalles.—Construídos los triángulos que forman la red, hay necesidad de pasar á rellenar éstos con los detalles intermedios, pero siendo estos triángulos muy grandes y comprendiendo mucho terreno, hay necesidad de dividir toda la red trigonométrica en trozos, de los que se han llamado de *mediana extensión*.

Para conseguir esto se habrá hecho en el diseño la separación de estos trozos en hojas de un tamaño igual al que se ha indicado, y que estarán limitadas por las líneas meridiana y perpendicular á la meridiana, como se ve en las figuras 119 y 120, en las que á cada hoja le correspondan por lo menos dos vértices de la red trigonométrica.

Cada hoja de éstas es considerada como un levantamiento

de mediana extensión, y se aplican á ella todo lo que se ha indicado en este caso, sin más diferencia que tener ya marcados en el terreno los puntos trigonométricos de cada hoja, y sus homólogos en el papel, pudiendo éstos ser tomados como estaciones, y como bases las rectas que les unen.

Estas hojas se entregan á varias brigadas si se quiere que el levantamiento sea más rápido, poniéndose de acuerdo las contiguas para elegir puntos comunes en la parte de unión de sus hojas, para de este modo tener referencias iguales que sirvan de comprobación de los trabajos ejecutados por cada una.

295. Instrumentos más usados.—El instrumento más generalmente empleado para el relleno de las hojas de la red trigonométrica, es la brújula; y la pantómetra, para sitios donde no haya confianza en el trabajo de aquélla, por ser terrenos mineros ó interior de pueblos ó ciudades donde las rejas y balcones pueden ejercer su influencia sobre las brújulas.

En algunos centros (1) se usa la plancheta para estas operaciones, pero han de ser planchetas de las más perfeccionadas y con alidada estadimétrica.

Cuando se emplea la brújula ó la pantómetra, el método usado es el de itinerario cerrado ó á la larga, elegido éste de modo que partiendo de los vértices de cada hoja cierren sobre el mismo punto, ó que vayan á parar á otros vértices también de los contenidos en ella (2).

Los itinerarios principales seguirán los cursos de ríos, arroyos, líneas de comunicación; y los secundarios, partirán y terminarán en puntos de los anteriores, determinándose desde ellos por tres intersecciones los puntos de detalle.

Si el terreno comprende pueblos mayores de diez edificios, se encierra su perímetro en un polígono, que luego se levanta aparte como ya se indicará más adelante (298).

Si se trabaja con la plancheta, se empleará siempre que

(1) La Brigada Topográfica del Cuerpo de Ingenieros militares.

(2) Método seguido por las Brigadas de Topógrafos en el levantamiento del mapa de España y por el Cuerpo de Estado Mayor en los planos del Depósito de la Guerra.

sea posible, el método de intersecciones para la red topográfica; y éste, combinado con el de radiación, para los detalles; empleando en muy raro caso el de itinerario, por la desventaja que presenta este método con la plancheta, por lo trabajoso que es ponerla en estación, y las muchas veces que sería necesario verificarlo (1).

296. Operaciones necesarias para la construcción del plano. Indicados los trabajos de gabinete necesarios para hacer el plano de la red trigonométrica, sólo restan los necesarios para los correspondientes á la red topográfica y á los detalles; siendo éstos comunes á los dos casos de levantamiento de mediana y gran extensión.

La primera operación es ordenar los registros, verificarlos y corregirlos según se ha indicado en los de itinerario (250); y hecho esto, se puede empezar la construcción del plano haciéndola en una escala doble de aquélla en que se desea obtener el definitivo.

297. Minuta y plano definitivo.—El plano que se construye recibe el nombre de *minuta*, y con objeto de que pueda seguirse sobre el papel la marcha de las operaciones ejecutadas para el levantamiento, van representadas en él todas las figuras geométricas que se han hecho en el terreno.

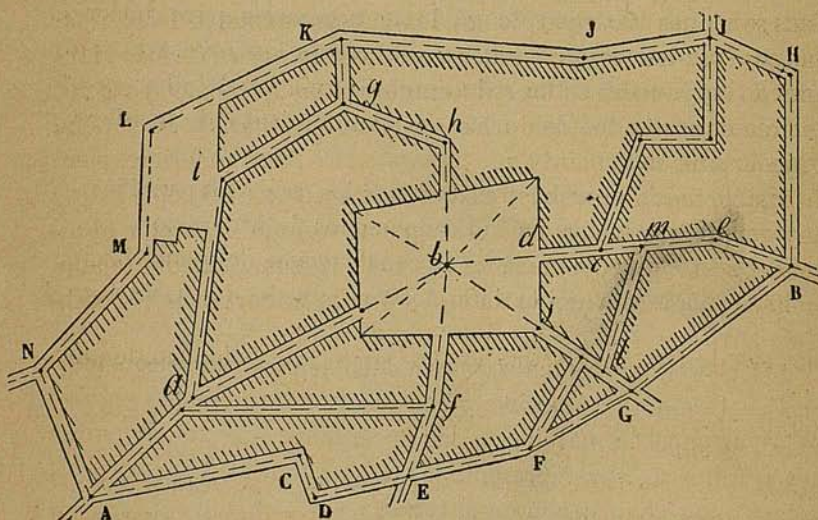
El *plano definitivo* se obtiene reduciendo la minuta á mitad de escala, obteniéndose con esto la ventaja de que los pequeños errores que se hayan podido cometer en las operaciones gráficas se reducen también á la mitad, y hasta pueden desaparecer por completo si sus dimensiones quedan menores que el valor $\epsilon=0^m,0002$ admitido como máximo de error inapreciable; desapareciendo también todas las construcciones geométricas innecesarias para el que ha de usar un plano, puesto que lo que éste necesita es la forma y dimensiones del terreno representado y no la marcha de las operaciones seguida en su determinación.

(1) Los Ingenieros de caminos y los militares, no afectos á la Brigada topográfica, emplean en la actualidad los taquímetros, cuyas ventajas se indicarán más adelante.

Casos particulares de levantamientos.

298. 1.º Levantamiento del plano de un pueblo pequeño.— La red topográfica la compondrá un polígono $ACDEFGGBHIJKLMA$ que rodee el pueblo (fig. 122). Las transversales irán

Fig. 122.



por las calles principales y apoyándose en vértices del polígono del contorno como $AabdcmeB$ y $EfbhgK$; las calles secundarias darán las transversales de segundo, tercero, etc., orden como las $aigK$ y $bjlm.....$, hasta conseguir que cada manzana quede entre varias transversales.

Los detalles de anchura ó frente de fachadas, puertas, etc., se determinan por abscisas y ordenadas, y las plazas por radiación desde su centro.

El instrumento más adecuado, parece debería ser la brújula, por emplearse el método del itinerario, pero como en las calles habría exposición á que la aguja imanada experimentase desviaciones causadas por las masas de hierro cercanas, como rejas y balcones, se substituye en general por la pantómetro.

299. 2.º **Plano de un edificio.**—Este es el levantamiento que más se separa del método ordinario. Comprende dos partes, una es la determinación del contorno exterior con relación al terreno que le rodea ó donde se halle colocado, y otra, la distribución interior de los diferentes pisos y dependencias de que consta.

Para la determinación de la distribución de pisos se supone cortado el edificio por planos horizontales, uno para cada piso, y estas secciones se llaman *plantas*, las cuales se suponen determinadas por los planos horizontales trazados á la altura de los arranques de las bóvedas en los subterráneos, y en los demás pisos por encima de los batientes de los balcones ó ventanas. Se supone además para cada planta que no existen los pisos superiores siendo visible todo lo que hay encima de la sección é invisible lo que hay debajo. En las boardillas se supone trazada la sección al nivel del suelo, y proyectada en ella toda la armadura del tejado.

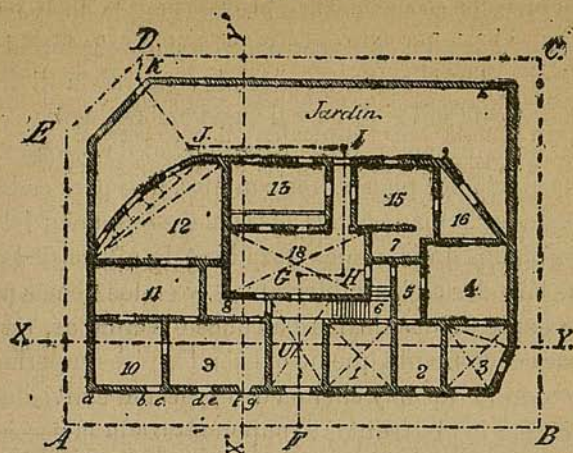
300. *Escalas.*—Son variables, según la importancia del edificio, siendo las más usadas las de $\frac{1}{200}$ y $\frac{1}{100}$ y empleando para detalles las de $\frac{1}{40}$ y $\frac{1}{25}$.

301. *Instrumentos.*—Los instrumentos más usados son el rodete para la medida de distancias, la escuadra, cuerdas y algún reglón y plomada.

302. **MARCHA GENERAL DEL LEVANTAMIENTO:** *Contorno exterior.*—Para la determinación del contorno exterior, se empleará el método del itinerario cerrado, si el edificio está aislado ó puede conseguir cerrarse atravesando patios ó jardines de las casas contiguas. Si el edificio tiene puertas á distintas fachadas, se trazarán transversales que partan de una y atravesando el edificio terminen en la otra. La figura 123 indica la marcha de las operaciones, que variará en algo, según los casos. *ABCDEA* es el itinerario, y *FGHIJK* es la transversal que, partiendo de la puerta de entrada *F*, atraviesa la casa y el jardín y va á parar á la puerta de éste en *K*.

303. *Planta.*—En las fachadas hay que medir todas las longitudes de los entrepaños, como *ab*, *cd*, *ef*....., etc., así como la anchura *bc*, *de*, *fg*....., etc., de los vanos.

Fig. 123.



Se empieza por la planta que esté más á nivel del suelo exterior, se mide el espesor del muro de fachada, y como están marcados los vanos por fuera, hay referencias en el interior que se aprovechan para marcar la posición de las habitaciones; pero antes de empezar con éstas, conviene determinar los muros interiores de crujía, el posterior y los laterales, pues de este modo las habitaciones quedan comprendidas entre dos de estos muros y su medición es sencilla; pudiendo presentarse algunos casos particulares que se indicarán.

1.º Sala rectangular ó trapezical como la (1) de la figura. Se miden los cuatro lados, y como comprobación, las dos diagonales; ó también uno de los ángulos comprendidos entre dos lados contiguos, si no se tiene la seguridad de que valga 90° . El vestíbulo *U* y el patio, se determinan del mismo modo.

2.º Sala poligonal como la (3). Se trazan diagonales desde uno de los ángulos y se mide su longitud, así como la de todos los lados del polígono. Puede medirse también como comprobación alguno de los ángulos.

3.º Sala curva como la (12). Se inscribe una cuerda en la parte curva, y por abscisas y ordenadas se determina la parte comprendida entre la cuerda y la curva; el resto de la habitación se halla como en el caso anterior.

En todas las habitaciones hay que medir espesor de muros y de tabiques, longitud de los entrepaños y anchura de vanos, ya sean balcones, ventanas ó puertas.

304. *Plantas restantes.*—Las demás plantas que haya en el edificio se levantarán de un modo análogo, pero es preciso antes de empezar, hallar las referencias que existen entre sus muros y los de la planta baja ya hallada, así como la correspondencia en las cajas de escalera de los diversos pisos, en las subidas de humos y bajadas de escusado, y en los vanos que en general se corresponden en una vertical, pues con estas referencias se pueden trazar casi todas las plantas superiores, quedando sólo por determinar la distribución de habitaciones, que es la que suele variar de un piso á otro.

305. *Alzados y cortes.*—Midiendo con reglas la altura de los pisos desde el suelo á los techos, así como la altura exterior del edificio hasta los diferentes pisos, y la altura de los vanos, pueden hacerse vistas de estas fachadas, así como perfiles en dirección paralela y perpendicular á ellas. Las figuras 124 y 125, hacen ver la *vista*, que también se llama *alzado* de la fachada principal y el *perfil* por X' Y' llamado *transversal*. El *perfil* por X Y se puede construir de un modo análogo y se llama *longitudinal*.

La altura de los diferentes pisos se puede medir en la fachada, sacando por una ventana de una boardilla un reglón horizontal del cual penda una cuerda con una plomada que pueda subir ó bajar hasta la altura de cada piso, y midiendo después en la cuerda las cantidades correspondientes, se tendrá el dato para el alzado.

Las alturas del suelo al techo en el interior de las habitaciones, así como las de los vanos, se pueden obtener con reglones.

306. 3.º *Agrimensura.*—En los levantamientos cuyo objeto principal es determinar el área del terreno, hay necesidad de

Fig. 124.

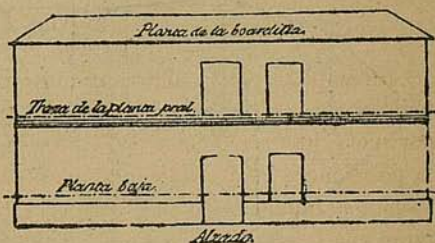
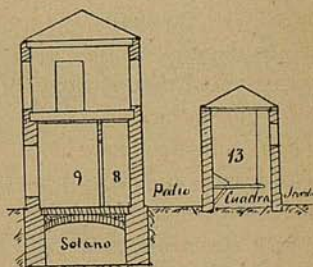


Fig. 125.



descomponer éste en trozos de figuras geométricas conocidas y cuya área sea de fácil determinación, como triángulos, rectángulos, trapecios, ó aquellas en que se puedan aplicar las fórmulas de *Simpson* ó de *Poncelet* (1).

Los casos que pueden presentarse son muy variados, y todos están comprendidos en el caso más sencillo de un levantamiento de mediana extensión, puesto que se tratará de la evaluación de la superficie de parcelas rústicas, bien sean tierras de labor, bosques, montes pequeños, pinares, pantanos, etc.

307. 1.º *Terreno accesible en su interior.*—Según la extensión

Fig. 126.

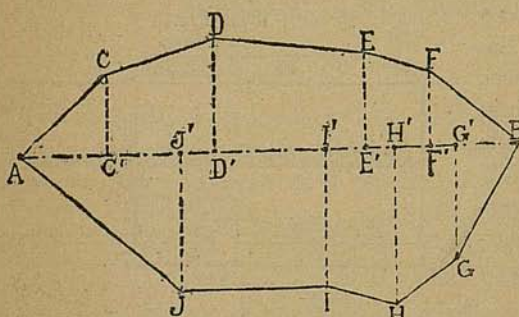
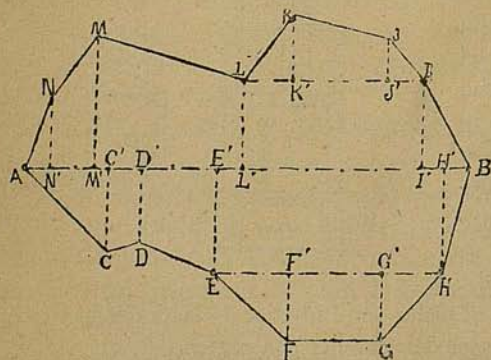


Fig. 127.



y forma que tenga el terreno, se buscan una ó varias alineaciones que le atraviesen en el sentido de su mayor longitud, tal como la *AB* de la figura 126 y las *AB*, *EH* y *LI* de la figura 127, y desde los puntos del contorno en que existan cambios de dirección como los *C*, *D*, *E*, *F*,..... etc., se bajarán perpendiculares *CC'*, *DD'*,..... etc., á las transversales principales, con lo cual se descompondrá el terreno en trián-

(1) Véase la Geometría.

gulos, trapecios y rectángulos, cuyas áreas se determinarán midiendo las alturas AC' , $C'D'$,..... etc., sobre la transversal, y las bases sobre las ordenadas CC' , DD' ,..... etc.

308. *Instrumento*.—El instrumento más adecuado para estas operaciones es la *escuadra* de cualquiera de las tres clases indicadas, y además, la *cinta*, *cadena* ó *rodete*.

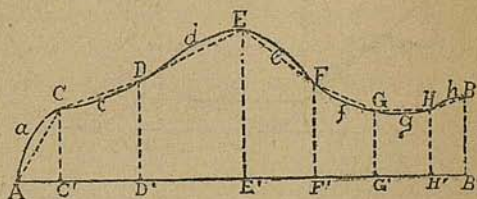
309. *Número de transversales*.—El número de transversales depende, en general, de la longitud de las perpendiculares CC' , DD' ,..... etc., las cuales no deben exceder de 20 á 25 metros, que es el alcance asignado á las escuadras.

Se descompondrá el terreno en fajas ó zonas de esa anchura y si es posible de modo que las transversales AB , LI y EH (figura 127), sean paralelas, las cuales darán las fajas $ACDE$, HB , $EFGH$, $ANMLL'$ y $L'LKJIB$.

310. *Terrenos limitados por curvas*.—Si los contornos del terreno son curvos

Fig. 128.

(figura 128), en ese caso se inscribirá en la curva que le limita una línea quebrada $ACDEFGHB$, cuyos vértices estén en los puntos donde la curva cambia de cur-



vatura, pudiéndose determinar los trozos curvilíneos AaC , CcD , DdE ,..... etc., por los procedimientos que enseña la Geometría plana, siendo el mejor el de la regla de *Simpson*, ó la de *Poncelet*.

311. 2.º *Terreno inaccesible en su interior*.—Si el terreno es inaccesible en su interior, como un *bosque*, *laguna*, *pantano*, etc., ya esté ó no terminado por un contorno rectilíneo ó curvilíneo (figuras 129 y 130), bastará circunscribirle un rectángulo ó varias figuras rectangulares que pasen por los lados ó vértices más salientes, ó sean tangentes á las curvas del contorno, y después bajar perpendiculares Bb , Dd ,..... etc., desde los vértices del polígono á los rectángulos circunscriptos,

como en la figura 129, ó emplear el método de *Simpson*, como en la figura 130.

312. 3.º *Inaccesible en su interior y en parte del exterior.*—

Fig. 129.

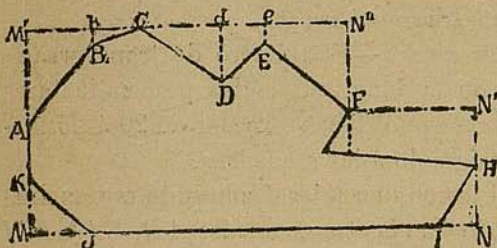


Fig. 130.

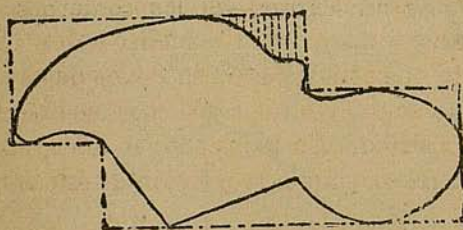
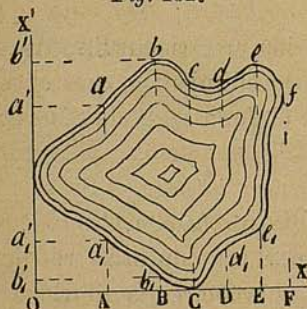


Fig. 131.



Si siendo inaccesible en su interior como en caso de una *laguna*, lo fuese también por uno de sus costados *f*, como en la figura 131, puede emplearse el procedimiento en ella indicado, que consiste en trazar dos rectas $O X$, $O X'$, perpendiculares y tangentes al perímetro, bajar las perpendiculares $a A$, $b B$,... desde los puntos

donde hay cambio de curvatura, quedando éstos determinados por abscisas y ordenadas, y con los datos para medir aproximadamente los trapecios mixtilíneos abb_1a_1 , $bcCb_1$, $cd d_1C$, etc. en que queda descompuesta la superficie en el interior.

313. *Método de mediciones.*—Sin necesidad de escuadras, y con cuerdas y piquetes pueden resolverse también los problemas anteriores, empleando el método de *mediciones*, ó descompo-

niendo un polígono en triángulos, como se ve en la figura 132. Midiendo los lados de cada triángulo se puede calcular su área,

según se sabe por Trigonometría, ó también bajando las alturas Bb , Dd sobre la base común AC , las Dd' , y Ff sobre la AE ; y de un modo análogo con cuantos triángulos hubiese, procu-

rando siempre que una diagonal sea base común para dos triángulos consecutivos, como los ADE y AEF .

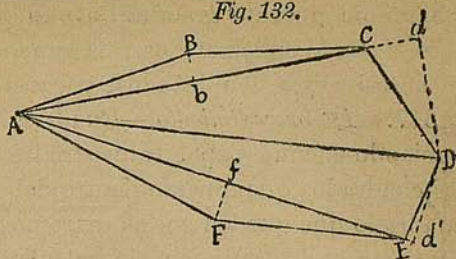
314. **Cálculo de las superficies.**—Teniendo por objeto la agrimensura la determinación de la superficie del terreno cuyo plano se levanta, se indicarán algunos de los medios que se emplean más comunmente y que pueden reducirse á dos. Uno llamado *numérico*, puesto que sólo se hace uso de los datos numéricos adquiridos en el campo, y otro *gráfico*, por medirse las áreas sobre el dibujo construido. En todos ellos se mide, no la superficie irregular del terreno, sino la proyección de éste sobre el plano horizontal.

315. **Método numérico.**—Adquiridos en el campo los datos numéricos relativos á las figuras geométricas en que ha quedado dividido por las operaciones hechas, no hay sino ir determinando aisladamente las áreas de los triángulos, trapecios, rectángulos, etc., y efectuar la suma de todas ellas si el terreno es de los comprendidos en el caso primero, y valuar los contornos curvos como el de la figura 130, por medio de la fórmula de *Simpson* ó de *Poncelet*.

Si el terreno es de los comprendidos en el segundo caso, se evaluarán las superficies circunscriptas, y de ellas se irán restando las de las figuras exteriores al terreno que se desea.

En el caso de la figura 131, no hay sino ir restando de los trapecios $ABab$, $BCcb$,.... etc., los ABa_1b_1 , BCb_1C , etc. y se obtendrán aproximadamente los trapecios mixtilíneos aba_1b_1 , bcb_1 ,.... etc., cuya suma compone el área que se busca.

Fig. 132.



316. *Métodos gráficos.*—Construída la figura de un levantamiento hecho por cualquier procedimiento, puede calcularse su área, no con tanta exactitud como por el método numérico, pero sí con la suficiente para la generalidad de los casos en que se necesite ésta, empleándose para ello varios procedimientos.

317. *1.º procedimiento.*—Cuadriculando el dibujo, ó mejor poniendo encima papel transparente cuadriculado, se cuentan los cuadrados que quedan dentro del perímetro; y las partes de cuadrado que queden en los extremos en las inmediaciones del contorno, se determinan á ojo, calculando si son $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ etc. de un cuadrado.

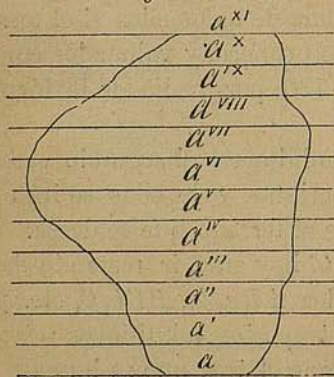
La suma de todos los cuadrados, mas la de estas partes, será con bastante aproximación para la mayor parte de los casos la total de la superficie, sobre todo si la cuadrícula es pequeña; facilitándose la operación, haciendo los lados de las cuadrículas de modo que representen metros, decímetros..... etc., para que cada cuadrado valga en el terreno metros cuadrados, decímetros cuadrados, etc.

318. 2.º *procedimiento*.—Otro procedimiento es dividir el dibujo del plano en figuras geométricas, análogamente á como se hace en el terreno para el levantamiento, y midiendo gráficamente sobre la escala las bases y las alturas de estas figuras, sus áreas se determinarán con facilidad.

319. 3.^{er} procedimiento. — Otro procedimiento que puede

emplearse, y es muy sencillo, consiste en trazar en el dibujo una serie de rectas paralelas y equidistantes, ó mejor trazarlas en papel transparente y colocarle encima del dibujo, el cual quedará dividido (figura 133) en una serie de trapecios rectilíneos ó mixtilíneos, todos ellos de la misma altura, y cuyas bases

Fig. 133.

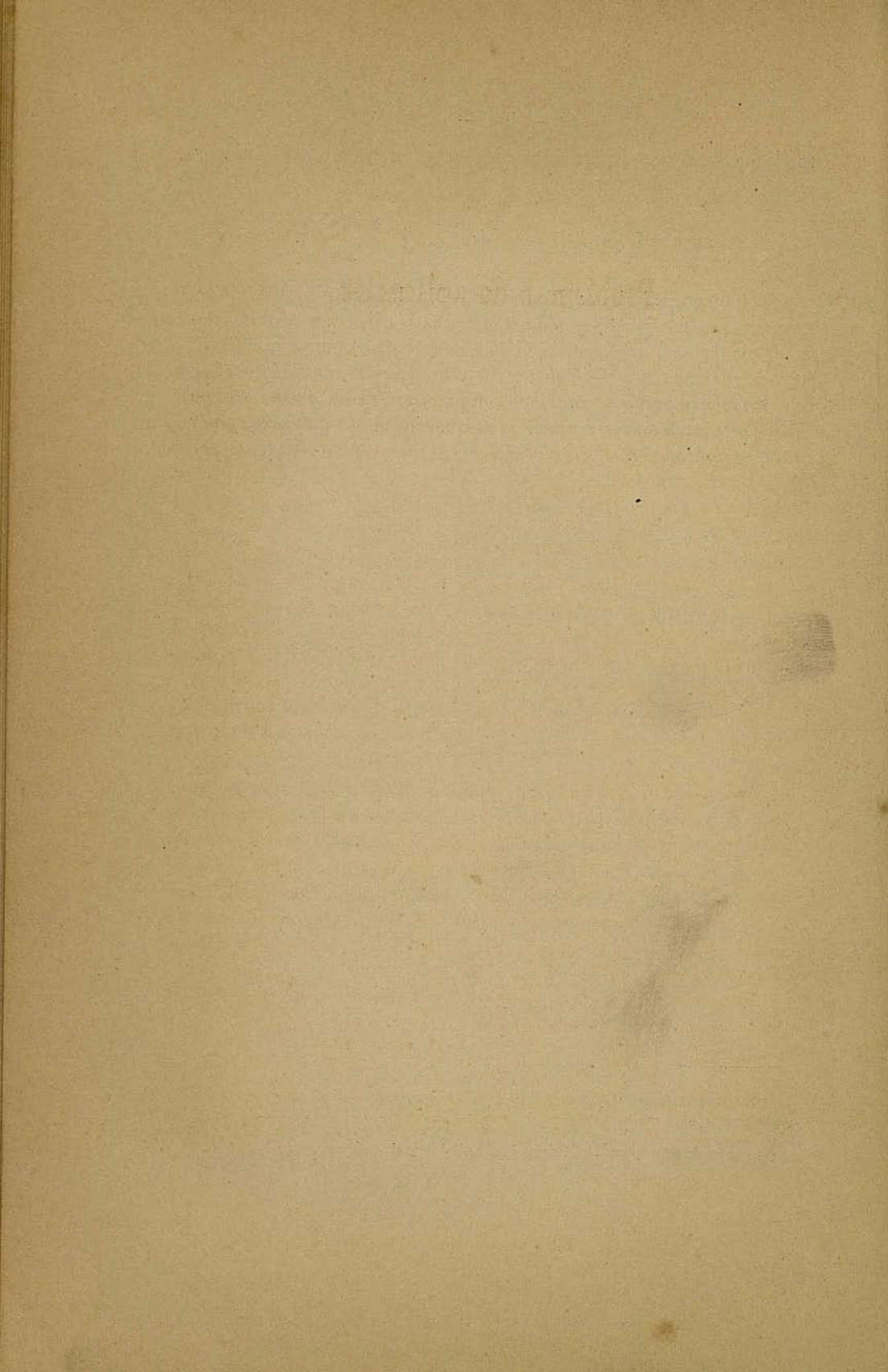


medidas en el papel permitirán hallar el área con facilidad por medio de la fórmula

$$\text{área} = h \left(a' + a'' + a''' + a^{iv} \dots + \frac{a + a^{ix}}{2} \right).$$

320. 4.º procedimiento: *Planímetro*.—En los centros topográficos y particularmente para los planos catastrales, existe un aparato llamado planímetro, que permite hallar con bastante aproximación el área de cualquier superficie de terreno representada en un plano. Los hay de muchas formas, pero los más usados son el de *Amsler* y el de *Wetli*; pero su teoría está fundada en conocimientos superiores, y por eso no se indican (1).

(1) Se funda este aparato en teorías de cálculo integral.



Problemas de aplicación.⁽¹⁾

En el transcurso de un levantamiento topográfico ocurren un gran número de problemas; y si bien la resolución de casi todos depende de los casos considerados en este capítulo, es conveniente indicar la parte práctica de la operación.

Problemas de alineación.

321. Por más que una alineación quede geométricamente determinada por dos puntos, se necesitan á veces puntos intermedios en ella ó puntos en la prolongación, dándose así lugar á varios problemas que se indican á continuación.

1.º *Dada una alineación AB, marcada por dos banderolas (fig. 28), determinar otros puntos intermedios que disten unos de otros unos 20^m próximamente.*

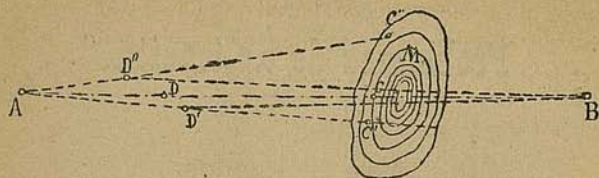
Un peón con una banderola parte de *A* hacia *B* y anda 25 pasos (que próximamente equivalen á los 20^m), volviéndose para ver las señas que le hará el que dirige la operación, el cual se habrá colocado detrás del jalón *A* mirando á *B* é indicará al peón si se ha de mover hacia la derecha ó la izquierda hasta conseguir que la banderola *E* tape la *B*, lo cual no será hasta que las tres *A*, *E* y *B* estén en una misma alineación. A partir de *E*, se repite la operación tantas veces cuantas sea necesario hasta llegar á *B*.

En el caso en que los extremos *A* y *B* no sean visibles uno desde otro, se procede del modo siguiente.

(1) Estos problemas deberán ser resueltos en el campo ó en el gabinete, según á lo que se refieran, empleando los instrumentos correspondientes y precediendo á las prácticas de conjunto.

Si, por ejemplo, existe entre A y B una altura M (fig. 134), no puede operarse del modo ya indicado y se hace del modo siguiente:

Fig. 134.

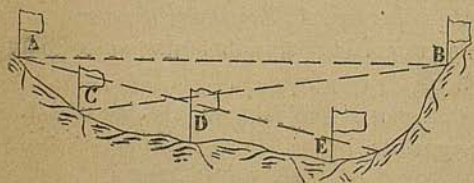


Se queda el operador en A y avanza el peón á buscar un punto intermedio C' que á ojo esté en la alineación, y desde el cual se vean los extremos A y B , se clava la banderola C' , y en seguida se busca otro punto D' en la alineación $A C'$, el cual se marca con otro jalón ó banderola. El operador se traslada á D' y mirando á B , es preciso que C' esté en esta alineación. Si como se ve en la figura, el jalón C' queda á la derecha de $D'B$, es que no está en la alineación buscada y hace le claven en otra posición C'' hacia su izquierda; y marchando á este punto se repite la operación anterior haciendo colocar el D' en D'' alineado con $C'' A$, y desde A hacia B comprueba el jalón C'' , hasta que al cabo de algunos tanteos consiga colocar este jalón C'' en una posición C tal, que desde él hacia A esté el otro D en su alineación, y desde D á B lo esté el C ; lo cual hará que los A , D , C y B estén en la alineación pedida.

Las diversas posiciones que ocupe el jalón C han de ser siempre tales, que desde ellas se vean los extremos A y B de la alineación.

Si los puntos A y B están separados por una depresión del terreno

Fig. 135.



(figura 135), los jalones ó banderolas que se clavarán en esta depresión, quedarían por debajo de la visual $A B$, y no serían vistos cuando desde el A ó B se mira

al otro, y en ese caso se opera como en el anterior, clavando los C y D de modo que mirando desde C á B , esté D en la alineación, y mirando desde D á A , sea C el que lo esté.

Los puntos C y D se elegirán de modo que las visuales que se dirijan desde C á B y de D á A corten á las banderolas respectivas colocadas en ellas.

322. 2.º, *prolongar una alineación $A E$, más allá de E* (fig. 28).

El que dirige la operación queda detrás de A , y el peón con la banderola D parte de E de un modo análogo al caso anterior, pero esta banderola será la que ahora tapará á las D, B , etc.

Problemas de ángulos.

323. RESUELTOS CON LOS GONIÓMETROS DE ÁNGULO CONSTANTE.—1.ª, *trazar un ángulo de 45° ó de 90° por un punto E de una alineación*.

—Si AB (fig. 136) es una alineación marcada en el terreno por dos banderolas y en el

punto E se quiera trazar una

recta que forme con la AB un

ángulo de 45° ó de 90° , se clavará el bastón de la escuadra

en el punto E y se hará girar

ésta hasta que las visuales por

dos ranuras opuestas r y r'

estén en la alineación AB ; mi-

rando en seguida por las qq'

se podrá hacer mover á un peón con la banderola D hasta que se vea

ésta, en cuyo caso se clavará en el suelo, y la línea DE será la que

forma el ángulo de 45° con la AB .

Si se dirige la visual por las ranuras pp' y se clava la banderola C

en esta alineación, la CE será perpendicular á la AB por formar el

ángulo de 90° .

324. 2.º, *prolongar una alineación*.—Si se quiere prolongar una

alineación EB , bastará colocar la escuadra en E de modo que mirando

por rr' se vea B ; hecho esto y colocados vueltos de espaldas á B y mi-

rando por la ranura opuesta á la anterior y en la dirección $r'r$ se colo-

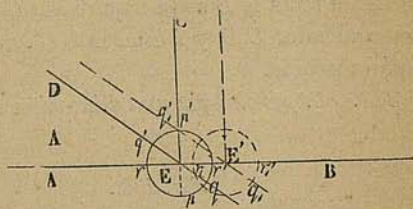
cará un jalón ó una banderola en esta dirección tal como la A , la cual

marcará la prolongación pedida EA .

325. 3.º, *desde un punto fuera de una alineación AB , trazar una*

recta inclinada 45° ó 90° .

Fig. 136.



Sea D el punto dado, se busca á ojo sobre AB el punto E' en que próximamente estará la intersección de la recta buscada con la AB y se colocará la escuadra de modo que $r_1 r'_1$ esté en la alineación AB ; si mirando por $q_1 q'_1$ se ve la banderola D , $E'D$ será la recta buscada; si no sucede esto, se verá si ésta queda á la derecha ó á la izquierda de la visual $q_1 q'_1$, y habrá que colocar la escuadra por tanteos en otro punto E de la alineación AB más cerca de A ó de B respectivamente, hasta que estando rr' en la alineación AB , quede D en la visual qq' ; en cuyo caso se quita la escuadra y se clava una banderola.

326. 4.º, bajar una perpendicular.—Si fuese bajar desde C una perpendicular á AB , el problema se resuelve del mismo modo, sólo que ahora se opera con las pínulas rr' y las pp' en vez de las qq' .

327. 5.º, por un punto C fuera de una recta AB , trazar á ésta una paralela (figura 137).

A la recta AB se la baja desde C la perpendicular CD , y á ésta, la CC' , que será la pedida.

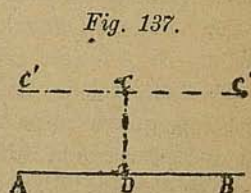
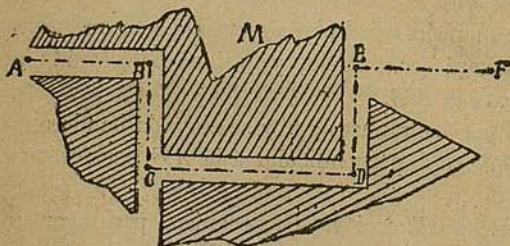


Fig. 137.

328. 6.º, prolongar una alineación AB por detrás de un obstáculo M que representa una manzana de casas (figura 138).

Fig. 138.



La figura hace ver la marcha de la operación. En B se traza la perpendicular BC , en C , la CD , en D , la DE de longitud igual á BC , y en E , la EF , que será prolongación de la AB .

329. 7.º DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS.—1.º, uno A , accesible; y otro B inaccesible (fig. 139), por haber un obstáculo intermedio, como un río, barranco, etc.

En A una perpendicular AE á la AB y sobre ella se toman dos magnitudes AD y DE que sean iguales, mitad, tercio, etc., una de

otra; en E la perpendicular EF indefinida, y prolongando la alineación BD hasta su

encuentro en G con la EF , EG será igual, mitad ó tercio respectivamente de AB , como se comprueba por la semejanza de triángulos formados; luego midiendo EG , se hallará el valor AB . En la figura se han tomado $DE = \frac{1}{2} AD$, y EG será $\frac{1}{2} AB$.

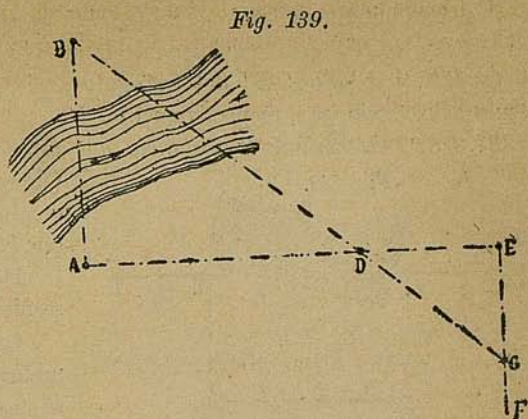


Fig. 139.

También puede resolverse este problema como se ve en la figura 140. La AC es perpendicular á la AB , y con la escuadra y el ángulo de 45° , se busca el punto D , en que formándose este ángulo, pase la visual por B . El triángulo será isósceles y midiendo AD , se tendrá su igual AB .

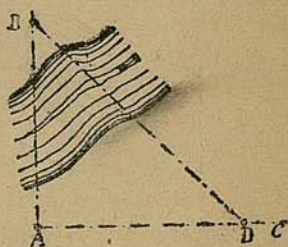
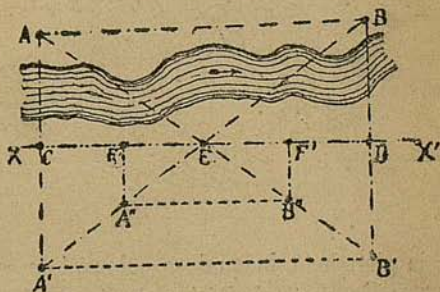


Fig. 140.

330. 2.º, los dos puntos A y B son inaccesibles como en la figura 141, en que están del otro lado de un río.

Fig. 141.

En sitio llano y accesible se traza una alineación XX' , se bajan sobre ella las perpendiculares AC y BD . Se toma el medio E de CD , y se prolongan las alineaciones AE y BE hasta que encuentren respectivamente en B' y A' á las BD y AC . La $A'B'$ será igual y paralela á la AB .



Si la $A'B'$ fuese muy larga ó el terreno en esta parte fuese inacce-

sible, pueden tomarse á derecha é izquierda de E longitudes EF' y EF'' iguales á la mitad, un tercio, etc., de EC , levantar las perpendiculares $F'A''$ y $F'B'$ hasta que encuentren en B'' y A'' á las alineaciones AE y BE , y el lado $A''B''$ del triángulo será paralelo al AB é igual á su medio, tercio, etc., respectivamente.

331. 3.º, *determinar la distancia que separa dos puntos A y B (figura 142), cuando es inaccesible una parte de la recta que los une.*

Fig. 142.

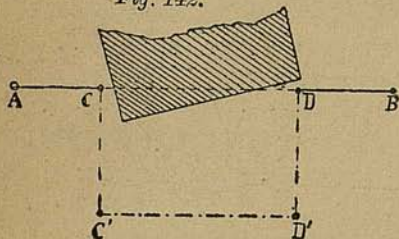
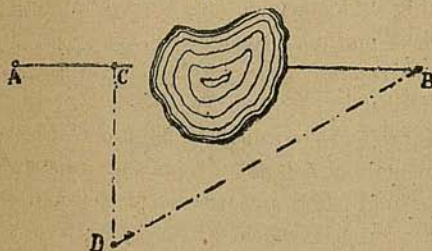


Fig. 143.



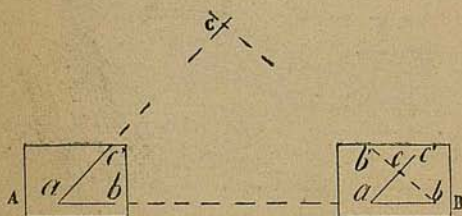
De dos maneras puede resolverse.

La figura hace ver que midiendo AC , $C'D$ y DB , se tendrá por su suma el valor pedido.

También podía haberse resuelto, como indica la figura 143, trazando el triángulo CDB , y midiendo el cateto CD y la hipotenusa BD , puesto que el valor buscado BC , vendrá dado indirectamente por la fórmula $BC = \sqrt{BD^2 - CD^2}$.

332. PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN CON LOS GONIÓGRAFOS Y LOS

Fig. 144.



GONIÓMETROS DE ÁNGULO VARIABLE.—1.º, *dados dos puntos accesibles A y B, determinar la posición de un tercer punto C (fig. 144).*

Plancheta.—Los puntos a y b homólogos de A y B estarán marcados

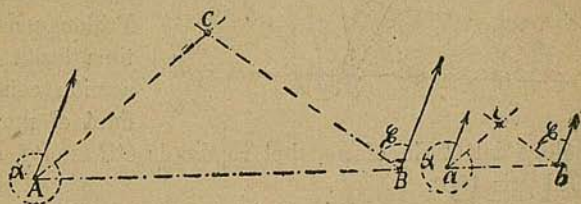
en la plancheta, la cual se colocará en estación en A , de modo que a esté en la vertical de A y declinada la ab sobre la AB ; puesta la alidada en a y dirigiendo la visual á C se marcará la línea ilimitada ac' . Se lleva la plancheta á estación á B , de modo que b esté en su vertical y declinada la ba sobre BA , se traza el ángulo en b con

la visual bC y el punto c de intersección de la bb' con la ac' será el homólogo de C .

Este método, como se ve, no es otra cosa que el de intersección.

333. *Brújula*.—Para resolver este problema con la brújula se coloca ésta en estación en A (fig. 145), se mide el rumbo α de la dirección AC .

Fig. 145.



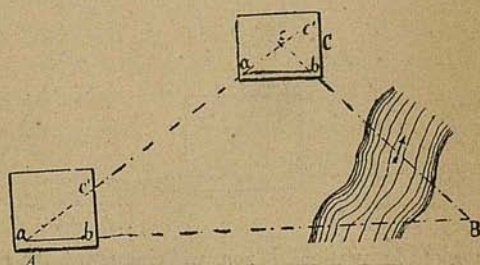
se traslada la brújula á B , se mide el rumbo ϵ de BC ; y en el papel, sobre el lado ab homólogo de AB , se construyen ángulos α y ϵ iguales á los obtenidos, cuyos lados dan el punto c homólogo de C .

334. *Pantómetra, teodolito ú otro goniómetro* cualquiera de ángulo variable.

Se coloca en estación en A (fig. 145), se mide el ángulo CAB , se traslada el instrumento á B , se mide el CBA , y después se construye en el papel un triángulo semejante al ABC del terreno, y del cual se conocen un lado AB y los dos ángulos adyacentes.

335. 2.º, *dadas las proyecciones de dos puntos A y B, uno de ellos el B inaccesible, determinar la posición de otro punto C* (fig. 146).

Fig. 146.

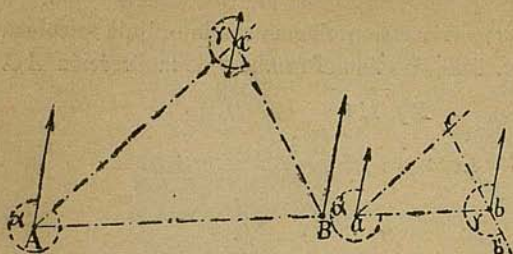


Plancheta.—Se coloca la plancheta en estación en A declinada con relación á AB

y se dirige la visual á C trazándose la ac' , se traslada la plancheta á la estación C , y se declina $c'a$ sobre CA , de modo que un punto de $c'a$ caiga sobre C . La ab habrá quedado paralela á AB , y si por b se dirige la visual á B y se marca en la plancheta la bc , se determina el punto c homólogo del C .

Este caso es aplicación del 258.

336. *Brújula*.—Puesta en estación en *A* (fig. 147), se mide el rumbo α , y puesta en *C*, el γ de *CB*. En el papel se construye el α , y en el punto *b* uno igual al γ ; lo que dará las rectas *ac* y *bb'*. Prolongando esta última hasta su intersección con la otra, dará el punto *c* que

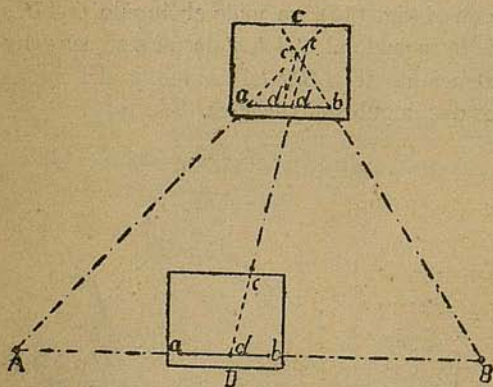


es el homólogo del *C*. En efecto, si el rumbo de *CB* es el γ , el de *BC* será igual al $\gamma \pm 180^\circ$.

337. *Goniómetros*.—Se mide desde *A* el ángulo $\angle CAB$, y desde *C* el $\angle ACB$ y se construye en el papel el triángulo homólogo del *ABC*, determinándose así *c*.

338. 3.º, dadas las proyecciones *A* y *B* de dos puntos inaccesibles,

Fig. 148.



pudiéndose hacer estación en uno intermedio *D* de la alineación *AB*, determinar otro punto *C* accesible (fig. 148).

Plancheta.—*A* y *B* pueden ser árboles, torres, etc., y sobre la plancheta estarán marcados los puntos *a* y *b*. Se coloca ésta en estación en *D*, de modo que un punto *d* que caiga en la vertical *D* sea próximamente su homólogo en la *ab*, y se declina la *ab* con la *AB*. Se dirige la visual *dC* que se marca en *dc* en la plancheta, la cual se traslada á *C*. Se coloca un punto cualquiera de la *dc* sobre la vertical de *C*, y declinando al mismo tiempo esta recta sobre *DC*, la *ab* habrá quedado paralela á *AB*, y dirigiendo por *a* y *b* visuales á *A* y *B*, las rectas *ac* y *bc'* indefinidas, darán por su intersección el punto *c'* homólogo del *C*. Si después se quiere hacer uso de la

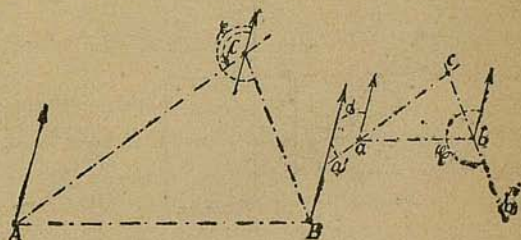
ga en la vertical *D* sea próximamente su homólogo en la *ab*, y se declina la *ab* con la *AB*. Se dirige la visual *dC* que se marca en *dc* en la plancheta, la cual se traslada á *C*. Se coloca un punto cualquiera de la *dc* sobre la vertical de *C*, y declinando al mismo tiempo esta recta sobre *DC*, la *ab* habrá quedado paralela á *AB*, y dirigiendo por *a* y *b* visuales á *A* y *B*, las rectas *ac* y *bc'* indefinidas, darán por su intersección el punto *c'* homólogo del *C*. Si después se quiere hacer uso de la

estación C , hay que rectificar la posición de la plancheta de modo que el punto hallado c' quede en la vertical de C , siguiendo la cd declinada con CD .

Si hecha esta operación se dirige una visual á D desde c' , se tendrá el punto d' , posición verdadera del homólogo de D , en substitución del d que se tomó á ojo al principio.

339. *Brújula*.—Este problema se resuelve con una sola estación en C (fig. 149), midiendo los rumbos α y β de las direcciones AC y CB . En el papel se construyen estos rumbos respectivamente en a y b , obteniéndose las direcciones aa' y bb' , las cuales prolongadas dan por su intersección el punto c homólogo del C .

Fig. 149.

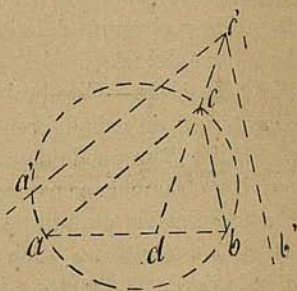


340. *Goniómetros*.—Con estos aparatos puede resolverse (fig. 148), colocándose en estación en un punto cualquiera D de AB y midiendo el ángulo ADC .

Puesto después en C , se miden ACB , ACD y DCB .

Para construir el punto c se opera de la manera siguiente: Sobre ab (figura 150), se construye el arco capaz de medir el ángulo ACB , y sobre un punto d tomando aproximadamente como el homólogo de D se traza la recta dc' que forme el ángulo $adc' = ADC$. En un punto cualquiera de dc' tal como e' se trazan las rectas $e'a'$ y $e'b'$ que formen con la $c'd$ ángulos iguales á los ACD y DCB , y tirando por a y b las rectas ae y be paralelas á las $a'e'$ y $b'e'$, se tendrán c , homólogo del C ; y como comprobación, deberá estar en la circunferencia.

Fig. 150.

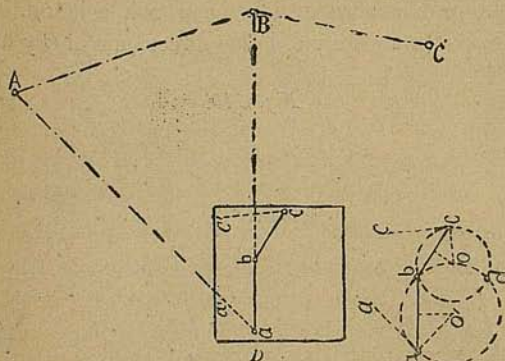


Uno de los ángulos ACD ó DCB no hay necesidad de medirle, pero es conveniente hacerlo porque se obtiene la comprobación que de otro modo no habría.

341. 4.º, se dan las proyecciones de tres puntos *A*, *B* y *C* inaccesibles, y se trata de determinar la posición de otro *D*, accesible. Este problema es el llamado de *Potenot* (259).

Plancheta.—Se dan trazados en ella los tres puntos *a*, *b* y *c* homólogos de los dados (figura 151).

Fig. 151.



Se puede resolver este problema de varias maneras, pero se indicarán las más usuales.

Se coloca la plancheta en estación en *D* de modo que *a* caiga en la vertical de este punto y que la recta *ab* quede declinada sobre *DB*,

dirigiendo la visual a *A*, se trazará en la plancheta la *a'd'* y quedará marcado el ángulo $d'ab = ADB$.

Hecho esto se coloca *c* en la vertical de *D* y se declina *cb* sobre *DB* y dirigiendo desde *c* la visual á *C* se marcará la *cc'* en la plancheta, la cual determina el ángulo $c'cb = BDC$. Con estos datos se construyen en la plancheta sobre *ab* y *bc* los arcos capaces de medir los ángulos $d'ab$ y $c'cb$ y el punto *d* de intersección de las dos circunferencias será el homólogo del *D*.

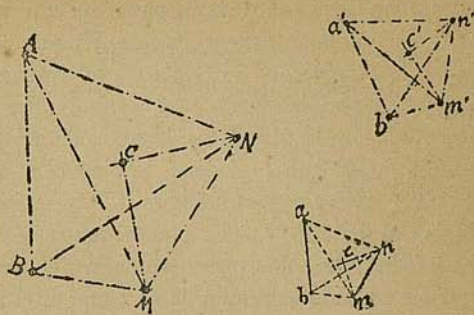
342. *Brújula*.—Este problema con la brújula es el ya resuelto en el caso anterior, sin más diferencia que aquí se repite la operación, puesto que con *A* y *B* se puede determinar *D* por una estación en este punto, y con *B* y *C* también se conseguirá lo mismo, teniendo, por consiguiente, una comprobación para la posición de *c*.

343. *Goniómetros*.—Con los goniómetros se resuelve fácilmente midiendo desde *D* (fig. 151), los ángulos *ADB*, *BDC* y como comprobación *ADC*; y con estos datos, resolviendo el problema de trazar sobre *ab*, *bc* y *ac* arcos capaces de dichos ángulos, como ya se ha hecho en la plancheta (341).

344. 5.º, se dan las proyecciones *a* y *b* de dos puntos inaccesibles *A* y *B*, y se trata de determinar la de otro punto *C* también inaccesible.

Plancheta.— A y B (fig. 152) son los puntos dados, y C el que se ha de hallar. Se buscan en las inmediaciones dos puntos accesibles M y N y se mide su distancia MN . En un lado cualquiera de la plancheta, y mejor en papel transparente puesto sobre ella, se traza una recta cualquiera, sobre la cual se marcan dos puntos m' y n' que se supone

Fig. 152.

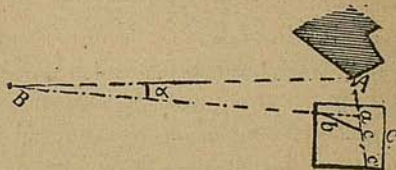


son los homólogos de M y N , quedando reducido el problema á «dados dos puntos M y N accesibles, determinar la posición de otros varios A , B y C inaccesibles» (332), se resuelve como allí se ha indicado y sobre la plancheta ó sobre el papel transparente, quedará trazada una figura $m' n' c' a' b'$ semejante á la del terreno. Si se construye sobre $a b$, por ejemplo, otra figura $a b c m n$ semejante á la anterior, quedará, no sólo marcada la posición de c , sino también la de los m y n , homólogos de M y N .

345. *Brújula y goniógrafo.*—Se resuelve de un modo análogo tomando la base MN , puesto que se reduce al problema 1.º (332).

346. 6.º, colocarse en estación en un punto C cerca de otro A , determinado de antemano (fig. 153).

Fig. 153.



Plancheta.—Algunas veces se dirigen visuales á señales naturales, como árboles, esquinas de edificios, veletas de torres, etc., en

los cuales, no es posible después colocarse en estación, pero sí en puntos inmediatos, cuya posición, con relación á los ya trazados, es necesario fijar.

Sea A una de estas señales marcada en la plancheta en a , así como la alineación $a b$, y C el punto inmediato al A en el que se va á hacer estación. Se coloca la plancheta sobre C de modo que a caiga sobre la

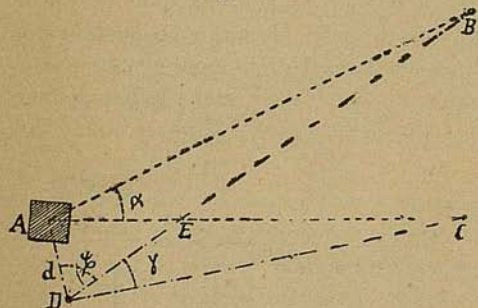
vertical de C y esté declinada con AB . Se comete un error de orientación igual al ángulo ABC , el cual es tanto menor cuanto AB es más grande y CA más pequeño. Se dirige la visual á A desde a y se marca la ac' , se lleva sobre ella á partir de a una magnitud ac homóloga de AC medida en el terreno, y c es el punto homólogo del C , puesto que la ca es la posición de CA con un error igual al ángulo ABC , error insensible para la distancia AC que es muy pequeña. Si se quiere seguir operando con la plancheta, se une c con b y se modifica la posición de ésta de modo que c quede en la vertical C , y cb en la alineación CB .

347. *Brújula y goniómetros.*—Con estos aparatos se reduce el problema al del 336 y 337, puesto que B es accesible, A inaccesible y C accesible; ó también puede obtenerse C por un itinerario midiendo AC y determinando el rumbo de CA que es el inverso del AC .

Sin embargo, en operaciones en que es necesario gran exactitud, ó en aquellas en que no se conoce el valor de AB sino aproximadamente por el diseño, como pasa con los triángulos de la red cuando se están midiendo los ángulos, en ese caso hay que recurrir á otro procedimiento que recibe el nombre de *reducción al centro de estación*.

348. 7.º, *reducción al centro de estación.*—Sea A la señal natural (figura 154), en la que no se puede hacer estación, y B y C dos vértices de la red trigonométrica; se trata de hallar el ángulo α . Se elige un punto D próximo al A (1), y puesto el teodolito en estación en D se miden los ángulos $\hat{c}$ y γ , así como la distancia DA .

Fig. 154.



El ángulo $\hat{c}$ se llama ángulo de *dirección*, el γ ángulo de *posición* y el α ángulo *verdadero*.

Los ángulos AEB y DEC de los triángulos del mismo nombre dan la relación $\alpha + B = \gamma + C$ ó $\alpha - \gamma = C - B$, pero del triángulo DAB se deduce $\frac{\text{sen } B}{\text{sen } \hat{c}} = \frac{d}{AB}$ y del ADC , $\frac{\text{sen } C}{\text{sen } (\hat{c} + \gamma)} = \frac{d}{AC}$ de las cuales se saca.

(1) La distancia AD no deberá ser mayor de 6 á 8 metros.

$$\left. \begin{aligned} \text{sen } B &= d \frac{\text{sen } \xi}{A B} \\ \text{sen } C &= d \frac{\text{sen } (\xi + \gamma)}{A C} \end{aligned} \right\} \text{pero } B \text{ y } C \text{ son muy pequeños por ser } A B$$

y $A C$ muy largos, puesto que son lados de los triángulos de la red, y d muy pequeño; luego se podrán tomar los arcos por los senos, y restar las dos expresiones anteriores, las cuales darán

$$C - B = \frac{d \text{ sen } (\xi + \gamma)}{A C} - \frac{d \text{ sen } \xi}{A B};$$

$$\text{ó su igual } \alpha - \gamma = \frac{d}{A C} \cdot \text{sen } (\xi + \gamma) - \frac{d}{A B} \text{ sen } \xi, \text{ poniendo } \alpha - \gamma$$

en vez de $C - B$. Para obtener en segundos el valor $\alpha - \gamma$, hay que ver cuántas veces está contenido su segundo miembro en el valor del arco rectificado de $1''$ que es igual á su seno; luego habrá que dividir por

$$\text{sen } 1'' \text{ ó multiplicar por } \frac{1}{\text{sen } 1''}, \text{ lo que dará } (\alpha - \gamma)'' = \frac{d}{A C \text{ sen } 1''}$$

$$\text{sen } (\xi + \gamma) - \frac{d}{A B \text{ sen } 1''} \text{ sen } \xi.$$

En esta fórmula entran d , ξ y γ que son conocidos directamente y $A C$ y $A B$, que aunque no son conocidos con exactitud se puede obtener su longitud aproximadamente en el diseño, y como su valor es grande y entran como denominadores en fracciones cuyo numerador es pequeño, el error que se haya podido cometer al tomar como verdaderos los valores así obtenidos de $A C$ y $A B$ no afectan á los

cocientes $\frac{d}{A C \text{ sen } 1''}$, $\frac{d}{A B \text{ sen } 1''}$ sino en las cifras decimales de un orden superior, y podrá hallarse el valor de $(\alpha - \gamma)$, y con él y el valor de γ , deducir α que es el ángulo buscado.

349. *S.º, determinación de la meridiana astronómica de un lugar.*

En la red trigonométrica se indica la necesidad de conocer el rumbo de uno de sus lados, tomándose generalmente el de la base en uno de sus extremos; pero para esto es necesario, ó tomarle con relación á la meridiana magnética, ó mejor con relación á la astronómica ó verdadera, pues siendo ésta fija, siempre que se quiera, volverá á encontrarse la misma dirección por muchos años que hayan transcurrido desde que se determinó; mientras que la magnética puede variar de una brújula á otra, según su desigual sensibilidad; estando además expuesta á

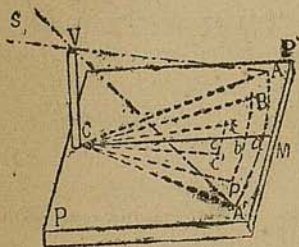
toda la serie de variaciones que se han indicado al tratar de este aparato, lo cual hace sea variable la posición de la línea que ella marca.

La determinación de la meridiana astronómica puede hacerse de varias maneras, pero se indicarán solamente las dos más usadas.

350. *Plancheta*.—La determinación de la meridiana por el método llamado de las *alturas de Sol*, se funda en que la tierra en su movimiento diurno alrededor de aquel astro, pasa dos veces por el meridiano del lugar con un intervalo de doce horas, y para cada posición del Sol antes de su paso, hay otra después de él en que se hallan á la misma altura sobre el horizonte, siendo simétricas estas posiciones con relación al plano del meridiano buscado.

351. *Práctica*.—Si S es el Sol (fig. 155), PP' un plano horizontal que representa el horizonte, VCM el plano meridiano del lugar, y VA la posición de un rayo luminoso dos horas antes de su paso por el meridiano, VA' será la posición de otro rayo dos horas después de su paso; y en virtud del movimiento de la tierra ó del aparente del Sol, se verificará que $VA C = VA' C$, así como $AC = A' C$. Fundados en este principio,

Fig. 155.



sobre un dado de piedra bien pulimentado en su parte superior y colocado horizontalmente, ó sobre un tablero fuerte de plancheta colocado en las mismas condiciones, se pone una varilla vertical CV , la cual arrojará su sombra sobre el plano cuando esté iluminada por el Sol.

La sombra arrojada en cada instante por el extremo V de la varilla, se podrá marcar sobre el plano horizontal en $A, B, C, \dots$, etc. antes de las doce de la mañana; y si con un radio igual á $CA, CB, CC, \dots$, etc., se describen desde C arcos de círculos ilimitados, la sombra de V empezará á pasar por estos arcos en $C', B', A', \dots$ después del paso del Sol por el meridiano. Estando con cuidado para apuntar sobre cada arco el punto de paso de la sombra, se tendrán una serie de líneas $A' C, B' C, C' C, \dots$, etc., simétricamente colocadas respecto á la traza CM del plano meridiano que se busca; luego trazando las cuerdas $AA', BB', CC', \dots$ etc. y hallando sus puntos medios a, b, c ; todos ellos deben estar en una línea recta que pasará por C y que será la traza buscada.

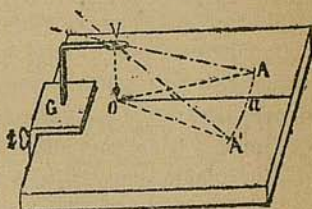
Se hacen las observaciones empezando desde las nueve de la ma-

ñana y se repiten de media en media hora con objeto de tener mayor número y conseguir así que la meridiana salga más exacta; y también, porque en las observaciones de la tarde puede suceder que no sea posible completar alguna de las de la mañana, bien por nublarse el Sol en el momento de la observación, ó bien por sufrir alguna distracción en aquel momento el encargado de ellas. Los puntos medios *a, b, c,.....* etcétera, no todos estarán precisamente en línea recta, pues siempre habrá habido errores, pero se tomará para línea meridiana la que pase por mayor número de estos puntos (1).

352. *Determinación de la meridiana con el gnomon.*—En vez de

usar la varilla *CV*, se emplea con mejor éxito un aparato llamado *gnomon* representado en *G* en la figura 156, el cual consta de la plancha *G* que se sujeta al tablero por medio del tornillo *t*, y de una varilla doblada en ángulo recto con un agujero en *V* para dejar paso á los rayos solares, lo cual tiene la ventaja de señalar mejor los puntos *A, A',.....* etc.,

Fig. 156.



puesto que con la varilla hay alguna incertidumbre por tener que señalarse en la parte de separación de sombra y penumbra, mientras que con el *gnomon* se marcan con gran claridad por el pequeño círculo brillante que se proyecta en el papel y que representa la imagen del Sol á través del pequeño orificio *V*. Hay también otra ventaja y es la de poder marcar el punto *O* de la vertical *V*, por medio de una pequeña plomada, y después desde él hacer centro para describir los arcos *AA'*, etcétera, lo cual no se puede hacer con exactitud cuando en vez de *gnomon* está la varilla de la figura anterior.

353. *Trazado de la meridiana en el terreno.*—Una vez trazada la meridiana en el tablero ó dado de piedra, se colocará una alidada rectificada y sin error de colimación, de modo que el borde de la regla coincida con la recta trazada, y en la visual que determina el anteojo,

(1) Esta operación no es exacta, puesto que en ella se supone que el movimiento aparente del Sol sobre la eclíptica es despreciable en el transcurso de la operación, y el cálculo demuestra que efectivamente lo es en la época de los *solsticios*; pero no así en la de los *equinoccios* en que habría necesidad de una corrección por no describir el Sol un paralelo; pero rara vez se emplea, pues se prefiere en este caso determinar la meridiana por otro procedimiento.

se clavan una ó dos banderolas; ó mejor se marca un punto en dicha visual por medio del hilo y la plomada, el cual, unido al marcado en el suelo por la vertical de la varilla ó por el agujero del gnomon, determinan en el terreno dicha meridiana.

354. *Determinación de la meridiana con el teodolito.*—Se puede determinar la meridiana verdadera con más exactitud y comodidad por medio de las *culminaciones* de una ó varias estrellas.

355. *Estado del reloj.*—Para esta operación se empezará por determinar el adelanto ó atraso del reloj valiéndose de las tablas del Observatorio Astronómico de Madrid que dan la hora precisa de la *culminación* de la estrella; para lo cual, se coloca el teodolito en estación en un punto cualquiera y 15' ó 20' antes de la hora de la culminación de la estrella que se va á observar, se la dirige la visual, leyendo primero la hora marcada por el reloj, y después el ángulo de elevación en el limbo cenital. Se repite varias veces esta operación sin pérdida alguna de tiempo hasta que los valores que se van obteniendo para el ángulo de elevación varíen en sentido contrario al seguido hasta entonces.

La hora leída entre las dos últimas observaciones, es la que se compara con la marcada por el anuario para hora de la culminación, y la diferencia que exista entre ellas, marca el adelanto ó atraso del cronómetro.

356. *Modo de operar.*—Conocido el estado del cronómetro, se determina la meridiana, hallando el ángulo *reducido al horizonte*, que forma el lado de la red con la visual dirigida á una estrella en el momento de la culminación, dada por las tablas y apreciada por el reloj, teniendo en cuenta su adelanto ó atraso.

Se elige para la observación la *estrella polar* ú otra cualquiera bien conocida.

Como estas operaciones se hacen de noche se necesitan linternas. Una se colocará en el otro extremo del lado, ó base cuyo azimut se determina, y de manera que ilumine la banderola ó señal colocada en él para poder dirigir la visual, y otra se coloca cerca del objetivo del anteojo para que, sin impedir la visual, entre la claridad suficiente para ver los hilos del retículo.

El trazado de la meridiana en el terreno se hace de un modo análogo al anterior, puesto que la visual del anteojo la determina.

Problemas de construcción de ángulos.

357. *USO DEL TRANSPORTADOR.*—1.º, *por un punto a dado en el papel, hacer pasar una recta cuyo rumbo es conocido.*

Este problema se resuelve con el transportador, aparato conocido ya por la Geometría; siendo necesario, además, que se tenga trazada en el papel la dirección de la meridiana, lo cual sucede siempre en la práctica cuando se opera con la brújula, puesto que se ha dicho es necesario cuadricular el papel con líneas que representen las direcciones paralelas á la meridiana y á sus perpendiculares.

Sea a (fig. 157) el punto por donde se desea trazar una recta cuyo rumbo sea de 30° .

Se coloca el transportador de modo que el centro *o* del círculo pase por una de las líneas que representan la meridiana y se la hace girar hasta que la graduación 30 pase también por la misma recta de modo que el radio 0—30 coincida sobre ella; y en esta disposición se le hace resbalar hasta que el diámetro pase por el punto *a*, y con la punta del lápiz se traza la recta *ab* que será la pedida, puesto que el rumbo es menor que un cuadrante, el o cuentan hacia la izquierda.

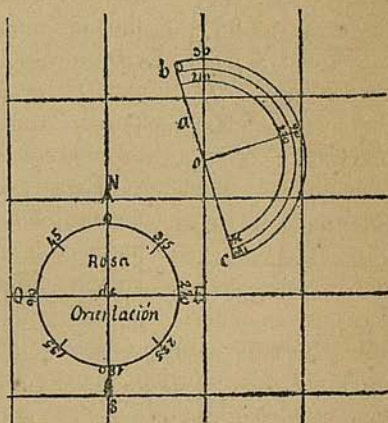
La dirección ac sería la que tuviera por rumbo $30^\circ + 180^\circ = 250^\circ$.

2.º, dada una recta oa en el papel, y la dirección de la meridiana, determinar su rumbo.

Este problema, inverso del anterior, se resuelve de un modo análogo; pues bastará que el diámetro del transportador pase por el punto *a* y al mismo tiempo su centro *o* pase por la dirección de la meridiana para que se pueda leer el rumbo en la graduación que pasa por encima de esta última línea que en la figura es 30° .

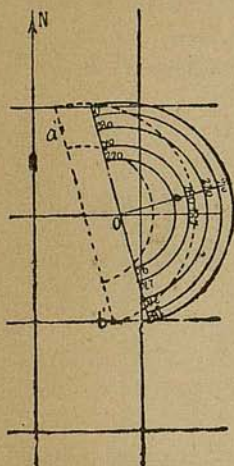
Los ángulos mayores de 180° se construyen y miden del mismo modo, sólo que las graduaciones que se hacen coinciden con la dirección de la meridiana son las de la graduación interior que lleva el transportador y que empieza en 180° hasta 360° , como se ve en la figura.

Fig. 157.



358. TRANSPORTADOR COMPLEMENTARIO.—*Por un punto dado a' construir un rumbo cuyo valor sea próximamente 0° ó 180° (fig. 158).*

Fig. 158.



Este problema se resolvería del mismo modo que el del caso general si las líneas paralelas á la meridiana estuviesen muy unidas, pero como en general no sucederá esto, no tendrá el diámetro del transportador longitud suficiente para pasar por el punto a' , como se ve en la figura, y en este caso se hace uso del llamado transportador complementario que no es otra cosa sino uno ordinario con una tercera y cuarta graduación interior, de tal modo dispuestas, que entre las correspondientes á un mismo radio existen 90° de diferencia (1).

Para operar con el transportador complementario hay que construir los ángulos, no á partir de la meridiana, sino de su perpendicular y tomarles con las graduaciones del complementario, habiendo de este modo compen-

sación, puesto que si bien se toman los ángulos á partir de un origen que dista 90° del verdadero, también las graduaciones del transportador han sido aumentadas en la misma cantidad.

En la figura se ve de puntos la posición $a' b'$ del transportador, el cual se ha movido paralelamente á sí mismo á lo largo de la perpendicular á la meridiana, conservando siempre superpuesto sobre ella al radio $0-185^\circ$ de la tercera graduación, que es la primera del complementario, siendo $a' b'$ la dirección pedida.

359. ROSA DE ORIENTACIÓN.—En la práctica, para conocer aproximadamente la dirección que deberá tener un rumbo cuando se conoce su número de grados, se construye en el papel después de cuadrículado, lo que se llama *Rosa de orientación*, que consiste, según se ve en la figura 157, en un círculo trazado desde un vértice de una cuadrícula y marcadas en él unas cuantas graduaciones en el sentido en que se cuentan los rumbos, bastando una ligera ojeada á la rosa para conocer aproximadamente la dirección que hay que trazar cuando se da un rumbo.

(1) Existen transportadores con división centesimal, los cuales se van generalizando cada día más.

Capítulo IV.

NIVELACIÓN

Generalidades.

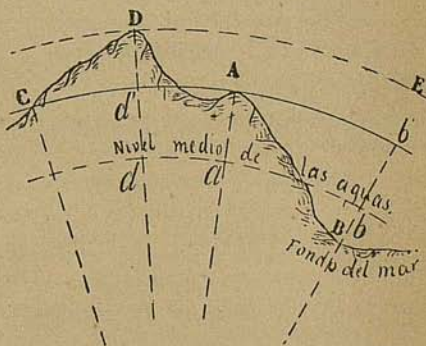
360. **Objeto de la nivelación.**—La nivelación es la parte de la Topografía que se ocupa de determinar los elementos necesarios para la representación del relieve del terreno, y haciéndose ésta por medio de las *cotas* ó *alturas* de los puntos, y de las *curvas horizontales*; quedan reducidas todas sus operaciones á saber determinar la cota de un punto referida á una superficie curva ó plana llamada de comparación.

361. **Superficie de comparación.**—Se acostumbra en general á tomar por superficie de comparación, la de las aguas del mar supuesta prolongada por debajo de los continentes y formando una superficie esférica concéntrica con la terrestre (1), tomándose por alturas ó cotas las de las verticales de los puntos hasta esta superficie, siendo positivas las que se hallen por encima de ella, y negativas las inferiores, como sucede con las del fondo del mar.

En la figura 159 el punto *A* tiene por cota ó altura la positiva *Aa*, y el *B* la negativa *Bb*.

La superficie de com-

Fig. 159.



(1) En España la superficie elegida es el nivel del mar en Alicante.

paración recibe también el nombre de superficie de nivel, así como otra cualquiera concéntrica con ella, como las AC , DE , etc.

362. Puntos de nivel.—Dos puntos A y C se dice son de *nivel* cuando están sobre una misma superficie de nivel AC , y en este caso sus cotas son iguales y del mismo signo.

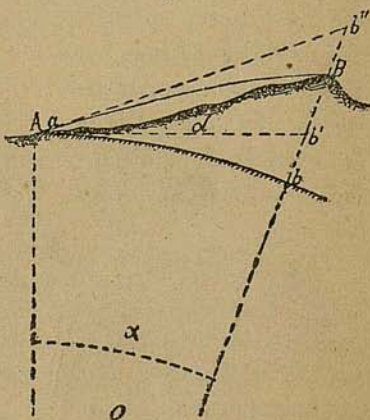
363. Diferencia de nivel.—Dos puntos A y D son de diferente nivel si se hallan sobre dos superficies distintas de nivel; y su diferencia de cotas es la que existe entre las alturas $Dd - Aa = Dd'$, ó lo que es lo mismo, la parte Dd' de la vertical que pasa por D , comprendida entre este punto y la superficie de nivel $A d' C$ que pasa por el otro A .

364. ERROR DE ESFERICIDAD.—En general no hay necesidad de considerar la esfericidad de la tierra para la nivelación. Se puede suponer como en planimetría, que se substituye la superficie terrestre por el plano tangente, lo cual da lugar á un error que, según se verá, indica dentro de qué límites puede hacerse sin inconveniente esta substitución (1).

(1) Se puede obtener por el cálculo el valor de la corrección debida á la esfericidad de la tierra. Llamando d (fig. 160) á la distancia AB , entre los puntos A y B que puede tomarse sin gran error igual á Ab' y e el error bb' del nivel aparente y del verdadero, la figura hace ver que prolongando los radios terrestres que pasan por A y b hasta su encuentro en O , el triángulo AOB que se formaría daría $Ob'^2 = Ab'^2 + AO^2$, pero $Ob' = R + e$, luego $R^2 + 2Re + e^2 = d^2 + R^2$ y $e = \frac{d^2}{2R + e}$, pero e en el denominador puede desprejarse dada su pequeñez al lado de $2R$, diámetro de la tierra, luego $e = \frac{d^2}{2R}$ será la fórmula del error.

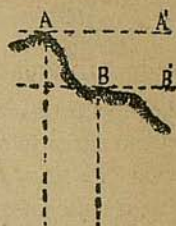
Para ver el valor de esta expresión, basta dar á d valores iguales á 100 metros, 1.000 metros, 2.000 metros, etc., y los correspondientes de e indican que, á 1.000 metros, el error es próximamente de 0,08 metros, á 2.000 metros de 0,3, etc., valores que no sólo no son despreciables, sino que hay necesidad de tenerlos en cuenta en las operaciones. Para 400 metros, e es de 0,0012 metros, error que puede desprejarse en las operaciones ordinarias.

Fig. 160.



365. **Planos de nivel.**—Las superficies del nivel que pasan por los puntos, pueden suponerse substituídas por los planos tangentes respectivos; diciéndose que dos puntos son de nivel, cuando están de un mismo plano horizontal, y que la diferencia de nivel entre dos puntos *A* y *B* (fig. 161), es la diferencia de cotas referida á un plano de nivel que es el que substituye á la superficie y que puede considerarse uno mismo para dos puntos, dada la pequeña distancia que les separa comparada con el radio de la tierra; puesto que los radios, pudiéndose considerar como paralelos, los planos tangentes de nivel podrán también considerarse del mismo modo.

Fig. 161.



366. *Variaciones del plano de nivel.*—En general, y para evitar las cotas negativas, se toma como plano ó superficie de comparación uno que sea inferior al punto más bajo del terreno, pues de este modo todas las cotas serán positivas.

Si un terreno está referido á un plano de comparación dado, se pueden referir á otro todas sus cotas con sólo sumar algebraicamente á las primitivas la distancia que separa los dos planos, según se sabe por el Sistema de Acotaciones.

En general, en un levantamiento, para evitar valores numéricos grandes, suele elegirse un plano arbitrario inferior al punto más bajo del terreno, y referir á él todas las cotas; pudiendo después referirlas á la superficie de nivel del mar con sólo aumentar las cotas primitivas en la diferencia entre las cotas de un punto, con relación á los dos planos de comparación.

367. *Ejemplo.*—Sea un levantamiento en que se haya elegido para plano de comparación uno arbitrario y que un punto de él tenga la cota 97. Si se conociese la cota de este punto referida á otro plano ó superficie, como, por ejemplo, la del nivel del mar que fuese $635^m,456$, bastará hallar la diferencia $635^m,456 - 97 = 538^m,456$, para tener la cota del plano de comparación respecto al nivel del mar; y esta cantidad, agregada á las cotas de todos los puntos del plano, referidas al primitivo, darán las correspondientes al nivel del mar.

368. **ERROR DE REFRACCIÓN.**—Los rayos luminosos, al atravesar las capas atmosféricas, experimentan el fenómeno de la refracción (1), quebrándose y perdiendo la dirección recta que deberían tener si atravesasen un medio homogéneo, tomando una forma que en general es la de una curva convexa hacia la parte del cielo. El observador colocado en *A* (fig. 160), ve el objeto *B* en *b''* en la prolongación del último elemento *Aa* de esta curva, dando lugar con esto á un nuevo error *Bb''* difícil de determinar con exactitud (2); pero despreciable, en general, en las operaciones topográficas á causa de su pequeñez, y porque puede anularse en parte operando como luego se verá.

369. **TABLAS DE CORRECCIÓN.**—Existen tablas calculadas que dan la corrección que es necesario hacer en la nivelación á causa de los errores de esfericidad y de refracción. Al final del libro (3) van indicadas, así como su uso y manejo, que no puede ser más sencillo.

370. **Principio fundamental de la nivelación.**—El principio fundamental de la nivelación está reducido á *determinar la diferencia de nivel entre dos puntos.*

En efecto, en un plano es necesario conocer la cota de uno de sus puntos ó dar á uno de ellos una cota arbitraria, desde cuyo momento queda fija la posición del plano ó superficie de comparación; y si se puede determinar por medio de aparatos

(1) Según se estudia en Física.

(2) El error debido á la refracción es difícil de obtener, y únicamente los resultados de muchísimas operaciones hechas, han permitido deducir coeficientes prácticos que pueden emplearse, y dar bastante exactitud cuando se trata de operaciones topográficas que no son tan delicadas como las geodésicas.

La presión, el estado higrométrico y la temperatura del aire hacen variar el efecto de la refracción, pero puede tomarse como dato práctico para climas como el nuestro, que la curva ó línea quebrada debida á la refracción se aproxima á un arco de círculo de radio

igual á $6,25 \times R$, lo cual admitido, da para el error de refracción $e = \frac{d^2}{2R}$, una expresión

$$e' = \frac{d^2}{2 \times 6,25 \times R} = \frac{d^2}{12,50 \times R}$$
 que se obtiene substituyendo en la fórmula del error de esfericidad en vez de e , e' , y en vez de R , $6,25 \times R$.

Los errores e y e' son de signo contrario, el primero tiende á disminuir la cota y el e' á aumentarla, pero siendo siempre $e > e'$ el error final $e_1 = e - e'$ será siempre positivo é

igual á $e_1 = \frac{d^2}{2R} - \frac{d^2}{12,5 \times R} = 0,42 \frac{d^2}{R} = 0,0000000654 d^2$, obtenido substituyendo en vez de R su valor.

(3) Véase tablas de refracción y de esfericidad.

la diferencia de nivel entre un punto de cota conocida, y otro punto cualquiera, la cota de éste será igual á la del primero más ó menos la diferencia de nivel; con la cual podrán obtenerse las cotas de todos los puntos del plano.

371. *Ejemplos.*—Sea en efecto un punto *A* de cota conocida ó dada arbitrariamente é igual á (35,43); y sea *B* otro punto más alto, cuya diferencia de nivel con el primero sea (+3,21); la cota de *B* será (35,43 + 3,21 = 38^m,64). Si *B* hubiese estado más bajo en la misma diferencia (−3,21), la cota de *B* hubiese sido 35,43 − 3,21 = 32,22.

372. **Métodos generales para hallar la diferencia de nivel.**—Dos métodos generales existen para determinar la diferencia de nivel entre dos puntos: uno *directo* y otro *indirecto*; ambos presentan sus ventajas según el caso, y tienen instrumentos especiales basados en principios distintos.

373. **DIRECTO.**—La nivelación *directa* se hace en general por medio de los aparatos llamados *niveles*, cuyo fundamento, es el de poder determinar con gran exactitud una línea horizontal, con auxilio de la cual se puede hallar la diferencia de nivel entre dos puntos.

Sean, en efecto, *A* y *B* los dos puntos (fig. 162); colóquese entre ellos un nivel *N* que

Fig. 162.



determine la línea horizontal *ab*; y en *A* y *B* dos miras. Si se miden las alturas de éstas desde su pie hasta la línea horizontal, es decir, las *Aa* y *Bb*, y se halla la diferencia *Aa* − *Bb*, ésta

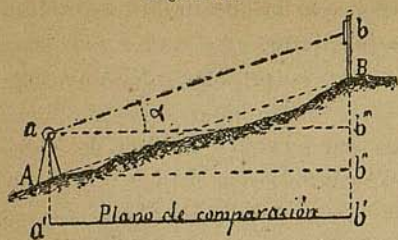
será igual á *Bb'* que es la diferencia de nivel buscada entre *A* y *B*.

374. **INDIRECTO.**—La nivelación *indirecta* se hace en general con aparatos que pueden agruparse en dos, unos que determinan la pendiente de la recta que une dos puntos en el terreno y que se llaman *eclímetros* y *clisímetros*; y otros, los *barómetros*, que permiten aprovechar el principio físico de la desigualdad de presiones á diferentes alturas.

375. **1.º Aparatos que dan la pendiente.**—Sean *A* y *B* los dos

puntos cuya diferencia de nivel se quiere hallar (fig. 163); en el

Fig. 163.



A se coloca un instrumento que mida el ángulo $bab'' = \alpha$ ó su igual BAb'' , para lo cual en B se coloca una mira y se dirige la visual á la misma altura Bb que la visual en el instrumento, y de este modo ab resultará paralela á AB .

La diferencia de nivel entre A y B es $Bb'' = bb''$; y ésta, por el triángulo bab'' , es igual á $ab'' \times \tan \alpha = Ab'' \times \tan \alpha$; lo que indica, que la diferencia de nivel entrê los dos puntos, puede obtenerse siempre que se conozca la longitud Ab'' , de la proyección de la recta que les separa y el ángulo de pendiente de AB . En adelante llamaremos d á la Ab'' proyección de la recta que separa los puntos cuya diferencia de nivel se trata de hallar.

376. 2.º *Aparatos barométricos.*—Sean A y B los dos puntos cuya diferencia de nivel quiere determinarse. Si en el punto A se coloca en estación un barómetro, y se apunta la presión barométrica que marca, y después se pasa á B y se repite la operación, la diferencia de presiones dependerá principalmente (prescindiendo de algunas otras causas que ya se indicarán), de la diferencia de alturas de los puntos A y B ; puesto que á igualdad de condiciones de temperatura y estado higrométrico, la presión disminuye con la altura. Se comprende, pues, la posibilidad de poder calcular la diferencia de alturas que corresponderá á una diferencia dada de presiones.

INSTRUMENTOS DE NIVELACIÓN

Miras.

377. Las miras son aparatos necesarios para la nivelación, acompañan siempre á los niveles, y aunque ya se han estudiado

algunas (129), ha sido accidentalmente y sin entrar en detalles, por lo cual se describirán á continuación las más usadas.

Las miras pueden ser de dos clases, las llamadas de *tablilla* y las *parlantes*. Unas y otras deben tener cualidades en parte contradictorias, siendo preciso elegir el término medio aconsejado por la práctica.

Toda mira ha de ser de fácil transporte, y cuando se la coloque vertical en estación, es preciso que no oscile para que las lecturas no sean inciertas; es conveniente además que tenga mucha altura para que pueda servir para diferencias de nivel grandes; pero á medida que aumenta su longitud, aumenta su peso y su dificultad de mantenerla vertical sin que oscile, por lo cual no se las puede dar una longitud mayor de cuatro metros cuando se opera, debiendo estar dispuestas de modo que puedan reducirse á dos metros como máximo, cuando haya que transportarlas de un lado á otro.

378. MIRAS DE TABLILLA.— Las miras de esta clase son de sección rectangular ó circular, como se ve en las figuras 164 y 165, las primeras son más pesadas pero más exactas, porque las segundas se alabea con facilidad, llegando á inutilizarse si el alabeo es grande.

Unas y otras llevan una graduación de centímetro en centímetro y en la parte posterior de la tablilla un nonio que permite apreciar milímetros.

La tablilla está dividida en cuatro partes iguales por dos diámetros perpendiculares; dos de

Fig. 164.

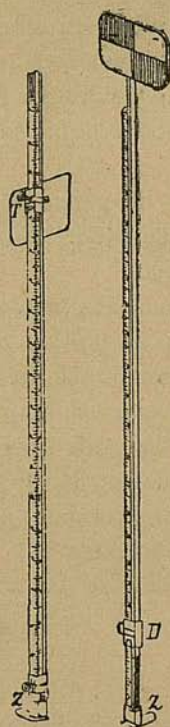
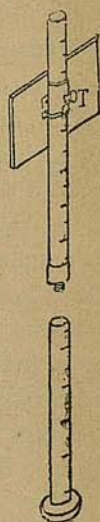


Fig. 165.



estas partes van pintadas de encarnado, y las otras dos de blanco para que se destaque la línea horizontal de separación que se llama *línea de fe* de la mira.

Estas tablillas se sujetan al vástago por medio de un tornillo de presión *T*, el cual estando flojo permite á la tablilla subir ó bajar lo que se desee.

Las de sección rectangular llevan una alargadera con la cual alcanzan la altura de 4^m. Para operar con ésta, es necesario subir la tablilla hasta el extremo superior en que hay un muelle que la impide subir más, y apretando el tornillo *T* queda la tablilla á la altura de 2^m. Esta sube con la alargadera (fig. 164) y una graduación que lleva al costado, indica por centímetros las cantidades subidas, llevando en *D* un nonio que aprecia los milímetros. La altura se compondrá de los dos metros de la mira sin alargadera, más lo subido por ésta, y leído en la graduación del costado.

La plancha de hierro *Z* se llama *zapata*, y sirve para que el portamira apoye el pie sobre ella y se facilite la subida de la alargadera.

Las miras de sección circular se componen de dos partes que se atornillan (fig. 175), y permiten alcanzar una longitud de 3 ó 4 metros.

379. MIRAS PARLANTES.—Las miras anteriores se substituyen muchas veces por las *parlantes*, que ya se han descripto al tratar de la medida indirecta de distancias (129), y se usan cuando al nivelar se emplean anteojos que permitan á un tiempo hacer las dos operaciones; usándose indistintamente las representadas en la figura 54.

Según el instrumento que se emplee así convienen las de tablilla ó las parlantes.

Niveles.

380. Aparatos de nivelación directa.—Existe una gran variedad de niveles que sirven para determinar una línea hori-

zontal, pero en general pueden reducirse á unos cuantos grupos, obedeciendo cada uno de ellos á un principio fijo.

381. NIVELES DE PERPENDÍCULO.—Los niveles de *perpendicular* son aquellos en que un peso suspendido libremente marca siempre la vertical á causa de la gravedad, y una vez conocida aquella, determinan su perpendicular, que será la horizontal que ha de servir para la nivelación.

382. *De albañil*.—Uno de los más conocidos y sencillos es el *nivel de albañil*, cuya forma se ve en la figura 166. Consiste en dos reglas iguales formando ángulo recto y unidas por un travesaño.

Del vértice del ángulo recto pende un hilo con una pequeña plomada ó peso.

En el travesaño hay un trazo *a* que se llama *línea de fe* y es perpendicular á la *AC*.

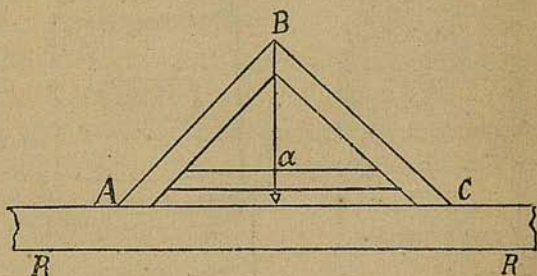
Se opera con este instrumento colocándole sobre un reglón *RR*, el cual estará horizontal cuando el hilo pase por la línea de fe.

383. *Uso*.—El nivel de albañil es de muy poco uso en Topografía; se emplea mucho en construcciones, aunque en la actualidad se va substituyendo por otros que se indicarán. No sirve sino para nivelaciones cortas y obliga á usar un reglón ó regla larga para apoyarse sobre él; además, la acción del viento sobre el hilo á plomo hace incierta la verticalidad de este hilo, y, por tanto, la horizontalidad de la regla.

384. NIVEL COLIMADOR.—El coronel Goulier ha construido un nivel de perpendicular muy útil por ser muy portátil y dar bastante exactitud.

El colimador se ve en las figuras 167 y 168; es un tubo pequeño de metal *C* con una pequeñísima lente convergente *L* en un extremo y sirviendo como de ocular; lleva además un vidrio

Fig. 166.



deslustrado en el sitio del objetivo y un poco más allá del foco principal de la lente hay un hilo de seda negra fijo á un diafragma. *S* es el eje de suspensión del péndulo; el cual está compuesto de la varilla *r* con el colimador *C* y el peso *P*.

La unión del colimador á la varilla está de modo que la visual que pase por el centro del ocular y el hilo de seda

sea siempre perpendicular á la que marca el péndulo, de modo que cuando éste después de oscilar libremente queda fijo marcando la vertical, la visual del colimador es horizontal. En la figura 168 se ve el aparato completo y en tamaño natural.

385. *Uso*.—Se puede operar con él en la mano ó atornillado á un trípode.

La visual se dirige, de modo que, con media pupila se mire por el ocu-

lar y se vea el hilo horizontal del colimador, y al mismo tiempo y directamente puede apercibirse la tablilla de la mira colocada á la distancia máxima de 30^m, y de modo que dicho hilo y la línea de fe se vean en prolongación una de otra.

Este nivel, como todos los que no tienen antejo, sólo sirve para visuales de 20 á 30^m de longitud.

Fig. 167.

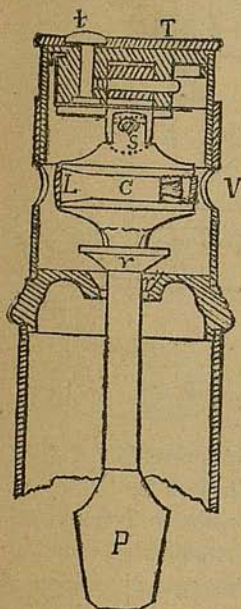
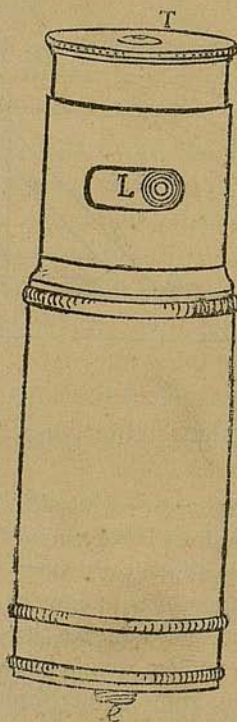


Fig. 168.



386. Niveles que determinan directamente la horizontal.—

Los niveles que determinan directamente la horizontal, son los de *agua* y *aire*.

NIVEL DE AGUA.—El nivel de agua (1) se funda en el principio físico de los líquidos en los tubos comunicantes.

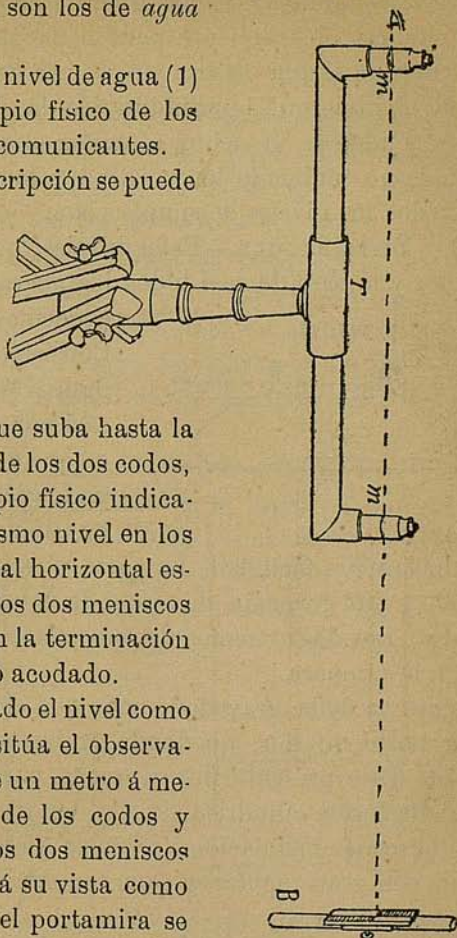
El aparato cuya descripción se puede ver en la figura 169 está reducido á un tubo *T* de metal doblemente acodado, en el cual entran dos tubos de cristal

m m: echando agua que suba hasta la mitad próximamente de los dos codos, y en virtud del principio físico indicado, quedará ésta al mismo nivel en los dos, y la línea de visual horizontal estará determinada por los dos meniscos *m m*, que se forman en la terminación del agua en cada tubo acodado.

387. *Uso*.—Colocado el nivel como se ve en la figura, se sitúa el observador á una distancia de un metro á metro y medio de uno de los codos y dirige la visual por los dos meniscos *m m* que se presentan á su vista como unas rayas oscuras; el portamira se coloca con la mira en el punto *B* y sube ó baja la tablilla, á las señas del que nivela, hasta que éste vea la línea de fe en la visual horizontal.

388. *Inconvenientes de este nivel*.—Este instrumento ha estado muy en uso antiguamente, pero hoy casi está abandonado

Fig. 169.

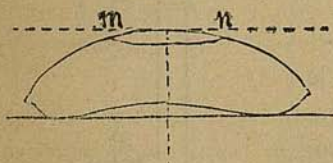


(1) Conocido por la Física.

por completo y substituído por otros, como el colimador, que presentan grandes ventajas sobre él, puesto que el de agua es más caro, voluminoso, y, por lo tanto, de difícil transporte; necesita además un recipiente para llenar de agua los tubos é ir substituyendo la que se evapora; suele helarse ésta con facilidad en el invierno, imposibilitando la nivelación por algún tiempo; y además, el viento, al mover el aparato, hace incierta la visual, no pudiendo tener ésta una longitud mayor de 30^m, como todos los niveles de simple vista.

389. NIVEL DE AIRE.—Estos niveles, que son los más generalizados y la base de casi todos los aparatos topográficos, son

Fig. 170.



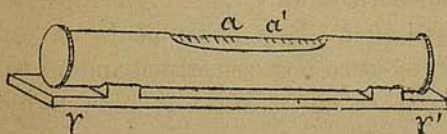
conocidos ya por la Física. Consisten, como se ve en la figura 170, en un tubo lleno casi por completo de un líquido que generalmente es *alcohol* y algunas veces *éter*, líquidos que tienen la ventaja de que

no se hielan con facilidad. La parte que parece vacía se llama *burbuja*, y está formada de aire ó de vapor del líquido de que está lleno. Los dos extremos del tubo están cerrados herméticamente á la lámpara.

La acción de la gravedad, hace que el líquido ocupe siempre la parte inferior, quedando la burbuja en la parte alta del tubo. Éste presenta una pequeña curvatura con objeto de quitarle la forma cilíndrica, la cual tendría el inconveniente de que, á la menor inclinación que se le diese, se movería toda la burbuja con gran rapidez, y sería tan sensible el aparato que no se podría utilizar.

Este tubo va dentro de una caja, en general de latón (figura 171),

Fig. 171.



que deja descubierta la parte superior para poder ver la burbuja. La *rr'* es una regla sobre la cual va colocado el tubo.

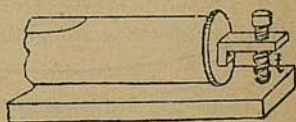
390. *Uso.*—Cuando la regla rr' esté sobre una superficie horizontal, la burbuja, á causa de la pequeña curvatura que se da al tubo, debe quedar en la parte más alta, que es precisamente el medio de éste.

Algunos niveles de aire, sobre todo los destinados á operaciones de precisión, llevan, á partir de su centro, unas divisiones en el tubo de cristal, y sirven para apreciar las inclinaciones de las líneas sobre las cuales se apoya la regla rr' . Generalmente se suprimen las divisiones del centro, y empiezan, como se ve en la figura, en los puntos a y a' , estando colocadas las demás divisiones simétricamente con relación al medio del tubo; lo cual tiene la ventaja de que de este modo no hay que tener en cuenta sino los extremos de la burbuja, que deben caer en divisiones simétricas para que acusen la horizontalidad de la regla rr' .

391. *Ventajas de estos niveles.*—Los niveles de aire, dispuestos como se han descrito, unidos á la regla rr' , substituyen con gran ventaja al nivel de albañil, siendo en general más exactos, más manuales, y su uso está muy generalizado.

Unas veces va invariablemente adherido á la regla y otras veces la unión de la caja ó estuche donde está encerrado el tubo de cristal está unido á la regla por medio de tornillos t como se ve en la figura 172; siendo la primera disposición más conveniente en los niveles sueltos en los que en general no se necesita tengan una gran sensibilidad.

Fig. 172.

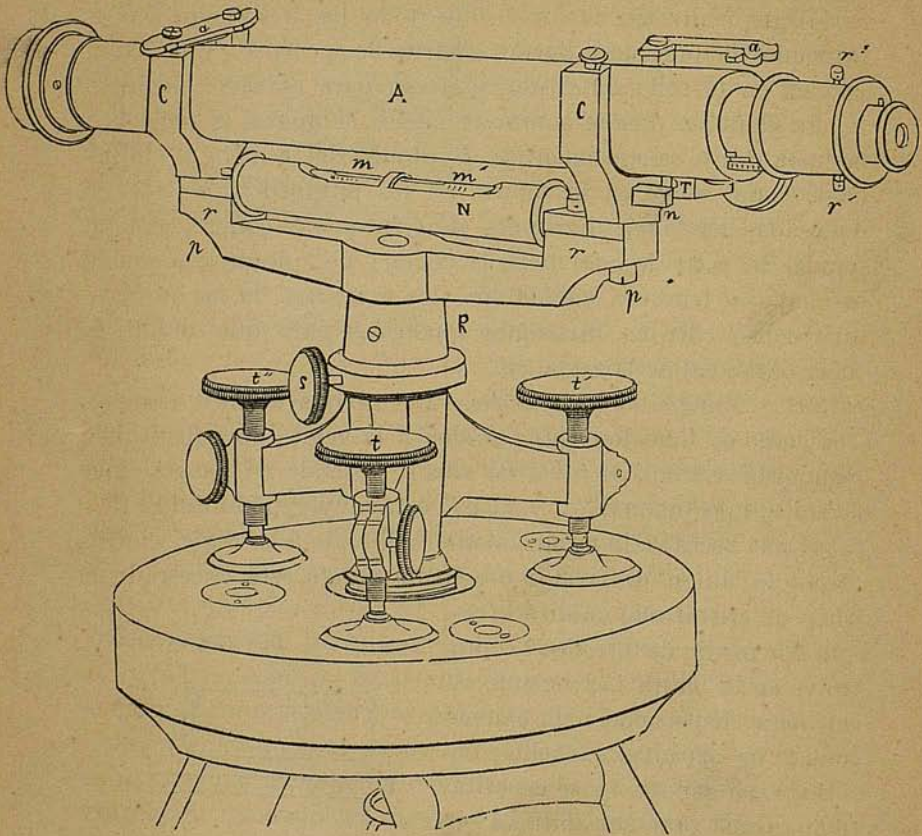


392. *NIVELES DE ANTEOJO.*—Los niveles de aire, además de usarse aislados en substitución de los de albañil y de agua, se usan unidos á anteojos ó alidadas de pínulas formando aparatos algunos de ellos de tal precisión que sirven indistintamente para operaciones topográficas y geodésicas.

Muchos son los niveles que existen de esta clase, pero pueden agruparse en dos: aparatos en que el nivel de aire está fijo y aparatos en que está suelto é independiente.

393. APARATOS DE NIVEL FIJO.—Entre los aparatos de este grupo, el más usado comunmente es aquel cuya descripción puede verse en la figura 173.

Fig. 173.

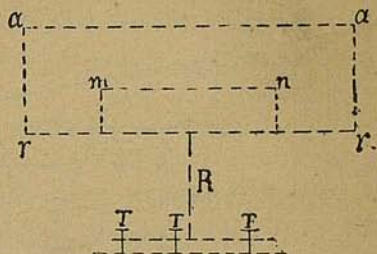


Se compone de un pie con tres ó cuatro tornillos t, t', t'' , de un eje de rotación R con tornillo de presión S para impedir el movimiento, y algunas veces tornillo de ajuste para los movimientos pequeños. De una regla rr perpendicular por construcción al eje R ; esta regla lleva dos brazos CC con unos collares en los cuales entra el anteojo A cuando las aldabillas a están las dos en la posición de la de la derecha, sirviendo para

sujetarle una vez puesto en los collares. Un nivel de aire N va sujeto á la regla rr , y todo el aparato va colocado en un trípode.

394. **Principio fundamental.**—Suponiendo el aparato reducido á sus ejes, como en la figura 174, se podrá ver mejor el principio en que se fundan estos aparatos, que es el siguiente:

Fig 174.



La línea rr que representa la línea del nivel, la burbuja de éste mn , y el eje óptico aa del anteojo, deben ser siempre paralelos. El eje de rotación R es por construcción perpendicular á la regla rr , luego cuando R sea vertical, tanto la regla como las mn y aa serán horizontales, y el anteojo marcará la visual horizontal necesaria para nivelar.

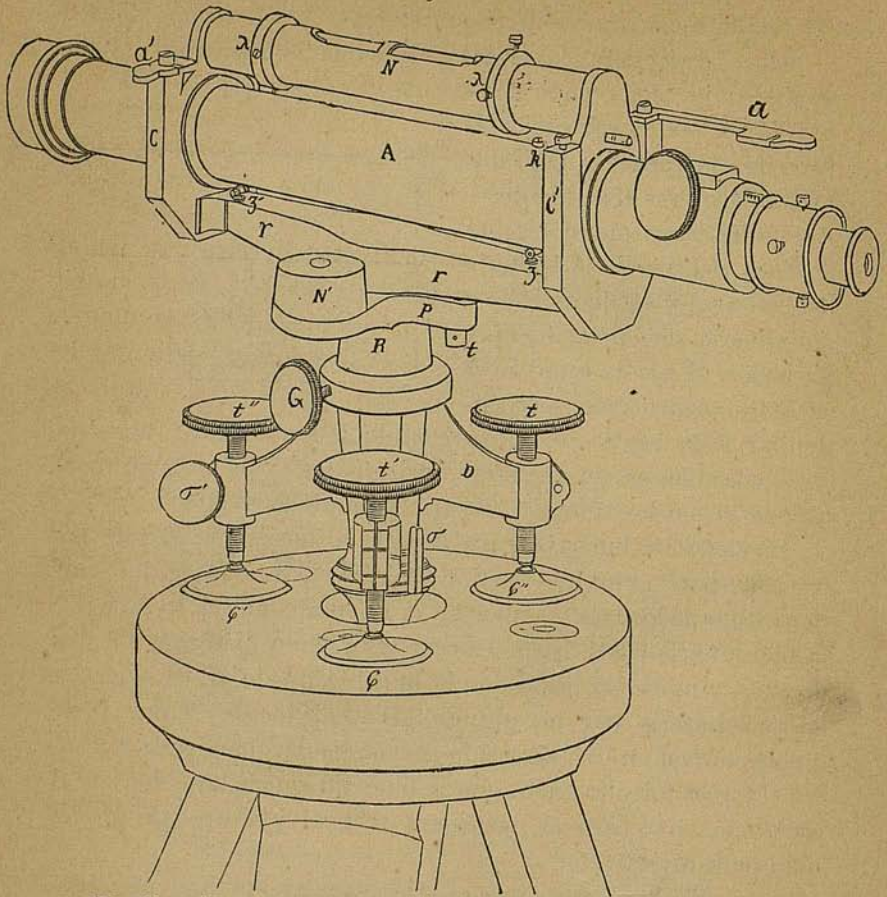
Sirviendo la burbuja para acusar la horizontalidad de las reglas y, por lo tanto, la verticalidad del eje; se conseguirá esto por medio de los tres tornillos T, T, T ; pues como ya se sabe por la planimetría (191), basta colocar el nivel en dirección de dos de ellos, y moverles hasta que la burbuja quede en el centro y después hacerle dar un giro de 90° alrededor de R para que quede el nivel en una dirección perpendicular, moviendo entonces el tercer tornillo hasta que la burbuja quede también en el centro, en cuyo caso el eje estará vertical y el aparato preparado para nivelar (1).

395. *Niveles de este sistema.*—De este sistema hay una infinidad de niveles que sólo varían con los detalles, siendo los principales el de *Casella*, el de *Secretan*, el de *Salmoiraghi*, etc.

396. **APARATOS DE NIVEL SUELTO.**—Esta clase de aparatos se diferencian, principalmente de los anteriores, en que el nivel de aire, en vez de ir fijo á la regla como en aquéllos, va colocado encima del anteojo pudiéndose separar de él con facilidad como se ve en la figura 175 y en la explicación que la acompaña.

(1) Véase *Apéndice II*, «Verificaciones y correcciones de los instrumentos topográficos», párrafo 43.69.

Fig. 175.



Explicación :

- R.* Sostén en cuyo interior va el eje de rotación del aparato.
- G.* Tornillo de presión para impedir el giro.
- t t' t''.* Tornillos de la plataforma.
- rr.* Regla perpendicular al eje de rotación *R.*
- C, C'.* Collares para el anteojo.
- A.* Anteojo.
- N.* Nivel de aire suelto colocado sobre el anteojo.
- a, a'.* Aldabillas para sujetar el nivel.
- N'.* Otro nivel de aire fijo para la verticalidad del eje *R.*
- P.* Pieza de unión intermedia entre la regla *rr* y el eje *R.*, con un tornillo *t* para la corrección del aparato.

397. *Niveles de este sistema.*—Existen varios como el de *Kern*, usado por el Instituto Geodésico de España; el alemán de *Ertel* y el de *Goulier* de la Escuela de aplicación de Francia, etc. Sólo varían en ligeros detalles, siendo su principio el mismo. Para operar, se coloca el nivel de aire encima del anteojo, sujetándole perfectamente por una disposición especial que varía según el constructor, y que en la figura son las aldabillas *a, a'*.

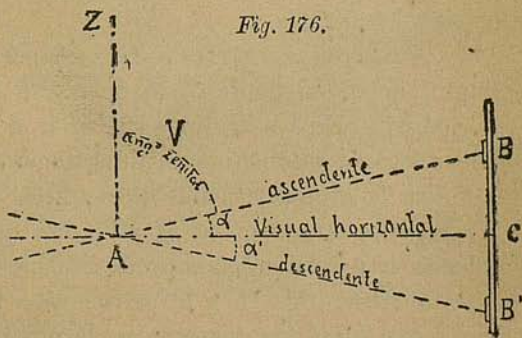
398. *Aparatos de nivelación indirecta: Niveles que dan el ángulo de pendiente.*—Los *eclímetros* y *clisímetros* son aparatos que sirven para determinar el ángulo de pendiente de una dirección, por medio de la cual, y de la proyección horizontal de su longitud, se puede hallar la diferencia de nivel entre dos puntos, según se ha visto en 375.

Si el aparato da el ángulo de pendiente por su número de grados, se llama *eclímetro*, y si le da por su tangente, *clisímetro*.

399. *ECLÍMETRO.*—El *eclímetro* es un aparato compuesto de un limbo ó trozo de limbo vertical *L' L'* (figs. 78, 87 y 88), al cual acompaña un nivel de aire *N*; alrededor del centro de este limbo gira una alidada de anteojo *A* á la cual van unidos uno ó dos nonios *n'* que recorren las divisiones del limbo.

400. *Uso y manejo.*—El manejo de este aparato está reducido á colocar vertical el eje *R*, y después horizontal el nivel *N*; en cuyo caso el cero ó ceros de los nonios deben estar en coincidencia con los del limbo, y el anteojo acusar la horizontalidad de la visual.

Si en esta disposición el aparato, se desplaza el anteojo en el sentido vertical sin mover el limbo, la visual *AC* (figura 176) se inclinará una cierta cantidad,



que será precisamente la recorrida por el nonio sobre el limbo vertical, en el cual se leerá el ángulo BAC de inclinación de la visual sobre el horizonte, ó sea el ángulo que se ha llamado α .

401. *Ángulos medidos con los eclímetros.*—*Elevación y depresión.*—Las visuales dirigidas con estos aparatos pueden ser por encima ó por debajo de la horizontal, dando lugar á pendientes ascendentes, como la AB , ó descendentes, como la AB' de la figura; llamándose ángulos de *elevación* ó de *depresión*, respectivamente, á los α y α' obtenidos en cada caso.

En la práctica es necesario tener mucho cuidado de no tomar un ángulo de elevación por uno de depresión, pues esto daría lugar en la diferencia de nivel de dos puntos A y B á un error considerable en general.

402. *Ángulos cenitales.*—Con objeto de evitar estas equivocaciones que pueden ocurrir frecuentemente y pasar desapercibidas, se hace que los ceros de los limbos estén de modo que cuando los de los nonios coincidan con ellos, marque el anteojo la vertical en vez de la horizontal, y de este modo, los ángulos medidos no son los de elevación y depresión, sino los complementos, es decir, los formados con la línea vertical AZ ó del cénit, por cuyo motivo reciben el nombre de ángulos *cenitales*, consiguiéndose que las visuales ascendentes tengan un ángulo cenital menor de 90° , y las descendentes uno mayor, siendo imposible de este modo las equivocaciones, y evitándose el cuidado de apuntar si el ángulo α es de elevación ó depresión. A este ángulo cenital se le llamará V en lo sucesivo y su valor será $V=90^\circ\pm\alpha$.

403. *APARATOS ECLÍMETROS.*—Los *eclímetros*, tal como se han descrito, no se encuentran aislados, sino formando parte de otros aparatos. En las brújulas suelen ir al costado de la caja, transformándose entonces en brújula llamada *nivelante* como la de la figura 78 y otras muchas que existen.

Acompañan también á las alidadas que se usan en las planchetas de precisión, como la de Starke, Ertel, etc. (fig. 96), á las *pantómetras* (fig. 76) y á los *teodolitos* (figs. 87 y 88) y en general á casi todos los aparatos modernos que se desea sirvan

para hacer las operaciones planimétricas y de nivelación á un mismo tiempo para poder marchar con más rapidez.

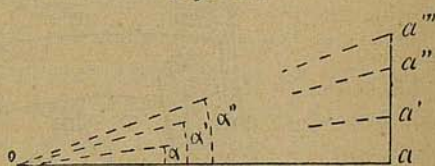
En unos aparatos, el limbo vertical que se llama también *cenital*, es un círculo completo como sucede en casi todos los teodolitos y taquímetros; las brújulas, unas tienen el círculo entero, otras el medio círculo y otras dos cuadrantes separados, y algunas un solo cuadrante. La alidada de plancheta (fig. 95), es de dos cuadrantes separados.

404. OTROS ECLÍMETROS.—Se ha pretendido aumentar la exactitud de los eclímetros haciendo mayor el radio del círculo para que las graduaciones sean más grandes y se aprecie más, pero con objeto de no aumentar el peso de estos limbos, en vez de hacerles de círculo entero, se han hecho de un sector, habiendo algunos eclímetros de este género.

405. CLISÍMETROS.—*Fundamento.*—El *clisímetro* ó nivel de pendientes es un eclímetro que en vez de dar el ángulo α ó V por su número de grados le da por su tangente.

El principio en que se fundan todos los de su clase, es el siguiente (figura 177):

Fig. 177.



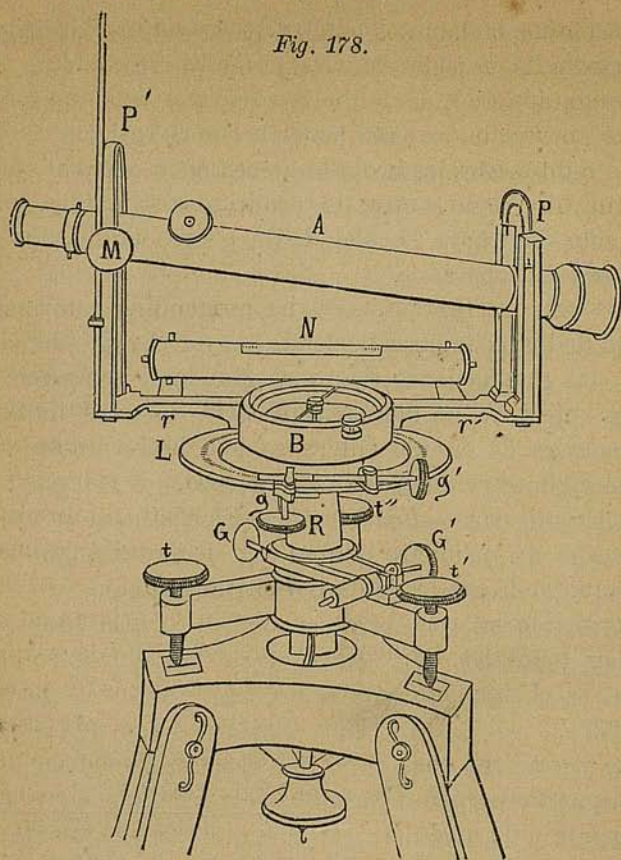
Si oa y aa''' son dos reglas dispuestas perpendicularmente y de modo

que se puedan dirigir visuales desde o á los puntos $a' a'' a'''$, etc., estas visuales tendrán inclinaciones medidas por las relaciones

$\frac{aa'}{oa}$; $\frac{aa''}{oa}$; $\frac{aa'''}{oa}$, etc., que no son otra cosa que $\tan \alpha$, $\tan \alpha'$, $\tan \alpha''$, etc.; ó sean las tangentes buscadas.

406. CLISÍMETRO DE BASTOS.—Como modelo de esta clase de aparatos se indicará el representado en la figura 178, donde puede verse su descripción. La variación principal que existe entre éste y un nivel, es, que sobre la recta rr' se levantan dos pínulas P y P' donde va el aparato visual que en éste es un antejo A , pero que en otros son dos verdaderas pínulas, como las alidades de este nombre.

Fig. 178.



Explicación:

- R.* Sostén en cuyo interior va el eje de rotación del aparato.
G y *G'*. Tornillos de presión y ajuste para el movimiento general.
t t' t''. Tornillos de plataforma.
rr'. Regla perpendicular al eje de rotación *R*.
N. Nivel fijo á la regla *rr'*.
P P'. Pínulas para sujetar al anteojo *A* en distintas posiciones.
A. Anteojo.
M. Piñón que engrana en una cremallera y sirve para elevar ó bajar la parte del ocular del anteojo.

Accesorios.

- B*. Brújula.
L. Limbo acimutal.
gg'. Tornillos de presión y de ajuste para los movimientos del limbo *L* y de la brújula.

En la pínula P' hay dos escalas para indicar las pendientes por medio de las lecturas hechas con un nonio que no se ve en la figura, pero que sube y baja con el anteojo cuando éste se mueve por medio del tornillo M .

Las graduaciones de las escalas son la centésima parte de la longitud que existe entre las pínulas, y siendo esta distancia de $0^m,25$, cada división de la escala vale $\frac{0,25}{100} = 0^m,0025$; pero como el nonio tiene cinco divisiones, su grado de apreciación será $\frac{0,0025}{5} = 0^m,0005$, ó sea medio milímetro.

Cuando el cero del nonio coincida con el de la escala, la visual del anteojo será paralela á la regla rr' , de modo que si ésta es horizontal, la visual también lo será; pero si en esta disposición se va moviendo el tornillo M para hacer bajar ó subir el anteojo en la pínula P' , haciendo que el nonio vaya poniéndose en coincidencia sucesivamente con las divisiones de la escala, la visual tendrá inclinaciones ascendentes ó descendentes que variarán de dos y medio en dos y medio milímetros, y que por medio de la apreciación del nonio podrán ser estas variaciones de medio en medio milímetro. Las dos escalas de la pínula son iguales, pero están en sentido inverso, á partir de los ceros que ambas tienen á la misma altura, y sirven para indicar visuales *ascendentes* ó *descendentes*. Las divisiones van numeradas de dos en dos desde 0 á 30.

407. *Uso del aparato.*—Para operar con un instrumento de esta clase bastará ponerle en estación en un punto y dirigir la visual por el anteojo, haciendo subir ó bajar éste por medio del tornillo M hasta que se vea la línea de fe de la tablilla de una mira puesta en el otro punto y á una altura igual á la del instrumento. La lectura hecha con el nonio sobre la escala de la pínula P' dará en milímetros la pendiente ascendente ó descendente, según la escala donde se haya leído.

408. OTROS CLISÍMETROS.—Existen diversos clisímetros (1), pero en general no están tan perfeccionados como el anterior y suelen ser de alidada de pínulas, lo cual tiene el inconveniente

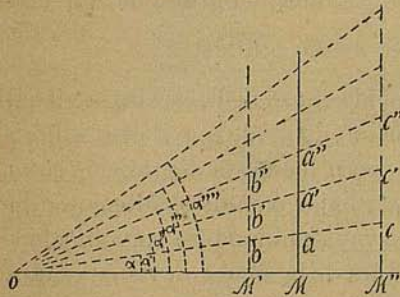
(1) El más común y sencillo es el llamado de Chezy.

inherente á los aparatos de simple vista, que no permiten dirigir visuales tan largas como con los de anteojo (1).

(1) MÉTODO DE LAS DOBLES PENDIENTES.—Existe otro método indirecto de nivelación con los eclímetros y clisímetros, cuyo fundamento es el siguiente:

Si se calculan los valores de los ángulos cuyas tangentes sean respectivamente $\text{tag } \alpha = \frac{1}{100}$, $\text{tag } \alpha' = \frac{2}{100}$, $\text{tag } \alpha'' = \frac{3}{100}$ y en los extremos de una recta OM (figura 179) se coloca un eclímetro ó clisímetro en O , y una mira en M , y por la alidada se dirigen las visuales OM , Om , Om' , etc. que marquen los ángulos α , α' , α''; las partes de mira Ma , Ma' , Ma'' etc. serán respectivamente de 1 metro, 2 metros, 3 metros..... é iguales á

Fig. 179.



$\frac{1}{100} OM$, $\frac{2}{100} OM$, $\frac{3}{100} OM$; pero si en vez de colocar la mira á la distancia de 100 metros, se la coloca en otros puntos M' , M'', las partes $M'b$, $M'b'$, $M'b''$ serán respectivamente las

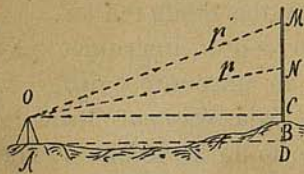
$\frac{1}{100} OM'$, $\frac{2}{100} OM'$, $\frac{3}{100} OM'$
 $\frac{1}{100} OM''$, $\frac{2}{100} OM''$, $\frac{3}{100} OM''$;

luego conocidos los valores de OM' , OM'' , no hay sino tomar la centésima, dos centésimas, tres centésimas..... partes de ellas para obtener la de aquéllos.

Inversamente, si se conociesen los valores de las partes interceptadas en la mira por dos visuales consecutivas, se podrían calcular las distancias OM' , OM'' , las cuales serían 100 veces aquéllas.

Conocido el principio anterior, su aplicación práctica es fácil de comprender. Sean

Fig. 180.



A y B dos puntos cuya diferencia de nivel se trata de hallar (fig. 180). Puesto en O un eclímetro ó clisímetro y en B una mira, se dirigirán por la alidada dos visuales p y p' bajo dos ángulos α y α' cuyas tangentes se diferencien en una unidad, como, por ejemplo, $\text{tag } \alpha = \frac{2}{100}$, $\text{tag } \alpha' = \frac{3}{100}$, se leerá en ambas visuales el valor correspondiente de la división de la mira, obteniéndose los valores de BN y BM ; los cuales restados,

darán $MN = BM - BN$; pero como $CN = \frac{2}{100} OC$ y $CM = \frac{3}{100} OC$, $CM - CN =$

$MN = \frac{3}{100} OC - \frac{2}{100} OC = \frac{1}{100} OC$, lo cual hace ver que por este procedimiento puede obtenerse no sólo el valor de MN sino el $OC = d$, distancia horizontal entre los puntos A y B .

El valor de BD , diferencia de nivel entre los puntos B y A , es muy fácil de hallar; en efecto, en la figura se ve que $BD = NC + CD - NB$, pero $NC = OC \text{ tag } \alpha = d \times \frac{2}{100}$, $CD = OA = i$, altura del instrumento sobre A , y $NB = h$, altura de la visual p sobre la mira, cuyo valor se ha leído al dirigir aquella visual; luego $BD = d \times \text{tag } \alpha + \text{altura del aparato } (=i) - \text{altura de la mira } (=h)$; cantidades todas que pueden conocerse.

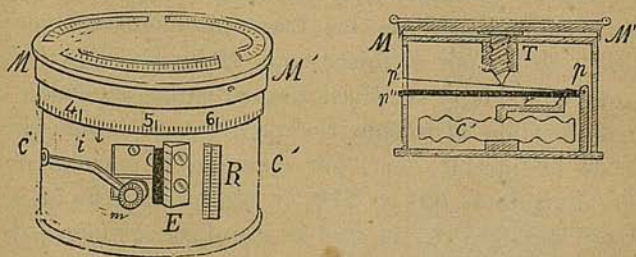
409. **Barómetros.**—Se ha indicado el medio de hallar la diferencia de nivel entre dos puntos valiéndose de los barómetros; y los instrumentos usados para estos casos, son los conocidos por la Física, bien sean los de *columna de mercurio*, como los de *Fortin*, *Gay-Lussac*, el *normal*, etc., ó bien los *aneroides*.

La descripción detallada de los de mercurio está en la Física, por lo que se prescindirá de ella. El principio de los aneroides también debe ser conocido; pero existen barómetros de esta clase dedicados exclusivamente á la medición de alturas, y los más usados son los de *Goldschmid* y los *orométricos* de bolsillo.

410. **ANEROIDE DE GOLDSCHMID.**—Los *aneroides* de *Goldschmid* son de varios tamaños, según que se dediquen á determinar diferencias de nivel poco considerables, ó alturas que difieran en 4.000 ó 5.000 metros, como pasa en las montañas; y siendo uno mismo el principio fundamental de los dos y variando sólo en ligerísimos detalles, se describirá el primero solamente.

Las figuras 181 hacen ver este aparato, que se compone de

Fig. 181.



un estuche de cuero, dentro del cual y unido á él por dos tornillos va una caja de metal cilíndrica de 0^m,08 de diámetro por 0^m,065 de alto.

La tapa graduada *MM'*, girando en la dirección de las agujas de un reloj, hace que el tornillo *T* oprima á una palanca *pp'* colocada al lado de un resorte indicador *pp''* que está en comunicación por la pieza *r*, con la lámina metálica en forma de caja *c'*, dentro de la cual se ha hecho el vacío. Tanto en la palanca *pp'* como en el resorte *pp''* hay marcado en *p'* y *p''* un

trazo horizontal, los cuales pueden quedar en línea recta haciendo que suba ó baje el p' por el movimiento de la tapa MM' .

La escala E , que se ve en la otra figura, está graduada de modo que cada división represente una vuelta entera de la tapa MM' , y estas graduaciones han sido deducidas por comparación con un barómetro normal de mercurio.

El microscopio m sirve para ver la coincidencia de los trazos p' y p'' y además para leer en la escala la división que marcan estos trazos después de quedar en prolongación.

El borde de la tapa MM' está graduado, y á partir de un índice i marcado en la caja, da la fracción de vuelta que ha girado esta tapa. Cada vuelta representa $10^m/m$ de la columna de mercurio de un barómetro normal.

Al aparato acompaña siempre una tabla llamada de alturas y correcciones, que sirve para determinar la diferencia de nivel. En la tapa va un termómetro para la corrección de temperaturas.

411. *Uso.*—Para operar con este aparato se coloca en estación en uno de los puntos, y por medio del giro de la tapa, se efectúa la coincidencia de los trazos horizontales p' y p'' ; hecho esto, se ve por el microscopio m la división de la escala E , que coincide, ó las divisiones entre las cuales se halla este trazo, leyendo al mismo tiempo frente al índice i la graduación de la tapa M ; y si, por ejemplo, el trazo p' p'' está entre las divisiones 760 y 770, y el i en la 8,7, la lectura será $760+8,7=768,7^m/m$; la cual se apuntará al mismo tiempo que el número de grados de temperatura que supongamos haya sido $t.^{\circ}=12^{\circ}$. Se traslada el aparato á la otra estación y repitiendo exactamente lo hecho; supongamos que la lectura del barómetro sea 731.3 y $t=8^{\circ}$ la del termómetro.

La diferencia de nivel entre los puntos que llamaremos A y B se obtendrá del modo siguiente:

$$\begin{array}{l} 1.^a \text{ Estación } A=768.7 \\ 2.^a \text{ id. } B=731.3 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} A-B=37,4 \quad t=12^{\circ} \\ \frac{A+B}{2}=750^m/m \quad t'=8^{\circ} \end{array} \right\} \frac{t+t'}{2}=10^{\circ}.$$

El valor medio $\frac{A+B}{2} = 750$, se busca en las tablas para temperatura media de 10° , obteniéndose el valor 11,05 para un milímetro, y como la diferencia es $A-B=37,4^m/m$, se tendrá $37,4 \times 11,05 = 413,27$ metros, para diferencia de nivel entre los puntos A y B . Si $\frac{A+B}{2}$ ó $\frac{t+t'}{2}$ no estuviesen en las tablas, se hallará el valor por interpolación y de un modo análogo á los logaritmos.

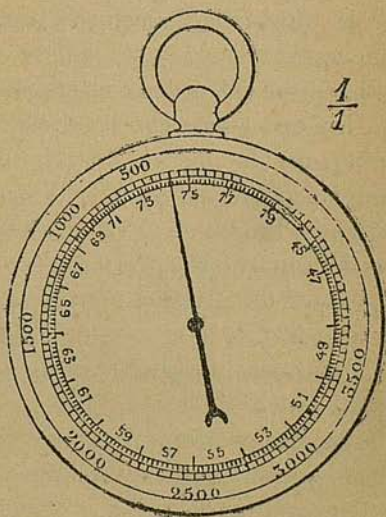
412. SENSIBILIDAD DE ESTE APARATO.—La práctica ha dado para este aparato, comparado con los de mercurio, un error de $0^m,6$ para diferencias de nivel hasta 100^m .

OBSERVACIONES PRÁCTICAS.—Antes de cada operación con este aparato deberá golpeársele ligeramente cuando se le tenga horizontal, y si ocurre alguna vez que el trazo p' esté más bajo que el p'' se hará girar la tapa MM' en sentido inverso, hasta que se consiga que p' quede por encima de p'' , y entonces se podrá empezar la operación.

413. ANEROIDES OROMÉTRICOS.—Otro *aneróide* muy usado es el que afecta la forma (figura 182), y tiene el tamaño de un reloj de bolsillo.

Fig. 182.

Las presiones tienen lugar sobre una lámina ó cámara hueca en la cual se ha hecho el vacío, y estas presiones se transmiten á un muelle que va unido á dicha cámara, el cual á su vez lo está á un sistema de palancas que sirven para amplificar estos movimientos transformándoles al mismo tiempo de rectilíneos que son en circulares; los cuales se hacen visibles por



medio de una aguja que recorre una esfera análoga á la de un reloj.

El aparato funciona de la manera siguiente: si la presión del aire aumenta, la aguja gira de izquierda á derecha; si, por el contrario, disminuye, el giro se verifica en sentido contrario.

Las presiones se leen siempre bajo la punta de la aguja.

414. **Escalas.**—Las graduaciones en la esfera están hechas también por comparación con un barómetro de mercurio, y se lee la presión en milímetros de mercurio, haciéndose uso de las fórmulas barométricas conocidas por la Física, ó de tablas sencillas que suelen acompañar á los aparatos. Es muy conveniente llevar un termómetro que permita determinar la temperatura para hacer la corrección correspondiente.

Se suele admitir en la práctica y como dato solamente aproximado, que á cada $1^m/m$ de mercurio corresponde una diferencia de alturas de 10^m .

415. **ESCALA OROMÉTRICA.**—Con objeto de evitar el uso de las tablas y las reducciones á que da lugar la escala de milímetros de mercurio, se añade á estos aneroides una segunda escala que da inmediatamente la diferencia de nivel entre dos puntos, por la diferencia de lecturas hechas con la aguja en las dos estaciones.

La disposición de la esfera en estos aparatos es la siguiente:

Hay una escala con las divisiones de *milímetro* en *milímetro*, numeradas de dos en dos *centímetros*, desde 45 á 79, que es la de las presiones; y otra la *orométrica*, numerada en sentido inverso y de 500 en 500^m con divisiones de decenas de metros. Los decámetros se aprecian á la estima, pudiendo determinarse fracciones de división iguales á $\frac{1}{5}$, y equivalentes, por lo tanto, á 2^m .

Hay aparatos que llevan la graduación de 0^m á 2.400^m y otros hasta 5.000^m .

Las escalas orométricas no pueden ser sino aproximadas, puesto que en ellas se prescinde por completo de la diferencia de temperatura en las dos estaciones, y además, las gradua-

ciones están hechas para la temperatura 0° y presión de 760 milímetros.

La tapa de la caja es movable y lleva un índice que sirve para colocarle en la dirección marcada por la aguja en la primera estación; pues de este modo al llegar al segundo punto y ponerse en estación, podrá verse el desplazamiento sufrido por la aguja, leyendo en las escalas la diferencia entre las graduaciones marcadas por el índice y por la aguja en esta segunda estación.

La escala orométrica dará desde luego, pero sólo aproximadamente, el valor de la diferencia de nivel; la escala barométrica dará la diferencia de presión en milímetros, y si se ha tomado el valor de la temperatura en las dos estaciones, la media de ésta será el dato necesario para la corrección como en el *Golschmid*.

416. *Precauciones para su uso.*—Los barómetros aneroides son aparatos delicados y deben estar siempre dentro de su estuche, aun cuando se esté operando con ellos.

MÉTODOS DE NIVELACIÓN

417. *Consideraciones generales.*—Cualquiera que sea el instrumento con que se opere, existen métodos generales para efectuar la nivelación, pudiendo en cada caso buscar el que sea más conveniente según la operación que se trató de llevar á cabo.

Todos los métodos se fundan en el principio de la nivelación directa ó indirecta de que «*dada la cota de un punto A y la diferencia de nivel d N entre éste y otro dado B, se puede hallar la cota de B*».

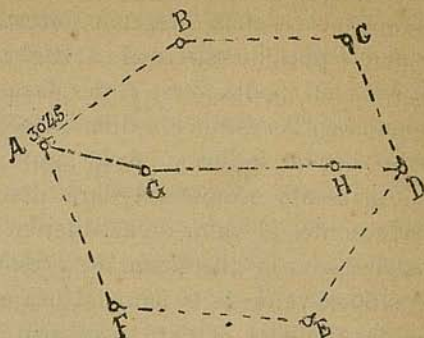
En la práctica hay necesidad de hallar las cotas de muchos puntos del terreno, y la marcha y enlace que existe entre las operaciones que se ejecutan para determinarlos, da origen á los diversos métodos de nivelación.

418. *Métodos generales.*—*ITINERARIO.*—*Itinerario cerrado.*—Si se tienen varios puntos A, B, C, D, E, F, vértices de

:

un polígono (fig. 183) cuyas cotas se necesitan determinar, se partirá de uno de ellos *A*, de cota conocida ó deducida de otros, y por el método de nivelación indicado en el párrafo 373, se irán determinando las cotas de los vértices sucesivos *B*, *C*, *D*, *E*.... hasta llegar otra vez á *A*.

Fig. 183.



419. *Ventajas*.—Este método, igual en un todo al del rodeo ó itine-

rario cerrado en planimetría, tiene también ventajas análogas, y una es la de poder comprobar y corregir los errores cometidos, puesto que partiendo de la cota conocida de *A*, se deberá volver á encontrar el mismo valor después de la nivelación; y si, como ocurrirá de ordinario, se encuentra otro que difiera del primero en una cantidad, ésta será el error inherente á las operaciones; siendo ó no admisible, según el instrumento con que se opera ó el grado de exactitud con que se proponga hacer la nivelación.

420. *REGISTROS*.—1.º, *para el nivel*.—Los registros usados en los itinerarios serán de la forma del núm. 7 (1). Si el aparato es de visuales horizontales se apuntarán en él los datos relativos á las cuatro primeras casillas, que son los determinados en el campo, llenando después las otras tres con los cálculos deducidos de las primeras.

421. 2.º, *para el eclímetro*.—Si la nivelación se ha hecho con el eclímetro (374), servirá el registro núm. 8 ú otro más sencillo que no lleve más casillas que las necesarias para apuntar los datos relativos á la distancia *d*, medida en el terreno ó deducida del plano por las operaciones de planimetría, y el ángulo *V* leído con el eclímetro, tomando los dos valores leídos con los dos

(1) Véase al final en *Registros*.

nonios si los tiene, pues de este modo se podrá tomar la media para valor de V ; teniendo además cuidado, siempre que se pueda, de colocar la línea de fe de la tablilla de la mira á la misma altura de la visual del instrumento y dirigir á ella la visual. Los datos tomados en el campo y apuntados en el registro, sirven después para el cálculo de las diferencias de nivel.

El registro núm. 9 sirve para la nivelación con los barómetros.

422. *Cierre de un itinerario y corrección del error.*—Si al cerrar un itinerario resulta un error inadmisibile, es prueba de falta de cuidado en las operaciones, bien por haber operado sin la exactitud debida, bien por haber cometido una equivocación.

Para circunscribir el vértice donde se ha cometido ésta, ó aislar los errores, se emplea el procedimiento de las *transversales*, que consiste en partir de un vértice, eligiendo siempre que se pueda el de cota dada A , para tener la seguridad de que en él no se ha cometido error, y marchar por una transversal A, G, H, D hasta otro vértice D cuya cota se haya hallado y que se determinará ahora por segunda vez.

Si la cota de D hallada las dos veces es la misma, ó la diferencia es admisible, hay seguridad de que el error ó equivocación no está entre A, B, C, D , sino desde D á A por E y F ; pudiendo trazar una nueva transversal en esta parte ó seguir el camino A, F, E, D , según la longitud del polígono, hasta comprobar la equivocación y poder corregirla. De este modo se consigue circunscribir el error á un trozo del polígono y no hay necesidad de volver á hacer toda la operación.

Este procedimiento es general y se emplea con los instrumentos de nivelación directa ó indirecta, variando solamente el registro donde se llevan las apuntaciones.

Si se opera con el eclímetro, deberá tomarse la visual directa y la inversa; es decir, que puesto en estación en A , se tomará el ángulo V de la dirección AB , y puesto en estación en B , se tomará la de BA , que será $180^\circ - V$, puesto que los

ángulos son ó deben ser suplementarios. De este modo se tendrá una comprobación análoga á la de este método en la planimetría.

423. *Itinerario á la larga.*—A veces es necesario hacer una nivelación á la larga sin conocer más que la cota del punto de partida *A*, y en ese caso al terminar la operación en *B*, no hay medio de comprobar si ha habido equivocaciones, ni de compensar los errores, puesto que no se conocen.

Se han propuesto varios medios para comprobar las operaciones, sobre todo cuando se trata de nivelaciones de precisión, y por más que ninguna sea satisfactoria, indicaremos las siguientes:

1.º Repetir la operación empezando de *B* á *A*. Este método es pesadísimo y costoso, pues se necesita doble tiempo y hay que ir dejando marcados muchos puntos del itinerario para determinar sus cotas en la segunda nivelación y poder compararlas con las obtenidas en la primera, deduciendo los errores de esta comparación para poder compensarlos.

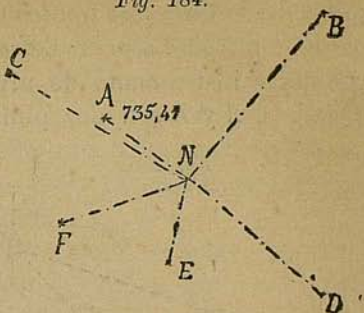
2.º Marchar dos brigadas con distinto personal é instrumentos, y de modo que una vaya retrasada una cierta cantidad de la otra. Este procedimiento es más rápido que el anterior, puesto que casi á un tiempo quedan hechas la doble nivelación por larga que esta sea; pero el personal necesario y los instrumentos duplicados le hacen también poco admisible á no ser en trabajos geodésicos de gran precisión.

424. *Examen de este método.*—El método de nivelación por *itinerario* tiene la gran ventaja de que las operaciones pueden ser comprobadas, condición conveniente para toda operación topográfica; es exacto y fácil de ejecutar, pero tiene dos inconvenientes; el primero, es las muchas estaciones que exige, y el segundo, que el error cometido en uno de sus puntos se transmite á todos los demás. Es, sin embargo, el método más usado, sobre todo cuando se puede hacer el itinerario cerrado ó entre dos puntos de cota conocida.

425. *MÉTODO DE RADIACIÓN.*—Consiste este método en colocarse en estación con el instrumento en un punto *N*, y desde él determinar las cotas de aquellos puntos que estén á su alrededor dentro del alcance de visuales del instrumento.

Sea A un punto de cota conocida (fig. 184) y $B, C, D, E, F, G, \dots$ puntos cuyas cotas se trata de determinar. Se colocará el nivel en estación en un punto N próximo á A , y colocando una mira en este punto, se determinará la cota del plano de nivel, agregando á la cota de A la altura leída en la mira. Colocada ésta después sucesivamente en los puntos $B, C, D, E, \dots$ y apuntadas en un registro las alturas de mira $h_b, h_c, h_d, \dots$ en cada uno de ellos, bastará restar estos valores de la cota del plano de nivel para tener las cotas respectivas de los puntos.

Fig. 184.



426. REGISTRO.—El registro empleado es el núm. 10, en el cual se escriben los datos de campo en las primeras casillas, determinando después por el cálculo el de las casillas restantes.

427. *Caso particular.*—Cuando se emplea el método de radiación, puede también colocarse el nivel N en estación en el punto A de cota conocida; pero en ese caso hay necesidad de medir la altura i del instrumento hasta la visual horizontal, operación que siempre es poco exacta, y por eso se emplea rara vez. Si á la cota de A se añade el valor hallado para i , se tendrá la altura del plano de nivel como en el caso de estar el aparato en N .

228. *Examen de este método.*—El método de radiación es muy rápido, puesto que desde un punto se pueden determinar un número considerable de cotas. Es exacto, y los errores cometidos sobre los puntos no se van transmitiendo y quedan aislados; pero tiene en cambio el inconveniente grave de que estos errores y aun las equivocaciones pueden pasar completamente desapercibidas á causa de no haber comprobación.

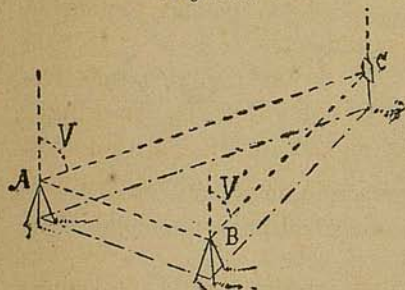
Comparado con el de itinerario es mucho más rápido, pero más inseguro por falta de estas comprobaciones.

429. MÉTODO DE INTERSECCIONES.—El método de nivelación

por intersecciones consiste, como su nombre lo indica, en determinar la cota de un punto por lo menos por dos visuales dirigidas desde otros dos puntos dados.

Este método, á pesar de ser general y poderse emplear con cualquier instrumento de nivelación, es más propio del eclímetro. Si *A* y *B* son dos puntos determinados y de cota conocida,

Fig. 185.



se puede determinar la cota de otro *C* por medio de dos estaciones hechas en los *A* y *B* (fig. 185).

Las distancias horizontales que separan estos puntos, quedan determinadas por las intersecciones, así que estos valores de *d* se deducen directamente del

dibujo y no por el cálculo, lo cual hace que no sean tan exactos, siendo preciso tener en cuenta esta circunstancia, y cuando se emplee este procedimiento, que sea sólo para puntos aislados y deducidos planimétricamente con gran exactitud por tres intersecciones; ó bien por los medios que allí se han indicado para comprobar en cada caso las operaciones.

Puestos en estación con el eclímetro, se determina únicamente el valor de *V*, que es el dato necesario para la nivelación.

En realidad basta conocer la cota de una sola de las estaciones *A* y *B*; las demás si se conocen sirven de comprobación, y para tomar la media de los valores que resulten para la cota de *C*.

Otra comprobación es hacer estación en *C* y determinar los ángulos cenitales de las direcciones *CA* y *CB*, los cuales deberán ser suplementarios de los hallados por las visuales directas. El registro núm. 11 comprende este método.

430. OTRO MÉTODO DE INTERSECCIONES.—También puede emplearse el método análogo al de planimetría (258). Si se desea determinar la cota de *C*, conociendo la de otro punto *A* y teniendo marcado el *B*, bastará hacer estación en *A* y *C*, con lo cual quedará determinada la posición planimétrica de *C*, y su

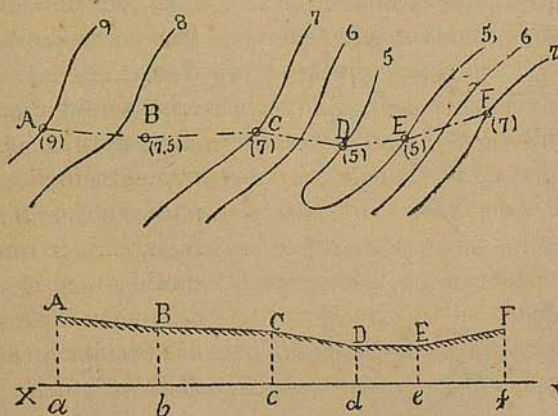
cota se deducirá por el valor del ángulo cenital V , y por la distancia reducida entre A y C , medida sobre el plano.

431. MÉTODO DE POTENOT.—El método de *Potenot* permite determinar la posición y cota de un punto D siempre que se conozca la posición de tres puntos A , B y C y la cota de uno de ellos, tal como el A (fig. 184), puesto que haciendo estación en D se puede determinar su posición planimétrica y tomando el ángulo cenital V de la dirección DA , se podrá calcular la cota de D , midiendo en el plano la distancia DA .

432. PERFILES RECTILÍNEOS.—Uno de los métodos más frecuentes en topografía y de mayor aplicación, es determinar *perfiles* en el terreno y representarles gráficamente. Su resolución se puede hacer indistintamente con los niveles de visuales horizontales, con el eclímetro ó con el barómetro; y el medio de verificarlo es el siguiente:

Se marca en el terreno la dirección del perfil, empleando para ello, bien piquetes, bien banderolas, y después se eligen en él los puntos A , B , C , D (fig. 186), en que hay un cam-

Fig. 186.



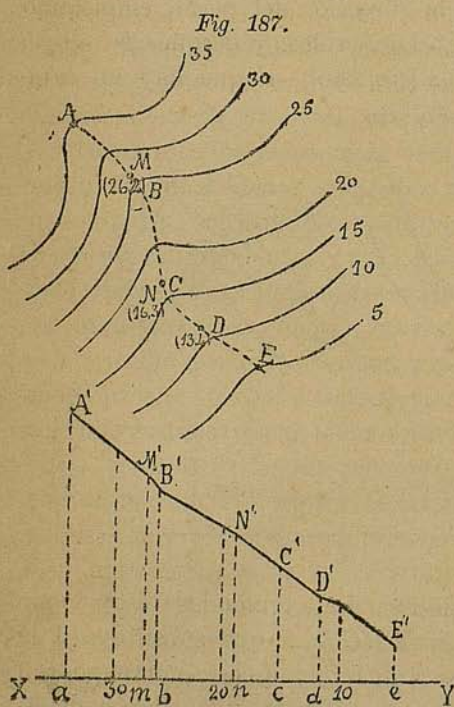
bio de curvatura en el sentido vertical, tomándose éstos como vértices de la línea quebrada $ABCD$ que substituye á la curva del terreno. Los trozos AB , BC de esta curva podrán considerarse como de pendiente uniforme, y quedarán deter-

minados por las cotas de sus extremos. Marcados estos vértices, se miden las distancias $AB, BC, CD, \dots$, reduciéndolas al horizonte y determinando las cotas de dichos vértices por el método del itinerario.

Para construir el perfil, se toma una recta XY que se supone sea la traza del plano de comparación, ó una paralela; y se toman las magnitudes $ab, bc, cd, \dots$, iguales á las reducidas de los lados de la línea quebrada, y las perpendiculares $aA, bB, cC, \dots$, iguales á las cotas halladas para los vértices; y uniendo sus extremos por las rectas $AB, BC, CD, \dots$, se tendrá construido el perfil.

433. PERFILES CURVOS.—Cuando se desea el relieve de la línea eje de un camino, del talweg de un valle, ó de una divisoria de aguas, las cuales no siempre son rectas, se trazan en el terreno perfiles curvilíneos que siguiendo esta dirección presenta-

rán cambios en el sentido horizontal y en el vertical, siendo por tanto líneas de doble curvatura. Se marcan en el terreno los puntos $A, B, C, D, \dots$ de los cambios en el sentido horizontal (figura 187), clavando piquetes en ellos, y después en los $A, M, C, N, D, \dots$ en que haya cambios en el sentido del relieve. Se miden todas las distancias $AM, MB, BC, CN, ND, \dots$ y se reducen al horizonte, se determinan además las cotas de los vértices $A, M, C, N, D, \dots$, y para construir el perfil



se llevan sobre XY las distancias horizontales halladas entre los vértices, y en los correspondientes á la nivelación se levantan las perpendiculares a A' , $m M'$, $c C'$, cuyos extremos, unidos por rectas, determinan el perfil.

NIVELACIÓN

DE LOS LEVANTAMIENTOS REGULARES

Generalidades.

434. **Red de nivelación.**—*Su necesidad é importancia.*—Si en las operaciones planimétricas ha habido razones para exigir una red trigonométrica, otra topográfica y por último los detalles, las mismas ó mayores existen para exigir las del mismo modo en la nivelación; basta recordar para ello lo que allí se ha dicho acerca de la necesidad de aislar los errores que se van cometiendo para impedir su acumulación sobre los últimos puntos, y que estos errores son más de notar en la nivelación que en la planimetría, puesto que comparadas las distancias en sentido horizontal, con las que existen en el sentido del relieve relativas á dos puntos, casi siempre aquéllas son mucho mayores; y por consiguiente, á igualdad de errores absolutos, los relativos son mucho menos sensibles en aquella parte que en esta.

De aquí se deduce la necesidad de considerar el terreno bajo el punto de vista de la nivelación, y elegir sus *puntos notables*, que pueden ser distintos ó alguno de los de la planimetría, y cuyo objeto es el mismo que en aquella parte; es decir, tener una serie de puntos bien determinados, para referir á ellos los restantes de los detalles.

435. **Puntos notables en nivelación.**—Se entiende por puntos notables en nivelación, aquellos en los cuales se verifican los cambios principales de curvatura del terreno en el sentido vertical, es decir, en el del relieve.

Estos puntos se hallarán, pues, en general, en las *divisorias* y *vaguadas* principales, puesto que son las líneas características de cambio de curvatura del terreno.

La elección de estos puntos dependerá, en general, de la extensión de terreno que se trata de levantar, y así como en planimetría se ha hecho ver la necesidad en unos casos de la red trigonométrica, para después rellenar ésta con la topográfica, y por último con los detalles, y en otros prescindir de la primera por innecesaria, así del mismo modo se operará en nivelación.

Red trigonométrica.

436. **Organización.**—En aquellos terrenos en que por su extensión se haya necesitado la red trigonométrica de planimetría, sus vértices servirán en general de vértices de la red de nivelación, eligiendo, si hay necesidad, algunos puntos intermedios si los lados de los triángulos hubiesen resultado muy largos.

437. **Instrumentos más adecuados y modo de operar.**—El instrumento único para esta operación es el eclímetro, puesto que si bien el nivel de visuales puede dar más exactitud, es en niveladas no muy largas, pues de lo contrario, las muchas estaciones que hay que ejecutar acumulan los errores de manera que le hacen inadmisibles, sin contar con su excesiva pesadez y la imposibilidad en muchos casos de operar con él si el terreno entre los dos puntos dados es muy accidentado.

Siendo de necesidad el tener con toda exactitud posible la cota de los diferentes puntos que constituyen la red, será preciso operar con cuantas precauciones sea posible, teniendo en cuenta la esfericidad de la tierra y la refracción, las cuales á esta distancia hacen sensible el error. El medio mejor de verificar las operaciones y compensar en parte los errores, es operar con visuales *directas* é *inversas*, y si es posible *simultáneas* por medio de dos eclímetros, uno en cada vértice.

438. **Puntos de referencia.**—Los puntos que se hayan tomado intermedios entre dos vértices á causa de estar éstos muy lejanos, pueden determinarse por *intersecciones*, por *intersecciones inversas* ó por el *método de Potenot*, siendo prefe-

rible el primero, y comprobándole por lo menos con tres intersecciones.

439. **Cálculos para la determinación de las cotas.**—Los datos relativos á cada punto del terreno se apuntan en registros de la forma del núm. 4, y con ellos se calculan las diferencias de nivel y cotas, operación que deberá hacerse con gran cuidado, puesto que es necesaria gran exactitud; pudiendo emplearse para los cálculos las tablas de logaritmos trigonométricas ó las tablas naturales que darán el valor de la fórmula $d \cot V$.

Red topográfica.

440. **Organización.**—*Método del itinerario.*—Los puntos vértices de la triangulación ó aquellos cuyas cotas se han determinado desde ellos, sirven de punto de partida para rellenar los claros con otros que formen la red *topográfica*. En general, ésta se determinará por *itinerario* y los puntos vértices de él, han de ser principalmente los de cambio de curvatura y en las líneas principales que forman el esqueleto del terreno, es decir, en las *divisorias* y líneas de *vaguada*, uniéndose de modo que formen itinerarios cerrados, que partirán de puntos de cota conocida por ser vértices de la triangulación.

Si no fuese posible formar itinerarios cerrados, se trazarán abiertos; pero procurando siempre, para que haya comprobación, que partan y terminen en puntos de cota conocida por la triangulación.

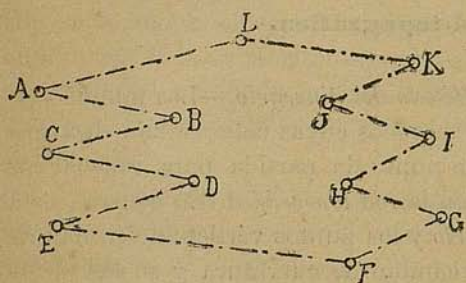
Se procurará siempre aprovechar para estos itinerarios, aquellos puntos de la red planimétrica que puedan servir también para la nivelación; itinerarios que no son otra cosa que perfiles elegidos convenientemente en el terreno.

441. *Elección del instrumento.*—Dado el carácter especial de los niveles y de los eclímetros, lo natural es elegir en cada caso el más adecuado, y aunque es difícil hacer una elección en que únicamente la configuración del terreno puede servir de guía, se puede establecer como regla, la siguiente: En países llanos

y despejados, y en planos exactos, conviene el nivel de visuales horizontales, puesto que pudiendo ser éstas largas, se podrán nivelar grandes trozos con pequeño número de estaciones; conviniendo para ello que sean niveles de anteojo y no de simple vista, los cuales convendrán más en países llanos, pero algo cubiertos, en que las visuales no pueden ser muy largas.

En países de grandes pendientes, y sobre todo en los montuosos, el instrumento adecuado es el eclímetro; y será en muchos casos el único que se podrá usar, sopena de emplear el

Fig. 188.



nivel de visuales horizontales marchando en zig-zag, como se ve en la figura 188, para lo cual hay que multiplicar las estaciones, de tal modo que se llegará á obtener un error mucho mayor que con el eclímetro, y sin tener la ventaja

de la rapidez. La figura hace ver la marcha de la operación bajando con el nivel desde *A* á *F* para subir después de *F* á *A*; teniendo necesidad de emplear estos zig-zag tan cortos, á causa de la excesiva pendiente que no permite bajar con más rapidez, porque las miras no tienen más de 4^m de altura.

Detalles.

442. **Necesidad y objeto.**—En el Tratado de Acotaciones se indica la insuficiencia del método de las cotas de puntos aislados para la representación de cualquiera superficie irregular, y, sobre todo, si ésta es la del terreno; habiendo necesidad de recurrir al trazado de las líneas curvas horizontales.

Así, pues, las cotas de los puntos determinados por las redes trigonométrica y topográfica, no son suficientes para la

representación del relieve del terreno, y es preciso determinar las *curvas horizontales*, si la representación ha de ser completa; siendo este el principal objeto de la nivelación de detalles; la cual puede ejecutarse por métodos diversos dependientes de la naturaleza del terreno, de la escala y objeto del plano y de los instrumentos de que se disponga.

443. DETERMINACIÓN DE LAS CURVAS HORIZONTALES.—La determinación de las curvas horizontales en el terreno es una operación larga y penosa, y lo es tanto más, cuanto más exactitud se desea en el levantamiento. En efecto, una curva quedará mejor determinada cuanto mayor sea el número de puntos que de ella se conocen, sobre todo si se han elegido aquellos en que existen cambios de dirección, puesto que la línea quebrada que resulte de la unión de ellos, se aproximará más á la verdadera curva.

A dos pueden reducirse los métodos de determinación de las curvas: el *indirecto* y el *directo*.

El método *indirecto* es el usado comunmente en todos los levantamientos; el *directo* únicamente se usa en planos en escalas muy grandes como $\frac{1}{500}$ á $\frac{1}{2500}$, en los cuales se necesita una gran exactitud por estar destinados á estudios de proyectos de obras, etc., estando las curvas con las equidistancias de medio en medio metro, de metro en metro ó de dos en dos metros.

444. *Método indirecto*.—Este método consiste en la determinación directa de una serie de puntos, cuyas cotas sirven para determinar por interpolación los puntos pertenecientes á las curvas que se desean construir.

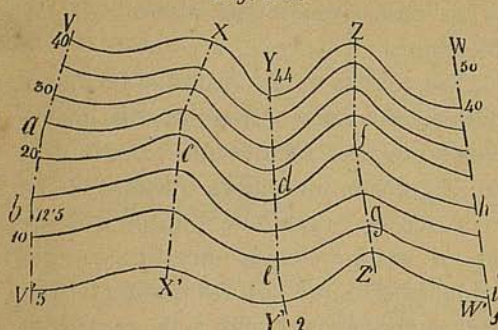
Los procedimientos que existen son varios, indicándose sólo los más usuales.

445. *Por perfiles*.—El instrumento más adecuado para este método es el eclímetro, y la marcha seguida es la siguiente.

Hallados los perfiles que se han indicado en la red topográfica (434), perfiles que si se han escogido bien deberán seguir las líneas de *recogidas* y de *divisorias* de aguas, los caminos,

líneas de pendiente de faldas ó laderas, etc., se conocerán las cotas extremas de una serie de líneas (fig. 189), Va, ab, bV' ; Xc, cX' ; Yd, de, eY' ; Zf, fg, gZ' ; Wh, hi, iW' ; que cada una

Fig. 189.



podrá considerarse como de pendiente uniforme, y á las cuales podrá aplicarse el método de los planos acotados (1) para determinar los puntos de cota redonda que serán los correspondientes á cada curva que se busca.

Si el número de perfiles es grande, ó si están suficientemente aproximados, la unión de los puntos de la misma cota en cada perfil, dará lugar á una curva que aproximadamente podrá tomarse como la verdadera del terreno; pero pudiendo existir en éste ondulaciones no muy grandes comprendidas entre dos perfiles, por muy unidos que éstos estén, estas ondulaciones pasarían desapercibidas por este procedimiento, si á más de los perfiles no se hubiese tenido cuidado de ir haciendo *diseños* que den una idea, aunque sea aproximada, de este cambio.

446. **Diseños ó bosquejos.**—El modo de ejecutar los diseños que después han de servir de guía para modificar el trazado de las curvas horizontales, es el siguiente: En cada perfil se trazan á ojo la dirección de la curvatura de las secciones horizontales, teniendo cuidado de que estén más próximas en las partes más pendientes, y calculando aproximadamente su número, según la equidistancia elegida.

Para su trazado conviene mirar el terreno desde los puntos superiores é inferiores.

Estos bosquejos se tienen á la vista al unir los puntos de igual cota de los perfiles, y de este modo puede modificarse la

(1) *Sistema de Acotaciones*, párrafos 16, 17, 18 y 19, en particular los dos últimos.

curva en el papel, poniéndola más en consonancia con la que resultaría si se hubiese trazado en el terreno.

En la figura 189 se ven los perfiles VV' , XX' , YY' , ZZ' trazados en el papel, y en cada uno de sus lados Va , ab Xc , cX', se han interpolado los puntos de cota redonda, obteniéndose así las curvas cuyas ondulaciones se habrán trazado teniendo á la vista los bosquejos del campo, los cuales, en este caso, habrán hecho notar que en el perfil ZZ' las curvas están más unidas á causa de la mayor pendiente que allí tiene el terreno.

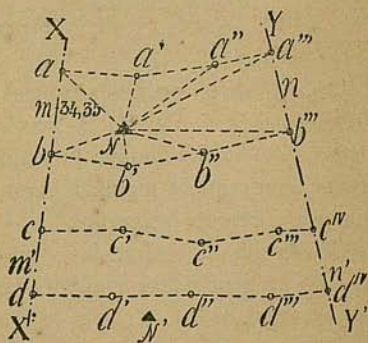
447. *Método directo*.—El método *directo* consiste en ir buscando puntos del terreno b , b' , b'' , b''' (fig. 190) más ó menos distantes entre sí, según la exactitud que se quiera, y que todos ellos tengan por cota la que ha de tener la curva que se desea trazar, la cual en la figura se ha supuesto es la 35; problema que se halla resuelto en la parte práctica (459).

Hallados estos puntos, hay necesidad de determinarles planimétricamente para poderles colocar en el plano y unirles por un trazo continuo con objeto de obtener la curva buscada; y para conseguir esto se hace uso de los procedimientos estudiados en planimetría, eligiendo el más á propósito, según el aparato de que se disponga.

Existen otros varios métodos directos de determinación de curvas (1), pero el usarse únicamente en planos de escalas grandes y de mucha exactitud, hace que aquí no se indiquen.

448. *Método mixto*.—En planos en que se necesite exactitud y las condiciones del terreno ó de tiempo disponible no permitan emplear el método directo, puede emplearse un método

Fig. 190.



(1) El método de los perfiles paralelos, el de la cadena, debido al Comandante Clerc, etc.

misto que da muy buen resultado en terrenos en que la estructura de sus formas está bien definida, sin presentar cambios demasiado bruscos.

Consiste este método en emplear los perfiles del método indirecto; y en vez de trazar todas las curvas por el directo, marcar sólo unas cuantas de trecho en trecho, por ejemplo, de 5 en 5, ó aquellas en que haya más cambio de curvatura; de este modo, estas curvas marcan el esqueleto y sirven de guía para el trazado de las intermedias, las cuales se ejecutan por el método indirecto, pero con más exactitud que si se empleasen solamente los diseños, conciliando de este modo la rapidez con la exactitud.

Sondeos.

449. OBJETO DE LOS SONDEOS É INSTRUMENTOS QUE SE EMPLEAN. Como caso particular de la nivelación, se indicará el de los sondeos, cuyo objeto es determinar la configuración del terreno ocupado por las aguas, bien sean de lagunas, lagos, ríos ó las del mar, sobre todo en las inmediaciones de las costas.

En las aguas estancadas, como su superficie es de nivel, á ella se refieren en general las cotas del fondo, las cuales reciben el nombre de *profundidades*.

En las aguas corrientes, como las de los ríos y arroyos, la superficie puede suponerse substituída por una serie de planos inclinados según los cambios de pendiente; y se determinan, no sólo las cotas del fondo, sino las de la superficie con relación al plano de comparación; pero teniendo en cuenta que para la determinación de cada trozo de plano inclinado en que hemos supuesto dividida la superficie, bastarán tres cotas.

En las aguas del mar, como el nivel de su superficie es variable por las mareas y el oleaje, se toma una altura media para la superficie, la cual es conocida en los puertos por medio de las escalas de mareas; siendo en general la del nivel de baja mar en las mareas bajas del equinocio.

Los instrumentos usados en los sondeos son los topográficos, y además la *sonda*, la cual consiste en una cuerda en cuyo extremo se ata un peso tanto mayor cuanto mayor sea la profundidad á la cual hay

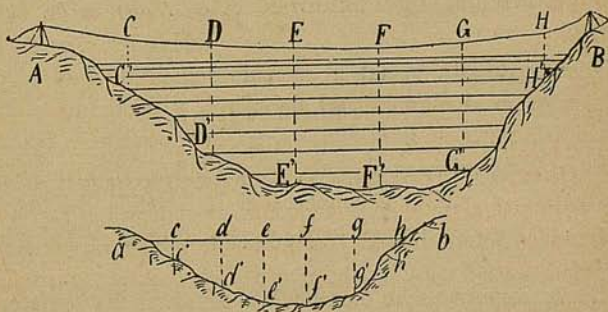
necesidad de sondear. La cuerda va dividida en metros marcados por señales ó con pintura.

Si la profundidad fuese pequeña, es preferible emplear un jalón ó regla graduada, la cual se sumerge verticalmente.

450. SONDEOS DE RÍOS.—Esta clase de sondeos se hacen por medio de perfiles transversales y uno longitudinal.

Si la anchura del río es pequeña, el medio mejor de hacer el sondeo de un perfil transversal consiste (fig. 191) en colocar una cuerda $CDEFGH$ de una á otra orilla y en la dirección AB del perfil.

Fig. 191.



La cuerda deberá llevar nudos de distancia en distancia, por ejemplo, de metro en metro, de dos en dos, etc., según la exactitud que sea necesaria.

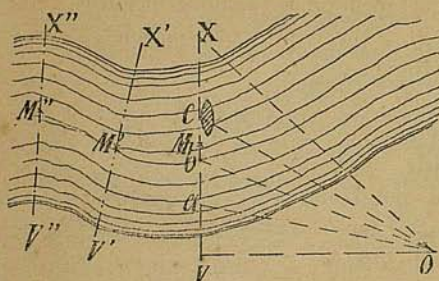
Tendida la cuerda y amarrada en las dos orillas, el que hace el sondeo va en una lancha, la cual parará frente á cada nudo, en cuyo momento el sondador lanza la sonda ó sumerge verticalmente el jalón ó regla, y cuando toque fondo, verá la cantidad de cuerda ó de jalón sumergido y apuntará en un registro la cota hallada. Después la lancha avanzará hasta el siguiente nudo, repitiéndose la operación hasta llegar á la otra orilla.

En el registro constarán las profundidades halladas para CC' , DD' , EE' , FF', etc.

Con los datos anteriores, la construcción del perfil en el papel es muy sencilla, bastando reducir á la escala del plano las distancias conocidas AC , CD , DE y CC' , DD' , EE', y con ellas construir el perfil, uniendo, por un trazo continuo, los puntos a c' d' e' f' g' h' b , homólogos de los anteriores, según se ve en la figura.

Si hubiese necesidad de sondar varios perfiles VX , $V'X'$, $V''X''$

Fig. 192.



(figura 192), se empezará por determinar la cota de tres puntos, tales como a , c y M'' , para lo cual se clavan en ellos tres jalones ó se coloca una mira, y desde una orilla, con un nivel, se les dirige una visual horizontal marcando en el jalón el sitio donde llega ó enrasando la tablilla de la mira, si es que la tiene.

La distancia de esta visual al extremo sumergido dará la cota del fondo con relación al plano visual del nivel, y midiendo la distancia de la visual á la parte de mira donde llega la superficie de las aguas, y restándola de la anterior, se obtendrá la profundidad. Conocida la de los tres puntos a , c y M'' , se conocerá la inclinación del plano de la superficie de las aguas en aquel trozo, y, por tanto, la de todos los puntos de ella.

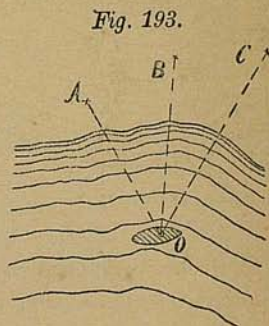
Si el río fuese muy ancho ó no pudiese colocarse la cuerda en dirección del perfil, se puede emplear el procedimiento siguiente: Se traza en una orilla una alineación VO , perpendicular á la VX , que marcará la del perfil cuyo sondeo se trata de llevar á cabo. Este perfil VX se puede marcar por dos banderolas V y X , si es fácil pasar de una orilla á otra, y de no ser posible, buscando en la orilla opuesta una señal X bien visible, como un árbol, una mata, etc.

Se mide la distancia VO , y colocado en O un goniómetro ó goniógrafo, el sondador en una lancha, hace que ésta marche en la alineación VX , y en los diversos puntos a , b , c etc., echa la sonda y efectúa el sondeo, en cuyo momento el que está colocado en O dirige la visual á una banderola ó señal que llevará la lancha y mide los ángulos VOa , VOb , VOc etc., con cuyos datos, y los obtenidos con la sonda, hay suficiente para construir el perfil en el plano.

Para la determinación de los perfiles longitudinales, conviene tener dos goniómetros ó goniógrafos colocados uno en cada orilla y á una distancia medida, ó bien, si no es fácil conseguir el paso á la otra orilla, colocar los dos en una misma en los extremos de una alineación que se mide. El sondador, en la lancha, recorrerá el perfil, y en el momento en

que lance la sonda, los dos de los goniómetros ó goniógrafos determinarán por intersecciones la posición del punto sondado.

451. SONDEOS DE TERRENOS DE AGUAS ESTANCADAS.—Si la extensión es pequeña como en lagunas de poca importancia, se emplea el método de los perfiles análogamente á lo dicho para los de los ríos. En caso de extensiones de consideración, el medio más rápido y mejor, es marcar tres puntos bien visibles *A*, *B*, *C* (fig. 193), como árboles, chimeneas de casas, torres, ó tres jalones, y determinar en el plano su situación respectiva. Con estos datos tomados de antemano, hacer que la lancha donde va el sondador vaya parando en los puntos cuyas cotas se necesitan, y en el momento de lanzar la sonda, dos individuos dentro de la lancha, provistos cada uno de un goniómetro, medirán, uno el ángulo *AOB* y el otro el *BOC*; y con estos datos y por el método de Potenot será fácil construir el punto homólogo del *O*, supuesto que de antemano se han determinado y están en el plano los homólogos de *A*, *B* y *C*.



452. SONDEOS EN EL MAR.—El procedimiento anterior ó el de intersecciones para determinar los puntos sondados, valiéndose de dos aparatos colocados en la orilla en los extremos de una base medida de antemano, son los procedimientos más sencillos para estos sondeos, pero hay que tener en cuenta la corrección que hay que hacer en los valores obtenidos por la sonda, para referirles á la superficie de comparación que según se ha indicado, se toma en general para las aguas del mar.

Problemas de aplicación.⁽¹⁾

453. DE NIVELACIÓN DIRECTA.—1.º, *nivelación simple*.—Dada la cota de un punto hallar la de otro cualquiera.

Este problema, indicado teóricamente en el párrafo 373, se resuelve prácticamente del modo siguiente:

Sean A y B los puntos, y (a) la cota del A (fig. 162).

Se coloca el nivel en N como se ve en la figura, y próximamente en la alineación AB ; y después de puesto en estación, se dirige una visual á una mira que un portamira habrá colocado en A ; á las señas que hará el del nivel, se subirá ó bajará la tablilla de ésta hasta que enrase con la visual, en cuyo momento el portamira sujetará la tablilla con el tornillo, y marchará hacia el punto B . Al pasar por delante del operador, leerá la altura e de la tablilla, cuyo dato, que se llama nivelada de *atrás* ó de *espalda*, se apunta en el registro. Se coloca el portamira en B , el del nivel hace girar éste alrededor de su eje vertical hasta que se vea la mira, y subiendo ó bajando la tablilla, se consiga enrase con su línea de fe. Se apunta esta altura f , que se llama nivelada de *adelante* ó de *frente*; y la diferencia entre la nivelada de *atrás* y la de *adelante*, es el valor de dN diferencia de nivel buscada; la cual será positiva ó negativa, según que B esté más alto ó más bajo que A . La fórmula general será:

$$\pm dN = e - f, \text{ que en el caso de la figura es } +dN = Aa - Bb = Bb''$$

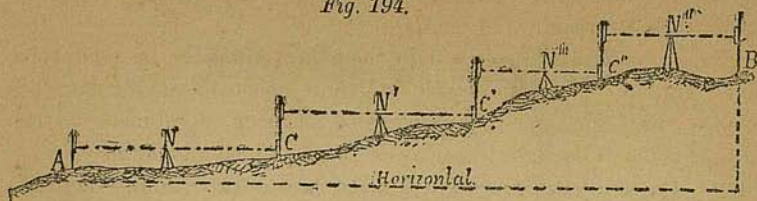
La nivelación hecha de este modo se llama *nivelación simple*.

454. 2.º, *nivelación compuesta*.—Si la distancia que separa á A y B es muy grande, no bastaría colocar el nivel entre estos puntos, puesto que las visuales serían más largas que el límite de las que permiten los instrumentos; y además, cuando la diferencia de nivel entre A y B es muy grande, no alcanza la mira para operar del modo anterior, y es preciso operar del modo siguiente:

(1) Estos problemas deberán ser resueltos en el campo ó en el gabinete, según á lo que se refieran.

Sean los puntos *A* y *B* (fig. 194).

Fig. 194.



Se coloca el nivel en *N*, próximamente en la alineación *AB*, pero á lo más á una distancia de *A* igual al alcance de visuales; y siempre de modo que la visual á una mira colocada en *A* caiga sobre ésta; se lee la nivelada de *espalda*, y el portamira avanza en la dirección aproximada de *AB*, hasta que colocado del otro lado del nivel en un punto tal como *c*, pueda quedar comprendida la altura de esta mira en la visual dada por el anteojo, al cual se habrá hecho girar alrededor de su eje vertical. Se apunta la nivelada de *frente*, y sin mover la mira se cambia la estación del nivel á *N'* en una posición respecto á *c*, análoga á la de *N* con *A*; se sube ó baja la tablilla de la mira y se apunta la nivelada parcial que ahora es de *espalda*; se coloca la mira en *c'*, se apunta la nivelada de *frente*, y así se continúa hasta que la última estación de la mira sea el punto *B*. La diferencia de nivel de *A* y *B*, será la suma algebraica de las diferencias de nivel parciales entre *A* y *c*, *c* y *c'*, *c'* y *c''*, *c''* y *B*; y se hallará también, sumando todos los minuendos parciales, y restando de esta suma la de los sustraendos también parciales; lo cual da lugar á la regla práctica siguiente:

La diferencia de nivel entre dos puntos es igual: á la suma de las niveladas de atrás menos la suma de las niveladas de adelante.

Una vez obtenido el valor de la diferencia de nivel $\pm d N$, la cota de *B* será igual á $(a \pm d N)$.

La nivelación, en el caso de tenerse que hacer varias estaciones, se llama *nivelación compuesta*.

Con objeto de llevar las operaciones con orden y evitar las equivocaciones, se disponen los registros de dos modos.

455. *Registro núm. 6* (1).—Basta observar la marcha de este registro para que no necesite explicación.

Tiene la ventaja de que va determinando las cotas de todos los

(1) Véase al final de la obra.

puntos donde se estaciona la mira; pero tiene el inconveniente de que hay que ir haciendo los cálculos en el campo, exponiéndose á equivocaciones por la premura del tiempo.

Registro núm. 7.—Este modelo tiene la ventaja de las comprobaciones, y de que en el campo sólo se llenan las casillas de los datos allí tomados con el instrumento, pudiéndose hacer en el gabinete las restantes, como son las de diferencias de nivel y el cálculo de las cotas.

456. COMPROBACIONES EN LOS REGISTROS.—Los cálculos de los registros, á pesar de su sencillez, son pesados por lo numerosos, y conviene hacer verificaciones que den á conocer si se ha cometido alguna equivocación.

En un registro de nivelación directa (núm. 7) es preciso que se verifique lo siguiente:

1.º *La diferencia entre la suma de las niveladas de atrás, y la suma de las de frente* (casilla 4), debe ser cero en un itinerario cerrado, ó á lo más igual al error de cierre admisible; y en un itinerario abierto deberá ser igual á la diferencia de nivel entre el punto de partida y el de llegada, ó diferenciarse de ella en una cantidad tan pequeña como el error de cierre admisible.

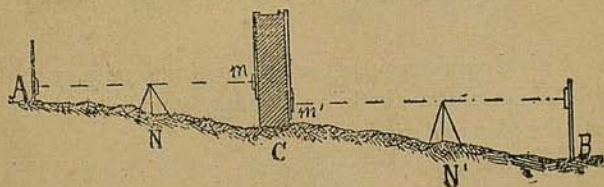
2.º *La diferencia entre las sumas de los valores de las diferencias de nivel positivas, y las sumas de los de las negativas* (casilla 5.ª), debe ser igual á la diferencia hallada en el caso anterior.

3.º *Entre la cota del punto de partida y la de llegada del itinerario*, debe haber una diferencia igual á las anteriores.

4.º *Entre la cota de estos mismos puntos en la casilla de las cotas compensadas*, debe haber una diferencia igual á cero en los itinerarios cerrados; y una igual á la diferencia de cotas de los puntos extremos, en los abiertos. En el registro se ve indicado lo que se acaba de decir.

457. CASOS PARTICULARES DE NIVELACIÓN COMPUESTA.—En una nivelación compuesta ocurre á veces encontrarse un obstáculo como una cerca detrás de la cual no sea posible dirigir la visual horizontal con el nivel; y en ese caso se puede operar del modo siguiente (fig. 195):

Fig. 195.



Sean A y B los puntos cuya diferencia se quiere hallar, y C la cerca. Puesto el nivel en N se dirige la visual á la mira colocada en A y se lee la nivelada e de atrás, y descolgando de lo alto de la tapia la mira m con el pie hacia arriba, hasta que enrase la tablilla con la visual, se hace la lectura f de la mira, á cuyo valor se le da el signo menos por estar tomado en un sentido inverso; y aplicando la regla de la nivelación simple, la diferencia de nivel entre los pies de las miras será: $e - (-f) = e + f$; como efectivamente se ve en la figura.

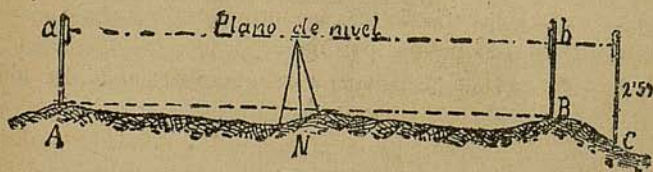
Se coloca el nivel detrás de la cerca en N' , se descuelga del mismo modo la mira m' como está en la figura, y las niveladas de espalda y de frente serán $-e'$ y f' ; y la diferencia de nivel entre los pies de las miras será $-e' - f' = -(e' + f')$, la cual, sumada con la anterior ($e + f$), dará $dN = e + f - (e' + f') = e + (-e') - (-f + f')$; es decir, la regla general de la nivelación compuesta, sin más diferencia que cada vez que la mira se coloca invertida, hay que considerar como negativa la lectura hecha en ella, como pasa con las f y e' .

La cota del pie C de la cerca, se obtiene como de ordinario entre los puntos A y C ; pero si el terreno está más bajo ó más alto del otro lado de la cerca, la cota de su pie en esta parte se obtendrá añadiendo á la cota hallada para C , la expresión $Cm + f - (e' + m' C)$, que podrá ser positiva ó negativa.

458. 3.º, desde un punto A del terreno, cuya cota es conocida, determinar otro B de la misma cota (fig. 196).

Sea (43.24) la cota de A ; se coloca un nivel en N distante de A unos 20 metros por lo menos, si éste es de los de anteojo, y 30 metros como máximun si es de simple vista, y procurando que el punto N sea casi de la misma cota que A .

Fig. 196.



Puesto el nivel en estación, se coloca en A una mira, y se dirige la visual desde N . La altura e leída en la mira, sumada á la cota de A , dará la cota del plano de nivel.

Todos los puntos del terreno que estén por debajo de la visual del

nivel una cantidad igual á e , tendrán por cota la misma que A ; luego bastará que el portamira vaya por tanteos colocando la mira en puntos del terreno hasta que el del nivel, que le irá siguiendo con la visual, le avise que ésta pasa por la línea de fe de la tablilla; y en este caso el punto donde se apoya la mira será uno de los buscados.

Se comprende que de este modo pueden obtenerse una infinidad de puntos del terreno que tengan la misma cota que el dado.

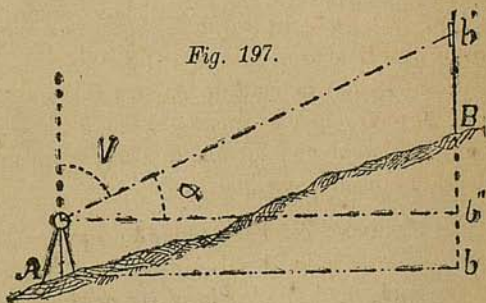
459. 4.º, *dado un punto A de cota conocida, determinar otros que tengan por cota una dada (1).*

Sea (43.34) la cota de A y (42) la cota de los puntos que se buscan. Se colocará el nivel en estación en un punto tal como el N , en condiciones análogas á las del caso anterior; y dirigiendo la visual á la mira colocada en A , se leerá su altura e , cuyo valor añadido á (43^m,24), dará la cota del plano de nivel. Si $e=1^m,25$, $(43.24+1,25)=(44^m,59)$ será la cota de este plano, y $(44,59-42)=(2^m,59)$ será la cantidad que estarán más bajos los puntos que se buscan; luego si se pone la tablilla de la mira á una altura de (2^m,59), y el portamira recorre el terreno tanteando con la mira, los puntos como el C en que la visual del nivel enrase en la línea de fe, serán de cota (42).

460. PROBLEMAS DE NIVELACIÓN INDIRECTA.—1.º, *dada la cota a de un punto A , y la distancia horizontal d que le separa de otro B , hallar la cota (fig. 197) de éste.*

Se coloca el aparato en estación en A y se mide con la mira la altura i del instrumento hasta la visual.

Hecho esto, se coloca la mira en B , y se dirige la visual á un punto cualquiera de ella, como el b' . Se mide el ángulo de pendiente α , ó el cenital V (según el limbo), y al mismo tiempo la altura $h=Bb'$ desde el pie de la mira al sitio donde se ha dirigido la visual, y apuntando estos datos en el registro, con ellos se determinará la diferencia de nivel dN y la cota de B .

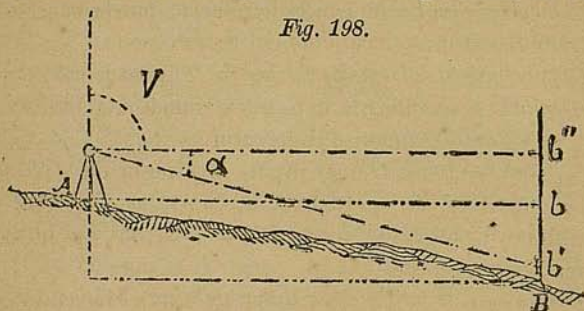


(1) Este problema es al que se hace referencia en el párrafo 447 al tratar del método directo para hallar las curvas de nivel por puntos.

En efecto, cualquiera que sea la posición relativa de los puntos A y B así como los valores de V , h , i , siempre se verificará, que $dN = d \cot V + i - h$.

Si como en la figura el punto B está más alto que A , se tendrá $bB = b'b - b'B = b'b'' + b''b - b'B = d \cot V + i - h$; y como $bB = dN$, $dN = d \cot V + i - h$, fórmula de este caso.

Si el punto B está más bajo, como en la figura 198, se verifica que



la diferencia de nivel es bB , pero negativa; y análogamente al caso anterior, se tendrá $-bB = -(b'b'' + b'B) + b''b = -(d \cot V + h) + i = -d \cot V + i - h$, y $dN = -d \cot V + i - h$, que es la misma fórmula del caso anterior tomando con signo menos el término $d \cot V$. Estas fórmulas se aplican á cuantos casos se presenten, deduciéndose la siguiente:

461. *Regla.*—La diferencia de nivel entre dos puntos cualquiera A y B , es siempre igual al producto de la distancia horizontal d que les separa por la cot. del ángulo cenital V , más la altura i del instrumento, menos la altura h de la mira.

El término $d \cot V$ se tomará como *positivo*, si V es menor que un recto, es decir, si la visual es *ascendente*, y como *negativo*, si es mayor; lo que equivale á que la visual sea *descendente*.

La cota del punto B será siempre igual á la del A , más el valor dN , tomado con el signo que resulte por la regla anterior.

462. *Registro.*—Los registros para este caso son como el modelo número 8, en el cual se apuntan en el campo los datos relativos á las casillas 1, 2, 3, 4, 8 y 11, calculándose en el gabinete los valores de las restantes.

Las comprobaciones de los cálculos, son análogas á las del registro número 7, excepto la de la casilla núm. 4 de aquél que en éste no puede existir.

Sumadas las cantidades en las dos casillas de la 9, su diferencia será el *error de cierre*, debiendo ser igual á la diferencia obtenida restando de la cota de partida del itinerario, la de llegada; lo cual se ve comprobado en el registro.

Si la nivelación se ha hecho con el barómetro, puede hacerse uso de un registro análogo al 9, verificándole del mismo modo.

463. 2.º, conocida la cota de B, obtener la de A haciendo estación en este punto. Bastará, inversamente que antes, sumar algebraicamente á la cota de B el valor dN como signo contrario.

Ejemplo: Cota de $B=(537,45)$; punto B, inferior en $dN=(71,34)$. La cota de A será: $(537,45)+(71,34)=(608,79)$.

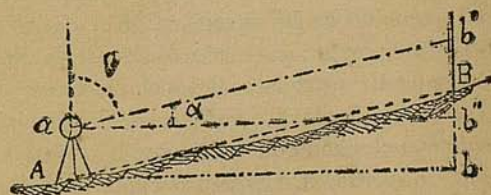
Si B estuviese más alto, sería $dN=+71,34$, y la cota de $A=537,45-71,34=466,11$.

Otro.—Sea la cota $B=(608,79)$ y $dN=+(71,34)$. Haciendo estación en A, su cota será $(608,79)-(71,34)=(537,45)$ cuando B está más alto; y si B estuviese más bajo y su cota fuera $(466,11)$ y $dN=-(71,34)$, la cota de A sería $(466,11+71,34)=537,45$.

464. *Abreviación de este método.*—En la fórmula de la nivelación, como i y h entran siempre con signo contrario, si $i=h$, quedaría reducida la fórmula á $dN=\pm d \cot V$ la cual es mucho más sencilla.

Se consigue esto en la práctica, midiendo con la mira la altura i del instrumento, y al colocar ésta en los demás puntos, dirigiendo la visual á la línea de fe colocada á la misma altura (figura 199). Operando de este modo, no hay que tener en cuenta más que el valor de V que es el que entra en la fórmula. En la figura, $Aa=i=Bb'=h$ y $dN=d \cot V$.

Fig. 199.



465. CÁLCULO DE LAS COTAS.—*Tablas.*—La fórmula $dN=\pm d \cot V$ se calcula por las tablas trigonométricas, ó mejor por unas tablas especiales llamadas de *Maissiat*, cuyo modelo y uso pueden verse al final de la obra (1).

(1) Véase tablas numéricas.

En ellas están calculados los valores de $d \cot V$ para diversos valores de d y de V .

Si no se necesita una gran aproximación, pueden emplearse los cuadros gráficos trigonométricos (1); los cuales, sin embargo, se usan poco para las nivelaciones de los levantamientos regulares.

466. *Determinación práctica de las curvas de nivel en el terreno, empleando el método directo.*

Sean XX' é YY' dos perfiles, y m un punto de cota conocida, figura 190. Si se dispone de un nivel con brújula, y anteojo *estadimétrico*, se le colocará en un punto tal como N intermedio entre los dos perfiles, y si la primera curva que se trata de hallar, es la de cota (35), se determina la altura de mira correspondiente á la cota de la curva, por el procedimiento indicado en el párrafo 459; marcando esta altura en la mira, bien sea con la tablilla si la tiene, bien poniéndola una postiza, ó bien marcándola con una señal cualquiera. En esta disposición, el portamira recorre el perfil XX' hasta que el del nivel le avise estar en la visual horizontal, en cuyo caso el pie de la mira será un punto a de los que se buscan; y al mismo tiempo que se lee el rumbo ó ángulo de Na con una dirección fija, se lee con los hilos del anteojo la distancia Na ; el portamira avanza en dirección del otro perfil Y' , y va colocándose y marcando los puntos a' a'' a''' en que el del nivel le avisa estar la tablilla de la mira en la visual que le dirige, pudiendo estos puntos estar más próximos ó más separados, según sea necesario por las ondulaciones del terreno. Al mismo tiempo se leerán en la brújula los rumbos de las direcciones Na , Na' Na'' así como las distancias Na' , Na'' que serán dadas por la estadía; cuyos datos sirven después para construir en el papel los puntos homólogos que determinan la curva. Este procedimiento es el más rápido y fácil de ejecutar, pero fatiga mucho al que opera por las repetidas lecturas que es preciso hacer con la estadía. Las demás curvas se hallan de un modo análogo subiendo la tablilla una cantidad igual á la equidistancia á que han de trazarse las curvas, y la cual en la figura es de un metro.

Cuando la longitud de la mira no permita determinar nuevas curvas, por haberse subido á la tablilla hasta cerca del extremo superior, se cambia de estación al nivel, colocándole en otro punto más bajo, tal como el N' , y desde él se repite la operación anterior.

(1) Véase cuadro gráfico núm. 1.

Con miras de 4^m de longitud se pueden determinar, en general, cuatro curvas de metro en metro.

467. CURVAS EN EL PAPEL.—*Determinación práctica de los puntos de paso de las curvas de nivel, trazados los perfiles en el dibujo.*—En las lecciones de acotados (1) se indican métodos para resolver este problema; pero existen además unas tablas (2) que permiten determinar con facilidad la separación que corresponde á dos curvas, según la pendiente de la zona que forman y la equidistancia elegida para el plano. Se fundan

las tablas en la fórmula $\tan \alpha = \frac{a a'}{ab}$ (fig. 1.^a, párrafo 16), en la cual $a a'$ es la equidistancia gráfica e correspondiente á dos puntos cuya distancia en proyección es igual á $a b$, y α la pendiente de la recta que les une.

Su manejo es sencillísimo, pues bastará buscar el valor α de la pendiente de cada trozo de perfil, y se obtendrá el valor $a b$ correspondiente á la separación de dos curvas consecutivas en aquel trozo.

Si la equidistancia del plano no fuese la de $e=0^m, 005^m$ de las tablas, sino otra cualquiera e' , se observará que la relación $\frac{e}{ab} = \frac{e'}{x}$, permite hallar el valor de la separación correspondiente para la equidistancia e' puesto que $x = \frac{e'}{e} \times ab$, lo que equivale á hallar la relación $\frac{e'}{e}$ que será constante para todo el plano, y multiplicarla por los valores dados por las tablas.

(1) Sistema de Acotaciones, párrafos 16, 17, 18 y 19.

(2) Véase al final «Tablas que dan la separación de las curvas de nivel», etc.

Capítulo V

RESUMEN GENERAL

DE LAS OPERACIONES DE UN LEVANTAMIENTO REGULAR

468. **Conveniencia de llevar á un tiempo las operaciones de planimetría y de nivelación.**—Una vez conocidos los procedimientos para llevar á cabo las operaciones de planimetría y de nivelación, que componen todas las necesarias para efectuar un levantamiento topográfico, y recordando que hay aparatos como las pantómetras perfeccionadas, algunas brújulas y planchetas, y sobre todo los teodolitos, que reúnen el doble carácter de instrumentos planimétricos y de nivelación, se comprenderá que, si bien para facilitar el estudio se han separado por completo estas operaciones, en la práctica, no sólo no habrá inconveniente en llevarlas á la vez, sino que se obtendrá un ahorro considerable de tiempo, muy digno de tenerse en cuenta por lo pesadas y penosas que son en sí todas las operaciones, tanto las de campo como las de gabinete.

Explicados detalladamente todos los métodos que pueden emplearse, tanto en planimetría como en nivelación, según la extensión de terreno en que haya que operar, así como con la clase de instrumentos de que se disponga, bastarán unas ligeras indicaciones para ver la marcha en los levantamientos en caso de hacerse á un tiempo todos los trabajos de campo.

Red trigonométrica.

469. **Triangulación.**—En los párrafos del 279 al 294 se detallan todas las operaciones de la triangulación en la parte de planimetría, y en los 436 al 440 las de la misma en lo referente á nivelación, deduciéndose de su estudio, que para llevar

á un tiempo las dos operaciones, hay que agregar á los vértices elegidos en las primeras otros auxiliares correspondientes á las segundas, con objeto de completar de este modo los vértices que forman las dos redes.

En la medición de ángulos hay que determinar los cenitales á la vez que los azimutales, para de este modo tener también los datos de la nivelación.

En los trabajos de gabinete, además de la resolución de los triángulos y del cálculo de las coordenadas para la planimetría, se hace el cálculo de las cotas, las cuales se escriben en el dibujo al lado de los vértices; pudiendo hacer el siguiente resumen de todas las operaciones reunidas.

470. **Resumen de las operaciones de campo.**—1.^a Reconocimiento preliminar del terreno con un instrumento ligero para la elección de la base y vértices que han de componer la red; haciendo la medición aproximada de la base, bien á pasos, bien por medios indirectos, empleando la estadía, los telémetros, etc.

2.^a Bosquejo de la red de triángulos y modificaciones que sea necesario introducir en los vértices elegidos hasta que resulten triángulos con lados y ángulos convenientes.

3.^a Señalamiento de los extremos de la base y demás vértices por medio de señales de piedra ó estacas, reseñando en el registro cada vértice y camino para ir á él.

4.^a Medición definitiva de la base con reglones ó con la cinta metálica rectificadora, y ángulos de pendiente de su dirección.

5.^a Medición de los ángulos azimutales y de los cenitales. El instrumento que se emplee ha de ser un teodolito bien verificado y corregido.

6.^a Determinación de la meridiana astronómica en uno de los vértices; conviniendo sea un extremo de la base, para medir en seguida el azimut correspondiente á ésta ó al lado en cuyo vértice se ha trazado la meridiana.

4571. **Operaciones de gabinete.**—1.^a Cálculo trigonométrico de los triángulos para hallar sus lados.

2.^a Idem de los azimutes de estos lados.

3.^a Idem de las coordenadas de los vértices.

4.^a Tanteos en el bosquejo para ver la extensión de papel que ha de ocupar el levantamiento en la escala definitiva en que se ha de dibujar la minuta, y su distribución en hojas.

5.^a Preparación de estas hojas trazando en ellas las cuadrículas en dirección de la meridiana y de su perpendicular.

6.^a Colocación de los vértices por medio de sus *abscisas* y ordenadas, así como sus cotas deducidas.

Red topográfica.

472. Determinada la triangulación trigonométrica en el plano y dividida la red de triángulos en varias hojas, de modo que cada una contenga por lo menos dos vértices, empezará la red topográfica que puede continuarse con el teodolito, aunque lo general sea hacerlo con la brújula nivelante ó con la plancheta con alidada también nivelante; y entrando este caso en el de un levantamiento de *mediana extensión*, hay que acudir á lo dicho en la planimetría, párrafos 265 á 278 y 294 á 298, y en la nivelación, párrafos 440 á 442.

473. **Resumen de las operaciones de campo.**—1.^o, *con la brújula.*—Si se opera con la brújula, el resumen de las operaciones que hay que ejecutar es el siguiente:

1.^o Reconocimiento del terreno que comprende cada hoja, empezando por la elección de puntos de unión de los trabajos de las hojas contiguas; para lo cual, se ponen de acuerdo los jefes de estas secciones. Elección de los itinerarios que han de dividir el terreno de cada hoja en polígonos, procurando que contengan todos los puntos más principales de la planimetría y de la nivelación, y que partan y terminen en puntos conocidos, como son los vértices de la triangulación que hay en cada hoja, ó en puntos ya determinados de otros itinerarios. Elección de otros puntos *indispensables*, bien para la planimetría ó para la nivelación, que no pasen cerca de estos itinerarios, y sin embargo sean de necesidad para servir de puntos de partida para los detalles. Señalamiento de estos vértices en el terreno por medio de piquetes, y reseña de ellos por referencias y bosquejos á la

ligera hechos en los registros, indicándose también en éstos la marcha seguida por los itinerarios.

2.º Determinación de los itinerarios con la brújula nivelante, determinando á un tiempo los azimutes y ángulos cenitales si el terreno es apropiado; y si no determinando sólo los datos de planimetría, tanto de los vértices que le componen como de los puntos exteriores de detalle y de nivelación, que se determinarán por intersecciones; empleando para la determinación de las cotas de los puntos de la red topográfica de nivelación, los niveles de visuales horizontales, por el método de itinerario; y el de intersecciones para los puntos exteriores.

474. 2.º, con la *plancheta*.—1.º Reconocimiento para la elección de puntos principales y estaciones de primero, segundo y tercer orden con sus puntos respectivos (272), para emplear el método de intersecciones.

Señalamiento de estos puntos por piquetes, y su reseña por datos y bosquejos. Elección de los puntos que, además de los elegidos, han de servir para puntos de nivelación por itinerarios, en caso de emplear este método con el nivel de visuales horizontales.

2.º Determinación con la *plancheta* de todos los puntos elegidos, incluso los de nivelación, empleando el método de las tres intersecciones, siempre que sea posible.

3.º Nivelación de los itinerarios por medio de niveles.

Detalles.

475. Siendo los detalles una continuación de la red topográfica de planimetría y de nivelación, parece podrían obtenerse del mismo modo; pero separándose tanto en esta parte el objeto de la planimetría y de la nivelación, puesto que esta última tiene por principal objeto la determinación directa ó indirecta de las curvas de nivel para el figurado del terreno, en general se llevan por separado y con instrumentos distintos, ateniéndose en esta parte á lo dicho en los párrafos 277 y 295 de la planimetría y 442 á 452 de la nivelación. Sin embargo, cuando

se usa la plancheta con alidada nivelante y anteojo estadimétrico, se puede emplear un procedimiento análogo al que se indicará en la taquimetría, el cual es muy rápido y conveniente.

476. **Casos particulares.**—En los casos particulares de levantamientos especiales, se atenderá en un todo á lo explicado en cada caso (298 á 320).

477. **Trabajos de gabinete.**—Los trabajos de gabinete relativos á la red topográfica y á los detalles, son distintos, según se haya empleado la brújula ó la plancheta.

1.º, *brújula*.—Construcción de los itinerarios sobre la hoja, empleando el transportador y valiéndose de las líneas de las cuadrículas trazadas en ella; comprobación del cierre de los itinerarios y transversales, y repartición de éste cuando sea admisible.

2.º Deducción de las cotas de los vértices de los itinerarios, comprobando el cierre y repartiéndole.

3.º Construcción de los detalles, según el método y el instrumento empleado.

4.º Determinación de las secciones horizontales directa ó indirectamente, según el método que se haya usado para su determinación.

5.º Terminación de la minuta con arreglo á lo que se indicará en el capítulo relativo á dibujo de planos.

2.º, *plancheta*.—Con este instrumento el trabajo de gabinete queda reducido á los cinco últimos, puesto que los ángulos estarán construídos sobre la plancheta, así como muchos de los detalles.

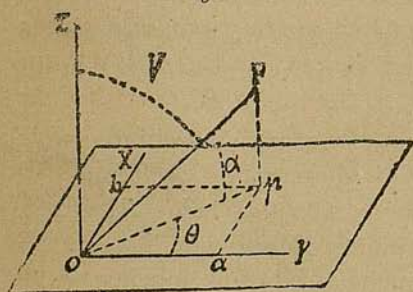
Nociones de Taquimetría.

Generalidades.

478. **Taquimetría y sus ventajas.**—La topografía en estos últimos años se ha enriquecido con procedimiento que, aunque conocidos hace ya algún tiempo (1), no se habían hecho prácticos, sin duda por las dificultades con que tropieza todo método ó invento nuevo que viene á romper la rutina de lo hecho por espacio de muchos años. Por este nuevo procedimiento se abrevian mucho los trabajos de un levantamiento topográfico, obteniéndose un ahorro considerable de tiempo. Los instrumentos empleados se llaman taquímetros ó taqueómetros, y difieren muy poco de los teodolitos.

479. **Fundamento del método taquimétrico.**—Si en un pla-

Fig. 200.



no horizontal XY (fig. 200) y por uno de sus puntos O se trazan dos rectas OX y OY perpendiculares entre sí, y una tercera OZ perpendicular al plano XOY , se tendrá un sistema de tres perpendiculares entre sí, que recibe el nombre de sistema de *ejes coordenados rectangulares*.

Un punto P situado en el espacio, quedará determinado de posición respecto á estos ejes, si se conoce ó se puede determinar el ángulo θ que con uno de ellos forma la proyección op de la recta OP sobre el plano XOY , la longitud ρ de la recta OP y el ángulo V que forma esta dirección con el eje OZ . En efecto, la figura hace ver que

$$\begin{aligned} op &= OP \sin V = \rho \sin V \\ pP &= OP \cos V = \rho \cos V \end{aligned}$$

(1) Desde 1819 que fueron empleados por el Ingeniero piemontés Porro.

luego si por el punto O se traza la recta Op que forme el ángulo θ y se toma sobre ella la longitud $Op = \rho \sin V$, se tendrá el punto p ; y si en éste se levanta la pP perpendicular al plano XY y se toma sobre ella la longitud $pP = \rho \cos V$, dada por la fórmula anterior, se tendrá el punto P , que quedará completamente determinado.

La observación de la figura hace comprender fácilmente que si OY fuese la dirección de la meridiana, el valor de θ sería el rumbo de la dirección de la OP , su ángulo cenital sería V , y ρ la distancia del punto P á la estación O , donde se podría colocar un aparato que permitiera medir directamente los tres valores θ , V y ρ .

El valor de θ podría hallarse con una brújula; el de V con el limbo cenital de un eclímetro, y el de ρ con un anteojo estadiométrico. Los aparatos que reúnen los elementos necesarios para esta determinación son los taquímetros ó taqueómetros, pudiéndose transformar en ellos los teodolitos, á muy poca costa.

480. Coordenadas esféricas de un punto y números generadores.—Los taquímetros, si bien dan los valores θ , V y ρ , que se llaman las *coordenadas esféricas* del punto P , no dan directamente sino θ y V sobre los limbos respectivos; el valor de ρ viene dado por las lecturas sobre la estadia en el caso ordinario de ser la mira perpendicular al eje óptico; pero como este valor de ρ , en realidad no es necesario, sino el Op correspondiente á su proyección sobre XY ; se obtiene éste por la fórmula de la estadia que resulta de reducir el valor de ρ al horizonte; así, pues, si a y b son las lecturas hechas en la mira, $a-b$ será la parte de ella interceptada por los hilos, y el valor de Op , tendrá por expresión $Op = (a-b) \operatorname{sen}^2 V$.

En lo sucesivo, Op y $a-b$ se representarán respectivamente por las letras d y g ; y á los tres valores g , θ y V , dados directamente por el instrumento, se les llamará *números generadores*.

481. Coordenadas rectangulares.—La determinación de los puntos en el papel por medio de las coordenadas esféricas, exige el uso del transportador para construir el ángulo θ , y con objeto de evitar los errores á que esto da lugar, y al mismo

tiempo para hacer depender con facilidad todos los puntos de un levantamiento de unos mismos ejes, se transforman á veces estas coordenadas en otras llamadas *rectangulares*, que son los valores de Oa , Ob y pP que se ven en la figura, los cuales se deducen de las fórmulas siguientes:

$$Oa=y=d \times \cos \theta$$

$$Ob=x=d \times \sin \theta$$

$$Pp=z=d \times \cot V$$

sirviendo las dos primeras para fijar la posición del punto p en el plano, y la última para determinar su cota.

Taquímetros.

482. **Composición de estos aparatos.**—La disposición general de estos aparatos es la misma que la de los teodolitos, variando en que sus limbos siempre son centesimales y aprecian de minuto en minuto, y algunos hasta de seis en seis segundos. Los anteojos son todos *analíticos* y de gran aumento para poder leer con claridad en las miras hasta 500 metros de distancia en algunos casos. Todos llevan también una brújula ú orientadora para poder marcar la dirección de la meridiana magnética.

483. **Taquímetro italiano ó ciclo-clepe.**—El taquímetro que más se diferencia por sus detalles de los teodolitos ya estudiados, es el *ciclo-clepe* ó taquímetro *italiano*, cuya descripción detallada acompaña á la figura 201.

Los dos limbos, el azimutal y el cenital, van dentro de una caja prismática C con objeto de estar resguardados del polvo y de la acción directa de las influencias atmosféricas.

La orientadora OO' , es simplemente una aguja imanada, suspendida y colocada dentro de un tubo cilíndrico, el cual, en su interior, lleva marcada una referencia para la orientación.

El anteojo es analítico, de lente fija, y su micrómetro, de cinco hilos, permite el empleo combinado de ellos para hacer las lecturas en la mira á distintas distancias y con las comprobaciones consiguientes.

Explicación:

Fig. 201.

C. Caja prismática donde van encerrados los limbos azimutal y cenital.

M. Microscopio con los hilos para las lecturas sobre los dos limbos.

R. Columna que gira independientemente de la parte cilíndrica de mayor grueso donde está OO' , y que arrastra consigo la caja C y el anteojo.

pp' . Tornillos de presión y ajuste para impedir el movimiento anterior ó hacerle lentamente.

AA . Anteojo analítico.

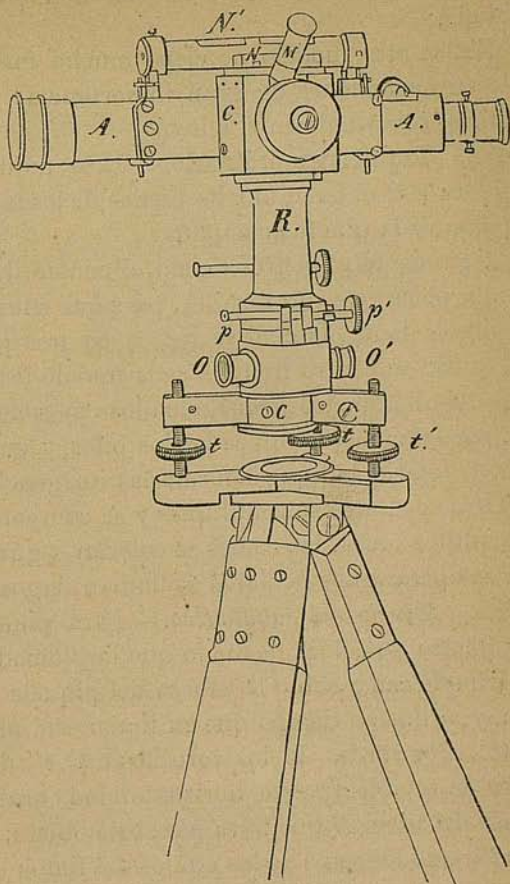
N . Nivel circular sobre la caja C .

N' . Nivel sobre el anteojo.

OO' . Aguja imanada, que sirve de orientadora con una señal que hay en el interior del tubo OO' .

c . Tornillo para impedir el movimiento general de la parte donde se halla la orientadora.

t, t', t'' . Tornillos para colocarse sobre el trípode.



El microscopio M para las lecturas de los limbos, substituye á los nonios que llevan los otros taquímetros y teodolitos. Se compone de tres hilos verticales, uno de ellos central y los otros

equidistantes de éste. Las lecturas sobre los limbos se hacen con los hilos extremos, tomando después la media para los valores correspondientes á los ángulos, tanto azimutal como cenital.

Existe otro modelo de clepe mucho mayor, el cual se emplea en operaciones de gran importancia, y varía en algunos detalles, sobre todo en el anteojo.

484. **Taquímetro ordinario.**—Otros taquímetros como el de la figura 202 difieren mucho menos de los teodolitos (1). Su descripción es la que le acompaña.

Algunos taquímetros tienen el ocular del anteojo montado en una placa, con un tornillo, para que suba ó baje arrastrando consigo la lente, la cual se coloca en tres posiciones de modo que quede su centro frente á cada uno de los tres hilos horizontales del micrómetro, consiguiéndose más claridad en las lecturas, por estar mejor enfocados los hilos, y evitándose la aberración de esfericidad que deforma las imágenes.

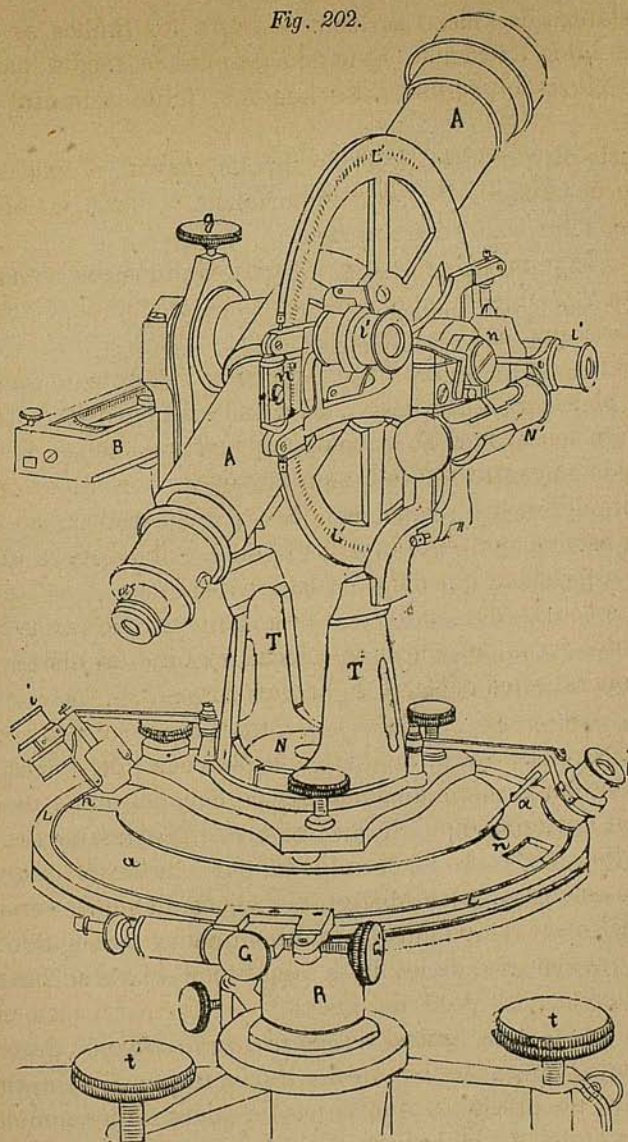
Otros oculares son múltiples y se componen de varias lentes de distintos focos, las cuales se colocan según á las distancias á que se opera: estos oculares se llaman Argos (2).

485. *Manejo del taquímetro.*—Para poner en estación un taquímetro se coloca de modo que la plomada que se suspende del trípode caiga sobre la cabeza del piquete del punto de estación, y al mismo tiempo que su limbo esté próximamente horizontal. Por medio de los tornillos t, t', t'' de la plataforma se acaba de establecer esta horizontalidad, mediante las observaciones del nivel N que lleva para este objeto; y conseguido esto, se hace que los ceros de los nonios del limbo azimutal coincidan con el diámetro 0° — 200° del mismo; y si fuese un ciclo-clepe, se haría que el hilo central del microscopio M coincidiera con la graduación 0° del limbo. Hecha esta coincidencia y apretado el tornillo de presión G que sujeta la placa de los nonios, se suelta la aguja de la brújula ú orientadora B y se hace girar

(1) Taquímetro de la casa Breithaupt.

(2) El taquímetro de Troughthón tiene el ocular movable, y el de Richer le tiene múltiple.

Fig. 202.



Explicación :

LL. Limbo azimutal.
L' L'. Idem cenital.

- nn*. Nonios del limbo azimutal.
- n' n'*. Idem íd. cenital.
- ii*. Microscopios para el limbo *LL*.
- i' i'*. Idem para el del *L' L'*.
- aa*. Placa de los nonios *n* unida á la parte superior del aparato.
- TT*. Montante que sostiene el anteojo y eclímetro.
- AA*. Anteojo analítico.
- B*. Brújula orientadora.
- N*. Nivel circular en la placa *aa*.
- N'*. Idem fijo al montante *T*.
- G* y *G'*. Tornillos de presión y ajuste, para el movimiento de la placa con el montante *TT*.
- g*. Idem para el movimiento del anteojo.
- R*. Columna con el eje del movimiento general.
- t t' t''*. Tornillos para colocarle en el trípode.

todo el instrumento alrededor de su eje vertical *R* hasta que la aguja quede en la dirección 0° — 200° del limbo de la brújula, ó en coincidencia con las referencias *OO'* si fuese el ciclo-clepe; con lo cual, el limbo azimutal estará orientado con relación á la meridiana magnética. Conseguído esto, se aprieta fuertemente el tornillo de movimiento general para que no se desoriente el limbo mientras no se cambie de punto de estación.

Dispuesto el aparato de este modo, la visual del anteojo estará marcando la meridiana magnética, cuya dirección será la del eje coordenado *Y*; el *X* será el otro diámetro perpendicular á éste, y el *Z* será el determinado por la vertical que pasa por el punto cero del limbo cenital; quedando de este modo referidos á estos ejes todos los puntos que se tomen desde la estación, ínterin no se cambie la posición fija que se ha dado al limbo.

486. *Determinación de los números generadores*.—Colocada la mira en el punto cuyas coordenadas se tratan de determinar, se afloja el tornillo *G* de la plancha de los nonios y se mueve el anteojo de derecha á izquierda, arriba y abajo, hasta conseguir que el hilo vertical caiga sobre la vertical media de la mira, apretando en seguida el tornillo *G* y haciéndose las lecturas sobre ella, según se sabe por la estadia; con lo cual se obtendrán

los valores de a y b , y por consiguiente su diferencia $a-b=g$, que es uno de los números generadores.

El valor θ se obtiene leyendo la graduación del limbo azimutal con los microscopios ii y los nonios nn .

El valor de V se obtiene leyendo en el limbo cenital con los microscopios $i'i'$ y los nonios $n'n'$.

Si fuese el ciclo-clepe, el microscopio M y los hilos del micrómetro darían los valores de θ y V sobre los limbos azimutal y cenital.

487. *Registros.*—Los valores de los números generadores se apuntan en registros como el 12 (1), para después deducir los valores de las coordenadas x , y , z , por las fórmulas anteriores, empezando por el de d , para después hallar los de x é y .

La diferencia de nivel dN , entre el punto de estación y el punto donde se coloca la mira, se halla por la fórmula conocida de la nivelación $dN = \pm d \cot V + i - h$; siendo i la altura del instrumento y h la de la visual á la mira sobre el suelo, cuyos valores se escriben en las casillas correspondientes del registro. El valor de z se obtendrá añadiendo el valor dN , á la cota de la estación.

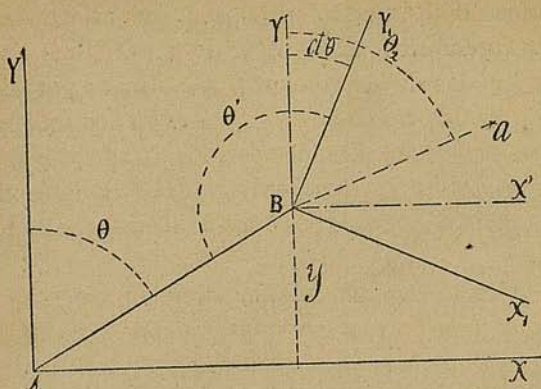
Levantamientos taquimétricos.

488. *Elección de las estaciones y cálculo de sus coordenadas.*—La determinación de las coordenadas de un punto tal como se acaba de indicar, permite resolver el problema de un levantamiento cuando su extensión es pequeña; puesto que poniendo el instrumento en estación en el centro, se pueden determinar por radiación, desde él, las coordenadas de todos los puntos que se deseen; pero cuando el terreno sea mayor y se necesiten más estaciones, es necesario que al trasladarse de unas á otras, la orientación del aparato sea exactamente paralela, pues de lo contrario, un error de orientación en una estación, traería consigo un desplazamiento general de todos los

(1) Véase «Registros de Taquimetría».

puntos tomados desde ella, como se puede ver en la figura 203, en que X, Y , son los ejes en la estación A y X_1, Y_1 los de

Fig. 203.



la B , en vez de ser los X', Y' , paralelos á los primeros. El ángulo $d\theta$ que forma la dirección nueva del eje con la primitiva, da el error de orientación, y los azimutes de todos los puntos tomados desde B , vendrán con este error, que producirá el efecto de haberles hecho girar á todos ellos alrededor de B una cantidad angular $d\theta$.

Se comprende por lo dicho la necesidad de la orientación paralela en las estaciones; y si esto no es posible por tener que valerse de la aguja magnética para marcar estas direcciones y estar ésta expuesta á la variación diurna y á los errores propios de los instrumentos, es necesario por lo menos calcular el error $d\theta$ de desorientación de una estación á otra, para corregir con él los valores de los azimutes tomados desde las estaciones; pudiéndose emplear para ello tres métodos distintos.

489. 1.º MÉTODO DE MOINOT.—*Las estaciones son visibles cada una desde la anterior, y su distancia es menor que la necesaria en los anteojos para poder determinar la distancia g por medio de la estadía.*

Sean A y B las estaciones, desde la A se determinan los números generadores g_a, θ_a y V_a de la estación B ; y colocados

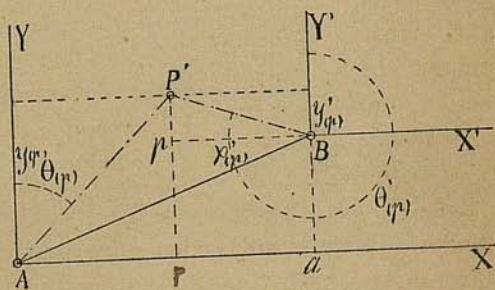
después en estación en B , se determina la visual inversa á la A y sus números generadores g_b, θ_b, V_b . Si el valor $\theta_a - \theta_b$ es igual á 200° más ó menos una pequeña cantidad, ésta será el valor de $d\theta$, que es necesario añadir ó quitar á todos los azimútes tomados desde la estación B para que así queden referidos á los ejes verdaderos X, Y en vez de estarlo á los X_1, Y_1 .

Las coordenadas de la estación B se obtienen por las fórmulas que dan los valores de x, y, z y dN , con los valores g_a, θ_a y V_a ; y se comprueban después con los g_b, θ_b y V_b , después de haber corregido el θ_b (que será igual á θ_a); debiendo obtenerse valores iguales y de signos contrarios á los hallados desde la estación A .

490. 2.º MÉTODO ITALIANO.—*Las estaciones son visibles cada una desde la anterior, pero su distancia es mayor que la que da el anteojo para hacer mediciones con la estadia.*

Con objeto de que las estaciones estén más separadas y se disminuya su número aprovechando todo el alcance de los anteojos, se eligen las estaciones A y B (figura 204), de modo que se vean una desde la otra, pero pudiendo estar dis-

Fig. 204.



tantes una longitud casi doble del caso anterior, puesto que no habrá que medir esta distancia con la estadia.

Se elige un punto P' que esté respecto de A y B en el mismo caso que se hallaban A y B en el método de Moinot; es decir, que sea visible desde las dos estaciones y que se pueda medir su distancia á ellas por medio de la estadia.

Desde la estación A , se determinará solamente el valor θ_a de la estación B , y los tres valores g_p, θ_p y V_p del punto P' . Trasladados á la estación B , se determina el valor θ_b de la estación A , y los g'_p, θ'_p, V'_p del punto P' , con relación á B .

y Q dentro del alcance eficaz de los anteojos, para poder determinar sus distancias con la estadía.

Se determinan los valores θ_p , V_p , g_p , y θ_q , V_q , g_q , desde A ; y los correspondientes θ'_p , V'_p , g'_p y θ'_q , V'_q , g'_q , desde B ; calculándose indirectamente el azimut θ de la recta PQ con la estación primera, y el θ' con la segunda, cuya diferencia será 200° ó $200^\circ \pm d\theta$; siendo $d\theta$ la corrección de desorientación de todos los azimutes tomados desde B .

El cálculo de las coordenadas X , Y , Z de B , se efectúa como en el método anterior por medio de las del punto P ó del Q , ó mejor por las dos para tener comprobación.

El azimut de PQ con relación á la estación A , se calcula de la manera siguiente:

En el triángulo PQq de la figura, se verifica $Qq = Pq \times \text{tag } qPQ$, y $\text{tag } qPQ = \frac{Qq}{Pq}$, pero $Qq = x_q - x_p$, $Pq = y_q - y_p$, llamando x_p , y_p y x_q , y_q á las coordenadas de P y Q desde la estación A ; pero además $qPQ = \theta$, luego $\text{tag } qPQ = \text{tag } \theta = \frac{Qq}{Pq} = \frac{x_q - x_p}{y_q - y_p} (\alpha)$.

El azimut de PQ con relación á la estación B , es θ' ; pero el triángulo PQp , da $Pp = Qp \times \text{tag } PQp$, y por lo tanto, $\text{tag } PQp = \frac{Pp}{Qp}$.

Este valor, cuando no existe desorientación en B , debe de ser igual al (α) , puesto que entonces los ángulos qPQ y PQp son iguales; pero $PQp = \theta' - 200^\circ$, luego deberá ser $\text{tag } PQp = \text{tag } \theta = -\text{tag } \theta'$; y llamando x' , y' las coordenadas de los puntos tomados desde la estación B , se tendrá:

$$\begin{aligned} Pp &= x'_p - x'_q \text{ y substituyendo, } \text{tag } PQp = \frac{x'_p - x'_q}{y'_q - y'_p} = -\text{tag } \theta' \\ Qp &= y'_q - y'_p \end{aligned}$$

$$\text{y } \text{tag } \theta' = -\frac{x'_p - x'_q}{y'_q - y'_p} = \frac{x'_q - x'_p}{y'_q - y'_p} (\xi).$$

Si los valores obtenidos por las fórmulas α y ξ son iguales en valor absoluto; θ y θ' difieren en 200° justos y no ha habido desorientación, pero en caso contrario, se buscarán los valores de los ángulos θ y θ' , y su diferencia, corregida en 200° , será el valor de $d\theta$, con el cual se corrigen los azimutes de los puntos tomados desde B . Esta corrección

es pesada y no muy exacta, puesto que los valores de $\tan \theta$ y $\tan \theta'$, vienen dados por valores que ya no son exactos por provenir de diferencias y cocientes de números aproximados, como son

$$x_q - x_p \text{ é } y_q - y_p, \text{ etc.}$$

492. **Comparación entre los tres métodos.**—De los tres métodos, el mejor es el italiano, puesto que las estaciones están distantes, aprovechándose así si se quiere el alcance máximo de los anteojos, y la corrección $d\theta$ en este método es tan sencilla y exacta como en el de Moinot, cosa que no sucede en el de Porro; reúne en sí las ventajas de los dos métodos sin tener sus inconvenientes, por lo cual es el más usado; empleándose también con frecuencia el de Moinot, sobre todo en terrenos muy accidentados ó donde haya muchos detalles.

493. **Aplicaciones de la taquimetría.**—La taquimetría, cuyos procedimientos están generalizándose con gran rapidez, se usa ya en España con preferencia á los métodos antiguos, para los proyectos de vías de comunicación, como ferrocarriles, carreteras, caminos, canales, etc., pero puede aplicarse con ventaja al levantamiento de planos catastrales, y á todos los levantamientos regulares dependientes del ramo de Guerra; habiendo tendencia á substituir todo el material antiguo por taquímetros (1) para aprovechar la rapidez que proporciona, sobre todo en los trabajos de campo.

(1) Existen, además de los taquímetros, otros aparatos destinados á esta clase de levantamientos; siendo los dos principales el omnímetro de Eckhold, que construye la casa Elliott, hermanos de Londres, y el taquigrafómetro Wagner-Fennel, que construye la casa Fennel; no entrando en la descripción de ellos por creer no caben dentro de estas ligeras nociones de Taquimetría y tratarse de aparatos que, aunque conocidos hace años, no se ha extendido apenas su uso; bien sea porque su coste es mayor que el de los taquímetros, ó por lo delicados que son, sobre todo el segundo. Éste resuelve sobre el campo el problema de determinar desde luego, no los números generadores, como hacen los demás taquímetros, sino directamente los valores de d y de $z = d \times \cot V$, para lo cual lleva un aparato adicional llamado de *proyección*, debido al Ingeniero constructor M. C. Wagner (en Wiesbaden), aparato que puede adaptarse á un taquímetro, brújula, nivelante, etc. Se comprende la ventaja que este aparato presenta, pues evita en los trabajos de gabinete el cálculo de los valores de d y de z , deducidos de los de los números generadores.

La casa Elliott, de Londres, tiene publicado en inglés un folleto con la descripción del omnímetro, y la casa Fennel, de Alemania, tiene otro en francés con la descripción del taquigrafómetro.

Trabajos de campo.

494. **Diversas clases de levantamientos.**—En la taquimetría pueden considerarse dos clases de levantamientos: 1.º, terreno de dimensiones casi iguales en todos sentidos; y 2.º, terreno que ocupe una zona larga y estrecha como en los trazados de vías de comunicación.

En ambos hay que considerar separadamente los trabajos de campo y los de gabinete.

La marcha de las operaciones será la siguiente:

495. **Terreno de pequeña extensión.**—Se hace un reconocimiento preliminar del terreno para la elección de estaciones, según el método que se ha de emplear para su unión; no siendo conveniente recurrir al 3.º sino cuando no se pueda prescindir de él. Se señalan estos puntos con estacas numeradas ú otras señales, y se reseñan sobre el bosquejo que se hará al mismo tiempo, ó en un pequeño cuaderno.

Las estaciones elegidas, lo habrán sido de tal modo, que todos los puntos de la zona que abarque el levantamiento, sean vistos por lo menos desde una, y que puedan ser determinados desde ella.

496. **Personal de una brigada.**—Elegidas y marcadas las estaciones, podrá la brigada empezar los trabajos, debiendo componerse del personal siguiente, si se quiere que las operaciones marchen con toda la rapidez de que es susceptible el método.

Una brigada taquimétrica se compondrá de cuatro portamiras, un ayudante que haga las lecturas en el aparato, otro que las escriba en un cuaderno y reseñe los puntos que se van determinando y bosqueje el terreno de cada estación, y, por último, el jefe que dirige, y cuya misión principal, después de elegidas las estaciones, es marcar los puntos en que han de colocarse los portamiras, cuyos puntos serán los convenientes, tanto para la planimetría como para la nivelación; reseñando y bosquejando todos ellos con objeto de que sirvan después para el figurado del terreno.

De la pericia del jefe depende que con el menor número de puntos posibles se tenga lo suficiente para el levantamiento; siendo, como se ve, muy secundario el papel de los ayudantes que están con el aparato: los cuales se relevarán á menudo, pues la lectura con los hilos es muy fatigosa.

El Jefe de trabajos deberá tener mucho orden en la colocación de los portamiras para que no haya confusión, siendo conveniente que empiece siempre ó por los puntos á la derecha ó á la izquierda de la visual á la estación siguiente, y marchando en el mismo sentido, de modo que describan próximamente circunferencias concéntricas alrededor del aparato, y cuyos radios vayan disminuyendo á medida que se van terminando las vueltas completas al horizonte. Como los portamiras se colocan á veces á 500 metros, se necesita un pito de señales que lleva el del aparato para avisarles han terminado en un punto y pueden pasar á otro.

497.—*Marcha de la operación.*—Se empezará por poner el taquímetro en estación en la primera elegida, haciéndolo del modo ya indicado (485), se buscará una señal natural lejana que sirva de referencia, y apuntando á ella, se determinará el valor de θ que se anotará en el registro. Esta operación tiene por objeto saber si durante la estación se ha movido el aparato, bien por un choque, bien por el viento, etc., y se comprueba antes de pasar á la estación siguiente, volviendo á apuntar á la señal y determinando nuevamente θ , debiendo encontrarse el mismo valor que al principio, ó una diferencia admisible entre los dos; pues de lo contrario hay seguridad de que ha habido variación en el aparato, siendo necesario volver á repetir la estación si fuese grande la diferencia. El primer punto que deberá determinarse después de la señal, es la estación inmediata, para lo cual se dirige la visual y se determinan los números generadores, apuntándoles en el registro; empezando en seguida la determinación de los llamados de *relleno* ó de *detalle*, que son aquellos en que se van colocando los portamiras, y que pueden estar hasta una distancia igual á la del alcance eficaz del anteojo.

Levantados todos los puntos necesarios de la zona correspondiente á la estación, se comprueba como se ha indicado, sobre la señal ó referencia, y se pasa á la estación siguiente. Debe hacerse notar, que cuando se levanta el aparato de una estación, estará terminado todo el trabajo relativo á la zona, la cual con algunos taquímetros puede tener 500 metros de radio; y por consiguiente, que el número de puntos levantados tiene que ser muy grande y el tiempo empleado en la estación ha debido ser de algunas horas; ventaja grande, puesto que ahorra el trabajo de recorrer el terreno varias veces, como sucede con los métodos antiguos. En la segunda estación, orientados con arreglo á lo dicho, se busca la señal que ha de servir de referencia; debiendo ser la misma de la anterior, si es posible, y repitiendo la operación sobre ella; dirigiendo en seguida la visual á la primera estación para determinar el valor de θ' del azimut inverso y poder calcular el valor $d\theta$; el cual no se corrige en el campo sino en los trabajos de gabinete. Hecha esta operación, se empiezan á determinar puntos de detalle ó relleno, siguiendo el mismo método explicado en la primera; prosiguiendo de un modo análogo, hasta la última estación, en que se darán por terminados los trabajos de campo.

Si algunas estaciones hubiesen estado unidas por el método de Porro, es necesario señalar los puntos P y Q que han de servir para la determinación de esta estación y la corrección $d\theta$.

498. Levantamiento de gran extensión.—En este caso se necesita una red trigonométrica preliminar, pero con un número menor de vértices que empleando otros instrumentos, puesto que las estaciones que vienen á formar la red topográfica pueden tener sus vértices más distantes.

Esta red se hace con el mismo taquímetro, que substituye con ventaja al teodolito, y con el cual se opera del modo indicado para la red en los levantamientos de gran extensión.

Terminada la red trigonométrica, se empieza la elección de puntos de estación, y además la de otros puntos que pueden estar dentro ó fuera del levantamiento y que se llaman

puntos directores, los cuales son puntos visibles desde el mayor número de estaciones y sirven lo mismo que los de referencia, para la comprobación de las operaciones hechas.

El resto del plano se ejecuta como en el caso de *pequeña extensión*.

499. **Caso particular.**—*Una zona larga y estrecha.*—Si el levantamiento es de una zona larga y estrecha como para el trazado de una vía de comunicación, la marcha es la misma, sólo que entonces los *puntos directores* deben ser en mayor número; y la línea de estaciones estará elegida por el centro del ancho de la zona, estando los puntos directores y de referencia á derecha é izquierda de ella. Si fuese muy larga se divide en trozos que se dan á varias secciones, las cuales marcharán independientes después de haber marcado los puntos de unión comunes á dos trozos contiguos; puntos que sirven para comprobar y unir los trabajos hechos de las secciones.

500. *Orientación.*—En todos los levantamientos se deberá buscar la meridiana astronómica por el método de la culminación, empleando el taquímetro.

501. *Bosquejos.*—Se ha indicado la necesidad de hacer bosquejos de la parte del levantamiento ocupado por cada zona; y para conseguir esto, si el personal de ayudantes no está muy instruido, pueden llevarse preparados los registros, como se ve en el núm. 12 en la casilla última, en los cuales vaya trazada una circunferencia dividida en 400°, numerados, por ejemplo, de 5° en 5°; y una escala de papel ó cartulina que gire alrededor del centro de esta circunferencia.

El ayudante que apunta las lecturas hechas en el taquímetro, construye el ángulo leído θ , poniendo la reglilla de modo que pase por la graduación correspondiente buscada en la circunferencia, y toma sobre el borde de la reglilla una longitud igual al valor g , leído con los hilos, quedando de este modo determinado el punto en el papel con bastante aproximación. Repitiendo esta operación con cada punto, puede hacerse fácilmente un bosquejo muy exacto, sin necesidad de una gran práctica.

El Jefe de la brigada llevará sus bosquejos, además de los del ayudante, pero poniéndose de acuerdo con él para reseñar los puntos con las mismas letras y poder después confrontar unos con otros. Estos bosquejos serán hechos á ojo.

Trabajos de gabinete.

502. **Partes de que constan.**—Dos partes tiene este trabajo: 1.^a, determinación de las coordenadas de los puntos; 2.^a, representación gráfica en el dibujo.

503. 1.^o CÁLCULO DE LAS COORDENADAS.—El cálculo de las coordenadas se empieza marcando de antemano el grado de exactitud necesario en las operaciones para no perder tiempo hallando más cifras decimales que las que en realidad se necesiten. Este grado de exactitud es distinto, según que se trate de puntos que sean *estaciones, principales* ó *de relleno*.

En la práctica, se aproxima en general hasta *decímetros* en las distancias, y *centímetros* en las alturas correspondientes á *estaciones* ó *puntos principales*; y *metros* en las distancias, y *decímetros* en las alturas para los puntos de *relleno*. El cálculo de coordenadas se hace de tres maneras: 1.^o, por medio de tablas; 2.^o, por medio de la regla de cálculo, y 3.^o, por el transportador ó cuadros gráficos.

Las coordenadas de los puntos principales deben hallarse siempre con tablas ó con la regla de cálculo; las de los de relleno pueden también calcularse del mismo modo; pero es mucho más rápido, aunque no tan exacto, hacerlo por medio del transportador, y algunas veces por los cuadros gráficos.

Existen muchas tablas calculadas para este objeto y todas ellas tienen una casilla con los valores de los *sen.*² de los ángulos, otras con el *sen.* y *cos.* y otra con la *tag.* (1).

La regla de cálculo taquimétrico, fundada en la logarítmica, se halla explicada al final de esta obra (2).

Los *cuadros gráficos* son de varias clases y se pueden cons-

(1) Las tablas más completas son las publicadas por Cuartero, cuyo manejo es sencillísimo y se halla además explicado en ellas.

(2) Véase regla de cálculo taquimétrica.

truir con facilidad. Al final de la obra puede verse uno de ellos (1), con su explicación correspondiente, así como su uso y manejo.

504. REGISTRO DE ESTACIONES.—El cálculo de las coordenadas empieza siempre por la determinación de las correspondientes á las estaciones, corrigiendo en todas ellas el error $d\theta$ y haciendo un registro (núm. 13), donde se escriben los datos obtenidos para cada una, y tomados del registro de campo; como son, los valores de θ , θ' , d y la cota final z ; con los cuales se calculan los valores de las casillas restantes del registro. Si las estaciones forman itinerarios cerrados, se podrán comprobar los valores obtenidos por medio del cierre; y de un modo análogo cuando formen itinerarios abiertos que partiendo de un punto conocido vayan á parar á otro conocido.

505. 2.º REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS PUNTOS.—Determinadas las coordenadas de las estaciones, se hallan las de los demás puntos correspondientes á cada una de ellas, corrigiendo los valores de θ en la desorientación $d\theta$; y después de hecho el cálculo de las coordenadas referidas á los ejes que pasan por cada estación, se las refiere todas ellas á un solo sistema de ejes, que se llaman de origen, elegidos con objeto de evitar las coordenadas negativas.

Se prepara el papel del plano con las hojas correspondientes y del modo ya indicado 471; se empieza por fijar en él los puntos principales como estaciones, puntos de referencia ó directores; buscando las comprobaciones y los errores de cierre debidos á la construcción, rectificando los que estén mal construídos y empezando en seguida con los puntos de relleno en el orden en que están en los cuadernos y teniendo delante los diseños del jefe de la sección y del ayudante, los cuales sirven de auxiliares poderosos, no sólo para la planimetría sino para el figurado del terreno.

506. TRANSPORTADOR DE SALMOIRAGHI.—El cálculo de coordenadas de los puntos de detalle, ya se recurrirá á las tablas, ya á la regla de cálculo, es sumamente pesado á causa del excesivo

(1) Véase cuadro gráfico taquimétrico.

número que existe en un levantamiento; y como la exactitud necesaria para su determinación no es tan grande ni de tanta importancia como la relativa á los de estación y directores, se emplean los cuadros gráficos, ó unos transportadores especiales como el de la figura 206, con los cuales se fija su posición en el papel, una vez calculado el valor de d .

Explicación:

L L. Semicírculo dividido en 200^g .

E. Diámetro del semicírculo con una escala de milímetros.

P. Pieza que contiene el botón t con una punta fina en su parte inferior y sirve para clavar-se en los puntos de estación, para que el aparato gire alrededor de él y se puedan construir todos los puntos.

RR'. Regla conteniendo una escala de milímetros desde 0 á 0^m,24.

Otra escala con su reglilla rr' , y ésta con un botón a para poderla hacer correr con facilidad dentro de la ranura.

Esta escala sirve para el cálculo de las distancias $d = g \operatorname{sen}^2 V$, y su uso es igual al de la regla de cálculo taquimétrica (1).

El modo de operar con el transportador, es colocarle de modo que su centro quede fijo en el papel en el punto que representa la estación, para lo cual se pone encima de dicho punto la punta fina del botón t , apretándola fuertemente, en cuya posición gira todo el aparato alrededor de ella. Para construir los puntos de relleno

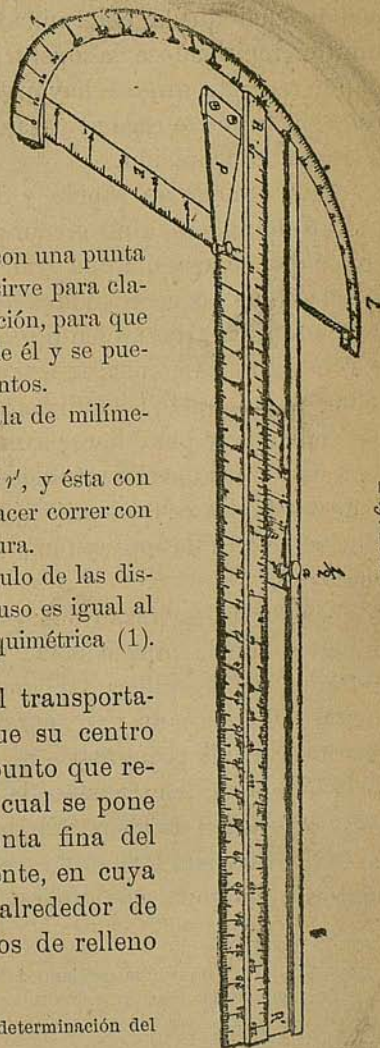


Fig. 206.

(1) Véase al final «Regla de cálculo»; determinación del valor d con la escala inversa de los sen^2 .

del registro de campo, se toman de él los valores θ y d , el primero sirve para construir el ángulo como en un transportador ordinario, marcando la dirección, bien con el borde de la regla RR' , bien con el que hace de diámetro y tiene la escala E . La longitud d se toma sobre la línea trazada, buscándola en la escala de la regla RR' ó en la E , y marcándola en el papel; con lo cual queda determinada la posición planimétrica del punto, repitiéndose la operación sin levantar la punta del botón t , hasta que se hayan trazado todos los puntos de la estación, en cuyo caso se pasa el transportador á la siguiente, y se repite la operación.

Este método es rápido y de exactitud suficiente para los puntos de relleno, á no ser en planos de escala muy grande y en los que se necesite una gran exactitud, en cuyo caso se hará el cálculo de las coordenadas de todos los puntos, bien por las tablas taquimétricas, bien por la regla de cálculo.

507. FIGURADO DEL TERRENO.—Las curvas se determinan todas por el método indirecto, interpolándolas entre los puntos hallados, y para hacer con rapidez esta interpolación, se hará uso de los medios estudiados en el Tratado de Acotaciones, ó de las tablas centesimales (1); pues habiéndose de repetir muchas veces la operación, conviene buscar medios abreviados (2).

Las curvas se trazan de lápiz pasando por los puntos determinados con la misma cota, y siguiendo las inflexiones que indiquen los bosquejos del campo.

508. CÁLCULO DE LAS ÁREAS DE LOS TERRENOS LEVANTADOS.—Las ventajas de taquimetría no consisten sólo en que se economiza tiempo en los trabajos de campo, sino en que calculadas las coordenadas de los puntos, puede hallarse fácilmente el área de todo el terreno levantado ó el de una parte limitada por un contorno poligonal cualquiera.

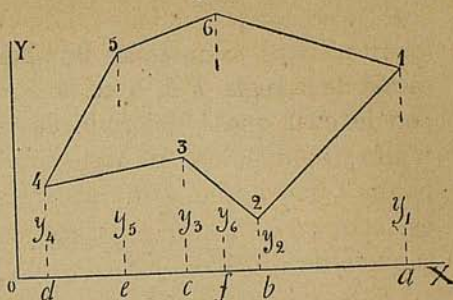
(1) Véase al final de la obra «Tablas de interpolación».

(2) Existen además otros procedimientos rápidos de interpolación, los cuales pueden verse en los tratados especiales de taquimetría, como los de Bárcena, Carderera, Moinot, Erasme, etc.

Sea, en efecto, un polígono 1, 2, 3, 4, 5, 6 cuyas coordenadas estén referidas á los ejes X é Y (fig. 207).

Bajando las coordenadas paralelas al eje Y , se habrá descompuesto el polígono en los trapezios $a.1.2.b$, $b.2.3.c$, $c.3.4.d$, $d.4.5.e$, $e.5.6.f$, y $f.6.1.a$. La suma de los tres últimos, menos la de los otros, es igual al área del polígono dado; pero el área

Fig. 207.



del trapezio $a.1.2.b$, es igual á $\frac{(oa-ob)(y_1+y_2)}{2} = \frac{(x_1-x_2)(y_1+y_2)}{2}$

y análogamente la de los demás. Luego el área A del polígono será $A = \frac{1}{2} [(x_5-x_4)(y_4+y_5) + (x_6-x_5)(y_5+y_6) + (x_1-x_6)(y_6+y_1) - (x_3-x_4)(y_3+y_4) - (x_2-x_3)(y_2+y_3) - (x_1-x_2)(y_1+y_2)]$, que puede ponerse bajo la forma de la suma de todos los trapezios, teniendo en cuenta que hay factores cuyo valor puede ser negativo, puesto que en vez de poner $-(x_2-x_3)$ se podrá poner (x_3-x_2) ; y de este modo queda la fórmula $A = \frac{1}{2} [(x_2-x_1)(y_1+y_2) + (x_3-x_2)(y_2+y_3) + (x_4-x_3)(y_3+y_4) + (x_5-x_4)(y_4+y_5) + (x_6-x_5)(y_5+y_6) + (x_1-x_6)(y_6+y_1)]$, la cual es fácil de traducir á la regla general siguiente.

509. *Regla para hallar el área.*—Si se numeran los vértices de un polígono de modo que empezando por uno de ellos sigan siempre los números correlativos hasta volver al de partida, el área será igual á la semisuma de los productos que se obtienen con una serie de términos, cuyos factores son, la diferencia de abscisas por la suma de las ordenadas correspondientes á cada dos vértices consecutivos, tomadas siempre las diferencias en el mismo orden.

Capítulo VI.

LEVANTAMIENTOS IRREGULARES

Generalidades.

510. **Objeto de los levantamientos irregulares y su división.**—En el párrafo 79 se ha indicado que bajo el nombre de levantamientos irregulares se comprende á todos los que se ejecutan á la ligera, bien por no ser necesario en ellos una exactitud tan grande como en los regulares, bien porque la falta de tiempo y de instrumentos adecuados, no permita otra cosa.

Los métodos ó procedimientos para llevarlos á cabo son los mismos que en los regulares, no variando sino en el grado de exactitud relativa con que se verifican las operaciones, y en el número de detalles que contienen.

Por el objeto á que se destinan estos levantamientos, pueden considerarse divididos en dos grupos.

1.º Levantamientos rápidos hechos con un fin puramente militar.

2.º Levantamientos hechos con un fin de utilidad pública, ó con uno puramente particular, como son los reconocimientos rápidos hechos en un terreno para hacer un anteproyecto ó estudio de una vía cualquiera de comunicación ú otra obra de este género.

La marcha de las operaciones es la misma en todos; la variación está en el objeto á que se destina el levantamiento, que hace sean distintos los detalles que cada uno necesita. En efecto, en un anteproyecto de ferrocarril, nada importa que á 300 metros á la derecha ó izquierda del trazado exista una altura que domine el camino, pero en cambio este detalle es importantísimo

para un plano militar; puesto que de pasar desapercibido podría hacer que se formase una idea errónea é incompleta de las condiciones tácticas de dicha vía en aquella parte.

En un plano *catastral*, es de gran importancia marcar los límites de cultivo y la división de parcelas; y en uno militar, este detalle no tiene importancia ninguna mientras estas lindes no sean al mismo tiempo escarpados, barrancos, etc., en cuyo caso su importancia militar sería bajo este punto de vista, pero no como lindes.

Supuesto que las operaciones topográficas han de ser las mismas en unos que en otros, y para los primeros se necesitan conocimientos especiales, relativos á cada caso de aplicación que puede presentarse, se prescindirá de ellos para ocuparse exclusivamente de los que tienen carácter militar, los cuales reciben en general el nombre de *reconocimientos*.

511. **Reconocimientos.**—Estos levantamientos, no necesitando tanta exactitud ni disponiéndose para su ejecución sino de escaso tiempo é instrumentos ligeros y poco exactos, tienen por carácter distintivo la rapidez con que se ejecutan; y dentro de ésta, y de los medios que se emplean para ello, una exactitud relativa.

Antes de empezar su estudio detallado, se indicarán los instrumentos y medios más adecuados para llevar á cabo las operaciones topográficas; las cuales, siendo las mismas que las de los levantamientos regulares, se reducen á la *medida de distancias* y á la *de ángulos*, bien *azimutales* para la planimetría, bien *cenitales* para la nivelación.

Medición de distancias.

512. **Medición con instrumentos.**—La medición de distancias puede hacerse por medios *directos* é *indirectos*.

1.º **MEDICIÓN DIRECTA.**—Los medios *directos* son: una cuerda ó alambre de unos 10 metros en los casos de mayor exactitud, y á pasos del hombre ó á los aires del caballo, en la generalidad de los casos, en que el terreno puede ser recorrido

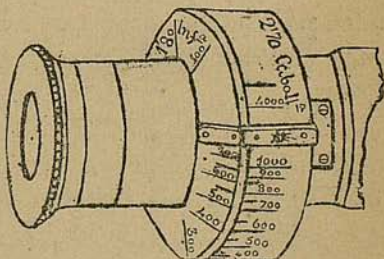
con facilidad en el sentido de la medición. Los *cuentapasos y odómetros* 108 y 109, tienen aquí su principal misión, así como el procedimiento indicado (110) valiéndose de las ruedas de carruajes.

513. 2.º MEDICIÓN INDIRECTA.—En los terrenos quebrados, ó cuando las distancias son grandes; y también cuando no se puede recorrer la distancia que hay que medir por estar bajo el fuego enemigo, se recurre á la medición indirecta, bien por los métodos indicados en los párrafos 113 á 118 relativos á esta clase de mediciones con estadías, ó bien con telémetros.

Existen muchos aparatos destinados á estas mediciones; pero todos ellos se fundan en alguno de los principios indicados en los párrafos de referencia.

514. *Anteojo tambor*.—Este anteojo, fundado en el principio de ser M constante (116), y variable la separación m de los hilos, es un anteojo terrestre (fig. 208) que á la distancia de la visión distinta del ocular, lleva un micrómetro con dos hilos que pueden acercarse ó alejarse paralelamente á sí mismos por medio de las vueltas de un pequeño tambor cilíndrico.

Fig. 208.



La mira en este aparato está substituída por una altura constante de 1,80 metros, ó sea la talla media de un soldado de á pie desde lo alto del cubre-cabezas á los tacones; ó por la de 2,70 metros, que es la de un hombre á caballo, desde el cubre-cabezas de aquél á los cascos de éste.

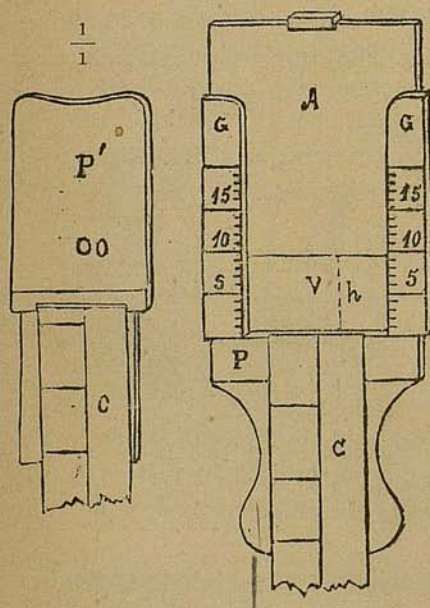
El tambor lleva dos graduaciones con sus letreros *Infantería* y *Caballería*. Estas graduaciones, en vez de dar el valor m de la separación de los hilos, dan ya calculado el valor de la distancia sacada de la fórmula del párrafo 116.

El modo de usar este aparato es muy sencillo. Sacados los tubos que sirven para acortar su longitud como en todo anteojo

terrestre, bastará hacer que se coloque un peón ó jinete en el extremo de la línea que se ha de medir y dirigirle una visual desde el otro extremo, de modo que su altura quede comprendida entre los dos hilos, para lo cual será necesario mover convenientemente el tambor hasta conseguirlo; leyéndose entonces la graduación correspondiente frente á un índice fijo. Esta lectura expresa la distancia medida, y es tanto más exacta, cuanto más se aproxime la talla del individuo ó del jinete al valor medio $1^m,80$ ó $2^m,70$, por el cual están hechas las graduaciones.

515. *Nautómetro Morel*.—Este aparato fundado en la propiedad de ser m constante y d variable (117), es el representado en la figura 209.

Fig. 209. $\frac{1}{1}$



Una placa metálica P , lleva una corredera A que puede subir ó bajar á lo largo de unas ranuras dejando descubierta una ventana V , cuya altura h , puede aumentar ó disminuir comprendiendo un cierto número de milímetros, que se miden en unas graduaciones que lleva la placa en sus costados.

A esta placa va fija una cinta C dividida en centímetros, la cual pasa por otra placa P' con un pequeño orificio O que hace de ocular.

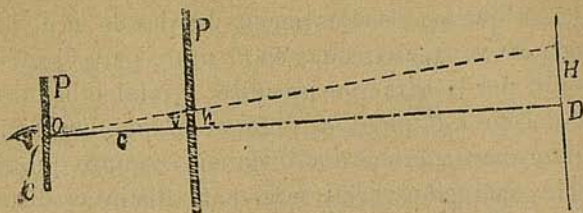
Para medir, por ejemplo, la distancia á que se halla un objeto de altura conocida M ,

se abre la ventana V , m milímetros; y teniendo en una mano el ocular P' , cerca del ojo, se irá alejando la ventana P , hasta que las visuales que partiendo de O pasen por los bordes superior é inferior de la ventana V , enrasen con los extremos del objeto de altura M . La longitud de la cinta C leída en centímetros, será la milésima parte de la distancia buscada,

puesto que, según la figura 210, la relación de semejanza de los dos triángulos, será $\frac{m}{M} = \frac{ov}{oD} = \frac{1}{1000}$ y $oD = ov \times 1000$.

Si M es un hombre á pie ó á caballo, podrá prescindirse de la mira.

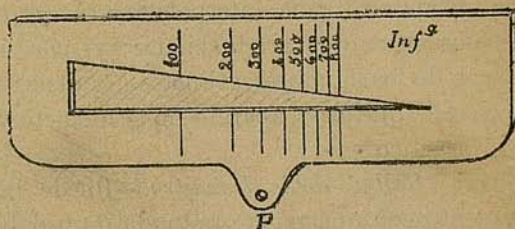
Fig. 210.



516. *Estadía triangular*.—Consiste este aparato, como se ve en la figura 211,

Fig. 211. $\frac{1}{1}$

en una placa metálica ó de cartulina P con una abertura triangular que lleva unas graduaciones numeradas 100^m, 200^m, etc.



Su uso es el siguiente:

Colocada la plancha P á una distancia conocida del ojo, y mirando á través de la abertura triangular á un objeto de altura conocida como un infante ó un jinete; se corre la vista á lo largo de la ranura hasta conseguir que las visuales que pasen por los bordes comprendan el objeto; y si esto se verifica por donde hay una graduación, ésta es la distancia buscada; pero si fuese entre dos graduaciones se obtendrá el valor correspondiente por interpolación. En una de sus caras lleva la graduación para cuando se mira á un hombre á pie, y en la otra, las correspondientes á un jinete.

La dificultad mayor con este aparato es colocar siempre la placa á la distancia conveniente del ojo, operación que no sólo

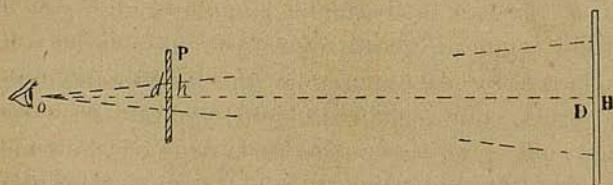
necesita costumbre, sino tenerla calculada de antemano; pudiendo hacerse del modo siguiente:

Se marcan en una pared la altura media de un peón y de un jinete, y á partir de ella, se miden distancias de 50, 100, 200 metros, etc., colocándose con la estadia en los extremos de estas longitudes. Si es, por ejemplo, en la de 100^m, se acerca ó aleja la placa hasta que las visuales por los bordes de la división 100 enrasen con las rayas marcadas en el muro para el infante ó el jinete, según por la cara que se mire; y midiendo entonces la distancia del ojo á la placa, se observa en qué disposición está el brazo para mantenerle á esa distancia siempre que se opere. Se repite la operación varias veces para distintas distancias y sus graduaciones correspondientes; y siempre deberá encontrarse la misma posición para la placa; procurando sea la que se emplee cuando se haga uso del aparato.

Los movimientos del brazo, la dificultad de colocar la placa á la misma altura, la interpolación necesaria cuando caen las visuales entre dos graduaciones; y, por último, las distintas alturas de los hombres y jinetes á quienes se dirigen las visuales, hacen que este aparato no sea exacto y que dé poco resultado práctico.

517. *Regla ó doble decímetro.*—Puede improvisarse un instrumento con una regla graduada ó un doble decímetro de los usados para el dibujo (fig. 212).

Fig. 212.



A una distancia del ojo igual á d , se coloca la regla verticalmente y se dirigen por su borde dos visuales que vengan á enrasar en los extremos de un objeto H , de altura conocida M y colocado al extremo de la distancia que se quiere medir. Los milímetros m comprendidos en la regla entre las dos visuales,

permiten hallar el valor de la distancia, puesto que se está en el caso 116 en que $D = \frac{d \times M}{m}$.

518. *Telémetro*.—Los telémetros ópticos pueden también servir en muchos casos para estas mediciones, si bien su empleo, más que para la topografía, es para la apreciación de distancias en el tiro de la Infantería y Artillería; pero llevados á campaña por los oficiales con este objeto, pueden algunas veces servir de auxiliares poderosos en los reconocimientos.

Los principales son los de *Gaumet* (135), *Goulier* (1), *Gautier*, *Rosandik* y otros; pero en general son caros y de poca utilidad considerados solamente como instrumentos topográficos de reconocimiento.

519. *Distancias por el sonido*.—El sonido puede en muchos casos servir para apreciar distancias, teniendo presente que la luz recorre las distancias cortas con una velocidad que puede considerarse en ellos como infinitamente grande, mientras que el sonido en condiciones normales recorre en el aire y á la temperatura de 0°, 337,2 metros por 1''; aumentando 0^m,626 por cada grado de temperatura; y siendo su velocidad dentro del agua de 1.435 metros por 1''.

520. *Con un reloj*.—Si una tropa de Artillería ó Infantería hace fuego á cierta distancia visible para un observador, podrá calcular aproximadamente la distancia que le separa de ella, por medio de un reloj que bata segundos. Estando atento con el reloj en la mano para ver los segundos que marca en el momento de percibirse el fogonazo de un disparo, y contando los que transcurren hasta oír el ruido de la detonación, este número, multiplicado por el valor del espacio recorrido según la temperatura apreciada sobre poco más ó menos según la época del año y la hora del día, dará aproximadamente la distancia pedida.

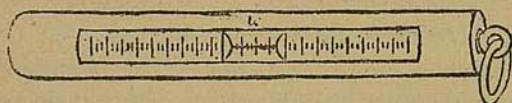
La dificultad de ver los segundos marcados por el reloj en el momento del fogonazo, sobre todo para las personas algo

(1) Véase el apéndice I donde se describe el de Goulier para la Infantería del Ejército francés.

nerviosas, que sin querer cierran los ojos al apercibirle, ha hecho á Boulengée construir un pequeño aparato que llama *telémetro*, el cual tiene bastante aplicación para el tiro y alguna para los reconocimientos al frente del enemigo.

521. *Telémetro de Boulengée*.—Consiste, como se ve en la figura 213, en un pequeño tubo de cristal cerrado hermética-

Fig. 213.



mente á la lámpara, después de haber introducido *bencina* en su interior, y un índice de plata *i* muy ligero; y formado de dos discos unidos por una varilla. El tubo lleva unas graduaciones por las cuales se averigua la distancia.

El modo de operar con este aparato, es tenerlo en la mano horizontalmente, con el índice puesto en cero y ponerle rápidamente vertical en el momento mismo de percibir el fogonazo ó el humo del disparo.

El índice empieza su descenso, pero la *bencina* impide que éste se haga con rapidez y al apercibirse la detonación se vuelve el tubo á la posición horizontal. El camino recorrido por el índice expresa la distancia; para lo cual, la escala está graduada por experiencias hechas á distancias conocidas. Existen varios modelos de este telémetro, unos destinados al fuego de fusil y otros al de artillería, variando en las graduaciones de las escalas.

522. *Contador Redier*.—Su forma es la de un reloj; una aguja colocada en cero está en movimiento siempre que se oprime un botón que lleva en uno de sus costados, cesando en el momento en que este botón está libre.

Se oprime el botón al ver el fogonazo, y se suelta cuando se oye la detonación; la aguja marca en una escala los segundos transeurridos, y en otra el valor de la distancia en metros (1).

(1) Existe otro telémetro contador análogo á éste, pero la aguja marca un quinto de segundo. Es debido á Eremberg y Montadon. Es mucho más perfeccionado que el anterior, pero es mucho más caro. Su precio es de 150 pesetas.

523. **Medición de distancias sin instrumentos.**—POR EL TIEMPO.—Muchas veces no es posible ir midiendo á pasos una distancia recorrida, y, sin embargo, hay necesidad de conocerla; el tiempo empleado en la marcha puede servir para ello siempre que se conozca el dato de la velocidad de marcha de una tropa de Infantería ó de Caballería, según que marchen aislados ó reunidos; teniendo en cuenta que en este último caso se gradúa por la de la Infantería.

524. *Cuadros de equivalencia de pasos á metros y á segundos de tiempo.*—Los cuadros siguientes dan las indicaciones necesarias para resolver este problema.

INFANTERÍA

PASOS.	LONGITUD MEDIA.	PASOS EN 1'.	ESPACIO RECORRIDO EN 1'.	ID. EN 1 HORA.
Ordinario . .	0m,65	116	75m,40	4.500m
De camino..	0m,80	100	80m	4.800m
Largo.	0m,75	116	87m	
Ligero.....	0m,83	180	144m	

CABALLERÍA

AIRES DE CABALLO.	RECORRIDO EN 1'.	EN 1 HORA.
Paso.....	100m	6.000m
Trote.....	230m	13.800m
Galope.....	350m	21.000m

Estos datos no son sino aproximados, pues á medida que una tropa está más cansada, marcha con menor velocidad. Al mismo tiempo la variedad de terreno recorrido influye mucho, pues no se marcha lo mismo en terreno horizontal, que en terreno en pendiente; por caminos anchos y en buen estado,

que por caminos estrechos y mal cuidados, etc.; así es que estos datos deberán ser modificados convenientemente, y nunca se podrá deducir de ellos una gran exactitud; pueden sin embargo ser de utilidad en marchas largas y terrenos no quebrados, y sobre todo cuando marchando individualmente se tiene talonado el paso, y conocida perfectamente su equivalencia en metros.

525. MEDIDAS Á SIMPLE VISTA.—La medición de distancias á ojo es muy necesaria, pero no puede dar buenos resultados sino cuando está hecha por personas muy acostumbradas á esta clase de ejercicios.

No se pueden dar reglas generales, pues el principal elemento que es la vista de cada individuo, es distinta en general; además las condiciones atmosféricas, la posición del observador y de los objetos, y la hora á que se hace la operación, son otros tantos inconvenientes para la aplicación de principios fijos.

526. DATOS PRÁCTICOS.—Se indicarán algunos datos prácticos que cada cual deberá reformar según su vista y las circunstancias.

Hasta 180 metros se puede distinguir la cara de un hombre.

Hasta 300 metros, las manos y chapas de cinturón y cubrecabezas, así como los sables desenvainados vistos de frente ó de espaldas.

Hasta 400 metros, los cañones de los fusiles sobre el hombro, las astas de las lanzas y la forma del cubre-cabezas.

Hasta 500 metros, la dirección de la marcha de los pelotones que se acerquen ó se alejen.

Hasta 600 metros, el manejo de armas y los colores bayo y negro de los caballos.

Hasta 700 metros, los movimientos de los pelotones en marcha, vistos de frente ó de espalda, y el aire del paso de la caballería.

Hasta 1.300 metros, el color encarnado de los pantalones.

Estos datos se refieren á un observador de vista buena y en día claro.

Respecto á las distancias mayores que las anteriores, se puede agregar el dato de que á 2.000 metros los hombres y los caballos aislados se empiezan á ver como puntos, á 4.000 metros se pueden contar las ventanas de una casa grande y las chimeneas si se destacan sobre el cielo; á 6 ú 8 kilómetros, las casas aisladas si están blanqueadas; á 8 ó 10 kilómetros, estas mismas y los molinos de viento si se destacan sobre el cielo, y á 12 ó 15 kilómetros, las torres de las iglesias.

527. *Ilusiones ópticas.*—Los efectos de perspectiva y algunos fenómenos físicos ejercen en nuestra vista una influencia que puede producir ilusiones ópticas que hagan cometer errores considerables en la apreciación de distancias, si no se está prevenido y se tiene una gran práctica.

Como regla general se puede establecer que un mismo objeto aparecerá tanto más cercano cuanto más iluminado esté. Los colores claros y brillantes, destacándose sobre fondos negros, aparecen más cercanos de lo que en realidad están; así como también los colores oscuros que se destacan sobre fondos claros, como sobre el azul del cielo, y los objetos que el observador mira cuando están iluminados por el sol en la parte vista por él. En días claros, y con la nieve, se acortan las distancias para la vista; y, por el contrario, se alargan en días de niebla y lluviosos.

Otras ilusiones son debidas á la posición del observador respecto al terreno. Las distancias vistas desde arriba hacia abajo parecen más cortas que las verdaderas, é inversamente. En terrenos de llanura, en que no hay puntos de comparación, también se acortan las distancias (1).

En países quebrados las distancias en general parecen menores, pero sin embargo, en un valle estrecho y de vertientes algo escarpadas, las distancias de un punto de una de ellas á otro de la otra, aparecen mayores de lo que en general son, y es porque la vista no sigue la línea recta que les separa, sino

(1) Esto sucede en los caminos de la Mancha, en que se ven los campanarios de los pueblos desde distancias considerables, pareciendo mucho más cortas que lo que en realidad son.

que instintivamente sigue el camino que tendría que recorrer para ir de un punto á otro bajando al fondo del valle.

Estas ilusiones se evitan con mucha práctica, para lo cual lo mejor es ir apreciando á ojo las distancias en el terreno, y después, midiéndolas en el mapa ó plano y rectificando las medidas hechas.

528. **MEDIDAS POR REFERENCIA.**—En los caminos, los postes kilométricos ó las leguarías antiguas, ahorran el trabajo de medir estas distancias, puesto que los números escritos en ellos las dan con bastante exactitud. Los árboles en los caminos, así como los postes telegráficos, sirven de gran auxiliar, pues suelen estar espaciados con cantidades iguales; de modo que midiendo este espacimiento y contando su número, una multiplicación da la distancia.

529. *Datos recogidos.*—Los datos recogidos, preguntando á los naturales del país ó á los traficantes, pueden servir también muchas veces, pero confrontando los datos de unos con los de otros, por temor á engaño ó equivocación.

Medida de ángulos.

530. **Instrumentos empleados en la medición.**—Los aparatos empleados en la medición de ángulos pueden ser de dos clases: los que sólo sirven para la medición de los *azimutales* y los que además se utilizan para la nivelación, como los *eclímetros* ó *clisímetros*, que son la generalidad y los más convenientes.

Indistintamente se irán explicando unos y otros, puesto que conocidos los procedimientos planimétricos y de nivelación, no puede haber dificultad en comprenderles.

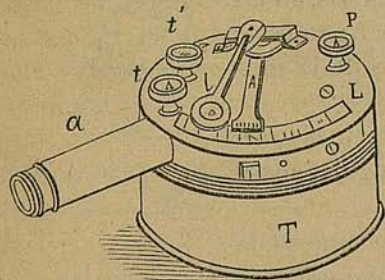
Los goniómetros y goniógrafos más usados son: los de reflexión, las brújulas sencillas ó nivelantes, y las planchetas.

531. **SEXTANTE DE BOLSILLO.**—Entre los goniómetros de reflexión se usa el *sextante de bolsillo*, cuyo fundamento y descripción son iguales al indicado en los párrafos 172 y 173. Su forma varía por haberse reducido para que ocupe poco espacio.

La figura 214 con su explicación hace ver cómo está dispuesto. Su manejo es sencillo. La tapa *T* se quita y se atornilla al fondo de la caja, sirviendo así para coger el aparato y sostenerlo en la mano.

Se saca el pequeño anteojo *a*, y por él se dirige la visual á

Fig. 214.



uno de los objetos hasta que se vea directamente por la parte sin azogar del espejo, y moviendo convenientemente la alidada *A* por medio del piñón *P* que engrana en un arco dentado interior, se conseguirá ver el otro objeto por doble reflexión y en la misma

Explicación :

T. Tapa de la caja.

A. Alidada con su nonio.

L. Limbo.

l. Lente para las lecturas.

a. Anteojo.

P. Piñón para el movimiento de la alidada *A*.

En el interior están los dos espejos, iguales é igualmente dispuestos que en el de la figura 72.

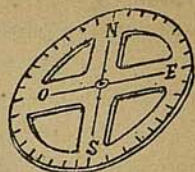
vertical que se ve directamente; leyéndose entonces el valor del ángulo sobre el limbo *L*, valiéndose de una pequeña lente *l* que aumenta las graduaciones.

532. BRÚJULAS EN GENERAL.—Las brújulas usadas en esta clase de levantamientos son de dos clases: unas que tienen el limbo azimutal movable y unido á la aguja imanada, y otras con el limbo fijo á la caja como las de los levantamientos regulares.

533. LIMBOS AZIMUTALES.—Los limbos llamados *movibles* son de chapa metálica sumamente delgada ó de cartulina, con objeto de que tengan poco peso y no hagan perder mucha sensibilidad á la aguja; la cual va unida solidariamente á ellos y tiene que arrastrarles en su oscilación hasta quedar fijos cuan-

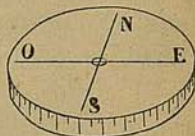
do la aguja marca la meridiana. Unos son de forma de lámina circular (fig. 215), y otros de forma de cilindro de poca altura, en cuyo caso llevan la graduación en el sentido de las generatrices como en la figura 216.

Fig. 215.



Las graduaciones no están como las de los limbos de las brújulas ordinarias, en las cuales el cero está en la punta *N*; en éstos lo está en la *S*, siendo el sentido de la graduación el de *S*, *E*, *N* y *O*.

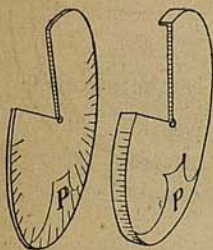
Fig. 216.



Descansan estos limbos sobre un eje vertical del mismo modo que las agujas magnéticas.

534. LIMBOS CENTITALES.—Los limbos de los eclímetros pueden ser también móviles ó fijos. Los móviles son unos trozos de círculo de las dos formas que se han indicado en los azimutales (fig. 217), pero lastrados en el medio del sector con un peso *P*

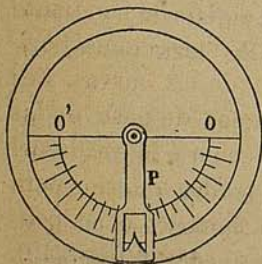
Fig. 217.



que les transforma en verdaderos perpendículos cuando están verticales; puesto que oscilando libremente alrededor de su eje, que entonces está horizontal, la acción de la gravedad obra sobre ellos.

Estos limbos pueden llevar dos graduaciones, una marcando los ángulos de pendiente en grados, y otra por su tangente; es decir, siendo eclímetros ó elisímetros.

Fig. 218.



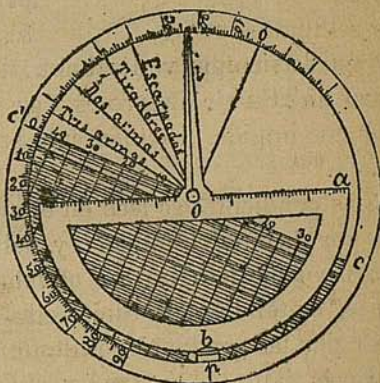
Los limbos fijos van unidos á la caja y de su centro sale el eje para sostener la aguja imanada; y al mismo tiempo cuando este limbo está vertical, se pone en movimiento un pequeño apéndice *P* (figura 218), que hace de perpendículo y recorre una división interior á la azimutal, sobre la cual se leen los ángulos de pendiente.

Los limbos de los eclímetros y clisímetros sirven para determinar los valores correspondientes para hallar la diferencia de nivel dN entre dos puntos, empleándose las mismas fórmulas que en la nivelación regular; con la única variación de que en general, no usándose miras, se dirigen las visuales á puntos del terreno, por lo cual en la fórmula de la nivelación $dN = \pm d \cot V + i - h$, hay que hacer $h = 0$.

535. *Clisímetros para determinar perfiles.*—Existen algunos clisímetros que sirven para hallar, con una sencilla lectura, la separación gráfica que deben tener en el papel los puntos de paso de las curvas, según un perfil de pendiente dada.

Su fundamento es el siguiente: Si en un círculo (fig. 219) cuyo diámetro es cc' se trazan paralelamente á éste una serie de rectas distantes una cantidad igual á la equidistancia gráfica del plano, y se numeran de uno en uno ó de cinco en cinco los diversos radios que van á los puntos marcados 0° — 10° — 20° desde c' á p , representarán pendientes de 0° , 10° , 20°, y sus intersecciones con la serie de paralelas, indicarán los puntos de paso de las curvas horizontales de una en una, ó de cinco en cinco.

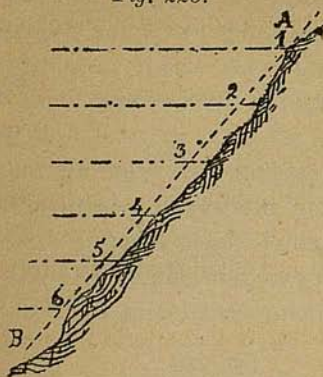
Fig. 219.



En efecto, supongamos un terreno AB de 15° de pendiente uniforme (fig. 220), y trazadas en él la serie de secciones horizontales que sirven para la determinación de las curvas. Los puntos de intersección 1, 2, 3, 4....., serán los de paso de las curvas sobre el perfil, pero haciendo la reducción á la escala del dibujo, se obtiene precisamente el cuadro gráfico anterior para el radio 0° — 15° ; y si se repite la operación para todas las pendientes, se tendrá la representación de dicho cuadro (fig. 219).

Las partes 1—2, 2—3, 3—4, etc., de la figura 220, serán

Fig. 220.



la separación de las curvas en el terreno; y la correspondiente en el dibujo, será la representada en el cuadro gráfico; la cual, medida, se podrá llevar sobre el papel; dando así el punto de paso de las curvas sobre el perfil.

Estos cuadros gráficos van pegados á las cajas de los clisímetros y eclímetros, los cuales tienen la forma y colocación que se ve en la figura 219; teniendo por perpendicular un semicírculo $ab a'$, cuyo propio peso basta para

que quede siempre vertical el índice i y horizontalmente el diámetro aa' . Su eje de giro está en el centro o y p , es un pequeño tope que impide al semicírculo separarse mucho del fondo de la caja.

Las pendientes se leen en el arco de círculo del cuadro gráfico por medio del índice i ; y sobre la parte cuadrículada, se marca por el diámetro aa' el valor del mismo ángulo de pendiente, evitándose de este modo trazar los radios que van á pasar por las graduaciones desde c' á 90° .

En la figura, el índice i y el diámetro aa' , marcan la pendiente de 24° .

La división en milímetros del diámetro aa' sirve para medir la parte que separa dos paralelas consecutivas del cuadro, bajo la inclinación correspondiente; y siendo esta cantidad muy pequeña y difícil de apreciar, se prefiere en la práctica tomar la que existe, no entre dos consecutivas, sino entre la 5.^a y la 15.^a, la 10.^a y la 20.^a, etc., esta distancia dividida por 10, dará el valor de separación buscada para las curvas consecutivas.

Estos cuadros gráficos se completan trazando en ellos varios diámetros que indiquen pendientes determinadas, como las que

limitan los terrenos accesibles á las tres armas, aquellos en que no puede operar sino la Infantería y Caballería, etc.; con lo cual se facilita mucho la apreciación de estas pendientes que en muchos casos son las únicas que hace falta conocer y cuyos valores se ponen á continuación.

536. *Pendientes principales del terreno considerado militarmente.*—5°. Es la pendiente accesible á todas las armas, y en la que el fuego descendente de la Infantería es más eficaz.

10°. La Artillería sube con dificultad, bajando los carruajes con la rastra.

15°. La Infantería sube formada, la Caballería en tiradores y la Artillería sólo en zig-zag.

25°. La Infantería sube en tiradores, la Caballería sólo con jinetes aislados y en zig-zag.

35°. Los hombres á pie suben aislados y con dificultad.

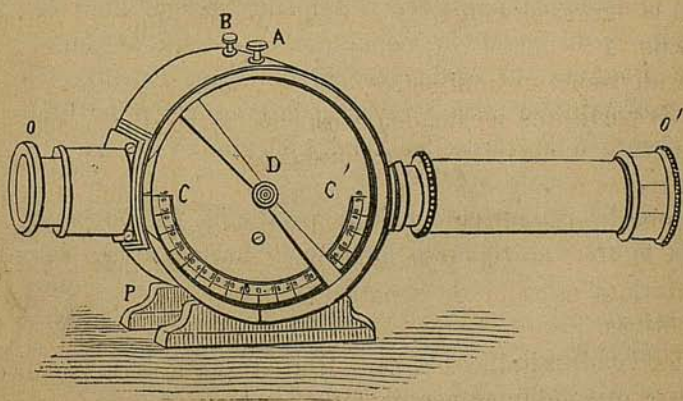
45°. Necesitan ayudarse con las manos y unos á otros.

Las pendientes mayores de 45° se considerarán como escarpados según ya se sabe.

Establecidos estos principios generales, se indicarán los instrumentos más en uso y de mejores condiciones.

537. ALTAZIMUT.—Este instrumento, de construcción reciente (fig. 221), se compone de un limbo movable de forma cilíndri-

Fig. 221.



ca cuyas graduaciones se leen por un ocular *o* que hace el oficio de microscopio para aumentar las graduaciones, y detrás del cual hay una cerda para enrasar con las divisiones. Un botón *A* sirve para levantar este limbo cuando no se opera con él; haciendo el oficio de la palanca de suspensión en las brújulas ordinarias.

Las visuales se dirigen por un anteojo interrumpido dentro de la caja, y en el que *o* es el ocular y *o'* el objetivo.

Inferior al limbo azimutal va otro limbo cenital con graduaciones de eclímetro y clisímetro y un tornillo *B* para sujetarle cuando no se opera con él.

La figura indica la posición para cuando se opera como eclímetro, con cuyo objeto lleva la base *P* para apoyarle en una plancheta, cartón, etc.

Se puede montar con un trípode ligero de movimiento en todos sentidos, ó atornillarle un sencillo mango para tenerle en la mano. Es un instrumento de los más perfeccionados de esta clase y aun puede á veces utilizarse en la Topografía regular. Sus dimensiones son reducidas: su largo es 0^m,17 y 0^m,06 el diámetro del limbo, pudiendo guardarse todo el aparato dentro de un estuche. El anteojo lleva anteojerías de cristal ahumadas para cuando se dirigen visuales al sol (1).

538. *Modo de operar.*—Para operar con este instrumento se le coloca horizontalmente, bien teniéndole en la mano con ó sin el mango ó puesto en el trípode; se deja libre el limbo azimutal y dirigiendo la visual por el anteojo al punto dado, se hará enrasar la cerda vertical de detrás del objetivo, con el punto á que se mira; y leyendo la graduación del limbo que cae frente á la cerda, se tendrá el rumbo de la dirección mirada.

Para determinar el ángulo de pendiente, se pone como está en la figura é inclinando el anteojo hasta enrasar la visual

(1) El único defecto de este aparato es la dificultad en determinar los rumbos cuando las visuales van á puntos muy elevados ó muy bajos, pues para que rija el limbo es necesario que esté horizontal; y en esta disposición el anteojo no permite que se eleven ó descienan las visuales sino una pequeña cantidad.

de la cerda, que ahora está horizontal, con el punto cuya diferencia de nivel se desea hallar; y leyendo entonces la graduación que marque esta cerda en el limbo cenital, se obtendrá el ángulo de pendiente buscado.

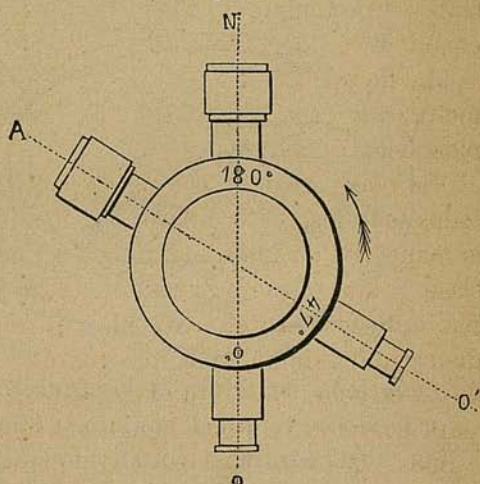
539. *Graduaciones del limbo azimutal.*—Se ha indicado que las brújulas de limbos movibles tienen la graduación en sentido de *S. E. N.* y *O.* y el cero en la punta Sur, y, en efecto, así debe ser, puesto que imaginando la visual en la dirección Sur-Norte, es decir, en dirección de la meridiana, la lectura deberá ser cero (figura 222), y para esto es necesario que se halle éste colocado en la punta Sur que es la que cae frente al ojo del observador.

Si en esta disposición se dirige la visual á un punto tal como *A*, el limbo, después de oscilar, quedará en la misma posición que

estaba, y la variación habrá sido en el anteojo y en la caja del aparato que habrán girado hasta colocarse en *O' A*, después de recorrer un ángulo, por ejemplo, de 47 grados; y para construirle en el papel se necesita hacerlo según se ve en la figura, á partir del *N* y de derecha á izquierda, pues de este modo se trazará en el papel el azimut de la dirección *O' A*.

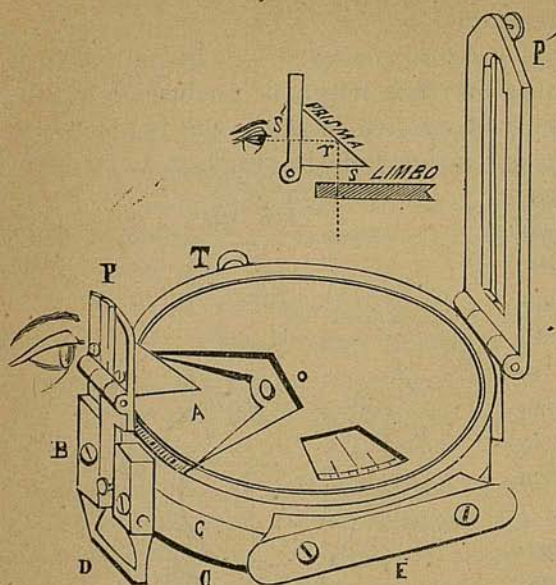
340. *BRÚJULA INGLESA.*—Es la brújula figura 223; tiene el aparato de visuales formado por dos pínulas *P* y *P'*; la caja *C* lleva en su interior los dos limbos, uno para ángulos azimutales, que es el inferior, y otro para los cenitales. Una abertura *A* en la tapa permite hacer la lectura de los ángulos azimutales correspondientes á las visuales dirigidas por las pínulas; para

Fig. 222.



lo cual la *P* lleva un prisma de reflexión total como se ve en el detalle en *r*. El rayo de luz *s* que parte del limbo, penetra

Fig. 223.



en el prisma perpendicularmente á su cara inferior, y sin experimentar refracción llega sobre la cara mayor en *r*, y allí sufre la reflexión total, tomando una dirección *rs'* perpendicular á la *sr* que traía, y en virtud de la cual el ojo del observador percibe la graduación correspondiente del limbo

á través de la hendidura de la pínula *P*.

Cuando no se usa el aparato se hacen girar las dos pínulas; la *P* se abate contra el costado de la caja en *B* y queda sujeta por una anilla *D*. La *P'* queda tendida á lo largo de la tapa para que no estorbe ni se rompa.

E es una disposición para colocar la caja vertical sobre una plancheta ó cartón de dibujo y también para tenerla en la mano cuando se miden los ángulos de pendiente con el limbo superior.

Los limbos son de cartulina y con graduaciones en el círculo. El cenital lleva graduación de eclímetro y de elisímetro.

El botón *T* sirve para poder sujetar dicho limbo, siendo preciso hacerlo cuando esté oculto en la parte cerrada de la tapa, pues de lo contrario, si se interpone en la abertura *A*, impide ver las graduaciones del limbo azimutal, el cual queda montado sobre su eje al levantar la pínula *P'*; es decir, cuando se va á

operar, y al doblar ésta, se levanta y deja de funcionar; substituyendo esta disposición automática al botón que lleva el altazimut.

A esta brújula puede añadirse un mango, bastón ó tripode, pues lleva una caja con rosca en la parte inferior.

Todo el aparato puede ponerse dentro de un estuche de cuero con una correa para colgarla en bandolera. Es una de las brújulas más á propósito para levantamientos rápidos, y es más portátil y barata (1) que el altazimut.

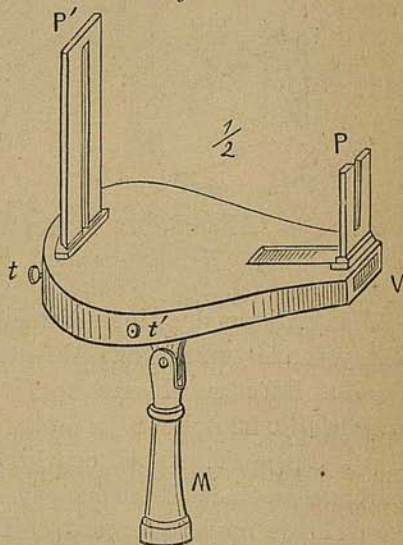
Algunas de estas brújulas llevan en la pínula P' un espejo que puede girar alrededor de un eje horizontal como el de la figura 225, y delante de la P unos cristales de colores. Ambas cosas tienen por objeto poder dirigir visuales al sol.

541. BRÚJULA BOURNIER.—Esta brújula, que por espacio de mucho tiempo ha sido la más generalizada, va hoy substituyéndose por otras mejores. Difiere de la anterior en la forma y en algunos pequeños detalles, que han sido perfeccionados en aquélla.

La figura 224 hace ver su disposición; P y P' son pínulas de la tapa, la cual lleva una abertura que deja paso á la luz para que puedan verse las graduaciones de los limbos que son móviles y de forma cilíndrica, apercibiéndose sus graduaciones por la ventana V , en la cual hay colocada una lente que hace el oficio de microscopio para aumentarlas, haciéndose las lecturas frente á una cerda colocada verticalmente por detrás de la lente.

Además de dos botones para suspender los limbos cuando

Fig. 224.



(1) Su precio en Madrid es de unas 100 pesetas, con el estuche y correa de cuero.

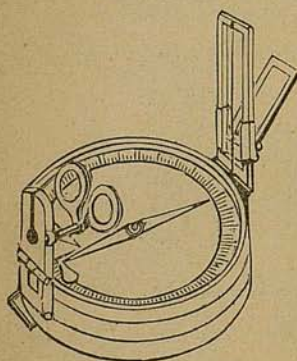
no funcionen, lleva otros que sirven para detener de repente las oscilaciones de estos limbos cuando se mueven demasiado, evitando de este modo el perder mucho tiempo esperando que paren las oscilaciones para poder hacer las lecturas.

Esta brújula se puede tener en la mano ó colocada en un bastón, para lo cual lleva la rodilla *M* que se ve en la figura.

542. BRÚJULA DE KATER.—La brújula de Kater es el origen de la inglesa ya descripta, pero no tiene eclímetro.

La figura 225 hace ver su forma; en ella se ven las pínulas, siendo de prisma la pequeña; el limbo es de placa con la misma disposición automática que la inglesa para suspenderle por medio de la pínula grande, la cual lleva en algunas el espejo á que se ha hecho referencia, llevando la otra los cristales de colores para evitar el mal efecto de los rayos solares.

Fig. 225.

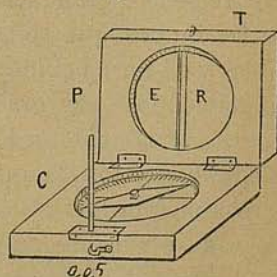


El no ser nivelante esta brújula hace que no pueda en general competir con ninguna de las ya indicadas.

Las brújulas descriptas tienen todas ellas sus limbos móviles, y son las más usuales de este sistema.

543. BRÚJULA HOSSARD.—Esta brújula (fig. 226) lleva en su tapa *T* un espejo *E*, en el cual hay marcado un trazo *R* sin azogar, y colocado de modo que con el diámetro 0° — 180° del limbo, determinan un plano perpendicular al espejo; en el cual se halla también una varilla *P*, perpendicular al plano de la caja, y que puede abatirse sobre él para cerrarla.

Fig. 226.



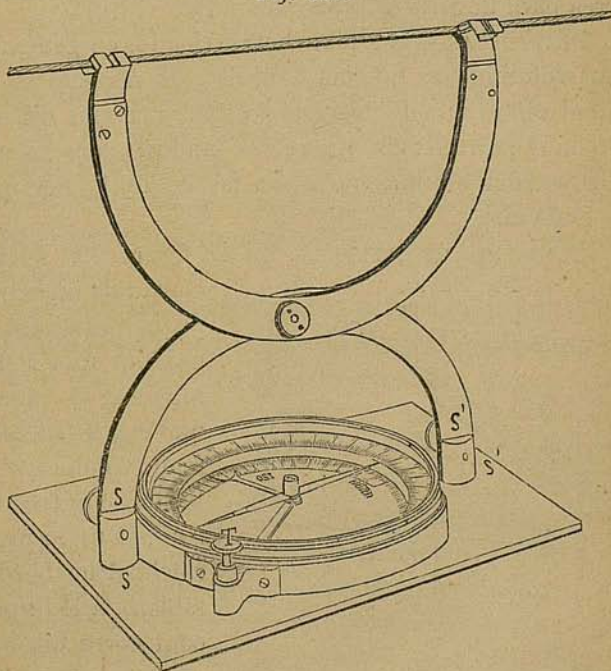
El plano de mira se obtiene con esta brújula abriendo la

caja, como se ve en la figura, y mirando por encima del espejo hasta que se vean en coincidencia la línea *R* y la imagen de la varilla, en cuyo caso se girará con el aparato hasta que el objeto á quien se dirige la visual se vea por reflexión en el espejo y en coincidencia con la línea *R*, leyéndose entonces el azimut que marca la aguja.

544. BRÚJULAS DIVERSAS.—Existen otra multitud de brújulas cuya descripción es inútil, pues basta la vista del aparato para comprender su uso y manejo (1); pero antes de dar por terminada la parte relativa á brújulas, se describirá una que puede ser de utilidad en algunas ocasiones, y es la brújula de minas de la casa Breithaupt.

545. BRÚJULA DE MINAS.—Esta brújula se ve en la figura 227,

Fig. 227.



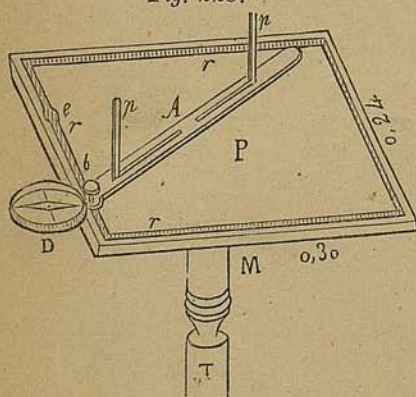
(1) La brújula de Hennequin, sencilla y portátil, las brújulas que pueden llevarse como dije de reloj, la llamada de Geólogo, etc.

y es una brújula ordinaria de limbo fijo y de construcción esmerada (1). Lleva una disposición especial que permite suspenderla de un hilo fuerte ó de una cuerda en el interior de las galerías de mina. En esta suspensión hay una ranura que hace de alidada para las visuales. Lleva un limbo de eclímetro con su perpendicular, pudiendo operarse con ella como tal aparato, para lo cual no hay sino ponerle vertical y dirigir la visual por la ranura de la suspensión que ahora quedará á un costado de la plancha que sostiene la brújula. Quitados los pernos SS' , puede plegarse la parte superior de la suspensión sobre el semicírculo inferior SS' , quedando esta pieza independiente de la brújula para poderla colocar en un estuche, que es poco mayor que la plancha de la brújula. T es un botón para elevar la aguja. Todo el aparato va colocado dentro de un estuche de cuero con una correa para llevarle á la bandolera.

546. PLANCHETAS.—Las planchetas, siendo, en general, aparatos más voluminosos que las brújulas, se necesita se hayan reducido al minimum de ligereza posible, y á más del modelo indicado en el párrafo 223, que se usa también para los reconocimientos, existen algunas otras, de las cuales la más portátil es la de Lefevre.

547. PLANCHETA DE LEFEVRE.—En la figura 228 se ve que

Fig. 228.



consta de un tablero de pequeñas dimensiones, unido á una rodilla de madera ó mango M , que puede tenerse en la mano ó colocarse en un bastón ó ligero trípode, rrr , es una ranura paralela á los bordes del tablero, á lo largo de la cual corre un botón b que arrastra consigo

(1) El limbo, como en todas las de la casa Breithaupt, tiene el cero en la punta N y la graduación de $N. O. S. E.$, ó sea en sentido contrario á la generalidad.

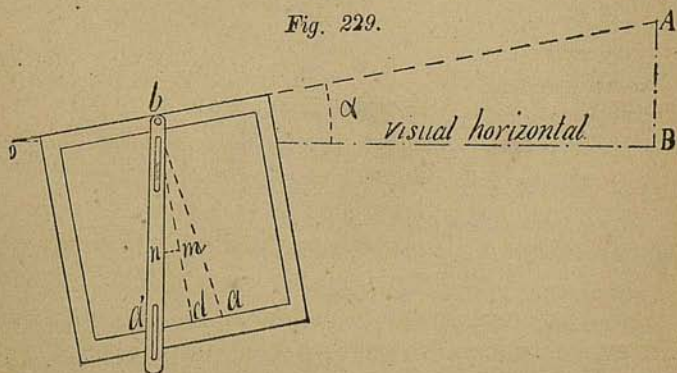
una alidada *A* y una pequeña declinatoria *D*. La alidada tiene dos varillas metálicas, que pueden ponerse verticales como en la figura, y hacer el oficio de pínulas, pudiendo plegarse sobre la regla cuando no se las usa.

En la ranura *r* hay una escotadura *e* con objeto de poder sacar un pequeño tope del botón *b*, el cual, teniendo su cabeza de mayor diámetro que la parte exterior de la ranura *r*, sólo puede sacarse por esta parte.

548. *Modo de operar en planimetría.*—Se coloca la plancheta sobre un bastón ó trípode ó se la tiene en la mano por el mango, se clava una aguja en el punto del tablero homólogo al de estación y con la declinatoria se orienta el aparato. Se mueve la alidada de modo que apoyándose contra la aguja, tome la dirección de la visual al punto que se desea, y después de apretar el botón *b* se pasa el lápiz por el borde de la regla, con lo cual queda marcada la dirección. La orientadora deberá marcar siempre el mismo ángulo mientras esté en un lado del tablero, pero en cuanto pase al lado contiguo, girará 90° á causa de la forma de cuadradillo que tiene en esa parte el botón *b*, y será preciso tener esto en cuenta para las orientaciones, aumentando 90° á los ángulos, por cada lado del tablero recorrido por la declinatoria.

549. *Modo de operar como eclímetro.*—La plancheta de Lefevre funciona también como eclímetro. Para ello se coloca en la disposición que se ve en la figura 229, en la que la alidada

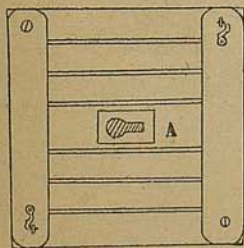
Fig. 229.



hace oficio de perpendicular, pudiendo moverse libremente alrededor del botón b cuando está sin apretar. La visual al punto A , cuya diferencia de nivel trata de hallarse, se dirige por el borde superior del tablero procurando colocar el instrumento á la altura del ojo. La alidada quedará en una posición vertical ba , que se marca con un lápiz, apretando de antemano el botón b para que no se mueva de esta posición. Después de esto se invierte la plancheta de modo que la alidada quede por el otro costado, y dirigiendo una nueva visual á A , y marcando la posición ba' de la alidada, la bisectriz bd del ángulo aba' será perpendicular á OA ; y el ángulo de pendiente α será igual á abd , ó mitad de aba' .

Para obtener $AB=dN$ diferencia de nivel, se lleva en la plancheta sobre bd una distancia bm igual á OB reducida á la escala del dibujo; y levantando la perpendicular mn , ésta será la homóloga de dN , la cual puede medirse para obtener su valor numérico; pero como en general esta recta será muy pequeña, en vez de tomar $bm = \frac{OB}{m}$ (siendo $\frac{1}{m}$ la escala del plano), se toma una longitud 5, 10, 20 veces mayor que bm , y la homóloga de la mn será también otras tantas veces mayor que la verdadera.

550. PLANCHETAS MÁS LIGERAS.—Existen otras planchetas sin mango ni trípode ó que pueden colgarse del hombro para trabajar con ellas como tablero de dibujo; y con objeto de hacerlas más portátiles se las da la disposición de la figura 230.



Están formadas de una tela fuerte pegada á una serie de listones de madera que pueden plegarse unos sobre otros cuando no se usa, reduciendo de este modo su tamaño; dos travesaños sujetos por medio de aldabillas, hacen que puedan ponerse todos en un plano formando un tablero continuo.

Al travesaño del centro puede dársele una disposición para

poner un mango ó sujetarle á un trípode ó bastón; pudiendo ser la representada en *A* en la figura.

551. NIVEL DE REFLEXIÓN Ó DE BUREL.—Un aparato que puede emplearse como nivel y clisímetro es el llamado de *reflexión*; el cual no es otra cosa sino un nivel de perpendicular muy parecido al de colimador (384), pero fundado además en el principio de óptica de que *las imágenes en los espejos planos están simétricamente colocadas respecto de los objetos de donde provienen y con relación al plano ó superficie del espejo*.

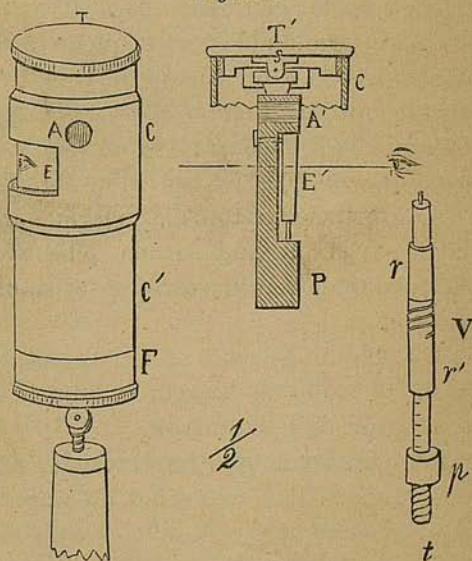
Consta, figura 231, de un espejo *E'* unido á un péndulo ó perpendicular *P*, y sostenido verticalmente por éste, el cual va suspendido en *s* del tapón *T'* de la caja del aparato.

Cuando el péndulo está suspendido libremente sin tocar á la caja, acusa la vertical y hace que también lo esté el espejo *E'*. Si en esta disposición del espejo se mira delante de él á unos 0^m,30 de distancia, se verá la imagen de la pupila simétricamente por de-

trás del espejo y sobre una perpendicular á él; y si al mismo tiempo se orienta el instrumento hasta que se vea directamente una mira colocada en la misma dirección y á unos 20 ó 25 metros de distancia, se podrá conseguir que subiendo ó bajando la tablilla de esta mira, su línea de fe esté en la visual anterior; y como el espejo es vertical, la visual será horizontal.

Se puede operar con el aparato sostenido con la mano ó atornillándole á un ligero trípode.

Fig. 231.



Este nivel sirve para la medida de pendientes haciendo de clisímetro, añadiéndole una varilla graduada V que lleva un contrapeso p . Esta varilla puede deslizarse en un tubo rr' , cuyo extremo r' lleva un índice para leer las divisiones que hay en aquélla. El tubo rr' tiene un paso de tornillo para atornillarse en un agujero en tuerca que lleva la pieza de suspensión en A' , entrando por la abertura A (figura de la izquierda).

La graduación de la varilla está dispuesta de tal modo, que cuando el índice r' marca 0 , el espejo está vertical y la visual es horizontal; las graduaciones siguientes marcan pendientes de un centímetro por metro.

Para operar con este nivel lleva en su tapa inferior una articulación terminada en un pequeño tornillo, el cual puede servir para sujetarle á un bastón ó ligero trípode. Colocado en esta disposición é inclinando el aparato, se sacará la varilla hasta conseguir que el contrapeso no toque en la envuelta de aquél con objeto de que la suspensión obre libremente.

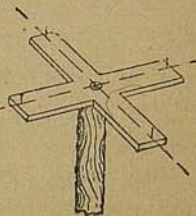
La inclinación tomada por la varilla será mayor cuanto mayor sea la longitud sacada, puesto que el brazo de palanca del contrapeso será mayor, y esta pendiente será medida por el índice r' .

Cuando no se opera con el aparato puede guardarse todo él en un solo tubo de pequeño volumen, como está representado en la figura de la izquierda.

552. **Instrumentos improvisados para la medición de ángulos.**—A veces hay necesidad de improvisar instrumentos por carecer por completo de ellos, buenos ó malos. De la inventiva del topógrafo dependerá siempre el sacar partido de los recursos que se tengan á mano ó de que se pueda disponer; y no pudiéndose dar reglas para estos casos, se indicarán algunos aparatos fáciles de improvisar.

553. **ESCUADRAS.**—Dos reglas fijas (figura 232) clavadas con una punta de París ó clavo de sección circular pueden servir de escuadra de perpendiculares ó de escua-

Fig. 232.

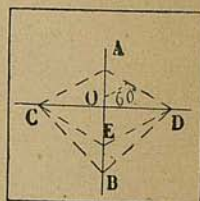


dra de 45° , si en una de ellas se hacen dos señales que marquen la posición que ha de tomar la otra cuando formen este ángulo.

Agujas ó alfileres clavados en los extremos de estas reglas hacen el oficio de pínulas, quedando cada regla transformada en una alidada.

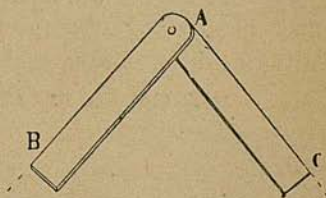
554. OTRA ESCUADRA.—En una tabla pequeña de unos $0^m,20$ de lado (fig. 233), se trazan dos rectas perpendiculares AB y CD . Se toman dos distancias iguales OA y OE , y desde A se lleva la distancia AE á AC y AD . Los triángulos ACE y ADE serán iguales y equiláteros. La distancia OC se lleva á OB , y los triángulos OCB y ODB serán iguales é isósceles. Se clavan agujas en A, B, C y D , y los planos de mira determinados por AB y CD serán perpendiculares; los AB y AD ó AC forman ángulos de 60° , y los BA y BC ó BD de 45° , pudiéndose, por lo tanto, trazar estos ángulos en el terreno.

Fig. 233.



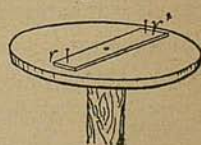
555. FALSA ESCUADRA.—Dos reglas (fig. 234) unidas en uno de sus extremos por medio de una punta de París ó clavo de sección circular, permiten dirigir visuales en dos direcciones dadas AB y AC , quedando marcado el ángulo que forman, el cual puede construirse en el papel.

Fig. 234.



556. GONIÓMETROS.—En una caja circular (fig. 235) se puede clavar una regla rr' con dos agujas, de modo que gire alrededor del centro del círculo; y si en éste se marcan los valores de los arcos, lo cual puede hacerse ó con un transportador ó dividiendo gráficamente la circunferencia, se tendrá un verdadero goniómetro que puede clavarse á un bastón ó mango.

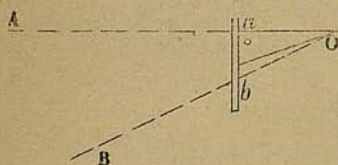
Fig. 235.



Si en el borde de esta tapa se hacen ranuras verticales en los extremos de dos diámetros perpendiculares ó que se corten bajo ángulos de 45° , 60° ó 30° , se tendrá una escuadra, puesto que las visuales dirigidas por las ranuras formarán dichos ángulos.

557. CON UNA ESCUADRA Y UNA REGLA GRADUADA.—En la figura

Fig. 236.



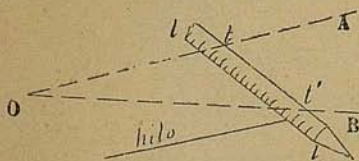
236 se ve el modo de ejecutarlo; se mide la magnitud ab , se coloca la escuadra en el papel con el doble decímetro en la misma disposición que está en la figura, y se marca el punto b , el cual unido al O dará el ángulo construido aOb .

558. CON UN LÁPIZ.—Los ángulos horizontales y cenitales pueden apreciarse á simple vista con tanta más exactitud cuanto más práctica tenga el que opera; pero lo mismo que en la apreciación de distancias, existen ilusiones ópticas contra las cuales es preciso estar prevenidos.

Un lápiz con varios trazos marcados en él de antemano puede servir de auxiliar.

Sea (fig. 237) l un lápiz atado á un ojal del traje con una

Fig. 237.



cuerda de longitud que siempre deberá ser constante. Si puesto horizontal, como se ve en la figura, y á una distancia del ojo igual á la de la cuerda, se dirige una visual á A por un trazo t , y se marca la intersección de la visual OB en t'

con otro trazo, se podrá averiguar aproximadamente el valor de este ángulo, girando alrededor de O y viendo cuántas veces el ángulo BOA está contenido en la vuelta completa, ó sea en 360° , y dividiendo este número por 360° se tendrá el valor del ángulo en grados. Repitiendo la operación para otros ángulos, se podrán marcar en el lápiz una serie de trazos que repre-

sentarán ángulos determinados; y siempre que colocado el lápiz en la disposición de la figura se vea un ángulo por dos trazos, se podrá conocer el número de grados que tiene.

559. PLANCHETAS.—Pueden improvisarse planchetas con un tablero ó cartón que se clava á un bastón ó trípode; el cual á su vez puede improvisarse con tres palos atados, como se ve en la figura 238.

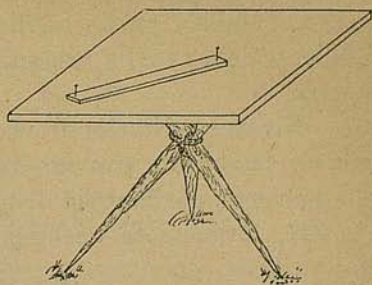


Fig. 238.

360. ECLÍMETROS.—Un transportador puede usarse como eclímetro suspendido de un hilo que pase por su centro una plomada ó pequeño peso (fig. 239). La visual se dirige por el diámetro $v v'$, y el hilo marca la vertical.

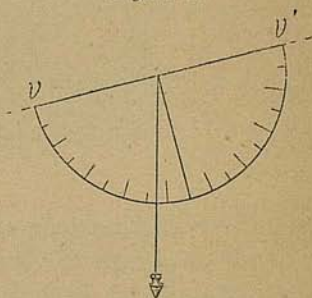


Fig. 239.

Otro eclímetro ó elisímetro improvisado puede hacerse, análogo al de la plancheta Lefevre.

En un cartón ó tablero (fig. 240) se traza un arco de círculo de un cuadrante, y en su centro se fija un hilo del cual pende un peso, que puede ser un lápiz, una goma de dibujo, una piedra, una bala, etc.

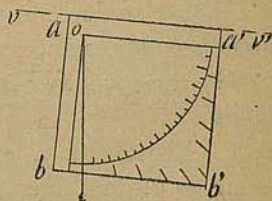


Fig. 240.

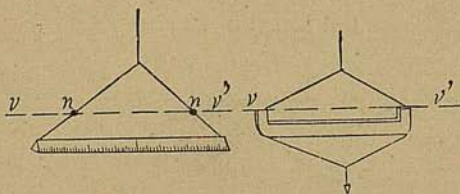
Puesto vertical el tablero, la visual se dirige por el borde superior, y en el arco se marca la pendiente por la graduación que pasa por el hilo.

Puede suprimirse el arco de círculo y obtener gráficamente el ángulo, como en la plancheta Lefevre; y, por último, puede construirse uno, poniendo en o un transportador de modo que su diámetro se apoye sobre una recta paralela á uno de los

bordes $a b$, y marcando sobre los lados $b b'$ y $b' a'$ las intersecciones de un hilo que fijo en o , según se ve en la figura, vaya pasando en el transportador por las divisiones de grado en grado ó de cinco en cinco; con lo cual queda construido el eclímetro. También puede escribirse en los bordes el valor de la pendiente de los radios respectivos, y en ese caso se tiene un clisímetro.

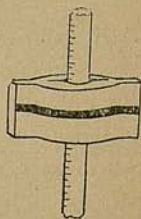
561. NIVELES.—Niveles de visuales horizontales pueden improvisarse fácilmente con un doble decímetro ó una barra pequeña de hierro, mediante la disposición que puede verse en la figura 241, formándose triángulos isósceles con las cuerdas.

Fig. 241.



Suspendidos libremente, son perpendiculares en que la línea $v v'$ por donde se dirige la visual es horizontal; $n n$ son dos nudos hechos en los hilos para fijar los puntos por donde ha de pasar la visual.

Fig. 242.

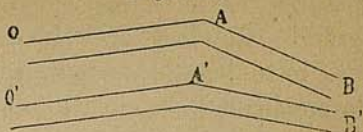


562. MIRAS.—Se improvisan con un bastón ó palo bien derecho y dos cartones ó cartulinas pegadas, como se ve en la figura 242, de modo que puedan servir de tablilla de corredera.

563. Mediciones á ojo.—*Ilusiones ópticas*.—Cuando no se dispone de ningún aparato, ni aun de los improvisados, se determinan los ángulos á ojo, y entonces hay que tener cuidado de colocarse en lo posible en el vértice; pues de lo contrario pueden cometerse errores de apreciación debidos, como hemos dicho, á ilusiones ópticas. Así, marchando por un camino en un trazo recto, si se mira el ángulo que se forma en un cambio

de dirección, los efectos de perspectiva hacen que se vea el cambio tanto más marcado cuanto más lejos se está, lo cual produce un aumento en el valor del ángulo. En la figura 243, OAB es el ángulo verdadero y $O'A'B'$ el que parece verse.

Fig. 243.



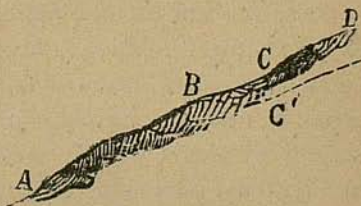
En los ángulos de pendiente se está también sujeto á errores de apreciación debidos á dos causas, el primero por no poder marcar con exactitud la horizontal, y el segundo por lo mismo, respecto á la posición de la otra visual.

En general, cuando se trata de determinar una horizontal á ojo, sin darse cuenta de ello, se inclina la vista en la dirección de la pendiente del terreno, bajándola si éste descende, ó elevándola si sube.

Los ángulos de elevación se exageran también en general; lo cual hace, que mirando un objeto desde abajo nos parezca más elevado de lo que en realidad está, y lo contrario sucede cuando se mira de alto abajo.

En una pendiente formada de trozos diversos, puede la ilusión llegar á ser tal, que una parte, siempre ascendente, llegue á aparecer descendente en algún trozo. Esto sucede cuando después de una pendiente fuerte como la AB (figura 244), viene una más suave como la BC , continuando otra fuerte. Mirando desde abajo, la parte BC aparecerá á nuestra vista como se ve de puntos en la BC' .

Fig. 244.



Reconocimientos militares.

564. Objeto y división de los levantamientos militares.—

El objeto de estos reconocimientos es estudiar y representar el terreno considerándole militarmente bajo todos los puntos de vista con que se puede presentar; como son: la ofensiva, la defensiva, el ataque ó defensa de una posición, la marcha, el acampar, el acantonamiento, las subsistencias, etc.

Estos reconocimientos se dividen en dos grupos:

1.º *Generales*, que son los que abarcan militarmente todo el país propio ó enemigo, ó una parte considerable é importante de él, como una frontera ó una provincia.

2.º *Especiales* ó particulares, que son los que se refieren únicamente á un objeto determinado, como una posición, una vía de comunicación, etc.

La base de los primeros son los estudios estratégicos, la de los segundos los tácticos. Unos y otros se consideran bajo dos puntos de vista distintos para su estudio, por más que los dos contribuyan á un solo fin.

En levantamientos de esta clase se necesitan conocimientos militares que guíen al Oficial en los diversos casos que se le pueden presentar y le hagan apreciar la verdadera importancia militar de cada parte ó detalle del terreno; y conocimientos topográficos, que son los que aplicará en cada caso, para con rapidez y exactitud relativa adquirir los datos y construir el plano más adecuado al fin militar que se desea.

Los conocimientos militares necesarios para ello son estudiados en la estrategia y en la táctica; pero la materialidad del levantamiento del plano del reconocimiento pertenece á la topografía; y únicamente *bajo este punto de vista es como aquí se considerarán*, complementándose después de adquiridos los conocimientos del arte de la guerra, y estudiándoles bajo el nombre de *reconocimientos estratégicos ó tácticos*.

665. RECONOCIMIENTOS GENERALES; SU OBJETO.—Siendo estos reconocimientos la base de todos los estudios estratégicos, nece-

sitan las naciones hacerles en tiempo de paz, si de ellos se ha de sacar utilidad para la guerra; y pueden ser en el país propio ó en el extranjero.

Su objeto es recoger los datos necesarios para impedir ó detener una invasión en el primer caso; ó por el contrario, en el segundo, tener formado de antemano el plan de invasión del país enemigo.

En ambos hay que recurrir á mapas y planos de la comarca á que se limita el reconocimiento, á estudios históricos, geográficos, estadísticos, etc.; por lo cual se necesitan Oficiales que reunan conocimientos militares generales; estando encomendado este servicio á un determinado número, pertenecientes, en general, á los Cuerpos facultativos; por cuyo motivo se hará caso omiso de esta clase de reconocimientos, limitándose esta parte á lo relativo á los *especiales*.

Reconocimientos especiales.

566. OBJETO DE ESTA CLASE DE RECONOCIMIENTOS Y NECESIDAD DE SU ESTUDIO.—Comprendiendo estos reconocimientos una pequeña porción de terreno y siendo su base la táctica, necesitan detalles que muchas veces no podrán acusar ni los mapas ni los planos hechos de antemano, bien por no estar contenidos en ellos á causa de que su pequeñez les hace pasar desapercibidos por la escala en que están contruídos, ó bien porque con posterioridad al levantamiento han sido creados ó destruídos por la mano del hombre, tales como vías de comunicación abiertas, bosques y montes talados, cultivos nuevos, pantanos ó lagunas desecadas, pueblos creados ó aumentados considerablemente por el establecimiento de alguna industria, puentes establecidos ó destruídos, etc.; ó bien por modificaciones recientemente introducidas por el enemigo, creando obstáculos por medio de construcciones de obras de fortificación ó destrucción de alguna existente, y, por último, por modificaciones que pueden haber introducido los agentes atmosféricos, haciendo variar algunas veces los cursos de aguas, las líneas de recogida de éstas, destruyendo poblaciones, etc.

Además de todo lo indicado, y aun suponiendo que los planos contengan todos estos detalles, no pueden acusar en un momento dado las condiciones especiales de los terrenos, y uno que en tiempo seco, por ejemplo, es accesible á las tres Armas, en tiempo de lluvia puede no serlo y aun hacerse imposible su paso en alguna época del año. Un vado puede ser destruído en pocos momentos por una avenida, las obras de defensa llevadas á cabo en pocas horas en una posición cualquiera, pueden haber hecho variar por completo sus condiciones defensivas ú ofensivas.

De todo lo indicado se deduce la necesidad imprescindible de los reconocimientos particulares, aun en el caso más favorable de disponerse de buenos mapas ó planos del terreno, objeto del reconocimiento.

567. OFICIALES ENCARGADOS DE LOS RECONOCIMIENTOS ESPECIALES.—Los encargados de esta clase de levantamientos tienen que ser indistintamente Oficiales de todas las Armas.

En efecto, la táctica así lo dispone, pues sus operaciones son tan variadas, que en muchas de ellas no habrá concurso de todas las Armas; y los Oficiales, sea cualquiera á la que pertenezcan, se verán obligados á practicar el reconocimiento. El Oficial de Caballería encargado hoy más que nunca del servicio de exploraciones, es el que más abocado está á desempeñar este papel, que no podrá ser siempre exclusivo del dominio de los Oficiales facultativos por las razones dichas; y porque su escasez hace no se les pueda distraer para estos servicios de otros de mayor importancia y más apropiados á su instituto.

Siendo, pues, del dominio de toda clase de Oficiales, y necesitándose en muchos casos suplir con la vista la falta de minuciosas operaciones topográficas para la representación del terreno, es preciso que los Oficiales encargados adquieran mucha práctica en los levantamientos regulares completándola después en los reconocimientos, acostumbrándose á apreciar á ojo las distancias y pendientes y á leer en el terreno, descomponiéndole en sus formas elementales para después representarlas con facilidad.

568. *Medios de llevarles á cabo.*—La movilidad en campaña impide que puedan llevarse otros aparatos que los portátiles que se han indicado; y en algunas ocasiones, careciendo de éstos, será necesario improvisarlos ó pasarse sin ellos cuando no haya ni tiempo ni medio de usarlos; como cuando se trata de un reconocimiento bajo el fuego eficaz del enemigo. A medida que los medios que se empleen en el levantamiento vayan siendo más imperfectos, será necesario que el Oficial los supla con su práctica y ojeada topográfica, la cual no se adquiere sino levantando muchos planos.

569. *Escalas, dibujos y Memoria.*—La elección de escalas no es arbitraria, se halla reglamentada según el objeto y extensión del levantamiento (1).

Empleándose en general escalas pequeñas, muchos detalles no figuran en el plano y otros muchos, así como las noticias referentes á multitud de detalles topográficos, estadísticos, históricos, etc., no podrán ser anotados en él; por cuyo motivo el plano sólo no bastará para dar idea completa de un reconocimiento, sino que será preciso vaya acompañado de una *Memoria* que supla todo lo que en el plano no pueda constar; así, pues, se establecerá en general que al plano de un reconocimiento deberá acompañar una *Memoria*.

En el primero deben figurar cuantos datos importantes sea necesario hacer constar y tengan representación topográfica, valiéndose como auxiliares de todos los medios de representación que se han explicado, empleando los perfiles y vistas perspectivas de objetos importantes y sobre los cuales convenga llamar la atención sobre el plano.

En la *Memoria* hay que considerar dos partes: la *descriptiva* y la *militar*. La primera se ocupa de la descripción topográfica del terreno, y la segunda de los detalles militares referentes á la operación que motiva el reconocimiento. La primera es del dominio de la topografía, la segunda pertenece al arte militar y se prescindirá de ella en esta obra.

(1) Véase «Escalas reglamentarias» al final de la obra.

Las *Memorias descriptivas* deben reunir las cualidades de ser *precisas, concisas y ordenadas*, para que de este modo estén condensadas las ideas y no haya necesidad de aclaraciones; no perdiéndose tiempo por ser demasiado difusas, y siguiendo una marcha ordenada por capítulos para hacerse cargo mejor de todos sus detalles; y por último, es necesario que comparada la *Memoria* con el plano, no contenga repeticiones que á nada conducen sino á hacer perder tiempo y dar lugar á confusiones.

570. *División de los reconocimientos especiales*.—Estos levantamientos, por el modo é instrumentos con que se llevan á cabo, se dividen en cinco grupos, que son:

- 1.º *Levantamientos con instrumentos.*
- 2.º *id. á ojo.*
- 3.º *id. de memoria.*
- 4.º *id. por reseñas.*
- 5.º *id. itinerarios.*

Reconocimientos con instrumentos.

571. **Caso general**.—Se ha indicado que para los levantamientos rápidos se siguen los mismos procedimientos de la Topografía regular, y por lo tanto será necesario adquirir datos relativos á la planimetría y á la nivelación. Pero como la rapidez es una condición precisa en estas operaciones, se adquirirán á un tiempo los datos relativos á ambas; siendo ésta la marcha que se seguirá de ordinario, á no ser en algún caso particular en que no se necesiten más datos que los de planimetría.

Dos casos existen: uno, cuando no se pueden proporcionar planos ó mapas del terreno del levantamiento; y otro, cuando se dispone de este poderoso auxiliar.

572. 1.º **Levantamientos sin datos anteriores**.—Enterado el Oficial del objeto del levantamiento y teniendo en cuenta los detalles necesarios que ha de contener el plano, elegirá, si puede, el instrumento más adecuado, ó se contentará con aquél de que pueda disponer.

En caso de elección, podrá tomar brújulas, planchetas ó

alguno de los equipajes especiales como el de Trinquier, parte del de Peigne, etc. (1).

Se procurará un guía conocedor del terreno y el número de ordenanzas que crea conveniente.

573. MARCHA DE LA OPERACIÓN.—Si necesario es en los levantamientos regulares el tratar de aislar los errores, determinando puntos como los vértices de las redes trigonométrica y topográfica, más aún lo es en este caso en que los errores que se cometen han de ser forzosamente mucho mayores. De no seguir una marcha análoga, pasaría lo que sucede en general á los principiantes, que deseosos de ver en el plano detalles que satisfagan á la vista, prescinden de los procedimientos ordinarios; y las rectificaciones que después son necesarias para corregir los errores inadmisibles que encuentran, hacen que lejos de ganar tiempo le hayan perdido lastimosamente y se encuentren desalentados al ver el poco fruto sacado al trabajo.

574. CASO DE UN TERRENO DE GRANDE EXTENSIÓN.—El caso de que el terreno tenga una gran extensión, no se puede considerar sino á la ligera, puesto que su levantamiento se ha explicado con detalles al tratar del reconocimiento preliminar para el estudio de una triangulación, párrafos 284 á 287. La marcha allí indicada es la que se sigue en la elección de base y de vértices de los triángulos.

La base se mide á pasos si no se tienen postes kilométricos, que sería lo más rápido y exacto; y se determina por itinerario si no es una recta; los ángulos se miden procurando la comprobación de que la suma de los tres de cada triángulo sea igual á 180°; tomando al mismo tiempo los ángulos de pendiente ó cenitales para la determinación de cotas. La construcción se hace también del mismo modo, á partir del triángulo de la base, empleando el procedimiento geométrico de *dados los ángulos y un lado, construir el triángulo* (2).

(1) Se hallan descriptos en el Apéndice.

(2) Como se ve, el nombre de *red trigonométrica* no es aplicable á este caso, puesto que los triángulos que forman la red no se resuelven trigonométricamente, sino geométricamente.

575. *Red topográfica.*—Construída la red anterior si la extensión del terreno lo hizo necesario, se hará la topográfica; que será en general por la que se empiezan los levantamientos ordinarios, que son de los llamados de *mediana extensión*.

Se elegirá la base en condiciones análogas al caso anterior, pudiendo también emplear en su medida algún instrumento telemétrico como el Gaumet ó el anteojo tambor, etc. Si la red se hace en terreno despejado, convendrá el método de las *intersecciones* como el más á propósito; pero si fuese terreno cubierto como monte, bosque, etc., en que las visuales han de ser cortas, convendría el método de *itinerario*, midiendo los lados á pasos ó con los medios indirectos de que se pueda disponer, procurando que estos itinerarios sean cerrados, ó que partan de puntos conocidos para venir á parar también á puntos conocidos. Siempre se tomarán los datos relativos á los ángulos de pendiente, al mismo tiempo que los planimétricos, procurando en el método de intersecciones comprobar las cotas por dos visuales, y en el de itinerario, por la visual *directa é inversa*.

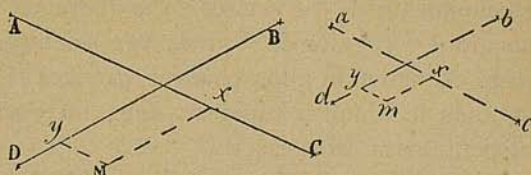
Los datos que se van adquiriendo deben ser puestos en el dibujo, en el mismo terreno, pues es el único medio de evitar y corregir las equivocaciones y errores que pueden cometerse y pasar más desapercibidas aquí que en los levantamientos regulares, por el menor número de comprobaciones que se hacen, por la rapidez de las operaciones y por la imperfección de los instrumentos.

576. *Detalles.*—Si la red topográfica ha sido bien elegida y contiene bastantes puntos, los detalles se podrán dibujar á ojo casi en su generalidad, y todo lo más, habrá necesidad de determinar algunos puntos, aunque pocos, que por quedar lejos de los de la red convendrá determinarlos como puntos principales de detalle, empleándose para ello ó el método de las *intersecciones*, ó mejor el método de *Potenot*, que es más rápido.

Un método que se puede emplear con mucha ventaja, pues determina los puntos con bastante exactitud y rapidez, es el

de las *alineaciones*, que consiste en referir un punto de detalle á dos alineaciones ya determinadas y que pasen cerca de él. Sean, por ejemplo (fig. 245), *A*, *B*, *C* y *D* cuatro puntos per-

Fig. 245.



tenecientes á la red topográfica, y *M* el de detalle que se va á determinar.

Puestos en *C* mirando á *A*, se verá *M* á la izquierda y á una pequeña distancia *Mx*, que se calcula á ojo; puestos en *B* mirando á *D* se verá *M* á la izquierda y á otra pequeña distancia *My*, que también se calcula á ojo; y con estos datos se podrá fijar el punto *M* con bastante aproximación, puesto que construídos en el papel los puntos *a*, *b*, *c* y *d* homólogos de *A*, *B*, *C* y *D*, y trazadas las líneas *ac* y *bd*, se podrá fijar *m* por las rectas *mx* y *my*, homólogas de las *Mx* y *My* del terreno.

Las sinuosidades que presentan las líneas curvas, como cursos de arroyos, bordes de escarpados, etc., pueden dibujarse á ojo si hay marcados varios de sus puntos, por un itinerario completo ó por uno abreviado; procedimiento que puede emplearse con ventaja en estos levantamientos.

Los detalles deberán dibujarse á medida que se van encontrando datos para fijarlos.

577. NIVELACIÓN.—La red topográfica habrá dado una serie de cotas de puntos principales, que son las de partida para los detalles y figurado del terreno. Este se hará siempre por los métodos *indirectos*, empleando los perfiles, sobre todo á lo largo de las líneas que marcan la estructura del suelo; para lo cual, al tiempo que se determinan los detalles, se van determinando perfiles, que sigan las líneas características como recogidas y divisorias; con cuyos perfiles, además de los puntos de la red y

bosquejos ó diseños de las curvas, habrá lo suficiente para el figurado del terreno.

En los bosquejos deberá tenerse cuidado de marcar por dos cotas el sentido de las curvas para saber si representan un entrante ó un saliente, según su curvatura.

En la determinación de los valores de la diferencia de nivel, una vez conocido d y el valor de V , rara vez se emplearán tablas numéricas, recurriendo á los cuadros gráficos (1), que se manejan con más facilidad y rapidez y dan, no obstante, la exactitud suficiente para estos casos.

578. Levantamiento con datos anteriores.—En el levantamiento que se acaba de explicar se ha supuesto el caso peor, que rara vez ocurre, y es, que no exista ningún mapa, plano, ni dato relativo al reconocimiento.

Cuando exista algo de esto, el problema se simplifica, pues queda reducido ó á rectificar algunos datos que hayan podido variar desde la época en que se levantó el mapa ó plano ó se adquirió el dato; ó también á rellenar con detalles una red que se sacará del plano, eligiendo los puntos principales y las líneas características del terreno, ampliándolas á la escala que ha de tener el dibujo y que en general será mayor que la del plano de donde se toman los datos. Al tomar éstos, hay que procurar hacerlo con gran precisión, pues en la ampliación que sufren, se habrán ampliado los errores con que estaban determinados en el plano, siendo, por lo tanto, conveniente no aumentarles con nuevos errores, debidos á falta de cuidado. Este trabajo preliminar es de gran utilidad por ahorrar lo más penoso de las operaciones topográficas.

Reconocimientos á ojo.

579. En esta clase de levantamientos es más conveniente aún que los anteriores el tener planos ó datos puesto, que debiendo en general ser hechos frente al enemigo, no se podrá

(1) Véase «Cuadros gráficos», que van al final de la obra.

disponer de tiempo para el uso de instrumentos; teniendo que valerse de aquellos medios que ya se han indicado para cuando se carece de ellos.

La extensión que abrazan ha de ser pequeña, y su objeto, en general, es la rectificación de datos de un plano, ó el conocimiento de aquellos detalles que por su pequeñez pasan desapercibidos en la escala en que se hallan contruídos.

Si no existieran estos datos ó no hubiera medios de proporcionárselos, en ese caso no hay más remedio que sujetarse al plan del caso anterior; eligiendo un cierto número de puntos que formen la red topográfica, midiendo á pasos las distancias, ó indirectamente, que es más rápido, ó tomando datos de los habitantes del país.

Los puntos de la red deben ser en muy pequeño número y de los más visibles; habiendo casos en que la premura del tiempo obligará á emplear tan sólo tres puntos que darán un solo triángulo para la red, y desde cuyos vértices se tratará de hallar con la mayor exactitud posible puntos del interior y del exterior, valiéndose de intersecciones ó itinerarios; pudiendo emplear con ventaja el método de las alineaciones; dibujando á derecha é izquierda de ellas los detalles próximos obtenidos, á medida que se van recorriendo, midiendo las *abscisas* á pasos, y calculando á ojo las *ordenadas*.

La red se habrá dividido de este modo en trozos, dentro de los cuales se podrán determinar los detalles, marchando por itinerarios que pueden servir para la determinación de las formas del terreno.

En muchas ocasiones no es posible llevar las operaciones con tanto método; y según las circunstancias, el Oficial se verá obligado á substituir muchos de los procedimientos que se han indicado, por apreciaciones á ojo, tanto más difíciles de ejecutar con aproximación cuanto menos práctica tenga el que hace el levantamiento.

La medida de distancias, la de ángulos y la de apreciación de pendientes á ojo, son de absoluta necesidad en este caso, y el Oficial encargado no tendrá más remedio que recurrir á estos

procedimientos; para lo cual deberá estudiar el terreno desde los puntos más elevados y más bajos, teniendo cuidado de no caer en las ilusiones ópticas, muy frecuentes en estos casos, y fijándose más que en otra cosa en las clases de pendientes, no por su número de grados, sino por el empleo que pueda hacerse de ellas por las distintas Armas.

580. BOSQUEJOS.—Un caso particular de estos levantamientos es el de bosquejar ó diseñar una pequeña parte de terreno, que puede ser un trozo de la que comprende el levantamiento.

Estos bosquejos no son sino dibujos á la ligera y á ojo, hechos sobre una carterá y con los detalles de planimetría y figurado del terreno, representando: ó formas aisladas, ó detalles de los alrededores de una posición militar, ó también el sitio que ocupa, ó que deberá ocupar una guardia ó puesto avanzado (1).

El método seguido para su determinación es, ó tomando algunos datos á pasos y el resto á ojo, ó todo á ojo, examinando el terreno bajo varios puntos de vista y marcando la planimetría, y al mismo tiempo el figurado del terreno por curvas horizontales trazadas aproximadamente, pero sin equidistancia gráfica.

de memoria. **Reconocimientos militares.**

581. La premura del tiempo ó la presencia del enemigo obligan muchas veces á que un Oficial haga un reconocimiento de un terreno sin poder dibujar ni aun los datos tomados á ojo, que se han indicado en el caso anterior, y, sin embargo, es necesario que pueda dar cuenta de detalles y particularidades notadas en él con sólo una ojeada rápida dada casi sin detenerse. Estos datos no pueden ser exactos, pero, en general, no hay necesidad de ello, puesto que los detalles que se necesitarán en reconocimientos de este género son: la clase de obstáculos que

(1) Estos bosquejos son los que se toman en los levantamientos regulares para guiarse en los trabajos de gabinete para el figurado del terreno.

podrán favorecer ó perjudicar una operación militar ofensiva, ó defensiva, las obras hechas por el enemigo para defensa de una posición, etc.

El Oficial, en estos casos, tratará de descartar de su imaginación todo aquello que no tenga importancia sino bajo el punto de vista del reconocimiento, y avanzando en el terreno, procurará ir fijando en su imaginación y archivando en su memoria todos los detalles que pueda utilizar, á los cuales dará forma por medio de un diseño, para de este modo hacerse entender mejor; empezando por la colocación de los puntos principales, y pasando después á situar los detalles referentes á éstos. Este diseño le hará después de terminado el reconocimiento, y á veces á presencia de sus superiores y á medida que va dando cuenta del resultado de su comisión.

Reconocimientos por reseñas.

582. Esta clase de levantamientos son de gran utilidad, sobre todo en países desconocidos y en el servicio de exploración. Los datos se adquieren por los habitantes del país ó por espías.

El método topográfico empleado es el general. Se empieza por tomar datos de puntos principales cuyas distancias entre sí se procura averiguar de modo que, agrupadas de tres en tres, puedan formarse triángulos en que se conozcan los tres lados. Una vez construídos estos triángulos se empezarán á llenar con detalles.

Fig. 246.

A.*

*B

Supóngase que *A*, *B* y *C* (fig. 246) sean tres puntos importantes, como, por ejemplo, pueblos. Sus distancias son conocidas por los habitantes y pueden tomarse aproximadamente construyendo en el papel su posición.

*C

Entre estos pueblos existen comunicaciones cuyos detalles son, en general, muy conocidos por los arrieros, peatones de correo, etc., y á éstos es á los que se acudirá con preferencia,

haciéndoles que sigan con el pensamiento todo el camino, recordando los detalles que existen en él y á sus costados, haciéndoles que den datos sobre las distancias á que se hallan del punto de partida; pudiendo dar este último dato por leguas, kilómetros ó por horas.

Los datos para la nivelación son algo más difíciles de obtener; pero, sin embargo, pueden adquirirse los relativos á alturas, barrancos, cursos de agua, trozos del camino en desmonte y terraplén, etc.

Marcados los itinerarios de estos caminos y sus inmediaciones, no quedarán muchos detalles por determinar; y si es caso, serán algunos del centro de los triángulos, los cuales se determinarán después, haciendo preguntas relativas á caminos que podrían seguirse para ir, por ejemplo, del medio del itinerario de *AB* al punto *C*.

En estos reconocimientos, sobre todo en país enemigo, no es posible contentarse con los datos adquiridos por una persona; pues muchas veces por ignorancia y otras por malicia, pueden dar datos erróneos; así que lo mejor es tomar los mismos datos, valiéndose de dos ó tres personas; y con los adquiridos por la primera, puede interrogarse á la segunda y ver si está ó no conforme con lo dicho por aquélla, pudiendo averiguar si obran de buena ó mala fe, y caso de grandes contradicciones entre los datos, carear á los que los han suministrado.

Itinerarios.

583. En muchas operaciones de guerra hay necesidad de reconocer las vías de comunicación, por ser, en general, el sitio por donde han de marchar las tropas; y haciéndose el reconocimiento en el sentido de la longitud, se lleva á cabo por el método ya conocido del *itinerario*.

En las exploraciones en países desconocidos, los planos de las rutas seguidas por los viajeros no son sino itinerarios aislados, que reunidos después, permiten ir formando el plano del país, como pasa hoy día con el de una gran parte de África.

El itinerario puede hacerse *con instrumentos, á ojo, de memoria ó por reseñas*; y en todos los casos la marcha es idéntica.

584. **Itinerario de exploración.**—El viajero que marcha explorando un país desconocido necesita instrumentos y conocimientos de astronomía y geodesia, pues tiene que ir determinando *longitudes y latitudes* por observaciones astronómicas. El instrumento más adecuado es un pequeño teodolito ó brújula nivelante, y el modo de operar es por itinerario, midiendo las distancias con los *odómetros* ó por las horas de marcha, y determinando por intersecciones ó por una pequeña cadena de triángulos los puntos principales de uno y otro lado del camino. Los barómetros dan el medio de nivelación más apropiado para esta clase de exploraciones.

585. **Itinerario en campaña.**—Los itinerarios en campaña se harán con instrumentos portátiles de los ya conocidos; y el método que ha de seguirse es el ya indicado de los itinerarios á la larga; debiendo partir para la operación, con datos adquiridos por algún plano, ó por reseñas de gente del país; con los cuales podrá elegirse el tamaño del papel sobre el que se va á hacer el dibujo, de modo que quepa en una hoja y no haya necesidad de andar pegando retazos para completarle, por ser mayor que aquélla.

Esto es fácil de conseguir cuando hay datos tomados en el plano, puesto que ampliando convenientemente los datos de éste, se puede calcular aproximadamente la posición de todo el itinerario en la escala en que se va á hacer.

Si no hay más que las reseñas adquiridas, también pueden utilizarse con este objeto; pues se sabrá aproximadamente la distancia entre el punto de partida y el de llegada, así como la dirección general del itinerario.

A estos planos se acompaña siempre una Memoria descriptiva, de la cual puede servir de modelo la del registro núm. 14, tomado de las instrucciones del General Leval (1).

(1) Véase al final en «Modelos de Registro».

586. **Itinerarios en línea recta.**—Otro modelo para los itinerarios, muy usado en algunos países, es el debido al General Dufour.

Consiste, como se ve en el registro núm. 15, en considerar el camino dividido en trozos en línea recta; y en los sitios donde hay cambios, prescindir de ellos para la representación en el dibujo y seguir la línea recta primitiva; pero teniendo cuidado de indicar en estos sitios el ángulo que forma la dirección nueva, bien sea por el número de grados, bien por una flecha que indique gráficamente el ángulo y la dirección nueva del camino en el punto de cambio, como en *F*. De este modo todo el itinerario no comprende sino una faja de papel larga y estrecha que puede llevarse enrollada; no desenrollando sino la parte que se necesita tener á la vista en cada momento.

Este modelo es muy cómodo para el estudio de un camino, sobre todo si presenta muchas sinuosidades, porque de otro modo exigiría un desarrollo de papel considerable y de formas irregulares; pero tiene el inconveniente de que á su vista no se puede formar idea completa de la planimetría del terreno, por no verse los cambios de dirección.

El modelo más completo es el que está representado con el núm. 16, destinado principalmente para las brújulas ligeras.

Deberá hacerse en papel cuadriculado, siempre que sea posible, y empleando lápices de colores reglamentarios para los signos; pues de este modo se destacan mucho mejor todos los detalles. Para que este itinerario marchase con rapidez, sería conveniente que fuesen dos Oficiales, uno ocupado en llenar la mitad de la izquierda, es decir, en la verdadera operación del levantamiento topográfico, y otro en llenar la otra mitad, ó sea la parte descriptiva, reseñas y Memoria, cuyas partes, al reunirse, completarían el itinerario. La inspección del dibujo hace innecesario entrar en detalles de explicación. La flecha del dibujo indica la dirección *N S* y la raya horizontal *v u x* se traza cuando la parte del itinerario empieza á salirse de la casilla destinada al plano, en cuyo caso se supone trasladado paralelamente á sí mismo todo el trozo siguiente,

tal como está en la figura, ó también se hace el nuevo trozo de modo que la dirección general del camino quede al medio de la casilla, cualquiera que sea su orientación, en cuyo caso se marca en esta parte la nueva dirección *N S*.

El itinerario hecho de este modo ocupa el mismo espacio que en el modelo del General Doufour, pero en cambio presenta la ventaja de que una vez terminado el plano, pueden recortarse los diversos trozos, y pegados unos á continuación de otros, después de haberles orientado todos con el primero, queda formado el plano tal como debe ser, sin las deformaciones que sufre en el modelo anterior.

El tamaño ordinario en anchura es el del modelo, pudiendo aumentarse algo si se quiere, pero no mucho, pues dejaría de ser manuable y no podría dibujarse sobre un pequeño cartón ó tablero, que es lo que deberá llevarse al campo.

Detalles de los reconocimientos militares.

587. DATOS QUE DEBEN CONTENER LOS RECONOCIMIENTOS SEGÚN EL OBJETO.—SU DIVISIÓN.—Como casos particulares de reconocimientos especiales (1) se indicarán los que principalmente puede tener que levantar un Oficial. En algunas naciones estos reconocimientos están reglamentados, especificándose los detalles que cada uno ha de contener según el objeto á que se le destina, y sin entrar en consideraciones tácticas sobre su importancia relativa, sino más bien como una norma para la parte topográfica del reconocimiento, siendo necesario que estas indicaciones generales se amolden á las circunstancias del caso particular que se presente.

Los reconocimientos especiales pueden tener los objetos siguientes:

- 1.º Reconocimiento de líneas de comunicación.
- 2.º Reconocimiento de puntos defensivos y de apoyo.
- 3.º Reconocimiento de líneas de defensa.

Cada grupo de éstos comprende varios casos particulares que se irán indicando con separación.

(1) Se indican estos casos particulares como ejercicios puramente topográficos, que deberán ejecutarse en las prácticas de conjunto y como base para después poder ejecutar los reconocimientos tácticos una vez estudiado el arte militar.

588. 1.º, RECONOCIMIENTO DE LÍNEAS DE COMUNICACIÓN.—*Carreteras, caminos y sendas.*—En los reconocimientos de esta clase hay necesidad de determinar siempre en el plano la dirección general del camino, los puntos principales que pone en comunicación, su anchura, desmontes y terraplenes, encrucijadas, objetos visibles y notables que se encuentran en él ó en sus inmediaciones, como bosques, poblaciones, casas de campo, castillos, casillas aisladas y obras de arte, como puentes, pontones, alcantarillas, etc.

En la Memoria tiene que constar la construcción del camino, si tiene ó no firme, su estado de entretenimiento, los malos pasos y facilidades para remediarlos con prontitud, así como las obras que hubiese destruídas, como puentes, vados, barcas, etc., con el medio de recomponerlas ó salvarlas. Noticias acerca de las poblaciones, caseríos y otros edificios que se hallen en las inmediaciones. Puntos peligrosos por estar expuestos á emboscadas, y medio de evitarlas, etc.

589. *Camino de hierro y comunicaciones telegráficas.*—En el plano deberán constar la línea á que pertenece el trozo reconocido, la dirección general del camino y las estaciones que comprende, el perfil longitudinal y transversal con las pendientes, trozos en desmonte y terraplén, número de vías y su anchura, clase y forma de los carriles, uniones y anchura total de la plataforma.

En obras: los puentes, viaductos, túneles, casillas de guardas y pasos á nivel; y en estaciones: sus dependencias, como vías de servicio, muelles, almacenes y señales. De la línea telegráfica, su disposición y puntos que une.

En la Memoria deberán constar detalles respecto al estado general de la vía, indicando si hay algún desperfecto, de qué clase, en qué sitio y facilidad ó dificultad de repararlo, así como los puntos y medios más convenientes para interrumpirla, si es necesario.

De las estaciones: los recursos de material y carbón, facilidades para embarques y desembarques, alojamientos de tropas y establecimientos de parques ó depósitos.

De la línea telegráfica: el número de hilos, aparatos de que consta, interrupciones que tenga, si las hay, ó el modo de producirlas, si es necesario.

590. 2.º, RECONOCIMIENTOS DE PUNTOS DEFENSIVOS Y DE APOYO.—*Bosque ó monte.*—En el reconocimiento de un bosque deberá el plano contener su contorno y una zona de los alrededores que será, más ó menos ancha, según que los accidentes de esta parte del terreno permí-

tan acercarse al bosque con mayor ó menor facilidad. Se indicarán los caminos y sendas que le crucen, las encrucijadas, los sitios donde haya calvas en el interior, los demasiado espesos donde no puedan moverse las tropas, los cursos de agua por pequeños que sean y las líneas de recogida; así como los objetos principales que puedan servir de reseñas para orientarse, como casas, chozas y otra clase cualquiera de viviendas ó señales.

En la Memoria se hará constar el estado del bosque, altura y espesor, de la arboleda ó arbustos que le forman, considerando esto bajo el punto de vista de facilidades para marchar por ellos y con qué clase de tropas. Estado del suelo en general, ó á causa de lluvias ó sequías pertinaces, etc.

591. *Edificios aislados y pueblos.*—El plano contendrá los datos de situación y planta del edificio, marcando bien el espesor de muros, pisos de que consta, así como sus vanos, corrales, jardines, huertas cercadas ó no, salidas al exterior y comunicaciones interiores.

La posición del terreno que rodea la casa es de absoluta necesidad.

En un pueblo es necesario, no sólo su perímetro muy detallado, sino toda la red que forman sus calles con sus pendientes, fijándose sobre todo en las desembocaduras al exterior, comunicaciones que de él parten y la zona exterior donde se halla asentado; zona que deberá ser tanto mayor cuanto más accidentado sea el terreno, á no ser en aquellas partes en que sea inaccesible.

En la Memoria constarán los datos de materiales con que estén construídos los edificios en su parte principal y accesorios, y recursos que de ellos se pueden sacar.

592. *Alturas.*—El plano contendrá el terreno ocupado por la posición, comunicaciones de cualquier clase que conduzcan á ella, ó de ella partan y la crucen; obstáculos como escarpados, zanjas, setos, árboles, cultivos, etc.; puntos de paso obligados para llegar á la cumbre ó bajar por sus laderas; cursos de agua que puede haber por su pie, manantiales ó pozos, casas aisladas ó agrupadas. Si existen otras alturas cercanas, deberán hacerse indicaciones en el plano respecto á ellas, sobre todo si son dominantes.

En la Memoria deberán constar el estado de las comunicaciones según la época del año, el estado en que puedan ponerse á causa de lluvias ó hielos, pasos malos y modo de remediarlos, pliegues del terreno propios para emboscadas, naturaleza de los cursos de agua, indicando si son permanentes ó torrenciales.

593. *Aguas estancadas.*—*Lagunas, pantanos y terrenos cenagosos.*—

En el plano constará su forma y extensión, cursos de agua que las originan, zona que las rodean, obras artificiales, como caminos, diques y obras de desagüe, y barcas ó balsas para atravesarlas.

En la Memoria se harán constar la profundidad que presentan, si no se han trazado perfiles por medio de sondeos; bajadas para llegar á las orillas, puntos de embarque; salubridad del país donde existen, sobre todo si son pantanos; y en éstos, parte transitable y parte intransitable.

594. 3.º, LÍNEAS DE DEFENSA.—*Valle.*—El plano del reconocimiento de un valle contendrá su dirección, extensión y anchura, sobre todo en la parte ó zona en que es necesario operar, tomando la anchura entre los bordes superiores de los flancos. Configuración general del valle, según que esté cortado por barrancos ó arroyos, que sea abierto ó cerrado por algún lado y descubierto, ó con bosques, praderas ú otra clase de cultivos.

En el fondo del valle, su *talweg*, anchura, corriente que le surca, terrenos pantanosos, desfiladeros y gargantas.

En los flancos, sus pendientes, cortaduras, ondulaciones salientes y entrantes, mesetas que les limitan; así como los pueblos, caseríos, casas aisladas y comunicaciones que surcan el valle.

En la Memoria se especificará si el valle es principal ó secundario, ó si es sólo una garganta ó un barranco; los cultivos y el estado en que se encuentran en el momento del reconocimiento, terreno del fondo y de los flancos, y obstáculos que se pueden presentar á la subida ó la bajada. Importancia de las comunicaciones y su estado.

595. *Desfiladero.*—La dirección general, longitud, anchura, entrada, salida, vía de comunicación en el fondo, si la hay; paredes del desfiladero y sus pendientes; así como las comunicaciones próximas que existan.

En la Memoria, los medios de efectuar el paso de la tropa según el estado del fondo y sus paredes; posiciones en la entrada y la salida, y datos sobre el terreno que las forman y comunicaciones que á ellas llegan.

596. *Curso de agua.*—En un curso de agua, que puede ser un río grande, pequeño, arroyo ó canal, hay que determinar: la dirección general y trozos donde cambia la curvatura; el perfil transversal con la anchura constante ó variable y profundidad en el estiage y en las aguas medias, la velocidad de la corriente, lecho, orillas, su clase y elevación sobre las aguas; las obras de defensa contra éstas, como diques y plan-

taciones; los puntos de paso, como puentes, su forma, clase y estado; barcos, pontones, vados y hielos. De los afluentes, su dirección y anchura, confluentes y forma de la embocadura en el río; los edificios, como molinos, fábricas, presas y compuertas. Del fondo, los bancos de arena é islas. De las orillas, los accesos al río, sobre todo en los puntos de paso y en las partes navegables; y de las inmediaciones, los caseríos y pueblos.

La Memoria deberá contener datos relativos á la naturaleza de las orillas, á los cultivos de los terrenos inmediatos, al estado de las obras y de las comunicaciones, á las crecidas ordinarias y extraordinarias con sus efectos, á los medios que pueden habilitarse para pasaje y sitios más convenientes para hacerlo en caso de necesidad.

Capítulo VII.

DIBUJO Y REPRODUCCIÓN DE PLANOS TOPOGRÁFICOS

DIBUJO DE PLANOS

597. **Condiciones á que debe satisfacer el dibujo de un plano topográfico.**—El complemento de todas las operaciones ejecutadas en un levantamiento topográfico de cualquier clase es el dibujo, en el cual se representa el terreno que comprende dicho levantamiento.

Son condiciones necesarias é imprescindibles á todo dibujo: 1.º, la exactitud con arreglo á la obtenida para los datos con que se ha de ejecutar; 2.º, la claridad, y 3.º, el estar hecho con sujeción á los convenios establecidos en cada país ó centro especial. En efecto, de nada servirían las precauciones tomadas para adquirir los datos con la mayor exactitud en las operaciones del levantamiento, si se prescindiera de ellas al ejecutar el dibujo; y de nada serviría tampoco que éste fuese muy exacto, si por las malas condiciones de representación ó por no haberse sujetado á los convenios establecidos, no tuviese la suficiente claridad para ser descifrado fácilmente aun por los que tienen obligación de conocer estos convenios, que son en general los mismos en todos los países, salvo pequeñas diferencias fáciles de conocer y estudiar.

598. *Exactitud.*—La exactitud se consigue haciendo la traducción de los datos de campo al papel con arreglo á las instrucciones que se han indicado en el transecurso de los capítulos anteriores en la parte relativa á trabajos de gabinete; comprobando los resultados siempre que sea posible, como se indicó al tratar de los cierres de los itinerarios, determinación de puntos por tres intersecciones, etc.

599. *Claridad*.—La claridad se obtiene amoldándose en lo posible á los resultados obtenidos por los trabajos de gabinete y á los convenios del dibujo topográfico, aunque siempre tiene alguna influencia el genio del dibujante, pues el que carece de sentimiento artístico, rara vez hace los planos que no resulten amanerados y con poco efecto, sobre todo para el relieve.

600. *Minutas*.—Siendo la *minuta* el primer plano que se ejecuta al ir traduciendo gráficamente sobre el papel las operaciones del levantamiento, es la matriz, por decirlo así, de donde se sacan después los planos definitivos para los usos á que se les destina; y en ella debe verse la marcha de las operaciones que se han ejecutado en el campo para hacer el levantamiento; así como los métodos empleados para ello.

En la minuta no se admite más método de representación que por curvas horizontales, salvo el caso especial de ser una minuta de reconocimientos, en cuyo caso hace al mismo tiempo de plano definitivo y puede emplearse en ella el método de representación que se elija de entre los conocidos.

601. *Plano definitivo: sus diferencias entre él y la minuta*.—Las minutas están ejecutadas en escalas mayores que el plano definitivo que se desea; siendo generalmente doble (297), y en éste desaparecen todas las líneas que marcan en la minuta la marcha seguida en las operaciones del levantamiento, quedando únicamente en él la representación de los accidentes del terreno, que es lo necesario para el que ha de usar el plano; puesto que no necesitará saber cómo se ha hecho el levantamiento, sino los accidentes que hay representados.

De este plano se sacan las copias, reducciones ó ampliaciones que sean necesarias, empleando los procedimientos que luego se indicarán.

602. *Convenios para el dibujo*.—En la primera parte de esta obra se han indicado los diversos medios de representación que pueden emplearse en los planos, y según el elegido, así varían los detalles del dibujo; pero, sin embargo, en todos ellos hay necesidad de considerar dos cosas: 1.º, los convenios

establecidos para la ejecución de detalles del dibujo, y 2.º, los accesorios del plano; no indicando nada acerca de la materialidad del dibujo; por ser en esta clase donde se debe adquirir esta instrucción.

Además de los convenios establecidos para la ejecución de los detalles que por su forma no pueden serlo por el sistema de curvas horizontales y que ya se han indicado en el párrafo 48, y los debidos á la representación de los diversos cultivos, hay otros que provienen de las escalas en que están contruídos estos planos, los cuales á veces hacen que no exista representación para detalles que por su pequeñez resultan invisibles al reducirles á escala; siendo necesario, sin embargo, representarlos por ser líneas ó puntos principales, como sucede con la anchura de los caminos, cursos pequeños de agua, muros, setos, etc., conviniéndose, según lo dicho en el párrafo 47, en que se representen en este caso por dos líneas paralelas cuya separación sea mayor que la que en realidad existe; y para el caso de ser edificios pequeños, suponiendo que se aumentan proporcionalmente todas sus dimensiones.

603. **Accesorios del plano.**—Los accesorios del plano son *letreros y abreviaturas* colocadas en algunos detalles, como, por ejemplo, los que indican á dónde conduce un camino, el nombre de un río, de una población, etc.

604. *Letreros.*—La disposición de los letreros es de suma importancia para la claridad y facilidad en la lectura del plano.

Si pertenecen á objetos aislados, se ponen siempre que se pueda paralelos al borde inferior del plano, á la derecha del objeto y muy próximos á éste; y del mismo modo se escriben las cotas, por más que éstas no son accesorios sino elementos principales. Si los puntos están aislados, se escribe la cota en negro á su lado; pero si lo son de curvas, la cota será del mismo color que éstas.

Los letreros en los caminos se escriben fuera de las líneas que le representan, pero paralelamente á su dirección, y de modo que puedan ser leídos sin volver el plano cuando el observador está colocado hacia el borde inferior.

Los nombres de los ríos pueden escribirse de un modo análogo, pero entre las dos orillas si hay anchura bastante para ello; y si no, como en los caminos.

605. *Título*.—En la parte superior del plano y paralelamente á este borde, se escribe el letrero que indica el título del plano.

606. *Orientación*.—La meridiana astronómica ó magnética (según la empleada en la orientación), se elige paralela á los bordes de los costados, de modo que quede el Norte debajo del letrero del título, y el Sur en el borde inferior.

607. *Cuadrados*.—Si se trata de la minuta, deberá siempre estar cuadriculada para poder conocer la variación que con el tiempo puede experimentar el papel, pues las dilataciones y contracciones á que está sujeto por las variaciones atmosféricas, se pueden comprobar midiendo un lado de una cuadrícula; para lo cual se hacen éstas de modo que sus lados tengan un número exacto de centímetros; en general múltiplo de 5 ó de 10 para más comodidad.

608. *Escala*.—La escala se coloca en la parte inferior, y también se indica debajo el valor de las equidistancias de las curvas.

609. *Marco*.—Todo el plano deberá ir encerrado, en general, en un rectángulo formado por dos líneas paralelas muy próximas, una fina y otra de trazo grueso, que hacen el oficio de marco para el dibujo.

610. **Planos con curvas de nivel**.—En España el sistema empleado para los planos es el de curvas de nivel, usándose muy rara vez los trazos.

Los planos con curvas de nivel se hacen en un principio con lápiz, pasándose después á la tinta con pluma y tiralíneas; pero para que no pierdan su exactitud es necesario que el trazo del lápiz sea sumamente fino, visible y claro. Se emplean, en general, varios colores en los diversos detalles; azul, para las aguas; carmín, para las mamposterías; verde-prado, para jardines, huertas, bosques, setos y árboles aislados, y negro en los límites de vías de comunicación y masas de cultivo.

Las curvas horizontales se hacen con siena tostada; y en

las minutas, para facilitar las lecturas de la representación del terreno se marcan con un trazo más grueso de 5 en 5, de 4 en 4 ó de 2 en 2.

Si hay interpoladas curvas entre las correspondientes á la equidistancia del plano, se hacen de puntos.

En el interior de las poblaciones las curvas se encuentran cortadas por las manzanas de casas, corrales, jardines, etc. Se las marca de trazo lleno en las partes de las calles y plazuelas, prescindiendo en ellas del perfil curvo que presentan, á causa del empedrado, y después se terminan por líneas de puntos trazadas á través de las manzanas de las casas, para dar así algo de forma al terreno donde se halla edificada la población.

611. **Planos lavados.**—En algunos planos se usan tintas de colores para substituir por lavados el empleo de la pluma. Los colores de estas tintas son los mismos que en el caso anterior, variando solamente en que para las tierras de labor se emplea una tinta hecha con goma guta y carmín.

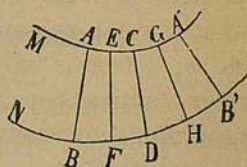
Se procura que las tintas tengan igual intensidad, excepto en algunas en que se da más fuerza en la parte de las orillas de los cursos de agua.

612. **Planos con el sistema de trazos.**—Por más que en la actualidad se use muy poco este método, se indicará el medio de ejecutarle.

Se admite la iluminación por la luz cenital, y la *ley* llamada del *cuarto*, que consiste en que *la separación de dos trazos consecutivos sea igual á la cuarta parte de su longitud; siendo igual el grueso de todos los trazos.*

El medio práctico de llevarle á cabo es tomar (fig. 247) á partir de *A* sobre la curva *M*, una magnitud $AA' = AB$ y dividirla en cuatro partes iguales; trazar por *A'* el trazo *A'B'*, y por *C* medio de *AA'* el *CD*, haciendo lo mismo por los otros puntos *E* y *G*; con lo cual se tendrán los cinco trazos que se ven en la figura, debiendo continuar del mismo modo en el resto de la zona.

Fig. 247.



Si la pendiente es menor de $\frac{1}{64}$, se supone el terreno horizontal y se suprimen los trazos.

Si es igual ó mayor que 45° , se supone inaccesible y se representa como escarpado.

Cuando la distancia entre las curvas es menor que dos milímetros, no se hace uso de la ley del cuarto, marcándose los trazos espaciados medio milímetro y de un grueso tanto mayor cuanto mayor es la pendiente.

613. Planos de reconocimientos y diseños.—Los planos que se ejecutan en los reconocimientos militares, así como los diseños, estando hechos á la ligera, no pueden muchas veces pasarse de tinta, empleándose el lápiz exclusivamente; siendo necesario, si han de tener la claridad exigida, que el trazo sea muy fino, para lo cual se emplean lápices algo duros y papel fuerte donde se marquen bien las líneas.

El uso de los lápices de colores iguales á las tintas convencionales es muy conveniente para la claridad y el efecto de estos dibujos, en los cuales se puede emplear el método de representación de las curvas con trazos en las partes en que las pendientes están más acentuadas; ó dibujando desde luego estos trazos sin el trazado preliminar de las curvas de nivel; necesitándose para esto mucha práctica, pues la separación de los trazos y su grueso tiene que hacerse á ojo.

Para dar más efecto á estos planos se emplea en algunos la luz oblicua con las sombras proyectadas por las diversas ondulaciones y suponiendo que la luz viene inclinada 45° en dirección N. O.; empleando entonces el sombreado con esfumino para el relieve, ó dando tonos fuertes en la sombra con el lápiz de color de sepia.

REPRODUCCIÓN DE PLANOS

614. Necesidad de la reproducción de los planos.—Los mapas ó planos topográficos se reproducen con objeto de disponer de un cierto número de ejemplares, pequeño ó grande, según el objeto del levantamiento. Unas veces la reproducción

es de todo el plano, y otras únicamente de un trozo determinado de él; á veces las copias deben ser en el mismo tamaño que está el original, y otras en que se necesita sean mayores ó menores, según que el original ocupe mucho espacio y contenga detalles que pueden no ser necesarios para el objeto á que se destina la copia; ó por el contrario, porque estando el original en tamaño muy reducido y con pocos detalles, convenga aumentar éstos.

El primer caso ocurre cuando de la minuta se pasa al plano definitivo, y el segundo cuando es necesario un trozo de un plano con más detalles de los que contiene el original; como sucede en campaña en los levantamientos rápidos, en que los primeros datos se sacan del mapa del país.

Se deduce de lo dicho la necesidad de *copiar, reducir y ampliar* los planos.

615. Prescripciones generales para la copia, reducción y ampliación de planos.—En la reproducción de planos, el caso más sencillo y frecuente en la práctica es el de la copia; la reducción también se presenta algunas veces; pero para hacerla como es debido, se necesita estudiar el original y ver qué detalles de éste deberán desaparecer, bien porque su pequeñez, al reducirles á la nueva escala, así lo exija por no tener representación en la copia; ó bien porque son inútiles para el objeto á que se destina. Las curvas horizontales no podrán tampoco copiarse todas, y habrá que elegir otra equidistancia métrica si no se quiere que unas se confundan con otras.

La ampliación se hace pocas veces, y en general, cuando no se necesiten planos muy exactos; siendo necesario precauciones grandes en ella; pues así como al reducir un plano se reducen proporcionalmente todos los errores que se hayan cometido en su ejecución, del mismo modo al ampliarle, se amplían estos errores; en la misma proporción.

Respecto á los detalles, se deberá tener en cuenta que algunos no deberán ampliarse proporcionalmente á los demás, pues resultarían deformes, como, por ejemplo, cuando en el plano se halla representado un camino, un canal, un edificio, etc.,

por una anchura ó tamaño mayor que la que le corresponde, según la escala; pues ampliándole proporcionalmente resultaría, que sin necesidad le habíamos hecho mayor de lo que en realidad debe ser.

Como prevenciones generales se marcará la necesidad de proceder en las copias, reducciones y ampliaciones de un modo análogo al que se sigue en los levantamientos; empezando por copiar las líneas principales que atraviesen el plano en varias direcciones, como son caminos, cursos de agua, lindes, etc., pues de este modo se divide la copia en trozos limitados por líneas ó puntos determinados con exactitud; pudiendo rellenar á ojo muchos detalles con sólo referirles á éstos puntos ó líneas ya determinados.

En el figurado del terreno, que es la parte más pesada y difícil, puesto que siendo líneas curvas son las más fáciles de deformar, si no se toman muchos puntos, deberá empezarse por las líneas de talweg y divisorias para ir formando el esqueleto de las formas compuestas, y después se terminará con las elementales que ya serán más fáciles de trazar.

Siguiendo este método se ganará mucho en exactitud y sobre todo en el tiempo que de otro modo se emplearía en buscar los errores que se irían acumulando sobre los últimos puntos.

616. Métodos de reproducción de planos.—La reproducción de planos, bien sea copia, reducción ó ampliación, puede hacerse por métodos geométricos ó mecánicos.

MÉTODOS GEOMÉTRICOS.—*Copia por las cuadrículas.*—El método llamado de las *cuadrículas* consiste en dividir el plano original en una serie de cuadrados ó rectángulos todos iguales, si es que ya no lo estuviera por haber sido cuadrículado por las líneas paralelas y perpendiculares á la meridiana; y cuadricular del mismo modo el papel de la copia.

El tamaño de la cuadrícula deberá ser tanto menor cuanto mayor sea la exactitud que se desee y menor la habilidad del dibujante.

El trazado de las cuadrículas, aunque hecho con lápiz, de-

teriora algo los dibujos, sobre todo al borrar estas líneas con la goma, y para evitarlo puede tenerse hecha una cuadrícula sobre vidrio en que vayan marcadas las líneas con tinta ó color ó también un marco de madera con las cuadrículas formadas de hilos finos de alambre ó de seda. Estas cuadrículas, puestas encima del dibujo, hacen el efecto del cuadriculado del papel sin estropearle y sirven además para distintos planos.

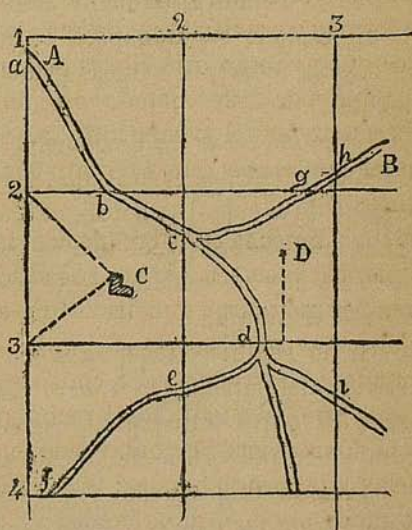
617. *Aplicación del método.*—Sea uno ú otro el sistema que se emplee, se empieza á copiar, no cuadrícula por cuadrícula, sino que, según se ha indicado, se irán copiando las líneas principales que atraviesan el plano, pues de este modo dentro de cada cuadrícula se tienen líneas de referencias para los detalles de menor importancia que podrán dibujarse á ojo ó tomando muy pocas medidas.

Para marcar, por ejemplo, el camino *AB* que hay en la figura 248, se irán tomando con el compás las distancias á los puntos en que va cortando á los diversos lados de cada cuadrícula; las cuales se irán llevando sobre sus homólogas de la copia.

Para determinar puntos del centro de una cuadrícula, tales como el *C*, se tomarán sus distancias á los vértices 2 y 3 de la cuadrícula donde se halla contenido, y con estas distancias se describen arcos de círculo desde los puntos homólogos, los cuales, por su intersección, darán el punto homólogo del *C*. También pueden hallarse los puntos por abscisas y ordenadas como el *D*.

618. *Método por el picado.*—Se ponen debajo del original

Fig. 248.



cuatro ó cinco papeles para sacar otras tantas copias de una vez; y con una aguja ó punzón de punta muy fina se van pican-
do los puntos de las líneas principales del dibujo, de modo que
vayan quedando marcados en las hojas inferiores. Referidos de
este modo puntos de las líneas principales, se pasarán con lá-
piz para evitar confusiones, y después se puede continuar pa-
sando detalles secundarios hasta marcar por puntos las curvas
horizontales, aunque generalmente se situarán á ojo ó por medi-
ciones refiriéndolas á los puntos ya trazados.

Con este método pueden tenerse con bastante rapidez de
cuatro á cinco copias de cada vez; pero tiene el inconveniente
que el picado repetido en el original deteriora éste y llega á
inutilizarle.

619. *Método por el papel de calco.*—Este procedimiento con-
siste en colocar encima del dibujo un papel transparente ó he-
cho transparente por una preparación especial al *aceite* ó á la
bencina, ó usando el llamado *papel tela*.

El método seguido para la copia es el mismo que en los
anteriores; copiar las líneas principales primero, y después los
detalles.

Hay que tener la precaución de no apoyar la mano sobre
el papel de calco si es muy fino y del llamado papel *vegetal*, pues
el calor de ésta le dilata desigualmente y hace que la copia salga
deformada. Sobre papel tela se calca mejor con pluma y colo-
res y no hay necesidad de esta precaución sino para que no se
ensucie el dibujo.

Si no se quiere tener la copia en un papel tan fino, puede
pasarse del papel calco á otro más fuerte, frotando la parte de
atrás del papel transparente siguiendo las líneas y detalles del
dibujo con polvo fino de lápiz, ó también con un lápiz blando,
y poniendo después este papel encima de aquél en el que se
quiere tener la copia, y recorriendo con un punzón ó lápiz de
punta dura todas las líneas y detalles del dibujo, se hace que el
polvillo del lápiz dado en el revés del dibujo se adhiera al papel
de la copia, marcándose suavemente todas las líneas recorridas,
las cuales después se dan de tinta para terminar la copia.

620. REDUCCIÓN Y AMPLIACIÓN.—*Por las cuadrículas.*—El método de las cuadrículas usado en la copia de planos, se puede utilizar para la reducción y ampliación, puesto que en vez de construir en el papel de la copia una cuadrícula igual á la del original, se puede construir otra cuyos lados estén con los de ésta en la relación de las escalas de ambos dibujos.

Si, por ejemplo, se quiere reducir un plano en la escala de $\frac{1}{1000}$ á la escala $\frac{1}{5000}$, bastará observar que las líneas del original estarán con las que se buscan, en la relación $\frac{1}{1000} : \frac{1}{5000} = \frac{5}{1} = 5$, es decir, que serán cinco veces mayores; luego el lado de la cuadrícula nueva será cinco veces menor que la del original. La inversa sucedería si se tratara de ampliar.

Construída la cuadrícula en el papel de la reducción ó ampliación, se empieza la copia del modo indicado pasando las líneas principales, después los detalles, etc.; pero teniendo presente que todas las dimensiones están reducidas ó aumentadas una misma cantidad, y que si un camino corta á un lado de una cuadrícula al tercio desde su vértice superior, en la copia también cortará á la cuadrícula reducida ó ampliada al tercio de su lado homólogo.

621. MÉTODOS MECÁNICOS.—Los métodos mecánicos para la copia, reducción y ampliación de los planos están fundados en el uso de instrumentos y procedimientos más ó menos complicados.

622. *Compás de reducción.*—Este aparato, estudiado en la Geometría, y conocido por hallarse en muchos estuches de matemáticas, sirve de poderoso auxiliar para la copia, reducción y ampliación de planos, según la colocación que se dé al botón que fija la relación entre las distancias que hay entre las dos puntas largas y la que existe entre las cortas. Si esta relación es igual á uno, las distancias dichas serán iguales y el aparato sirve para copiar; si esta relación es mayor que uno, entonces servirá para reducir si las distancias en el original se toman con

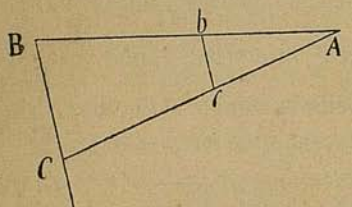
las puntas largas y las de la reducción con la correspondiente en las cortas, y la inversa si se quiere ampliar.

En el método de las cuadrículas tiene gran aplicación.

623. *Ángulo de reducción.*—Cuando no se tiene el compás anterior, puede improvisarse el *ángulo de reducción* que le substituya, aunque no da tanta exactitud ni es tan fácil de manejar.

Se construye un *ángulo de reducción*, trazando dos rectas indefinidas que se corten AB y BC (fig. 249), y tomando sobre una de ellas una distancia $L = BA$ en la escala del original, se tomará sobre la otra la homóloga $l = BC$ del dibujo que se trata de hallar, y uniendo C con A , se tendrá construido el *ángulo de reducción*.

Fig. 249.



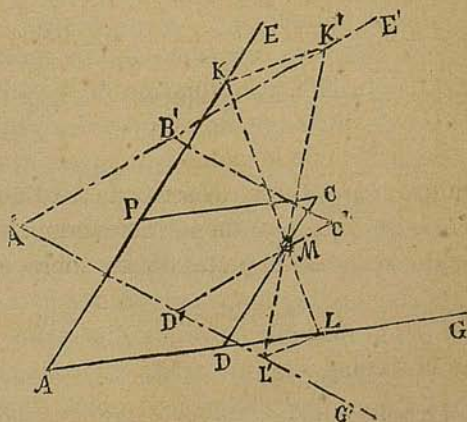
Para hacer uso de este ángulo se colocará sobre el original, y de modo que la recta BA coincida á partir de B con la que se quiere reducir; se marca el extremo b de esta línea, y tirando la bc paralela á BC , la parte bc será la homóloga en la reducción.

624. *Pantógrafos.*

Casi todos los aparatos de esta clase, cuyo nombre indica ya su uso (1), están fundados en propiedades geométricas de líneas proporcionales.

El de *Dollond*, el de *Gavard*, los *americanos*, etc., se fundan en la propiedad siguiente (fig. 250).

Fig. 250.



(1) De *pantos* y *graphos* «copiar todo».

625. *Fundamento.*—Si cuatro reglas AE , BC , CD y AG se articulan en los puntos A , B , C , D , de modo que formen un rombo $ABCD$ y en las AE , DC y AG , se toman tres puntos en línea recta K , M y L ; si se fija uno de ellos M , de modo que todo el sistema gire á su alrededor, los otros dos K y L seguirán en línea recta con él y describirán rectas KK' y LL' paralelas y siempre de longitudes proporcionales.

Sea $A'B'C'D'$ la posición nueva del pantógrafo después de un giro alrededor de M .

En la primera posición los triángulos semejantes $\frac{LDM}{LAK}$

dan $\frac{AK}{DM} = \frac{AL}{DL}$ (1); en la segunda, los homólogos $\frac{L'D'M}{L'A'K'}$

dan $\frac{A'K'}{D'M} = \frac{A'L'}{D'L'}$ (2); pero como $AK = A'K'$, $DM =$

$D'M$, $AL = A'L'$, $DL = D'L'$; las expresiones (1) y (2) son idénticas, y siendo $A'K'$ y $D'C'$ paralelas, la proporción (2), indica que los puntos K' , M y L' siguen en línea recta; luego

$\frac{KM}{LM} = \frac{AD}{DL} = \frac{K'M}{L'M} = \frac{A'D'}{D'L'}$ ó $\frac{KM}{LM} = \frac{K'M}{L'M}$; y por

consiguiente, los triángulos MKK' y MLL' serán semejantes y KK' y LL' , además de paralelas, estarán en la relación

$\frac{KK'}{LL'} = \frac{KM}{ML} = \text{constante}.$

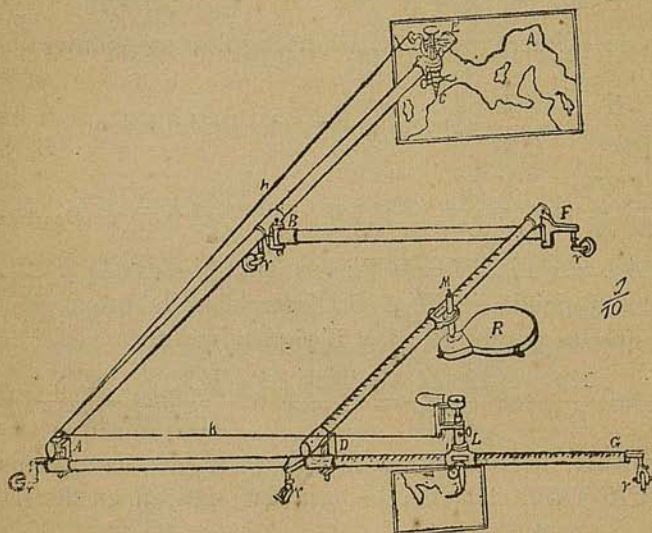
Se deduce de lo dicho que si en K se pusiese un calcador ó punzón que fuese recorriendo las líneas del dibujo original, y en L un lápiz que fuese marcando en un papel, se irían copiando, reduciendo ó ampliando sobre éste las líneas del original; según que la relación $\frac{KM}{LM}$ fuese igual, mayor ó menor que la unidad.

La relación $\frac{KM}{LM} = \text{constante}$ se determina para cada caso del modo siguiente. Sea un plano que se quiera reducir en la

relación $\frac{m}{n}$. Se buscará sobre la regla AG un punto L en el que se verifique que $\frac{LD}{DA} = \frac{m}{n}$; de donde $LD = DA \times \frac{m}{n}$, en la cual DA es constante.

626. *Pantógrafo de Breithaupt*.—Este aparato, que es uno de los más perfeccionados (fig. 251), consta de cuatro tubos de

Fig. 251.



metal de un metro de longitud, articulados convenientemente y montados sobre ruedas de marfil r que pueden girar en todos sentidos y que van colocadas debajo de los tubos para que puedan moverse con facilidad por encima del dibujo. R es un gran peso de plomo con púas en su parte inferior para sujetarle al tablero ó mesa, de modo que quede fijo; y en él va colocado el eje de giro M de todo el aparato. En E hay una pieza que puede correr y sujetarse al tubo AE , y dentro de la cual se pone el calcador C , y otra pieza análoga en L contiene el lápiz. Un hilo pasa desde esta pieza á la del calcador por medio de rodanas pequeñas fijadas á los tubos. Este hilo h tiene por objeto

levantar el lápiz del papel para que no marque cuando el calador pasa de un detalle á otro sin pasar por ninguna línea del original.

Los tubos DF y AG llevan dos graduaciones que sirven para colocar las piezas L y M en el sitio que se desee, según la relación de semejanza que se quiera. Las piezas L y M llevan unos nonios para mayor exactitud.

En la figura, el aparato está dispuesto para reducir en la relación $\frac{DL}{DA}$.

627. *Pantógrafo americano*.—Existen otros pantógrafos llamados americanos que son sumamente manuable; su fundamento es el mismo; pero en vez de tubos de cobre tienen reglas de madera; su tamaño es próximamente la mitad del de la figura anterior, y si bien no pueden competir con éste en exactitud, en cambio, en facilidad para su manejo y en su precio son mucho más ventajosos, sobre todo para aquellas reproducciones en que no se necesitan detalles con una exactitud muy grande, como en los planos para reconocimientos, itinerarios, etc. (1).

628. **Reproducciones de planos en número considerable de ejemplares.**—A veces es necesario sacar un gran número de copias de un mismo plano, no pudiendo en este caso aplicarse los métodos que se han indicado por ser todos ellos muy pesados; habiendo necesidad de recurrir á los procedimientos de la *fotografía*, *grabado*, *fotolitografía*, *cromolitografía*, etc., que pueden dar un número enorme de copias en poco tiempo; pero ninguno de estos procedimientos puede ser usado sino por los Oficiales destinados á Centros especiales, donde únicamente pueden emplearse, por el gran material que exigen.

Otros procedimientos existen, que si bien no dan tan gran número de ejemplares como los anteriores, tienen, sin embargo, la ventaja de necesitar aparatos de poco coste y fácil manejo;

(1) Existen también unos pantógrafos de *caoutchouc*, pero se han generalizado muy poco para las ampliaciones y copias de planos.

y su rapidez y exactitud, comparada con la de los métodos primeros que se han explicado, es mucho mayor.

629. COPIAS AL FERRO-PRUSIATO.—Se prepara ó vende preparado y á un precio relativamente barato (1), un papel llamado al ferro-prusiato, que se emplea con muchísima frecuencia y buen resultado para la copia de planos.

Los aparatos necesarios son: un *marco prensa*, una *cubeta de cinc* y *papel preparado*.

Los marcos prensas son de tamaños que varían desde 11×14 cm hasta $1^m \times 1^m,40$ de lado; compuestos de un marco fuerte de madera, un cristal grueso y un tablero forrado de paño en la parte que cae sobre el cristal; llevando por detrás unos muelles para apretarle contra éste. La cubeta de cinc para lavar los dibujos es de tamaño un poco mayor que la prensa.

El papel viene en rollos bien tapados para que no dé la luz en la preparación.

630. *Negativas*.—El modo de operar es el que sigue: se hace el dibujo original en papel transparente ó que se le hace transparente humedeciéndole por el revés con un ligero baño de bencina dado en el momento de ir á sacar la copia. Se pone este dibujo sobre el cristal de la prensa, apoyando la parte dibujada sobre la parte interior del cristal y encima el papel al ferro-prusiato, cuidando que no le haya dado la luz; se coloca el tablero encima y se aprietan los muelles para que queden perfectamente unidos el dibujo y el papel; y ambos apretados contra el cristal.

Se expone la prensa á la luz, y cuando el papel toma un tinte gris aceitunado que sólo se reconoce con la práctica, se saca de la prensa y se mete en la cubeta, donde se le lava con agua, mejor caliente ó templada que fría, agitándola para favorecer el desprendimiento de la preparación hasta que aparezcan bien blancas las líneas del dibujo, pudiendo entonces sacarle y ponerle á secar colgado de una cuerda ó bastidor de tela.

La luz, al caer sobre el papel transparente del original, atra-

(1) Se vende en el comercio en rollos de varios anchos.

vieses éste en las partes donde no hay líneas marcadas en el dibujo, y actúa sobre la preparación del papel fijándola y haciéndola insoluble; pero la luz, no pudiendo atravesar por las partes donde hay líneas en el dibujo, no puede fijarse en ellas la preparación dada al papel, y al meterle en agua se disuelve y queda con el blanco que tenía antes de darle la preparación, mientras que la fijada por la luz, queda azul; obteniéndose una copia en fondo azul con líneas del dibujo blancas, es decir, una *negativa*, como se llama en fotografía.

631. *Positivas*.—Se pueden obtener *positivas* haciendo transparentes las negativas con aceite ó bencina y tomándolas como originales; pues entonces al contacto con la luz pasa la inversa y se obtiene la copia en fondo blanco con líneas azules.

Cuando se desean las positivas, hay un papel especial preparado al ferro-prusiato, el cual es muy delgado y transparente, y sobre él se sacan las negativas, que sirven luego para obtener las positivas.

En días de sol claro puede sacarse una copia cada cuatro ó cinco minutos si se tiene el papel cortado de antemano.

632. PAPEL FOTOGRÁFICO.—Se puede substituir el papel anterior por el papel que se emplea en fotografía para las positivas. El procedimiento es el mismo, pero siendo más sensible á la luz, hay que cortarlo y colocarlo en la prensa dentro de una habitación oscura ó iluminada con luz á través de cristales rojos ó amarillos. Se da fijeza á la imagen sumergiendo el papel en un baño de hiposulfito de sosa, lo mismo que en fotografía y sometiéndola después á un lavado. El original ha de ser transparente como en el ferro-prusiato.

633. HECTÓGRAFO.—Con tinta de anilina espesa y una pasta ú hoja especial, puede conseguirse una tirada de 50 ó 60 ejemplares de una reproducción.

El *hectógrafo* consiste en una pasta elástica extendida ó cuajada en una caja de hoja de lata de poca altura y dimensiones más ó menos grandes (1), según el uso á que se le destine.

(1) La pasta está compuesta de gelatina, glicerina y ácido sulfúrico y algunas veces destrina y sulfato de barita.

El original se dibuja ó escribe con tinta especial de anilina, que se vende con el aparato.

La reproducción se reduce á colocar el dibujo contra la pasta pasando la mano por encima para establecer bien el contacto entre ambos; al cabo de dos ó tres minutos se levanta el dibujo tirando desde una punta, quedando marcada en la pasta una negativa muy limpia. Sobre ésta se coloca un papel cualquiera y pasando ligeramente la mano por encima, queda marcado en él un dibujo igual al original, pero del color de la tinta empleada. Colocando nuevas hojas de papel y repitiendo la operación, van obteniéndose otras tantas reproducciones con la rapidez consiguiente.

Hecha la tirada se lava en seguida la pasta con una esponja humedecida en agua templada y se pasa una hoja de papel secante grueso para hacer desaparecer la humedad; con lo cual queda otra vez la pasta en disposición de hacer una nueva tirada.

634. POLIAUTÓGRAFO.—El aparato anterior no es portátil, sobre todo para campaña; y se substituye por el poliautógrafo (1), que se compone de hojas de papel del tamaño necesario, cubiertas con una composición especial, y las cuales van arrolladas dentro de unos tubos (2).

Para operar se fija la hoja sobre un tablero, y antes de imprimir en ella la negativa se lava con una esponja ligeramente humedecida, secándola después con papel secante. Esta operación tiene por objeto hacer desaparecer un barniz que llevan las hojas para evitar que se peguen unas á otras. El resto de la operación es igual á la del hectógrafo.

Los aparatos que se acaban de describir no pueden dar en general un número mayor de 50 á 60 ejemplares, y cuando se necesita mayor número hay necesidad de borrar en la pasta y volver á hacer la negativa para la nueva tirada.

635. AUTOCOPISTA.—Existe otro aparato moderno llamado *autocopista*, que permite hacer una tirada hasta de 500 ejemplares. La base de este aparato es pergamino en hojas preparadas con una ligera capa gelatinosa para recibir la negativa.

El dibujo está hecho sobre un papel cualquiera, pero con una tinta especial que acompaña al aparato.

(1) Es debido al Capitán Frey de la marina francesa.

(2) Una docena de hojas tamaño holandesa. 6,50 pesetas.
Hojas de 0,58×1 m., el metro. 4,40 id.

Preparada la hoja de pergamino del tamaño conveniente, se la sumerge en agua por espacio de minuto y medio á dos minutos, secándola en seguida por los dos lados con papel secante y extendiéndola sobre un bastidor que acompaña al aparato. Colocando encima el dibujo se adhiere ligeramente con la mano retirándole á los dos minutos; quedando marcada la negativa en el pergamino.

Se ennegrece ésta pasando por encima un rodillo con tinta de imprenta, la cual es absorbida únicamente por las partes de la superficie del pergamino donde han quedado marcadas las líneas del dibujo que forman la negativa. El dibujo habrá sido hecho con una tinta especial, según se ha indicado.

Preparada así la negativa, no hay sino colocar encima el papel de la copia, que puede ser de cualquiera clase, y pasar la mano para que se adhiera bien, ó mejor pasar otro rodillo especial, con lo cual quedará hecha una copia. Las restantes se sacan del mismo modo, pero teniendo cuidado de pasar siempre el rodillo de tinta antes de cada copia.

FIN

APÉNDICES

INSTRUCCIONES DETALLADAS DE ALGUNOS EQUIPAJES TOPOGRÁFICOS Y APARATOS DE LEVANTAMIENTOS IRREGULARES

Equipaje topográfico de Peigné.

1. Reunidos en un equipaje relativamente poco voluminoso, y de un coste no excesivo, se encuentran todos los aparatos que puede necesitar un Oficial para los levantamientos topográficos regulares é irregulares. Este equipaje fué ideado y perfeccionado por Peigné: y en Francia se usa con gran aceptación por los Oficiales del Ejército.

Se compone de aparatos de tres categorías, según el levantamiento que es necesario llevar á cabo:

1.^{er} grupo. Aparatos destinados á los levantamientos regulares en escala de $\frac{1}{2000}$ á $\frac{1}{10000}$.

2.^o grupo. Los destinados á levantamientos desde $\frac{1}{10000}$ á $\frac{1}{20000}$, y aun los de $\frac{1}{40000}$.

3.^{er} grupo. Los de los levantamientos de $\frac{1}{20000}$ á $\frac{1}{50000}$.

El equipaje completo se compone de los instrumentos siguientes:

1.^{er} grupo: Plancheta con su trípode.—Alidada automática.—Mira.—Declinatoria.

2.^o grupo: Brújula-alidada.—Tablero-plancheta.

3.^{er} grupo: Brújula-curvímetro.—Cartera de bolsillo.

2. INSTRUMENTOS DEL PRIMER GRUPO.—*Plancheta y trípode.*—La figura 97, pág. 139, hace ver esta plancheta y su trípode, ya conocidos al tratar de los goniógrafos. La ranura en la chapa metálica inferior del tablero le permite un ligero movimiento de traslación. El trípode puede reducirse á la mitad de su longitud doblando los pies alrededor de un eje que existe en cada uno de ellos.

3. *Alidada automática y mira.* Esta alidada, cuyo principio fun-

damental ha sido explicado en el párrafo 117 al tratar de las mediciones indirectas de distancias, se halla representada en la figura I.

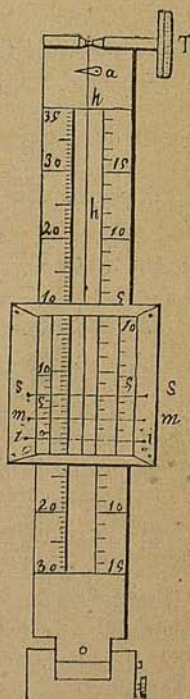
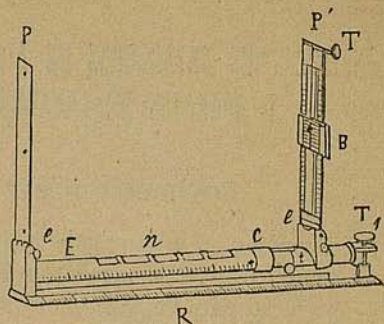
Fig. I.

Se compone de una regla *R* que hace el oficio de doble decímetro, sirviendo para tomar distancias en el plano, por estar dividida en milímetros. En uno de sus extremos se levanta una pínula *P* que tiene tres agujeros por donde se dirigen las visuales y en el otro extremo se une á un tubo *CE*, por medio del tornillo *T*. A lo largo de este tubo puede correr una pieza *Ct*, que lleva consigo la otra pínula *P'*, pudiendo acercarse ó separarse de la *P* por medio de un tornillo *t* que mueve un piñón que á su vez engrana en una cremallera colocada en la parte inferior del tubo *CE*, y la cual no se ve en la figura.

En el interior del tubo hay un nivel de burbuja de aire *n*. La pínula *P'* se ve en el detalle en mayor escala. Se compone de un marco ó bastidor, que sube ó baja á lo largo de la placa de la pínula, por medio del hilo *h, h*, movido por el tornillo *T*, donde se va arrollando ó desarrollando.

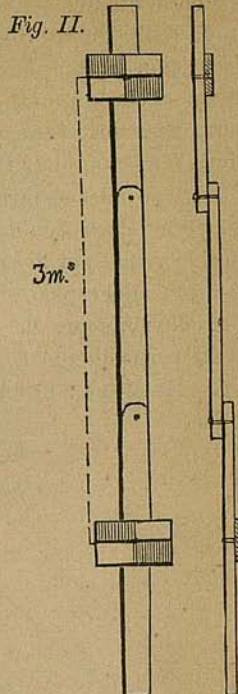
El marco lleva tres hilos *i, m* y *s*, llamados, respectivamente, *inferior*, *medio* y *superior*, los cuales están equidistantes; siendo su separación de 0^m,005, ó sea 0^m,01 entre los dos extremos.

A los costados de la pínula hay dos graduaciones; la de la derecha con divisiones dobles de la de la izquierda y de $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{6}$ de centímetro, respectivamente. En el marco hay nonios para hacer las lecturas con mayor aproximación.

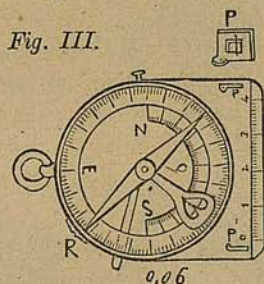


En el tubo horizontal *CE* existen dos graduaciones iguales á las de la pínula y colocadas, respectivamente, del mismo lado que en aquélla; la de la derecha está graduada de 15 á 75, y la de la izquierda de 75 á 150.

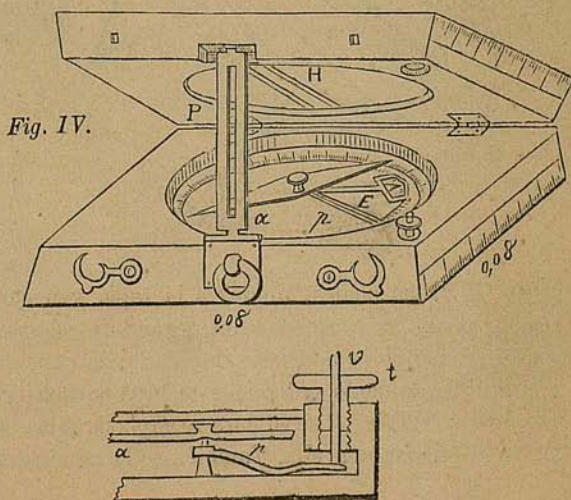
La mira (fig. II) tiene dos tablillas fijas á la distancia de 3^m, y la inferior colocada á una altura que próximamente es la misma á que queda la visual de la alidada cuando la plancheta está en estación. Para hacer transportable esta mira, se dobla á un tercio y dos tercios de su longitud, pudiendo plegarse, como se comprende al ver la figura.



4. *Declinatoria*.—La figura III hace ver este aparato, que es una pequeña brújula, la cual se coloca en la plancheta, marcando su contorno con lápiz una vez que está orientada. *P* es un detalle de la pínula.



5. INSTRUMENTOS DEL 2.º GRUPO.—*Brújula alidada*.—La figura IV indica con detalles la disposición de este aparato. Se compone de una caja cuadrada de madera de 0^m,08 del lado cuya tapa gira hasta 180°, quedando en el mismo plano que la caja. En un costado de ésta y de la tapa hay una graduación ó es-



cala de milímetros que sirve de doble decímetro para tomar las distancias en el dibujo.

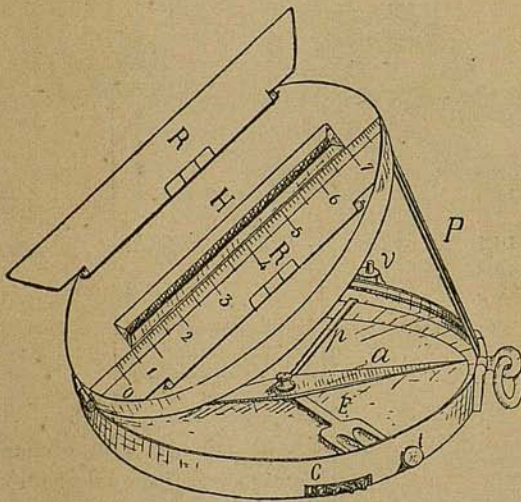
El limbo de la brújula es fijo, y á la aguja imanada acompaña una disposición especial que se ve en el detalle de la figura y que tiene por objeto sujetarla provisional ó definitivamente contra el cristal. La primera operación se consigue apretando con el dedo el vástago *v*, y la segunda haciendo girar el tornillo *t* de izquierda á derecha.

Las visuales se dirigen por la pínula *P* y por una hendidura *H* de la tapa, análoga á la de la brújula Hossard; pero en ésta está determinada la visual por dos cerdas paralelas muy próximas que hay colocadas detrás del espejo, sirviendo éste para ver las graduaciones del limbo por reflexión sobre él.

El perpendicular *E* sirve para emplear esta brújula como eclímetro.

6. BRÚJULA NUEVA.—Recientemente esta brújula ha sufrido una

Fig. V.



transformación por su autor, substituyendo la caja de madera por una de metal, y la forma rectangular por la circular que se ve en la figura V. La nueva brújula es de tamaño de un reloj de bolsillo, y consta de los mismos elementos que la primitiva, de la cual difiere en que la graduación de milímetros que llevaba en el costado de la caja para servir de escala para el dibujo, ha sido substituída por las dos

piezas *R-R*, las cuales, unidas á la tapa, van como la de la derecha cuando no se hace uso de ellas, girando y colocándose como la de la izquierda cuando es necesario emplearla; en cuyo caso, dando la vuelta á la brújula de modo que quede la tapa encima del papel del dibujo, una de las reglillas *R* sirve para reemplazar á la escala de la antigua y tomar distancias con ella. También se la ha añadido un curvómetro *C*,

el cual puede emplearse para la medida de distancias en planos que estén en las escalas que van indicadas en la figura VI, que representa el fondo de la caja de la brújula y en la cual hay abierto un espacio trapezoidal C' dentro del que se hacen las lecturas de las distancias recorridas por la rueda C del curvímetro, según la escala del plano.

Esta nueva brújula es más portátil que la antigua.

7. *Cartón ó tablero plancheta.*—En la figura VII se ve que este aparato no es sino una cartera que lleva en una

Fig. VI.

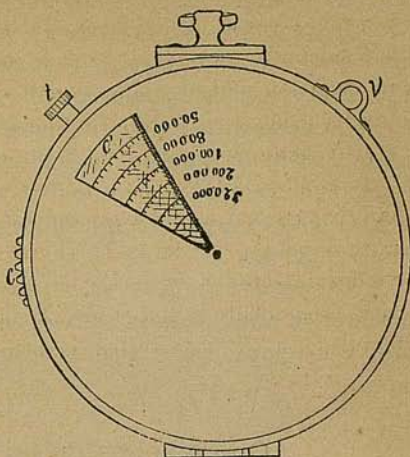
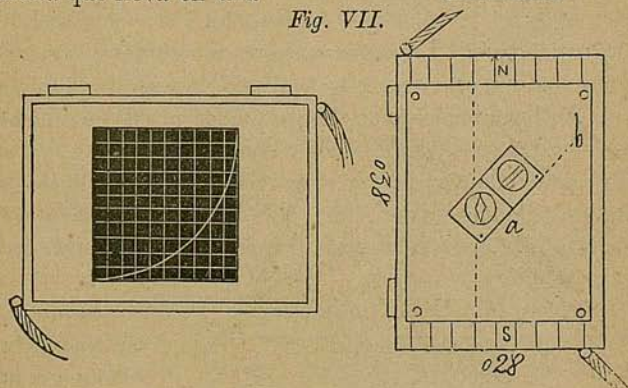


Fig. VII.



de sus caras un papel ó pasta especial, sobre la cual se puede dibujar ó pegar el papel del dibujo. En la otra cara existe grabado un cuadro gráfico que permite ejecutar todas las operaciones aritméticas y trigonométricas, substituyendo de este modo á las tablas.

La descripción detallada que lleva impresa, hace inútil aquí entrar en explicaciones sobre su uso, tanto bajo el punto de vista de cuadro gráfico, como de eclímetro, pues pertenece á los explicados en el párrafo 560. Los portalápices que lleva en uno de sus bordes, pueden servir de aparatos de visuales, y la cartera de fuelle, que forman las dos tapas, para guardar papeles, diseños, etc.

El cordón sujeto á los dos costados sirve para llevar el cartón colgado á la espalda, ó para colocarle á la altura del pecho y dibujar sobre él como tablero.

8. INSTRUMENTOS DEL TERCER GRUPO.—*Brújula*.—La brújula curvímetro se ve en la figura III, su tamaño es pequeño y las dos pínulas $P P'$ sirven de aparato visual.

En la parte posterior de su limbo lleva unas ruedas, una de las cuales R sobresale un poco del borde y sirve de curvímetro para medir distancias en los planos, párrafo 56.

Esta brújula lleva un pequeño perpendicular que la transforma en brújula eclímetro.

9. *Cartera de bolsillo*.—Con objeto de no llevar el cartón ó tablero plancheta en estos reconocimientos, se substituye por una cartera de bolsillo, con papel cuadriculado de cuadrícula de uno ó de dos milímetros.

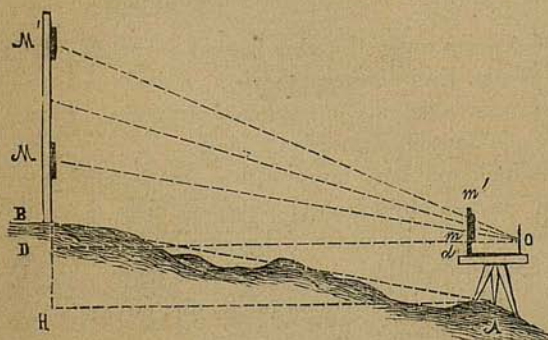
Operaciones de un levantamiento.

10. PRIMER CASO.—LEVANTAMIENTOS REGULARES CON LOS INSTRUMENTOS DEL PRIMER GRUPO.—Antes de empezar á indicar las operaciones de un levantamiento se explicarán los problemas elementales que pueden presentarse y su resolución con estos aparatos.

La alidada automática permite resolver el problema de la determinación de las distancias menores de 150^m, que es la máxima, á la cual pueden verse distintamente las coincidencias de los hilos con las líneas de fe de las tablillas.

Sea, en efecto (fig. VIII), A la estación y B el otro punto. En A

Fig. VIII.



se coloca la plancheta con la alidada, y en B la mira; teniendo la precaución de colocar siempre aproximadamente la plancheta á la misma altura, para que la visual dirigida por la alidada esté á una altura i sobre

el suelo igual á la altura h á que se halla la línea de fe de la tablilla inferior de la mira.

Se dirige la visual al punto B , del mismo modo que con otra alidada cualquiera, y se mueve al mismo tiempo con sus tornillos respectivos la pínula P' y el bastidor, hasta conseguir que la visual que pase por el hilo inferior de éste caiga sobre la línea de fe de la tablilla inferior, y la del superior sobre la correspondiente de la tablilla superior. Esta operación se hace con rapidez y pocos tanteos en cuanto se adquiere un poco de práctica.

La figura hace ver los triángulos semejantes omm' y OMM' , en los cuales se verifica que $\frac{mm'}{MM'} = \frac{od}{OD} = \frac{md}{MD}$; pero mm' es igual á tres divisiones de la pínula de la derecha y MM' igual á 3^m ; luego la relación $\frac{mm'}{MM'}$ indica que á cada división de la pínula corresponde un metro; y, por consiguiente, leyendo el número de divisiones de od en el tubo de la alidada, se tendrá el número de metros de OD , distancia horizontal que separa los puntos de estación y de mira; y leyendo el número de divisiones de md , desde el cero á la división que pasa por el nonio de la graduación de la derecha de la pínula P' , se tendrá el número de metros de MD , diferencia de nivel entre los mismos puntos, puesto que se ha indicado que $i=h$; quedando determinadas de este modo la distancia horizontal que separa los puntos, así como su diferencia de nivel, únicos datos que faltaban para determinar el punto B , puesto que la dirección AB se marcará en la plancheta por el borde de la regla R de la alidada.

11. *Casos particulares.*—Si la distancia AB es mayor que 75^m , la mira es corta y queda dentro del ángulo de las visuales, empleándose entonces el hilo inferior y el del medio, cuya separación, siendo mitad de la anterior, hay necesidad de hacer las lecturas en la otra parte del tubo, cuyas divisiones son también mitad. Su lectura dará en metros las distancias numeradas desde 75^m á 150^m .

La diferencia de nivel se obtiene en la pínula del mismo modo que anteriormente, pero en la graduación de la izquierda.

Si las distancias son menores de 15^m , se pueden obtener, reduciendo á la décima parte, ó sea á $0^m,3$ la distancia entre las tablillas de la mira; para lo cual lleva ésta un trazo horizontal distante esa cantidad de la línea de fe de la tablilla; y con este trazo se hace la coincidencia de la visual por el hilo superior. Este trazo es visible

á simple vista á distancias menores de 15^m, que son las que se han de medir.

La relación de semejanza $\frac{M M'}{m m'}$ se ha hecho diez veces mayor á causa de haberse reducido $M M'$ á 0^m,3, luego la distancia $o D$, y la diferencia de nivel $d N$, leídas en las escalas, tendrán que dividirse por 10 para ser las verdaderas; así, si con el índice se lee en el tubo 85, la distancia será 8^m,5, y si en la pínula se leyó 23, $d N$ será igual á 2^m,3.

12. *Medios de operar.*—El método más adecuado para operar con este aparato es análogo al taquimétrico. Se eligen estaciones como las del método de Moinot, las cuales no deberán exceder de una separación de 150^m. Puesta la plancheta en estación en el primer punto elegido, se fija la posición de la inmediata, y en seguida se empieza la vuelta al horizonte por el método de radiación; tomando las referencias sobre puntos distantes, y marcando los puntos directores. Terminado el levantamiento desde esta estación, se pasa á la segunda y se empieza por rectificar la orientación sobre la primera, continuando el procedimiento dicho para aquélla, ó sea, determinación de la tercera estación y vuelta completa al horizonte; y así hasta la terminación del levantamiento.

El procedimiento del itinerario puede también emplearse con este aparato, por ser muy fácil poner en estación la plancheta y medir automáticamente las distancias ó longitudes de los lados.

El método de intersecciones puede también aplicarse, pero perdiéndose todas las ventajas de la alidada automática; por lo cual sólo se emplea para puntos distantes más de 150^m.

13. SEGUNDO CASO.—LEVANTAMIENTOS IRREGULARES CON LOS INSTRUMENTOS DEL 2.º GRUPO.—Descriptos los aparatos de este grupo y su manejo, el medio de operar con ellos un levantamiento consiste en emplear el método del itinerario, determinando los rumbos de la brújula, las pendientes y diferencias de nivel con el eclímetro y las distancias á pasos. Los trabajos de dibujo del plano se ejecutan también en el campo sobre el tablero ó plancheta; bien sobre la pasta de una de sus caras, bien sobre papel pegado con cola de boca ó sujeto con chinchas. Las líneas marcadas en la pasta del cartón, representan la meridiana y pueden servir para que la brújula haga de transportador para construir los rumbos que se van midiendo; para lo cual se opera de la manera siguiente. Medido un rumbo con la brújula y sujeta la aguja con el tornillo de modo que quede marcando este ángulo, se la coloca como se

ve en la figura VII, de modo que la dirección de la aguja sea la de la línea *S. N.* marcada en el tablero como meridiana; y corriéndola en esta posición paralelamente á sí misma, se podrá hacer que el borde de la caja pase por el punto *a*, por donde hay que trazar el rumbo, lo que se consigue pasando el lápiz por dicho borde.

Con la escala que la caja lleva en este costado, se toma la longitud medida á pasos, con la cual queda determinada en el plano la proyección del punto *b*; deduciéndose su cota del valor *ab* y del ángulo de pendiente, haciendo uso para ello del cuadro gráfico que lleva la brújula pegado en el fondo de la caja y que es análogo al de reducción al horizonte (1); por cuyo motivo no se describe, así como por llevar la descripción en la misma caja.

En el cartón se pueden determinar los puntos de paso de las curvas en los perfiles, así como reducir al horizonte las distancias; no detallando esto por su sencillez y por estar allí explicado.

14. TERCER CASO. — LEVANTAMIENTO CON LOS INSTRUMENTOS DEL 3.^{er} GRUPO. — En los reconocimientos en que se dispone de muy poco tiempo, ó que están en escalas muy pequeñas, se llevan los instrumentos del 3.^{er} grupo; no entrando en detalles del modo de operar, pues es exactamente el mismo del caso anterior; pero substituyendo á ojo muchas de las operaciones que en éste se hacían con los aparatos; sobre todo, si como sucederá en general, se trata de un levantamiento en que se cuenten con datos obtenidos por algún mapa ó plano, puesto que entonces sólo se tratará de rellenar claros y comprobar detalles, entrando el levantamiento en los conocidos por este caso particular.

El curvímeter de la brújula podrá servir de mucho sobre los planos para la medida de distancias (2).

Topógrafo de Poinot.

15. DESCRIPCIÓN DE ESTE APARATO. — La figura IX en perspectiva y en escala de $\frac{2}{3}$, hace ver con claridad este aparato formado por una caja de madera, en cuyo centro se ve una brújula con limbo sexa-

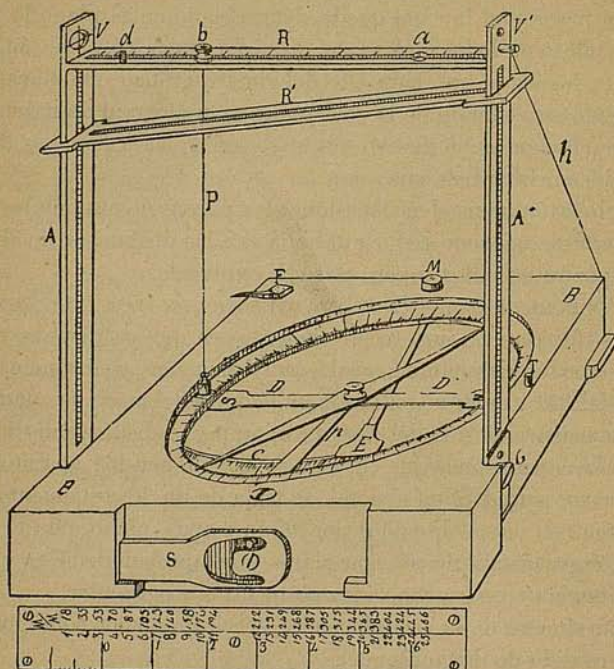
(1) Véase al final «Cuadro gráfico de reducción al horizonte».

(2) El precio de los aparatos que componen el equipaje es el siguiente:

Plancheta con tripode, 38 pesetas; Alidada, 145; Brújula-curvímeter, 23; Mira, 22; Brújula-alidada, 28; Tablero-plancheta, 12; Cartera de bolsillo, 1.

gesimal de grado en grado, cubierto, así como la aguja imanada, por un cristal que les preserva del polvo y de la oxidación; *p* es una palanca que sirve para levantar la aguja cuando no ha de funcionar la

Fig. IX.



brújula, y la pieza *S* que se ve en el frente de la caja es la que mueve esta palanca, haciendo que la aguja se apriete contra el cristal, quedando inmóvil. La parte inferior de la caja, por debajo del limbo, es de talco, con objeto de que pueda emplearse como transportador, según se indicará más adelante.

A-A son dos pínulas unidas por la pieza *R*, las cuales se colocan, como se ve en la figura, cuando se ha de operar con el topógrafo, pero pueden girar alrededor de unos botones *G* y plegarse contra los costados de la caja, quedando así reducido el aparato á una caja de pequeñas dimensiones.

F es una aldabilla que gira é impide subir á la pínula *A*, una vez plegada contra el costado de la caja.

El plano de la visual dirigida por las pínulas *A A* es paralelo al diámetro *SN* del limbo; por tanto, la aguja imanada marca los rumbos de las visuales dirigidas por aquéllas, y en el limbo puede leerse su valor, pudiendo fijarse la aguja en esta dirección por medio de la palanca *S*.

T es un punzón de marfil que se encuentra en la dirección del diámetro *SN* trazado en el fondo de la brújula, y atraviesa la caja, saliendo su punta por el fondo y sirviendo para transportar los ángulos sobre el papel, como luego se indicará.

M es la cabeza de un pequeño resorte que sostiene fijo el perpendicular *E* contra el limbo correspondiente *C* cuando se inclina la caja hasta que quede vertical el plano del limbo con el contrapeso *E* del perpendicular en la parte inferior; disposición necesaria para leer ángulos cenitales. Si se oprime el resorte *M*, el perpendicular *E* oscila libremente, recorriendo el arco *C* y marcando en él el ángulo cenital correspondiente á la visual que determinan las dos pínulas *A-A*, ángulo que quedará marcado con el perpendicular si se deja de oprimir el resorte *M*; facilitándose así la lectura del ángulo sin temor á los errores que lleva consigo el hacerlo cuando los perpendiculares oscilan, como pasa en la generalidad de los aparatos de esta clase.

En la parte superior de las pínulas *A-A* existen, en *V'* un pequeño orificio, y en *V* una ventana circular con dos cerdas cruzadas, sirviendo para transformar este aparato en un nivel de visuales horizontales, valiéndose para ello de la plomada *P*, cuyo hilo puede recorrer las ranuras que hay en las reglillas *R* y *R'*. En efecto, haciendo que la reglilla *R'* se deslice y venga á descansar sobre la caja *BB* de la brújula, si se corre el hilo de la plomada *P* hasta que el botón *b* encaje en la escotadura *a* de la reglilla *R*, el hilo *P*, pasando por las dos ranuras, hará ver cuándo la plomada marca la vertical, y, por consiguiente, cuándo la regla *R* es horizontal, así como la visual que en esa posición se dirige de *V'* al cruce de las cerdas de *V*.

Las dos reglitas *R R'* se reunen una contra otra cuando no se opera y se doblan las pínulas, pero cuando se va á operar, quedan como están en la figura, y en unión del hilo *P* de la plomada, forman una verdadera *estadia triangular* para la medición aproximada de distancias. En efecto, conocida la altura media de un hombre, y colocado éste en el

extremo de la distancia que se ha de medir y el operador con el instrumento en el otro extremo, quedará reducida la operación á mirar al primero á través de la separación que queda entre las reglas R y R' , é ir corriendo la plomada P por medio del botón b hasta que las dos visuales que pasen por los extremos de la parte de hilo comprendida entre R y R' pasen á su vez por los pies y cabeza del hombre al cual se mira, en cuyo caso basta leer en la reglilla R , frente al botón b , para tener la distancia buscada.

Las graduaciones marcadas en la reglilla R van de 25 en 25 metros, hasta 300.

En el canto posterior de la caja B de la brújula hay una escala, como se ve en la figura en el detalle, la cual da en metros y milímetros la relación de grados de pendiente por metro desde 1° á 25° ; llevando además en su borde inferior una escala de milímetros de 0^m á $0^m,06$, la cual puede servir para tomar las distancias sobre el plano, en substitución de un doble decímetro.

16. MODO DE OPERAR CON EL TOPÓGRAFO DE POINOT.—Fácil es darse cuenta del modo de operar con este aparato. Colocado el observador en el punto de estación, dirige la visual á aquel que quiere determinar, valiéndose para ello de las pínulas $A-A$ y teniendo cuidado de hacer obrar la palanca p que sujeta la aguja para que después de oscilar quede parada marcando el rumbo, en cuyo momento, actuando sobre la pieza S , se conseguirá que la aguja quede inmóvil en la posición que estaba y pueda después leerse ó construirse el rumbo en el papel.

Para determinar el ángulo cenital, se coloca vertical el limbo C con el contrapeso del perpendicular E hacia abajo; se dirige la visual por las pínulas, y apretando el muelle M , se deja libre el perpendicular para que oscile y marque el ángulo buscado, el cual quedará señalado en el limbo C , si se deja de oprimir el muelle M .

Si fuese necesario determinar la distancia del punto de estación al punto observado, bastaría colocar la reglilla R' como está en la figura y correr el hilo de la plomada P , como ya se ha indicado, hasta que las visuales que pasen por los extremos de la parte de hilo comprendida entre las reglas R y R' pasasen también rasantes á la cabeza y pie de un hombre mandado colocar de antemano en el punto que se va á determinar; y la lectura hecha en la reglilla R , frente al botón b , daría la distancia buscada.

Si fuese necesario determinar puntos de nivel, como por ejemplo,

para el trazado de curvas, se dará á las R y R' , así como al hilo de la plomada, la disposición indicada, y las visuales $V V'$ determinarán entonces la horizontal.

Por lo expuesto se comprende que este aparato sirve análogamente que los taquímetros para determinar la posición de un punto, puesto que permite hallar su dirección referida á la meridiana, la cual viene dada por el rumbo marcado en el limbo de la brújula; la distancia á que se halla de la estación, la cual se obtiene con la disposición de las reglillas y el hilo de la plomada, y, por último, su cota, la cual se puede deducir de la distancia y del ángulo cenital marcado por el perpendicular en el limbo cenital C . Aún tiene este aparato otra aplicación más, y es la de servir como transportador para construir los rumbos sobre el papel. En efecto, marcado el rumbo por la aguja de la brújula y fija ésta por la palanca que mueve la pieza S , no hay más que llevar el aparato sobre el papel, en el cual se hallará trazada la meridiana; ó mejor aún, se usará papel cuadriculado que ahorra este trabajo, y colocando la caja de modo que el centro del limbo caiga sobre el punto por donde se va á trazar el rumbo, se hará que la dirección marcada por las puntas de la aguja imanada coincida con la de la meridiana, lo cual puede verse con facilidad á través de la lámina de talco del fondo de la caja; y en esta disposición, apretando el punzón T , su punta marcará una señal en el papel, la cual, en unión de la del punto dado, determinan el rumbo que se busca.

Las distancias se toman con el borde de la escala que se ve en el detalle de la figura, la cual hace el oficio de doble decímetro.

Con este aparato se pueden ejecutar los levantamientos por todos los métodos conocidos en topografía; se puede usar el de itinerario, el de intersecciones y el taquimétrico, debiéndose elegir para cada caso el más conveniente, según las circunstancias.

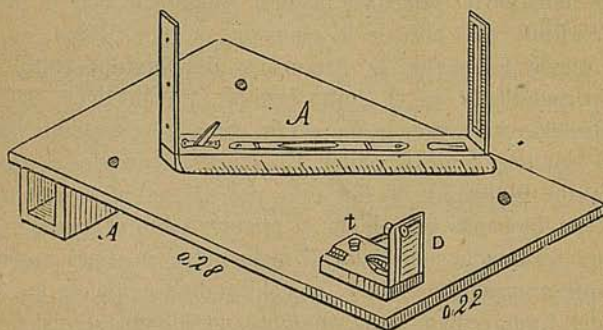
Una cartera, un simple cartón y papel y lápices, son todos los accesorios que necesita este aparato, el cual reúne muy buenas condiciones para el uso á que está destinado, siendo uno de los más ventajosos para los levantamientos irregulares (1).

(1) El coste de este aparato, en Madrid, es de unas 50 pesetas, con una cartera de cuero y una correa para llevarle en bandolera.

Plancheta y alidada nivelante de Goulier.

17. DESCRIPCIÓN DE ESTE APARATO.—La plancheta de este aparato es un pequeño tablero, como se ve en la figura X, que lleva por

Fig. X.



debajo la chapa y hendidura de unión con el trípode como la de Peigné, ya indicada en el párrafo 232; lleva además un agujero con rosca de tornillo donde se aloja uno *t* de la caja de una pequeña orientadora *D* que se coloca en esta parte para el transporte y cuando no se opera con ella. En *A*, debajo del tablero, hay una cavidad donde se coloca la alidada nivelante, quedando sujeta por un pequeño muelle que impide se salga mientras no se le oprime con alguna fuerza. Lleva además al lado de la cavidad *A*, y por debajo del tablero, unas ranuras para colocar un lápiz, un cortaplumas, una goma de borrar y un compás de puntas secas; todo lo cual va atado á unas cuerdas sujetas al costado de la plancheta con objeto de que no se pierdan y pueda trabajarse con ellos.

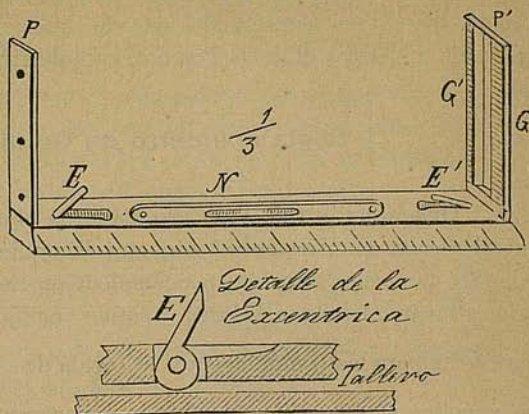
La parte superior del tablero es de una pasta especial, sobre la cual se puede dibujar como en papel, pudiéndose también borrar humedeciendo ligeramente la parte que se desea desaparezca y frotándola después con una esponja. Puede también dibujarse sobre papel pegado con cola de boca ó sujeto con chinchas.

Lleva en cada uno de sus cuatro ángulos un orificio á rosca para introducir el tornillo de la brújula declinatoria cuando se opera con ella; quedando como se ve en *D* en la figura.

18. ALIDADA.—La alidada nivelante es la representada en *A* en-

cima del tablero de la plancheta, y que se ve en mayor escala en la figura XI. La pínula P tiene los tres orificios que hacen de oculares, empleándose de ordinario el del centro; el superior se usa para las visuales muy descendentes, y el inferior para las muy ascendentes.

Fig. XI.



La otra pínula P' lleva dos graduaciones G y G' en sus costados, las cuales corresponden á divisiones que son

la centésima parte de la distancia que separa las pínulas; separación que es igual á 0^m,20 ó á 0^m,25.

Las graduaciones van en sentido inverso, teniendo una el cero en la parte inferior para las visuales ascendentes, y otra en la superior para las descendentes.

Unido á la regla hay un nivel de aire N que sirve para marcar la horizontalidad de la plancheta y la de la regla; y con objeto de que ésta esté horizontal al nivelar, aunque la plancheta no lo esté, lleva dos excéntricas E y E' que pueden verse en el detalle de la figura; las cuales permiten dar á los extremos de la regla la elevación necesaria para que la burbuja quede en el centro cuando la plancheta esté casi horizontal.

19. *Uso de la alidada.*—El uso de esta alidada es exactamente igual al de los clisímetros, dando las pendientes por su tangente y permitiendo hallar el valor $dN = d \times \text{tag } \alpha$ en que $\text{tag } \alpha$ es aquí el número leído en la pínula, dividido por 100; de modo que si la lectura fuera h , $d \times \frac{h}{100} = dN$ sería la expresión de la diferencia de nivel.

20. *MODO DE OPERAR CON ESTE APARATO.*—El método comunmente empleado en los levantamientos con este aparato es el de itinerario, pues la plancheta se pone en estación con mucha facilidad. La orientación se hace siempre con la declinatoria, sujetándola en uno de

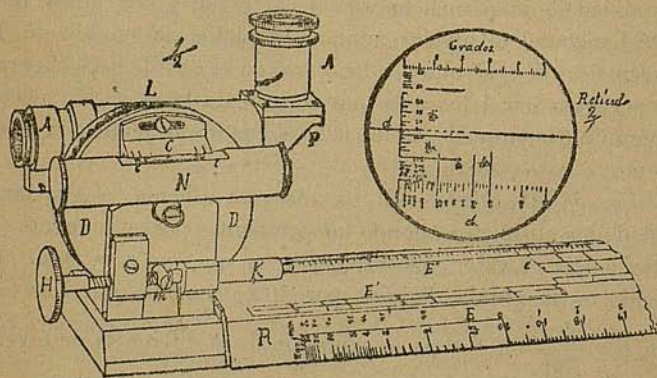
los extremos del tablero por medio del tornillo *t* (fig. ~~10~~^X). La alidada permite hallar las direcciones y las diferencias de nivel, midiéndose las distancias á pasos. Pueden determinarse puntos por intersecciones y puede también emplearse este método prescindiendo del itinerario, usando, cuando sea necesario, los métodos que se han explicado de intersección inversa y el de la Potenot, para determinar puntos aislados.

Regla eclímetro de Goulier.

21. DESCRIPCIÓN DEL APARATO.—Con la plancheta de la regla alidada descripta anteriormente ó con otra cualquiera ligera como la de Peigné, ó también sobre una, por completa que sea, puede emplearse la regla eclímetro debida á Goulier, aparato ventajosísimo y á propósito sobre todo, para los levantamientos en escala de $\frac{1}{5000}$ á $\frac{1}{10000}$, que son aquellos en los cuales se obtiene mejor resultado por la rapidez y facilidad con que se opera, sin perder por ello la exactitud conveniente.

La figura XII representa este aparato que es la alidada de una plancheta.

Fig. XII.



R, es una regla de cálculo con su lengüeta correspondiente; lleva además en uno de sus bordes en bisel, una escala de milímetros y una

pequeña escala de equidistancias gráficas de 1mm, 2mm y 4mm, que sirven para la interpolación de curvas horizontales en los perfiles.

En el extremo de la regla va colocado un pequeño nivel circular que sirve para poner en estación la plancheta y arreglar su horizontalidad por medio de los pies.

22. *Eclímetro*.—El eclímetro se compone de un limbo dentado *L*, al cual va unido un anteojo *A*; concéntrico con el limbo *L*, hay otro disco *D* de igual diámetro, que lleva un diente con un índice donde engranan los entrantes del *L*; unido á *D* va un nivel de burbuja de aire *N* que lleva encima del tubo una chapa *C* con dos ó cuatro rayas, que son las que marcan la posición de la burbuja cuando el nivel acusa la horizontalidad.

El limbo *L* puede separarse del *D* una pequeña cantidad para dar paso á los dientes y desengranar con el índice; llevando en su parte cilíndrica una graduación centesimal de 5° en 5°, desde 0° ó 100°.

Cuando el anteojo y el nivel son paralelos, el cero del limbo *L* engrana con el diente ó índice del disco *D*.

H es un tornillo de ajuste que permite un movimiento al disco *D* y al nivel.

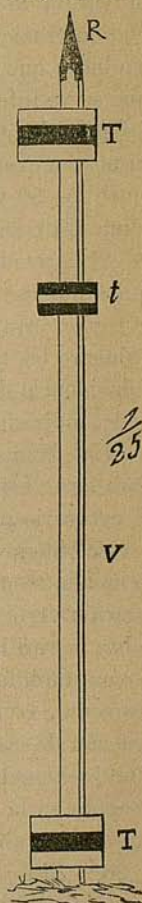
23. *Anteojo*.—El anteojo es acodado cerca del ocular, con objeto de poder mirar con comodidad desde arriba; lleva en *P* un prisma de reflexión total que hace que los rayos que entran por el objetivo, tomen la dirección perpendicular para salir por el ocular y ser recibidos por el ojo del observador.

En su foco lleva el micrómetro que se ve aparte en escala mayor. Consta de tres graduaciones: la de la derecha y la inferior son iguales y están destinadas á la medición de distancias, y la de la izquierda da ángulos cenitales menores de 5° con una aproximación de un minuto centesimal.

24. *Mira*.—La mira de esta alidada (fig. XIII) es de dos tablillas fijas á 2^m de distancia y una tercera intermedia, y más pequeña, que sirve para la nivelación.

Este anteojo y mira pertenecen al grupo 1.º, párrafo 116, cuyo principio fundamental está allí explicado.

Fig. XIII.



25. *Modo de operar.*—Con esta alidada se opera de la manera siguiente: Puesta la plancheta en estación en el punto correspondiente del terreno, se pone el tablero horizontal por medio del nivel de la regla alidada, y apoyado el borde de ésta contra la aguja que marca la posición del punto de estación, se dirige la visual con el anteojo al punto que se quiere determinar y de modo que el diámetro vertical del micrómetro divida en dos la varilla de la mira colocada en este punto; la recta que marque el lápiz pasado por el borde de la regla dará la alineación.

Se hace girar una pequeña cantidad de alidada hasta conseguir que la varilla de la mira se proyecte sobre la escala que se ve á la derecha en el micrómetro; y por medio del tornillo *H* se hace mover el anteojo hasta que la graduación ∞ enrase con la línea de fe de la tablilla que se ve inferior, con lo cual la de la superior marcará una división tal como la 50, en cuyo caso ésta será en metros la distancia al punto. Si no cae exactamente en una división, caerá entre dos, por ejemplo, entre las 50 y 55, y entonces se apreciará á ojo la cantidad que representa el exceso sobre la inferior, leyendo 51, 52..... metros.

Si la pendiente hubiese sido muy fuerte para la visual dirigida, quizá hubiese sido necesario desengranar el índice del tambor y hacer que éste corra los dientes necesarios hasta ver dentro del campo del micrómetro las tablillas de la mira, en cuyo caso se acabaría de hacer la coincidencia del signo ∞ con la línea de fe de la tablilla del modo que se ha indicado.

Las distancias leídas con la escala están sin reducir al horizonte, y para hacer esta reducción se necesita el ángulo cenital, el cual, también es necesario para hallar la diferencia de nivel.

Se obtiene este ángulo operando como sigue. Léida la distancia en la escala, se mueve la alidada sobre la plancheta, de modo que la graduación vertical que se ve á la izquierda en el micrómetro, se proyecte sobre la varilla de la mira, y en ésta se habrá colocado de antemano la tercera tablilla á una altura del suelo *i* igual á la *h* de la visual del instrumento. La línea de fe de esta tablilla se proyectará sobre una graduación de la escala, y si el nivel acusa la horizontalidad, no habrá sino leer en el índice del disco *D* el número de grados que marque, y después en la escala, la fracción de 5° que corresponde á la línea de fe, cuyo valor, añadido al leído sobre *L*, dará el ángulo cenital.

26. *Ejemplo.*—Si con el índice se lee 95° y la tablilla cae en la graduación 3° 30' del micrómetro, el ángulo será 98° 30' y la pendiente

será descendente. Si la lectura hubiese sido 0° en L , y $3^{\circ} 30'$ en la escala, el ángulo será $3^{\circ} 30'$ y la visual sería ascendente.

Si al ir á hacer la lectura en la graduación de la escala, el nivel no acusa la horizontalidad, se empieza por tocar el tornillo H hasta conseguirlo, y entonces se hace la lectura.

27. *Diferencia de nivel.*—Conocida la distancia geométrica entre los dos puntos y el ángulo cenital, las fórmulas de reducción al horizonte $d = D \times \text{sen } V$ y la de la diferencia de nivel $dN = \pm d \cot V$ permiten situar el punto.

28. *Caja de la alidada.*—La alidada se coloca para el transporte dentro de una caja á propósito y de poco volumen, la cual lleva como accesorios una escala metálica de reducción al horizonte con las escalas de $\frac{1}{5000}$ y $\frac{1}{10000}$ que, según se ha dicho, son las más convenientes para operar con este aparato, lleva además sujetas á la caja, por medio de cuerdas de un metro de longitud próximamente, un lápiz, una goma de borrar, un cortaplumas y un compás de puntas secas.

En la tapa de la caja va pegada una instrucción relativa al aparato, y en la parte inferior de la regla R de la alidada otra sobre su uso y manejo como alidada y como regla de cálculo (1).

Plancheta taquimetro Bastos.

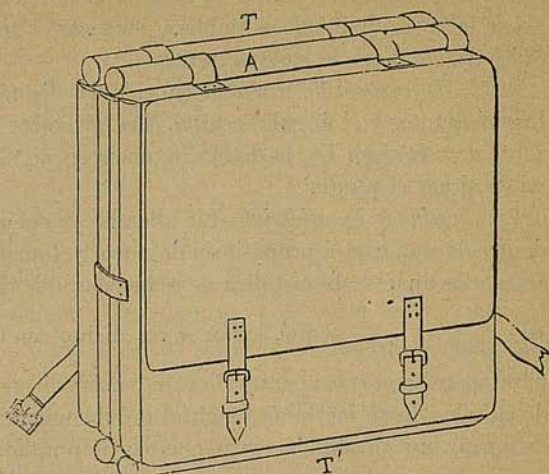
29. *DESCRIPCIÓN DEL APARATO.*—En una caja de cuero de la forma y tamaño de una mochila, pudiéndose llevar á la espalda, va todo el aparato ó equipaje. La figura XIV representa esta mochila.

30. *Plancheta.*—Es de madera de la forma de la figura XV, llevando varias cajas $m-n-p$ sujetas por medio de corchetes á unos travesaños ó al tablero. En ellas pueden colocarse todas las piezas de la plancheta, como son la rodilla R de unión al trípode, la declinatoria B que se puede atornillar sobre el nivel N de la alidada; la alidada sin el antejo, un rodete de 10^m , una lente, goma de borrar, cortaplumas, tinta de china, lápiz de mina, compás de puntas secas, llave de cuadradillo para los tornillos de rectificación, papel lija para afilar lápices, compás curvo con plomada y destornillador.

(1) La plancheta de Goulier con trípode cuesta unas 30 pesetas; la alidada nivelante, 35; la regla eclímetro con caja y mira, 200.

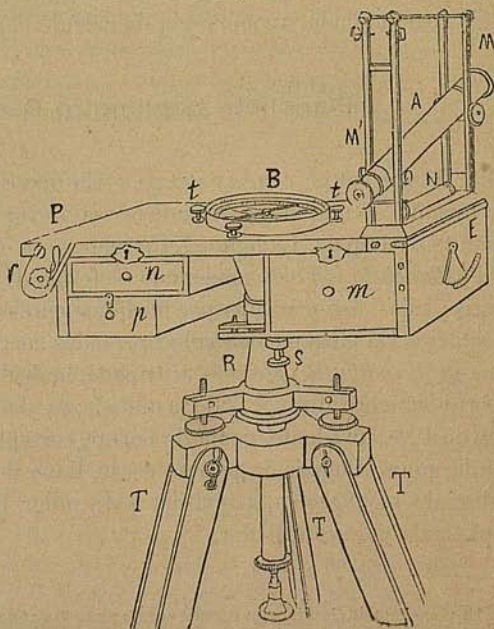
31. *Tripode.*—El trípode puede ser de la forma del de la figura ú otro más portátil formado de tres tubos, enchufados unos en otros, que pueden reducirse á una longitud próximamente el tercio de la total, y que se colocan en los departamentos TT' de la mochila (figura XIV) cuando se desarma el aparato para el transporte.

Fig. XIV.



32. *Alidada.*—En la figura XV se ve la disposición de las pínulas M y M' que sostienen un anteojo A que se coloca en la cavidad A de la mochila y que se sujeta á las pínulas por medio de los bastidores de éstas MM' : pudiendo elevarse ó bajar para obtener visuales ascendentes ó descendentes.

Fig. XV.



La regla de esta pínula lleva el nivel N y sobre él se coloca la pequeña declinatoria ó brújula B que se sujeta á la regla por medio de unos tornillos tt .

La regla está cortada en bisel por uno de sus costados y lleva en ella una graduación con divisiones de milímetro que sirven como de doble decímetro.

El anteojo tiene un micrómetro para medir distancias y la mochila lleva unas miras de tela que pueden sujetarse ó atarse á un listón de madera, convirtiéndose en verdaderas miras parlantes sobre las cuales pueden medirse distancias, como se sabe por las hechas con la estadía (1).

r, es un piñón que mueve un cilindro colocado debajo del tablero y que sirve para arrollar y desarrollar el papel de dibujo.

E es un eclímetro compuesto de un arco de 0° á 65° , dividido de 10 en 10', pudiendo apreciarse de 1' en 1' por medio de un nonio.

33. *Modo de operar con este aparato.*—La manera más rápida de operar con este aparato es por el medio taquimétrico, es decir, tomando estaciones como en el método de Moinot y dando la vuelta al horizonte, determinando las direcciones con la regla de la alidada, las distancias con la estadía y las diferencias de nivel por medio del elisímetro. Puede emplearse también el método del itinerario y el de intersecciones, pero en este último se hace caso omiso de las mediciones con la estadía, perdiéndose la principal ventaja de este aparato.

Según la clase de plano que se levante se empleará uno ú otro medio.

El autor dice se pueden levantar planos regulares con este equipaje á pesar de la pequeñez de la plancheta, y sobre todo de la ligereza de su trípode; pero ha de ser muy difícil evitar desorientaciones en el aparato, sobre todo en los días en que sople el viento con alguna intensidad, perdiéndose, por lo tanto, gran parte de la exactitud tan necesaria en ellos.

En los levantamientos irregulares puede, á veces, prescindirse de la mira, y en ese caso convendrá el método de las intersecciones.

El orógrafo de Schrader (2).

34. *Fundamento del orógrafo.*—Este aparato, perteneciente al grupo de los goniógrafos, está destinado á los levantamientos de gran

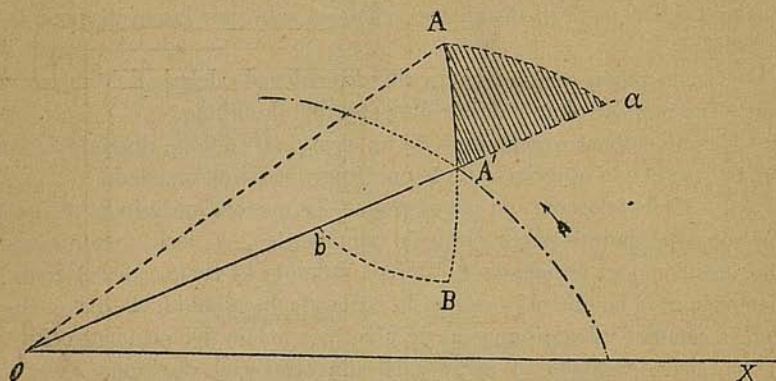
(1) No se detalla demasiado este equipaje por tener una instrucción completa hecha por su autor, la cual, unida á una tabla, acompaña siempre al aparato.

(2) Este aparato, inventado por M. Fr. Schrader, geógrafo francés, ha sido empleado por él en los levantamientos del Pirineo de su país y por la Comisión Española de Ingenieros militares en el Pirineo catalán en el año 1890.

extensión y pequeña escala, conviniendo en particular á los terrenos montañosos, según su nombre lo indica.

El principio fundamental resuelto con este aparato es el representado en la figura XVI.

Fig. XVI.



Si O es un punto de estación, XOA' el plano del horizonte que pasa por él, y A un punto del espacio; éste quedará determinado cuando se conozcan el ángulo XOA' que la recta OA' , proyección de la distancia OA sobre el plano de horizonte, forma con una recta ó dirección fija de antemano OX , el arco AA' que mide el ángulo de pendiente ó complemento del cenital, y la distancia OA' , proyección de la OA .

Los dos valores primeros se obtienen con el aparato puesto en estación en O ; el tercero se deduce por el método de intersecciones, haciendo una nueva estación en otro punto referido de antemano al O , y dirigiendo una nueva visual al A .

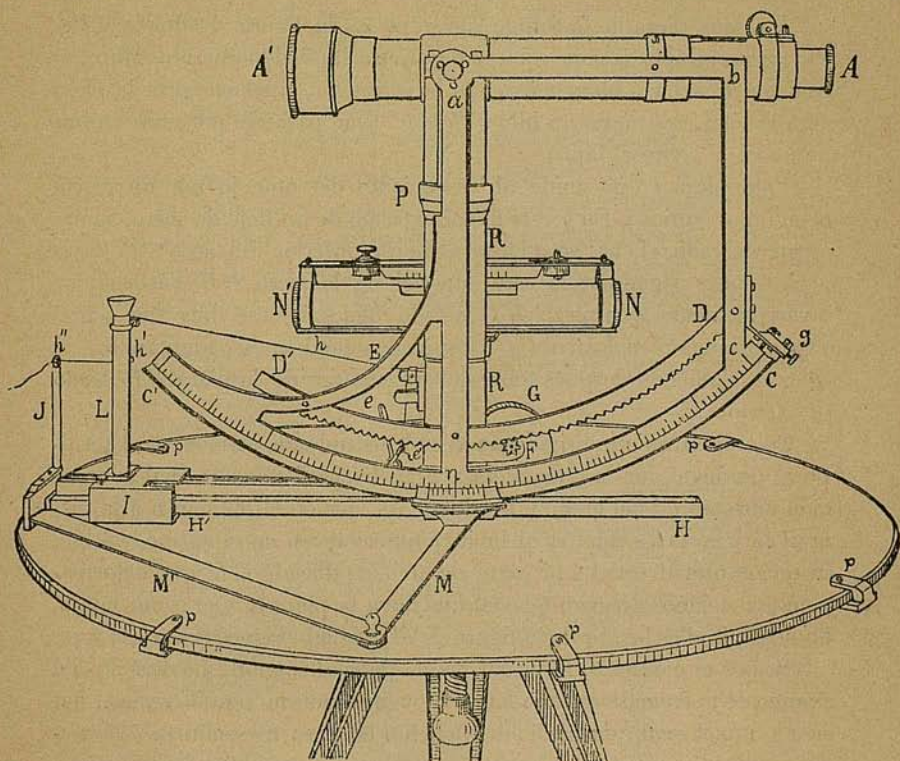
En la plancheta que lleva el aparato se puede marcar la dirección OA' , así como la longitud $A'a$, igual á la del arco rectificado AA' (1).

35. *Descripción del aparato.*—Consta de dos partes esenciales: una hace de plancheta y otra de alidada (fig. XVII). La primera es una plancha circular de metal de 0^m,16 de radio, reforzada por su parte

(1) Si el punto que se ha de determinar fuese el B , se obtendría del mismo modo el valor de $A'b$, igual al arco rectificado AB .

inferior para impedir el alabeo, y colocada sobre un trípode ordinario, de plataforma de tres tornillos, al cual queda unida. El papel para dibujar se sujeta á la plancha por medio de seis pequeñas piezas *p* que se ven en la figura.

Fig. XVII.



En el centro de la plancheta hay una cavidad cilíndrica de 0^m,015 de radio, en la cual se atornilla un eje ligeramente cónico y perpendicular al plano de aquélla, sirviendo para la rotación de toda la alidada, pudiendo así dar una vuelta completa al horizonte.

La alidada se compone de una pieza *RR* hueca y ligeramente cónica, en la que se introduce el eje de rotación anterior; está terminada en la parte superior por una plataforma *P*, de la cual arrancan las muñoneras que sostienen el anteojo *AA'*. A éste van unidas invariable-

mente las piezas ab , bc y an , que forman un sistema rígido con el arco cenital CC' y con la cremallera circular DD' , de modo que moviendo el tornillo G , el piñón F engrana en la cremallera DD' , y al hacerla avanzar ó retroceder, arrastra consigo el arco CC' y el anteojo AA' , haciéndole tomar la inclinación necesaria para dirigir la visual al punto que se necesite.

I , es una pieza de la forma que se ve en la figura, destinada á llevar un portalápiz L para colocar dentro un lápiz de mina muy duro, el cual puede subir ó bajar moviendo la palanca e , que hace girar la pieza e' , á la cual está atado un hilo $e' h h' h''$, que pasando por unas anillas actúa en h' sobre el lápiz.

Esta pieza I está unida al movimiento del anteojo por un mecanismo muy curioso. En g está fijo el extremo de un fleje de acero, sumamente delgado, el cual se adapta al borde inferior del arco CC' hasta n ; y después sigue por la cara superior de la pieza HH' hasta unirse invariablemente á la pieza I . Otros dos flejes iguales hay fijos en el otro extremo C' del arco CC' , los cuales también se adaptan á éste hasta n , siguiendo después sobre la cara superior de la pieza HH' hasta su extremo H .

Cuando se quiera dirigir una visual ascendente, se moverá el tornillo G de modo que la cremallera avance hacia D' , con lo cual avanzará el extremo C' del arco, y los dos flejes fijos en él obligarán á la pieza HH' y con ella á la I y al lápiz, á que avancen en el mismo sentido, en una cantidad igual á la parte de arco rectificado CC' que haya pasado por delante del cero ó señal que lleva la pieza n , que es un nonio. Esta longitud es la $A'a$ de la figura XVI, é igual al arco rectificado AA' .

Si, por el contrario, la visual fuese descendente, el movimiento de avance de la cremallera sería hacia D , y en el mismo sentido sería el del arco CC' , el cual, por medio del fleje fijo en g , se transmitiría á la pieza I , haciendo recorrer hacia atrás una longitud también igual al arco rectificado Ab de la figura dicha. NN' es un nivel de burbuja, con su escala para corregirle; va fijo al eje RR por construcción, y está colocado perpendicularmente á la dirección de aquél.

MM' es una pieza que sirve para facilitar el movimiento de rotación de toda la alidada cuando se trata de apuntar el anteojo á un punto determinado. Esta pieza, cuando no se usa, se la puede hacer girar alrededor de unas articulaciones, de modo que quede plegada contra el plano del círculo CC' .

El fleje fijo en g puede templarse por medio del tornillo que lleva

la pieza *g*, evitándose así los inconvenientes á que podrían dar lugar las dilataciones y contracciones del metal (1).

36. TRABAJOS DE CAMPO.—*Manejo del aparato.*—Colocada la plancheta sobre el trípode y sujeta á él, se introduce á rosca el eje de rotación de la alidada; en la cavidad que lleva la plancha en su centro (figura XVII); se coloca en este eje la alidada, y empleando el procedimiento general de todo aparato de plataforma de tres tornillos, se pone el tablero de la plancheta horizontal, valiéndose del nivel *NN'* en dos posiciones perpendiculares, y de modo que la vertical de la estación pase por el centro del tablero.

Colocada así la plancheta se mueve el piñón *G* hasta que el anteojo quede horizontal, lo que se conocerá cuando el cero del limbo cenital *CC'* coincida con el cero del nonio *n*; y en esta disposición y dejando bajar el lápiz por medio de la palanca *e*, se hará dar una vuelta al horizonte á la alidada, marcando aquél en el papel de la plancheta una circunferencia que se llama de horizonte, la cual corresponderá á

(1) El aparato últimamente adquirido en España por la Academia General Militar tiene una modificación en la parte relativa al movimiento del lápiz y otra en la pieza triangular *MM'H'*. Ambas pueden verse en los detalles representados en las figuras XVIII y XIX. En la primera se ve que en la pieza *M M' H'* se ha substituido la bolita que había en el vértice del ángulo por la pieza *K*, la cual lleva una roldana *r* que rueda sobre el papel y suaviza los movimientos bruscos que se dan con la mano al hacer girar el aparato alrededor de su eje vertical.

La figura XIX hace ver la modificación para elevar el lápiz cuando se necesita que no señale en el papel. En la figura XVII se consigue esto por el hilo *hh'h''*, el cual se mueve por la palanca *ee'*, habiéndose substituido por el juego articulado de reglas *hh'h''*, las cuales son movidas por la palanca articulada *ee'* que hace elevar la regla *h'* hasta que tropiece en el tope *t* que lleva el portalápiz *L*, obligándole á subir é impidiéndole llegar al papel con la punta. Este detalle se ve en la figura XIX desde el lado opuesto á como está en la XVII, con objeto de que pueda verse mejor la variación, así como la pieza *I* de la corredera y el detalle *X*.

Las dos variaciones son un verdadero perfeccionamiento del aparato primitivo, el cual es poco conocido por no haberse construido sino un cortísimo número de ejemplares.

Fig. XVIII.

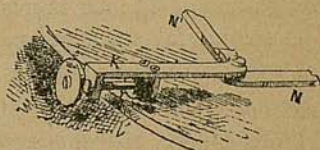
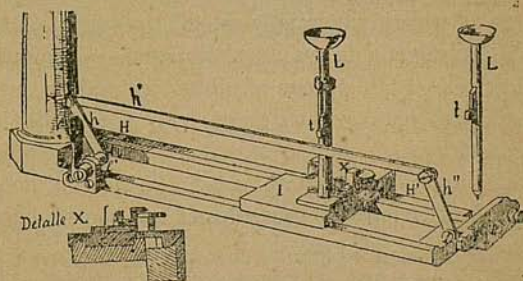


Fig. XIX.



todos los puntos que tengan la misma cota que el eje óptico del anteojo. Hecha esta operación se levanta el lápiz y se empieza el levantamiento del plano por un punto que se elige para ser el primero de una vuelta al horizonte, procurando seguir en un mismo sentido, bien de derecha á izquierda, bien á la inversa. Se apunta con el anteojo al punto elegido, de modo que quede cubierto por el hilo vertical, pudiendo dirigirse la visual á la arista de un edificio, á la de una chimenea, á la veleta de una torre, á una mira, etc., etc.; y cuando se haya conseguido, se hará que la visual del anteojo, sin salir de su plano vertical, suba ó baje una pequeña cantidad, por medio del piñón *F* que mueve la cremallera; pero teniendo la precaución de haber bajado el lápiz, con lo cual se marcará en la plancheta un pequeño trazo en la dirección de la visual.

Para la observación cenital se hace que el hilo horizontal del anteojo cubra la parte de señal á donde se ha de dirigir la visual; y en esta situación, se mueve un poco á derecha é izquierda la pieza *MM'*, con lo cual el lápiz trazará un pequeño arco de círculo y cortará al trazo marcado primero, y determinará por su intersección con él los elementos necesarios para obtener después la posición del punto mirado. Este punto se reseña con una letra, número ó letrero, para que se sepa cuáles es, pasando á ejecutar la misma operación con los puntos que haya que determinar en la vuelta completa al horizonte, no debiéndose levantar el aparato de una estación sin haber comprobado al final los datos obtenidos para el primer punto determinado, volviendo á repetir en él la operación y viendo si se obtiene el mismo punto; pues en caso de que así no sucediera, sería prueba de que el aparato había sufrido un desplazamiento, el cual si no era despreciable, haría necesario inutilizar el trabajo de aquella estación volviendo á repetirlo.

Terminada la vuelta al horizonte se quitará la alidada, quedando tan sólo el tablero con el dibujo, el cual en sus detalles se completa á ojo; pero para evitar después el que este dibujo inexacto se confunda con el hecho en el levantamiento, deberá distinguirse, bien haciéndole con lápices de distinto color, ó bien con notaciones especiales, que pueden ser letras minúsculas si los puntos determinados las llevaban mayúsculas, etc., etc.

37. DISEÑOS Y SILUETAS.—Otro trabajo de gran utilidad puede ejecutarse también con este instrumento, y es el de dibujar siluetas de montañas, cursos de ríos, etc., y toda clase de detalles por insignificantes que sean; lo cual es ventajosísimo para los trabajos de gabinete, puesto que estos diseños, hechos con una gran facilidad, substituyen á

los que en los procedimientos ordinarios se ejecutan á ojo, y sirven para el relleno de detalles y dar idea de las formas del terreno.

Para ejecutar esta operación se hace que el orógrafo se mueva de modo que una pequeña manchita negra que hay en el cruce de los hilos del retículo del anteojo vaya cubriendo los diversos puntos del contorno que se trata de diseñar, combinando para ello los movimientos de rotación de la alidada alrededor del eje vertical con los del anteojo por medio del piñón *F*, y llevando siempre el lápiz en disposición de marcar en el papel.

El método para operar con el orógrafo es el de intersecciones, siendo necesario conocer, por lo tanto, de antemano, la posición de los puntos extremos de la recta que sirva de base, y cuya longitud deberá estar determinada. Para estos puntos se elegirán, siempre que se pueda, vértices de la triangulación geodésica ó de algún levantamiento topográfico, ó puntos conocidos geográficamente.

Puesto en estación el instrumento en uno de los puntos elegidos, se emplea el método de radiación para determinar la dirección y la coordenada cenital de cada punto, dejando la distancia, que se obtendrá después por la intersección. Adquiridos estos datos para todos los puntos necesarios de la vuelta al horizonte y dibujado el terreno, como se ha indicado, se guarda esta hoja ó círculo y se pasa á la otra estación, donde se repite lo mismo.

38. TRABAJOS DE GABINETE.—*Dibujo*.—Marcada en el papel la base, convenientemente reducida, según la escala del dibujo, se colocan los círculos de cada estación, orientado cada uno con relación á la otra, y prolongando los radios marcados en ellos, se obtendrá por las intersecciones de los correspondientes á un mismo punto, la posición planimétrica de ellos; sirviendo para reconocer estos radios, las reseñas escritas en el campo.

Hallada así la posición del punto en el dibujo, se mide su distancia á la estación, y con este dato y el de la distancia cenital, determinada gráficamente en el papel, se puede calcular la diferencia de nivel entre el punto y la estación. Es necesario en muchos casos hacer á estos valores las correcciones de esfericidad y de refracción si las distancias son bastante grandes para que influyan en ellas estas causas de variación.

Para el cálculo de las diferencias de nivel se puede emplear una escala de grados y otra de tangentes, porque de este modo se tiene comprobación y se puede tomar la media de los dos valores hallados.

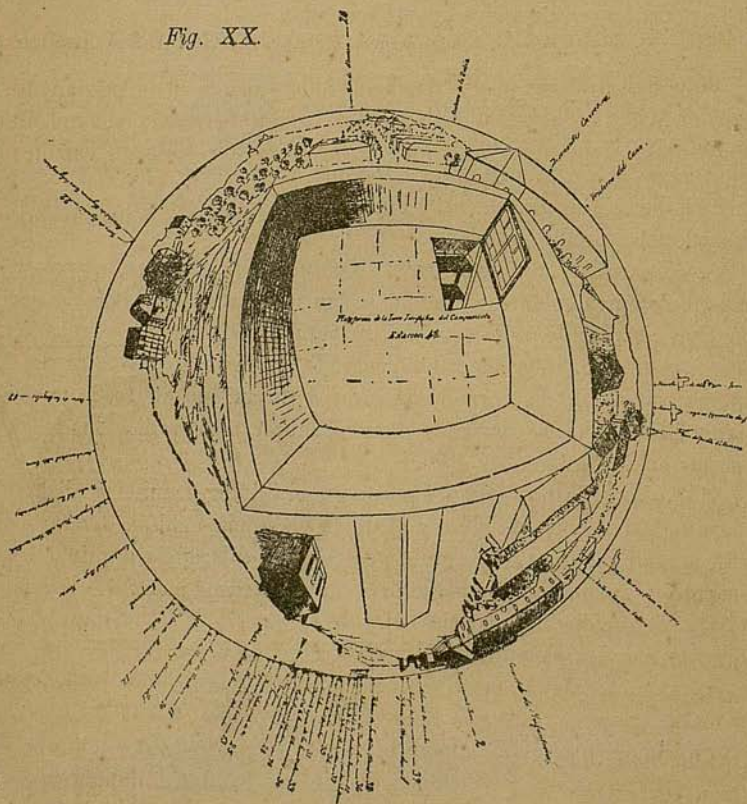
39. *Apreciaciones sobre el aparato*.—Como los datos obtenidos en el

campo son todos gráficos, su exactitud en los puntos principales, es decir, en los análogos á los vértices de la red, no puede ser muy grande; pero en cambio en los detalles, las ventajas resultan enormes, puesto que se dibujan contornos, que aunque no sean los verdaderos, porque hay deformación en ellos y no resultan semejantes á las figuras que se copian, dan idea bastante exacta de lo dibujado, con la ventaja de haberlo obtenido con gran facilidad y mucha mayor exactitud que si se hubiese hecho á ojo.

La deformación que experimentan los detalles al ser dibujados por el orógrafo, no permiten tener una verdadera vista panorámica del terreno abarcado en la vuelta al horizonte; pero en cada hoja quedan datos suficientes de planimetría y de nivelación para construir con sólo ellos el plano de la región que se haya levantado.

La figura XX hace ver uno de estos dibujos, en el cual se ve

Fig. XX.



la deformación experimentada por los edificios que en ella hay dibujados.

El orógrafo no está llamado á substituir á los aparatos de precisión en levantamientos de escalas grandes; no presenta tampoco ventajas en países llanos, para poder substituir, sobre todo en exactitud, á la plancheta y al teodolito, y menos aún á los taquímetros, puesto que las miras se pueden en ellos transportar con facilidad; pero en los de montaña, en aquellos terrenos en que por sus múltiples accidentes pierden los portamiras muchísimo tiempo en trasladarse de un punto á otro, el orógrafo supera en mucho á cualquiera de aquellos instrumentos, sobre todo para planos en escalas menores de $\frac{1}{20000}$, porque la rapidez es mucho mayor y los diseños se hacen con una gran facilidad y con más exactitud que á ojo.

Brújula-eclímetro y escala transportador de Trinquier.

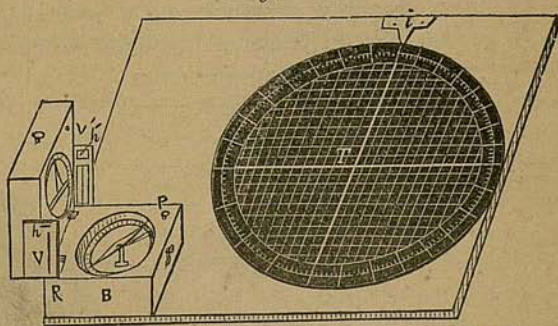
40. Las brújulas en los reconocimientos tienen el inconveniente de no dar más que los trabajos de campo, siendo necesario hacer el dibujo fuera del terreno ó teniendo que llevar como accesorio un cartón para dibujo, un transportador y una escala.

El aparato de Trinquier lleva todo esto reunido, constituyendo un equipaje completo.

COMPOSICIÓN DE ESTE APARATO.—La figura XXI hace ver la

Fig. XXI.

composición de este instrumento, que consta de un cartón de 0,^m25 por 0,^m35; de un transportador *T* fijo al cartón por un eje, alrededor del cual puede girar; siendo *i* un índice frente al cual se leen las graduaciones del limbo del transportador.



Detalle de la Palanca de suspensión



La cuadrícula de que está formado este último y que es de uno, de dos, de cinco ó de diez milímetros, sirve de escala métrica ó puede servir de escala de pasos traduciéndoles después á metros.

B es una brújula eclímetro unida al cartón, y colocada de modo que su diámetro *NS* sea paralelo á uno de los lados de dicho cartón.

41. *Detalles de la brújula.*—La figura hace ver detalles de la brújula; abierta la caja se ve el limbo azimutal y una disposición especial *P* para sujetar la aguja, cuyo detalle se ve en la figura pequeña, *V V'* son las pínulas para dirigir las visuales; la *V* es de ranura y la *V'* de ventana con cerda, llevando además dos ranuras horizontales *h* y *h'* para las visuales como eclímetro.

R es un pasador que puede sacarse fuera del borde de la caja, para que apoyándose sobre él la pínula *V*, quede la tapa perpendicular al fondo de la caja, impidiendo se cierre ésta cuando se está operando.

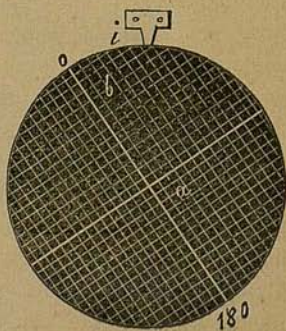
En la tapa hay un eclímetro de perpendicular igual al descrito en el párrafo 535, figura 219, el cual marca los ángulos cenitales.

El limbo cenital lleva una cuadrícula para la determinación de la separación gráfica de las curvas bajo una pendiente dada (535), y además varios diámetros que representan las pendientes más notables en los reconocimientos.

42. PROBLEMAS RESUELTOS CON ESTE APARATO.—1.º *Determinación de un azimut.*—Se coloca la brújula abierta, casi horizontal y cogido el cartón con la mano izquierda de modo que la pínula *V* caiga delante del ojo, y mirando por la ranura, se busca la coincidencia del objeto á donde se dirige la visual con la cerda de la otra pínula; se oprime con un dedo de la mano derecha el vástago *P* del freno, obligando á la aguja á que se apoye contra el cristal, sin que varíe la dirección del azimut que estaba marcando y que era el de la visual; el cual podrá leerse bajando el cartón hasta la altura del pecho.

43. 2.º *Construcción de un azimut á partir de un punto dado* (fig. XXII).—Por encima del transportador *T* se pega papel transparente que permita ver á su través las graduaciones y cuadrícula de aquél, y en él estará marcado ó se marcará, la posición del punto de estación. Si este punto es el *a* y se quiere construir

Fig. XXII.



el azimut leído, que se supone de 35° , se hace girar el transportador por debajo del papel transparente hasta que el índice i marque 35° ; y la dirección que en este caso han tomado las líneas de la cuadrícula, paralelas á la que pasa por el diámetro $0^\circ-180^\circ$, será de 35° . Se busca entre ellas cuál es la que pasa por el punto a ó por su inmediación, y con el lápiz se marca sobre el papel ó se traza una paralela.

44. 3.º *Tomar en el papel, y en una dirección dada por su azimut, una distancia medida, bien en metros ó á pasos.*—Se empezará por elegir la escala del plano y ver lo que representa el valor del lado de la cuadrícula del transportador, y sin haber movido éste de la dirección que marcaba el azimut que pasaba por a , se tomará, á partir de este punto y en esa dirección, una magnitud homóloga á la medida en el terreno entre los dos puntos, quedando de este modo determinado el b homólogo del B .

45. 4.º *Determinar un perfil por medio del eclímetro.*—Colocada la brújula como para determinar los azimutes, se inclina el cartón en dirección de la pendiente del terreno y se dirige la visual por h y h' y paralelamente á esta pendiente. Se corre el freno, y el eclímetro quedará marcando el ángulo cenital.

En el diámetro del eclímetro se busca la parte comprendida entre su medio y la recta de la cuadrícula numerada 10; y la graduación leída en el diámetro, dividida por 10, dará la separación gráfica de las curvas para la pendiente obtenida y para la equidistancia gráfica constante de $0^m,0005$ que es la del eclímetro (535).

Si entre el centro 0 y la división 10, se lee 14 en el diámetro horizontal, $1^m,4$ será la equidistancia gráfica para aquel caso.

46. 5.º *Determinación de puntos de un mismo nivel conocido el de uno de ellos.*—Se coloca la brújula próximamente horizontal, y por dos pequeños puntos de mira que lleva el diámetro del limbo cenital, que deberá estar suelto, se dirige una visual al punto conocido, la cual deberá ser horizontal, puesto que el limbo es de perpendicular. Se ve si el punto dado queda por encima ó por debajo de esta visual, cambiando de estación con la brújula hasta que se encuentre un punto desde el cual la visual pase por el dado; en cuyo caso, girando una vuelta al horizonte desde el sitio de estación, todos los puntos del terreno que se hallen en las visuales radiales dirigidas por los puntos de mira del diámetro, serán del mismo nivel que el dado.

47. *Modo de operar.*—Conocidos los problemas anteriores, el levantamiento de un plano con este aparato pertenecé al dominio de las

instrucciones dadas en Topografía, puesto que, según se acaba de indicar, se pueden obtener y construir azimutes y distancias medidas, así como puntos de nivel y de pendiente dada, y por último el figurado del terreno con los puntos de paso de las curvas en las respectivas pendientes; pudiendo ser de gran utilidad para los itinerarios, bien cerrados ó abiertos, y en general para todos los casos de reconocimientos militares (1).

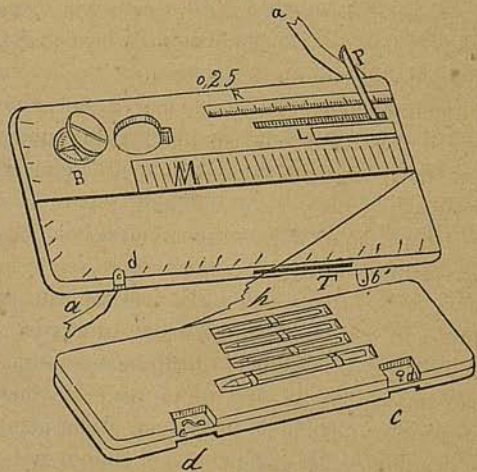
Cartón plancheta de Hué.

48. DESCRIPCIÓN DEL APARATO.—Este aparato, que forma un equipaje completo, excesivamente ligero y de poco precio (2), está representado en la figura XXIII, y se compone de los elementos siguientes:

Tablero.—Es de madera de 0^m,30 de largo por otro tanto de ancho, pudiendo doblarse al medio. Abiertas las dos partes que le forman, quedan en un solo plano, y para sujetarlas en esta posición, tiene unas aldabillas *c* que enganchan en los salientes *d*.

49. *Brújula.*—En *B* y empotrada en la madera va una brújula Hossard, cuya tapa se puede alojar en una cavidad abierta en el tablero, cuando se quiere cerrar el aparato.

Fig. XXIII.



(1) El precio de este aparato, 35 pesetas en Madrid.

Existen unas instrucciones detalladas publicadas por la *Réunion des officiers* titulada «*La pratique de la Topographie vulgarisée au moyen de l'Echelle-Rapporteur à boussole-éclimètre par A. Trinquier.*»

(2) Cuesta en Madrid 32 pesetas.

Cuando se opera con ella se coloca en la disposición que se ve en la figura.

50. *Alidada*.—El aparato visual le componen la ranura del espejo de la brújula y una pínula *P* formada de una varilla de latón que puede plegarse, quedando dentro de una ranura que lleva el tablero con objeto de que introducida en ella pueda cerrarse éste.

51. *Doble decímetro*.—En la ranura *R* va un doble decímetro que puede sacarse y utilizarse para tomar distancias.

52. *Transportador*.—En la hendidura *T* va guardado un pequeño transportador de talco.

53. *Eclímetro*.—Un hilo *h* sujeto en un extremo y al cual puede atarse un peso cualquiera, como la goma de borrar, una bala, etc., puede transformarse en un perpendicular y en un eclímetro, con sólo marcar en los bordes del tablero las graduaciones correspondientes á las diferentes pendientes de 5° en 5° .

Las visuales se dirigen por la ranura de la tapa de la brújula y por la pínula *P*, para lo cual es preciso que el tablero esté vertical.

54. *Accesorios*.—En el tablero hay en *L* un trozo de papel lija para afilar los lápices, en *M* un cuadro con la explicación del uso y manejo del aparato, llevando éste además unas cintas con hebillas, con objeto de poderle colgar á la espalda cuando no se opera, ó suspenderle delante del pecho cuando se trabaja con él; sirviendo entonces de tablero de dibujo.

En las tapas, y en su parte posterior, va colocada una colección de lápices de colores y una goma de borrar.

55. *Uso del aparato*.—El uso de este aparato es sencillo; abierto el tablero y cogido con la mano izquierda, con la tapa de la brújula inclinada y la pínula *P* levantada, se dirige la visual á un objeto, marcándose su rumbo en la brújula; puesto el tablero vertical y dirigiendo nuevamente la visual, el perpendicular marca en el tablero la pendiente. La distancia se obtiene ó por intersecciones, ó por medición á pasos.

Con el transportador se marca el rumbo en el papel, con el doble decímetro se toma la distancia medida, y con ésta y el ángulo de pendiente se determina la diferencia de nivel en un cuadro gráfico que lleva en *M*; con lo cual quedan completamente determinados los puntos.

Telémetro de bolsillo de Goulier (1).

56. FUNDAMENTO DE ESTE APARATO.—Análogo este instrumento al de Gaumet (135), se funda como él en la posibilidad de conocer el cateto de un triángulo rectángulo (fig. XXIV), cuando se conoce el otro cateto y el ángulo opuesto al primero, mediante la fórmula conocida $NA = \frac{AB}{\tan N}$.

La figura XXV hace ver el fundamento del aparato.

Fig. XXIV.

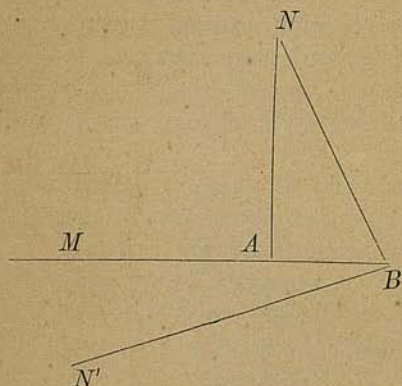
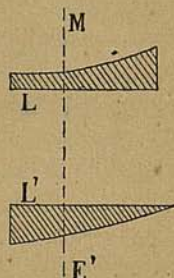
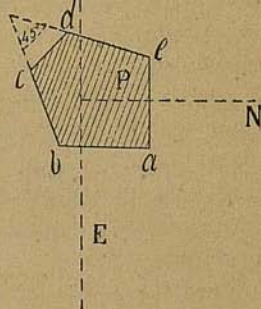


Fig. XXV.



P es un prisma pentagonal con un ángulo *a* recto, el opuesto de 45° y las dos caras *ed* y *bc* azogadas, constituyendo, por lo tanto, un prisma en las mismas condiciones que la escuadra de refracción (fig. 71); *L* y *L'* son dos lentes, una plano cóncava y otra plano convexa, teniendo ambas la misma distancia focal y pudiendo, en una posición determinada, hacer el efecto de dos cristales planos; pues coincidiendo la línea de los focos, la conver-



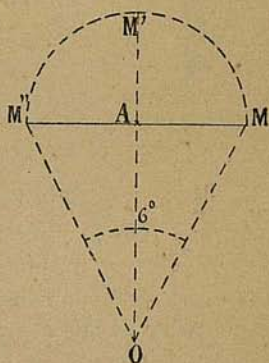
(1) Este aparato, aunque aislado, no sirve sino como auxiliar para los reconocimientos, se describirá por estar adoptado como reglamentario en el Ejército francés y ser uno de los mejores de su clase.

Existe un folleto titulado: *Notice sur le télomètre de poche du Colonel Goulier, par Joubert Capitaine au 57 Régiment d'Infanterie*, en el cual está explicado con gran detalle su uso y manejo.

gencia producida en los rayos por una de ellas, queda destruída por la divergencia que produce la otra. Si en esta posición única se mira en la dirección EM , bien por un pequeño anteojo de Galileo, bien por un orificio que lleva el aparato, y de modo que la visual pase por encima del prisma P , se verá un objeto M en su posición, y al mismo tiempo un objeto colocado en N se verá en la misma dirección que el M , puesto que los rayos que partan de N , al atravesar el prisma P , saldrán, después de sufrir dos reflexiones totales, en una dirección perpendicular á la que traían, *es decir*, en dirección EM (170).

Si la lente L sufriera un movimiento de rotación, de modo que la línea de los focos de ella y de la L' no coincidiese, la imagen de M sufriría el desplazamiento que se ve en la figura XXVI, pasando por todas las posiciones intermedias entre M , M' y M'' ; desplazamiento que en el aparato está calculado en 6° en el plano $MO M''$ para un giro de 180° de la lente L . Si la lente L' se mueve á izquierda ó derecha de la posición que ocupa, se presenta en la dirección EM una curvatura distinta y desaparecerá la coincidencia de la línea de los focos de las dos lentes.

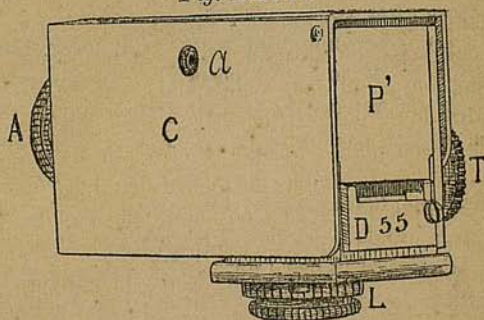
Fig. XXVI.



57. DESCRIPCIÓN DEL APARATO.—Comprendido lo anterior es fácil darse cuenta de la disposición del aparato y de su manejo.

En la figura XXVII se ve en tamaño natural, cerrado y dispuesto para meterle dentro de una pequeña bolsa de gamuza.

Fig. XXVII.

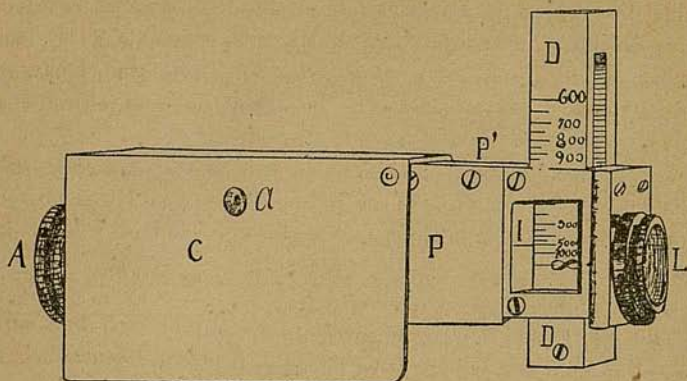


En la figura XXVIII se le ve abierto como cuando se va á trabajar con él, siendo necesario para pasar de la primera á la segunda posición hacer girar la parte DDL alrededor de un eje.

A , es un pequeño anteojo de Galileo, el cual, en los aparatos más

sencillos se substituye por un orificio abierto en la pared de la caja. *C* es la caja prismática donde se encierra el resto del aparato cuando

Fig. XXVIII.



no se opera. *P* es otra caja prismática donde va colocado el prisma pentagonal *P* de la figura XXV. *DD* es una pieza que, mediante una cremallera y un piñón *T*, que se ve en la figura XXVII, puede desplazarse; llevando además en su interior una lente *L* y en un costado la graduación de 600 á ∞ , que luego indicaremos para qué se emplea; así como el índice *I* que va en la abertura de la parte prismática *P*. *L* es un porta-objetivo donde se coloca la lente *L'* (fig. XXV); pudiendo girar 180° con aquél.

La disposición para operar es, colocar el aparato con la tapa *C* hacia arriba de modo que la pieza *DD* quede horizontal. En esta disposición el eje del anteojo de Galileo pasa rozando la cara superior del prisma pentagonal que va dentro de *P* y en dirección de las lentes *L* y *L'*.

En la cara, que en la figura es la opuesta á la *P'*, hay una ventana correspondiendo con la cara *ae* del prisma pentagonal *P* (fig. XXV), con objeto de dejar paso á los rayos luminosos que vienen de la derecha.

Puesto el índice *I* en coincidencia con la división ∞ de la escala, se verifica la coincidencia de la línea de los focos de las lentes *L* y *L'*.

58. MODO DE OPERAR.—Si la distancia que hay que medir es la *AN* (figura XXIV), se colocará el observador en *A*, dirigiendo una visual por el aparato en una dirección *AM* perpendicular á *AN*, lo cual se conocerá por verse en ella la imagen del punto ó señal *N* después de haber sufrido las refracciones sobre el prisma *P* del aparato.

En la dirección AM se buscará una señal natural M , y midiendo en la prolongación de AM una distancia AB de 20^m , se trasladará á B el observador, dirigiendo la visual directa á M , en cuyo caso, como la BN no será perpendicular á BM , se verá por refracción la imagen de N en la dirección BN' . Para hacer que N' y M se vean en la dirección BM , se desplazará la pieza DD del instrumento (fig. XXVIII), haciendo girar el tornillo T hasta conseguirlo; en cuyo caso, bastará leer frente al índice I la graduación de la escala que está enfrente para tener la distancia buscada AN .

59. CASO DE EMPLEAR UNA BASE QUE NO SEA LA DE 20^m .—Según las distancias que se traten de medir, conviene usar bases mayores ó menores. La práctica indica que la relación entre la base y la distancia debe ser $\frac{1}{50}$; ó sea, 20^m hasta 1.000^m , 40^m hasta 2.000^m; pero con la precaución de que al emplear bases dobles, triples, etc., de la ordinaria de 20^m , hay que multiplicar por 2, 3....., etc. la lectura hecha en la escala.

60. CASO PARTICULAR.—Puede suceder al operar, que en la dirección AM , perpendicular á la AN , no exista ninguna señal natural ó referencia M y no se quiera ó no se pueda colocar un jalón ó banderola; en este caso el ocular L del aparato tiene que funcionar, girando de modo que se desplace la visual según se ha visto en la figura XXV, hasta que se vea una señal situada en una dirección aproximada á la perpendicular á la que se mide y dentro de lo que permite la desviación que produce el movimiento de la lente, dando lugar á que en vez de un triángulo rectángulo en A se forme uno que difiera tan poco de los 90° que no tenga influencia sensible en el valor AN , el cual se obtiene por la fórmula $AN = \frac{AB}{\text{tag } N}$ (1).

(1) Anterior á este telémetro existe otro del mismo autor destinado á la Artillería y fundado en el mismo principio, pero su manejo es menos sencillo y el aparato de más volumen. El precio del de bolsillo es de 115 pesetas con antejo y 100 sin él.

II

VERIFICACIONES Y CORRECCIONES DE LOS INSTRUMENTOS TOPOGRÁFICOS ⁽¹⁾

Generalidades.

61. Todos los instrumentos topográficos, por bien contruídos que estén y confianza que se tenga en la casa constructora de donde provienen, es conveniente someterles á un examen detallado para ver si satisfacen á las necesidades para que han sido contruídos. Este examen recibe el nombre de *verificación ó comprobación*; y se comprende que, si éste es necesario al recibirse un instrumento que lo natural es que haya salido de la fábrica con todas las comprobaciones necesarias, lo será mucho más, cuando por llevar bastante uso pueda haberse estropeado en parte, ensuciado ó sido recompuesto.

Se establecerá, pues, como regla general que todo aparato debe ser *comprobado* al empezar una campaña topográfica y siempre que se note en él el más pequeño desarreglo.

62. CORRECCIONES.—Una vez comprobado un instrumento, puede suceder que esté corriente y útil; ó que se le haya encontrado defectuoso; y en este último caso no hay más remedio que tratar de evitar los errores á que por su estado está expuesto; consiguiéndose de dos modos: *corrigiéndole*, si es posible, ó teniendo en cuenta el error que se comete en cada operación; es decir, *corrigiendo* el instrumento ó *corrigiendo* la operación.

De cada grupo de aparatos destinados al mismo uso, existe gran variedad; y si bien su principio fundamental es el mismo, no así sus detalles, los cuales varían de unos á otros á causa de las modificaciones introducidas por las casas constructoras, á fin de establecer una diferencia entre los que salen de sus fábricas. Esta circunstancia hace imposible indicar todos los medios de corrección que pueden emplearse, pues

(1) No siendo posible la verificación y rectificación de los instrumentos sino prácticamente, toda esta parte deberá ser estudiada en la clase práctica y después de hecho el estudio de todos los aparatos.

varían con los detalles del aparato; pero existiendo algunas comunes á todos, se indicarán éstas solamente (1).

Instrumentos.

63. DE MEDICIÓN DE DISTANCIAS.—*Cadenas y cintas metálicas.*—Estos aparatos suelen alargarse por la tensión á que se los somete para medir, ó acortarse cuando por una rotura hay que recomponerles; y para *verificarlos* se hace uso de un metro, llamado metro *patrón*, cuya longitud debe calcularse con la corrección debida á la temperatura (2) en el momento en que se va á operar. Conocida esta longitud, se lleva el metro sobre la cadena ó cinta las veces que sea necesario, y si el extremo de ésta no cae sobre el del metro, se mide lo que falta ó sobra, valiéndose de una regla dividida en milímetros ó décimas de milímetro; viéndose de este modo si la longitud de la cadena es mayor ó menor que la verdadera. La diferencia hallada será el error, en más ó en menos.

Algunas cadenas y cintas llevan mangos que permiten acortar ó alargar la longitud del eslabón extremo, como sucede con la inferior de la figura 33, pág. 57; y en este caso se hace la corrección; pero si los mangos no están dispuestos de este modo, se pueden corregir, acortando la longitud de un eslabón, cerrando con unos alicates ó golpeando con un martillo el enganche de unión con el eslabón siguiente (3).

Si no se puede ó no se quiere corregir el aparato, se tiene en cuenta el error para corregir la operación; si, por ejemplo, la cadena en vez de los 10^m , tiene $10^m,005$, cada vez que se mida se leerán $0^m,005$ de menos, y habrá necesidad de añadir á la longitud leída el producto de este número por las veces que se ha tendido la cadena durante la medición.

64. *Anteojos estadimétricos y analíticos.*—Las *verificaciones y correcciones* necesarias en los anteojos empleados en la medición de distancias con la estadía, consisten en ver si la distancia leída en las

(1) A la mayor parte de los instrumentos acompaña una descripción, así como la manera de verificarle y corregirle.

La obra del Sr. Sánchez Tirado, *Monografías topográficas*, contiene la descripción de los aparatos más usuales y el modo de verificarlos y corregirlos.

(2) Según se sabe por la Física, conociendo el coeficiente de la dilatación del metal de que está hecho el metro, y que generalmente es latón.

(3) Este suele ser el medio práctico que generalmente se emplea, pero se comprende que no puede dar gran exactitud.

miras es la verdadera ó si hay algún error debido, ó á la mala división de éstas, ó á que el ángulo diastimométrico no sea el correspondiente á aquella mira. Esta verificación es necesaria siempre que haya una rotura en un hilo del micrómetro, pues al substituirle por otro es difícil ponerle de modo que quede en el mismo sitio en que estaba y sin que varíe la separación que existía entre los hilos.

La *verificación* se practica midiendo con exactitud con una cinta ó cadena rectificada, unas distancias en terreno horizontal, y marcando en él 20^m, 30^m, 40^m, hasta 100^m ó 150^m, y colocando el aparato en un extremo y la mira bien vertical en cada uno de los puntos marcados, leyendo las distancias con el anteojo y debiendo obtener longitudes iguales á las medidas directamente con la cinta, ó diferir de ellas en una cantidad menor que el error admisible. Si así no sucede, hay necesidad, ó de corregir el aparato, ó la medición. Si los micrómetros son como los de la figura 50, pág. 78, no habrá sino mover los hilos hasta conseguir la coincidencia entre las lecturas y las distancias; pero si los hilos no se pueden mover ni variarse su separación, ó hay que desechar la mira y dividir una nueva, ó hay que tener en cuenta el error del modo que se ha dicho para la cadena.

Cuando los anteojos usados son *analíticos* se hace la *verificación* análogamente; siendo muy extraño el tener que rectificarles; pues generalmente salen de la fábrica perfectamente corregidos; pero si alguna vez es necesario efectuarlo, se consigue por el movimiento de la lente analítica, á la cual basta una ligera desviación de la posición que ocupa, para que, desplazándose el vértice del ángulo diastimométrico *BKA* (fig. 53), se consiga que los lados de éste pasen por las divisiones que se corresponden en la mira á la distancia que se halla colocada.

El desplazamiento sufrido por la lente analítica á lo largo del eje del anteojo, es tan pequeña relativamente á las distancias medidas, que no influye en nada en el valor que se obtiene para la distancia.

65. GONIÓMETROS.—*Escuadras de agrimensor*.—Las *verificaciones* de una escuadra son:

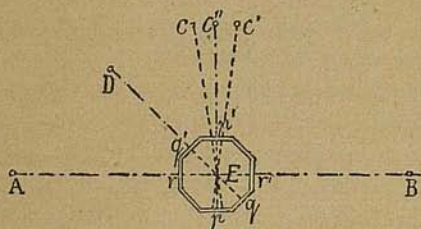
1.º Las *ranuras* que se hallan en los extremos de un mismo diámetro, deben determinar un plano.

(1) En algunos taquímetros y brújulas, la lente analítica puede moverse por medio de una llave de cuadradillo á propósito para este objeto, como en el de *Trongthon*. En los *Italianos*, la lente va fija á un tubo que entra á frotamiento fuerte en el interior del anteojo, por lo cual es difícil haya necesidad de corregirle, pues salen bien de la fábrica.

Esta *verificación* se hace á simple vista, puesto que mirando por una de ellas se verá inmediatamente si la ranura opuesta, ó la cerda de la ventana, están en el mismo plano. Este defecto no tiene corrección.

2.º Los ángulos que marcan las visuales dirigidas por las ranuras colocadas en los distintos diámetros deben de ser de 45° y 90° . Se coloca la escuadra verticalmente en su bastón ó trípode en un punto E (figura XXIX), de una alineación AB marcada por dos banderolas; y de

Fig. XXIX.



modo, que la visual dirigida por las ranuras rr' coincida con dicha alineación; se dirige después la visual por las otras dos ranuras pp' , y se clava una banderola C en la dirección de esta visual, y haciendo girar la escuadra 90° alrededor del bastón, se ve

si al coincidir la visual pp' con la AB , la rr' comprende á la banderola C . Si no fuese así, la escuadra no dará el ángulo de 90° ; y para determinar el error, se clava una banderola C' en esta dirección. El ángulo CEC' será el doble del error, como se ve en la figura.

Este error de la escuadra no tiene corrección, pero el método indicado para *verificarla* sirve para poder trazar con escuadras falsas las líneas que formen los ángulos verdaderos; porque si como se ve en la figura, se toma el punto C'' medio de la distancia CC' ; éste será uno de la perpendicular buscada, y una banderola clavada en él determinará la perpendicular EC'' , que es la verdadera.

66. *Pantómetro*.—La pantómetro en la parte relativa á ranuras y ventanas se *verifica* del mismo modo que la escuadra.

67. *Sextante*.—La *verificación* principal de este aparato consiste en que los espejos formen siempre el ángulo mitad de él de los objetos; y para conseguirlo se *verifica* el aparato cuando el nonio marca el ángulo *cero*, en cuyo caso los espejos tienen que ser paralelos si han de formar también dicho ángulo. Puesto el nonio marcando cero en el limbo, por el anteojo A (fig. 72) y por la parte sin azogar del espejo E se dirige una visual directa á un objeto, y la imagen de este mismo reflejada por el espejo E' deberá verse en el E en la misma vertical que visto directamente. Si no se verifica, hay error, y para conocerle se hace mover la alidada hasta conseguir dicha coincidencia,

en cuyo caso el ángulo leído con el nonio será el error que habrá que corregir.

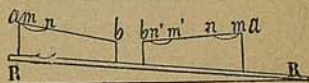
La corrección se ejecuta llevando el nonio á su coincidencia con el cero del limbo, dirigiendo las visuales como anteriormente y desplazando el espejo *E* por medio de los tornillos de corrección que lleva por detrás, hasta que se consiga establecer la coincidencia de las visuales directa y reflejada; con lo cual queda rectificado el aparato que marcará sobre el limbo el doble del ángulo de los espejos.

68. *Nivel de aire*.—Entrando este aparato como parte integrante de un gran número de goniómetros, goniógrafos y niveles, se indicarán sus *verificaciones y correcciones*.

El nivel puede estar aislado como en la figura 172, pág. 213, ó unido á otros aparatos, como sucede en general. En ambos casos se necesita que la superficie inferior de la regla y la tangente al tubo en el punto medio de la burbuja, sean paralelas; pues de este modo, cuando la primera sea horizontal, la otra también lo será.

Si el nivel se halla aislado, se hace la *verificación* colocándole sobre una regla *RR* (fig. XXX) y marcando con tinta sobre el tubo los extremos *m* y *n* de la burbuja, ó leyendo las divisiones con quienes coincidan, si es que el tubo está graduado. Hecha esta operación se vuelve el nivel de modo que los extremos queden invertidos; el *b*

Fig. XXX.



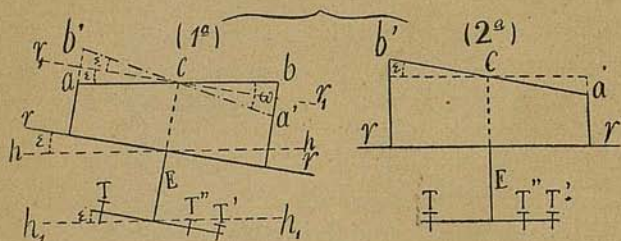
que estaba á la derecha del observador, quedará á la izquierda y en el mismo sitio que se apoyaba el *a*, é inversamente; los trazos quedarán ahora en *nm* y la burbuja caerá en *m' n'*, cuyos extremos se marcarán con tinta, ó se leerán las divisiones donde terminen. Si los puntos *n* y *m'* están equidistantes del centro del tubo, el nivel está rectificado; de lo contrario hay que tocar el tornillo de corrección que le une á la regla, análogo al *t* de la figura 172, moviéndole hasta que la burbuja recorra una distancia igual á la mitad de la diferencia entre *n* y *m'*; pero como esta operación es difícil de hacer con exactitud, será necesario repetirla varias veces hasta conseguir en ellas que la distancia desde *n* al centro del tubo, sea igual á la que hay de este punto al *m'*, en cuyo caso estará arreglado el nivel (1).

(1) Hay algunos niveles que no tienen tornillos de corrección, como el de la figura 171, pero éstos no se consideran sino como niveles en substitución á los de albañil.

69. Si el nivel está unido al limbo de algún aparato como la pantómetra (fig. 76), el teodolito (fig. 88), el nivel (fig. 173), el eclímetro (fig. 178), etc., la verificación en todos ellos se hace de la manera siguiente:

Sea, por ejemplo, un nivel reducido á sus ejes (fig. XXXI): $T T' T''$

Fig. XXXI.



es la plataforma de unión al trípode, $E C$ el eje vertical de rotación de todo el aparato, $r r$ la regla que sostiene al nivel de aire, la cual, por construcción, es perpendicular al eje de rotación $E C$, y $a b$ la línea del nivel.

Colocado el aparato como se ve en la figura de la izquierda y puesta la regla $r r$ en la dirección de dos tornillos T y T' puede la burbuja del nivel marcar la horizontalidad de la dirección $a b$ sin que la regla $r r$ y la plataforma $T T'$ estén horizontales, ni el eje $E C$ vertical; basta para ello observar la figura y ver que $a b$ y $r r$ pueden no ser paralelas y la $a b$ ser horizontal si el nivel no está rectificado. Así, pues, no basta que el nivel en una posición acusase la horizontalidad para deducir que el aparato no necesita verificación.

La falta de paralelismo de las direcciones $a b$ y $r r$ fácilmente puede notarse si se hace girar el aparato 180° alrededor del eje $E C$ de rotación, pues no siendo el eje vertical, la dirección $a b$ tomará la posición $b' a'$, la cual estará inclinada con respecto á la horizontal $h h_1$, conociéndose porque la burbuja del nivel se habrá desplazado desde el medio del tubo hacia la parte más alta de la nueva posición, que es la b' .

La figura hace ver que si la regla $r r$ estaba inclinada un ángulo ε al empezar la operación, el eje también lo estaría con relación á la vertical; y siendo $a b$ horizontal antes del giro, después de él quedará inclinada formando un ángulo $\omega = 2\varepsilon$; ángulo que vendrá acusado por el desplazamiento que habrá sufrido la burbuja.

Si con el tornillo T ó con el T'' se hace que la burbuja se desplace hacia el medio del tubo en una longitud que sea la mitad del desplazamiento que ha sufrido con el giro del aparato, la línea TT' de la plataforma, la regla rr y el eje se habrán desplazado en la mitad de ω , ó sea en ε ; luego las dos primeras estarán horizontales y el eje vertical como se ve en la figura de la derecha.

Si después de hecho lo anterior, y por medio del tornillo de rectificación del nivel de aire, se hace que la burbuja recorra la otra mitad del desplazamiento primero, hasta quedar colocada en el centro del tubo, la dirección $b'd'$ habrá variado en un ángulo mitad del ω , ó sea en ε ; luego habrá quedado paralela á la rr , y, por consiguiente, se tendrá rectificado el nivel, puesto que ab , rr y TT' serán paralelas; y como por construcción EC es perpendicular á rr , cuando ésta sea horizontal, el eje será vertical y recíprocamente; y al girar el nivel alrededor de él, describirá un plano horizontal.

En la práctica es muy difícil precisar cuándo la burbuja ha recorrido la mitad del desplazamiento total, al mover el tornillo de la plataforma; y, por consiguiente, no siempre, se hará la rectificación de una sola vez, como la teoría indica, es decir, la mitad exacta por el tornillo de la plataforma y la otra mitad por el de corrección del nivel, y serán necesarios varios tanteos, los cuales consisten en que una vez hecha la rectificación, como se ha indicado, se volverá á dar un giro de 180° al aparato, y si la burbuja sigue en el centro, será prueba de que la rectificación se hizo bien; pero si, como de ordinario sucede, la burbuja no cae en el centro, se repetirá la operación tantas veces como sea necesario para que siempre la burbuja quede en el centro en las dos posiciones.

En general se necesitan tres ó cuatro tanteos, por lo menos, para una rectificación bien hecha, siendo tanto más pesada cuanto más sensible sea el nivel de aire.

70. *Brújula*.—La brújula, por su fundamento en las propiedades de la aguja imanada, está sujeta á verificaciones y rectificaciones particulares, además de las comunes á los otros goniómetros. Sus *verificaciones* son las siguientes:

71. 1.^a *La aguja puede perder imanación*: Se nota este defecto cuando colocando un imán, una llave ú objeto de hierro encima del cristal y cerca de la aguja, ésta se separa de su posición y oscila lentamente con uniformidad y deteniéndose antes de 20 ó 25 oscilaciones.

Se la puede dar la imanación que la falta, desmontándola y frotan-

do fuertemente sus puntas con las de un imán natural, de modo que las frotaciones sean del centro á las puntas, ó también por los demás medios que proporciona la Física.

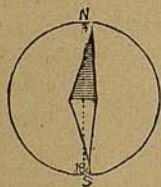
72. 2.^a *El eje vertical puede oxidarse y el agata oradarse, formando cavidades que entorpezcan la oscilación de la aguja:* Se reconoce cuando las oscilaciones son bruscas y no uniformes, no parando la aguja en la misma graduación cuando quieto el limbo se hace mover ésta con un imán ó hierro cualquiera. Se desmonta la aguja y con una lente se mira al eje y la cavidad de la agata. Si el eje está oxidado se limpia con aceite ó petróleo. Si es el agata la que está desgastada hay que quitarla y ponerla otra nueva, operación que sólo puede hacerse en la fábrica.

73. 3.^a *Al leer los rumbos con las dos puntas debe hallarse una diferencia de 180°:* Si es mayor ó menor, puede provenir: del error de apreciación de la brújula que se ha dicho es de 15', término medio; de que el eje no esté en el centro del limbo; de que no sea perpendicular á su plano, ó de que estando bien el eje, las puntas estén torcidas y no sean los extremos de un diámetro.

Moviendo el aparato alrededor de su eje de rotación, se irán leyendo sucesivamente las graduaciones marcadas en el limbo por las dos puntas de la aguja, y si la diferencia encontrada en cada dos de estas lecturas es de 180° ó de 200°, el limbo estará bien dividido y la aguja bien colocada y construída; pero en caso contrario, podrá suceder que la diferencia sea siempre mayor ó menor en una cantidad constante, ó que sea variable. En ambos casos esta diferencia será el error, el cual á su vez llamará *constante* ó *variable*.

Si el error es constante, provendrá de que la aguja es imperfecta y sus puntas, en vez de estar en los extremos de un diámetro, lo están en los de una cuerda como en la figura XXXII; y el error no se podrá

Fig. XXXII.

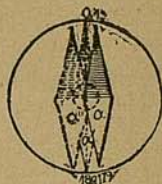


corregir en el aparato, pero sí se puede eludir construyendo los ángulos en el papel por las lecturas hechas solamente con una punta de la aguja; tomándose generalmente las hechas con la *N*. Como todos los ángulos vendrán afectados del mismo error y éste será en el mismo sentido, no tendrá más influencia que haber causado una desorientación general en todo el plano, pero la cual no influirá en la exactitud.

Si el error no es constante y se nota en el movimiento del limbo siempre en un sentido, que aquél va disminuyendo

hasta anularse, para después aumentar; en este caso el estilete está mal centrado (fig. XXXIII), y va describiendo una pequeña circunferencia alrededor del centro del limbo, dando lugar á las tres posiciones límites que se ven en la figura; la media a' en que el error es nulo, y las extremas a y a'' en que los errores son en sentido contrario.

Fig. XXXIII.



La corrección es difícil de ejecutar, pues es necesario colocar el estilete de modo que la parte superior que encaja en la aguja quede en la vertical del centro del limbo; lo cual puede hacerse con mucho cuidado valiéndose de unas pinzas finas.

Si el error es variable, pero no sigue la regularidad del caso anterior, sino que unas veces es en más, otras en menos y otras nulo, sin seguir regla alguna, entonces proviene de mala graduación del limbo; y no teniendo ni corrección en el aparato ni corrección en el error, es conveniente desechar la brújula por mal construída (1).

74. 4.^a *Verificar si el plano del limbo es perpendicular al eje de rotación de la brújula:* Esta verificación se consigue por medio del nivel de aire, el cual es necesario verificar y corregir de antemano según se ha explicado (68).

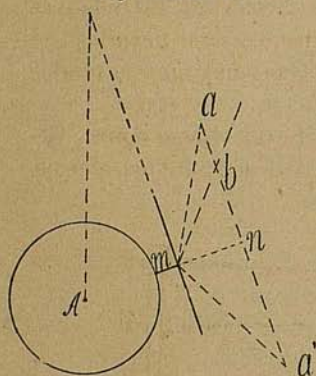
Corregido el nivel y colocado en dirección de dos tornillos de la plataforma, y con la burbuja en el centro, se hace que el aparato gire 90°, colocándose el nivel en una dirección perpendicular á la anterior, y en esta situación y por medio del tornillo ó tornillos de la plataforma que están debajo de él, se hace que la burbuja quede en el centro, con lo cual se habrá conseguido poner horizontal la caja de la brújula, puesto que su plano lo está en dos direcciones perpendiculares, y por consiguiente lo estará en todas, comprobándose esto dando un movimiento de rotación á la caja y viendo si la burbuja del nivel está siempre en el centro. Si así no fuera, provendrá de defecto de perpendicularidad entre el plano del limbo y del eje de rotación, bien por estar mal construída ó bien por desgaste del eje con el uso.

75. *Caso particular.*—Si el nivel es de burbuja central, como el de la figura 78, en este caso se rectifica de un modo análogo, pero por medio de dos tornillos que lleva para su rectificación, los cuales se colocan en dirección opuesta á uno de los tornillos t y t' de la plataforma.

(1) Este error es poco común por la perfección que hoy día se ha alcanzado en las máquinas de dividir.

76. 5.^a El anteojo de la alidada deberá describir un plano vertical en su movimiento de arriba abajo, cuando el limbo esté horizontal: El método mejor para comprobar este error, es suspender una plomada de un hilo á una altura de unos 10 á 12 metros, valiéndose de un árbol, casa ú otro sitio desde donde pueda alcanzar esa altura, teniendo cuidado de que el peso sea grande para que el viento no haga oscilar el hilo, ó también sumergiendo este peso en una vasija que contenga agua. Puesta la brújula horizontal por medio del nivel, se apunta el cruce de los hilos del retículo á un punto del hilo de la plomada, y se hace mover el anteojo arriba y abajo alrededor de su eje horizontal, para ver si en todos estos movimientos el cruce de los hilos sigue sobre el vertical que sostiene la plomada ó se sale fuera de ella. Si sucede esto último, el anteojo no describe un plano vertical, y pueden ocurrir dos casos, ó que el cruce de los hilos del retículo coincida dos veces con el de la plomada, ó que coincida una sola. En el primer caso indica que el eje óptico del anteojo no es perpendicular al eje horizontal de rotación, y como se ve en la figura XXXIV, al subir ó bajar el anteojo, su

Fig. XXXIV.



eje describe una superficie cónica circular recta, cuyo eje es el de rotación mn , y las generatrices son las diversas posiciones que va tomando en su giro el eje óptico del anteojo; de modo que si en una de estas posiciones mb , pasa el cruce por el hilo de la plomada, en aquella que se halla en el mismo plano vertical sucederá lo mismo y sólo en estas dos se verificará la coincidencia.

Se corrige el anteojo, corriendo el retículo por medio de sus tornillos, hasta que se vea el hilo en todas las posiciones.

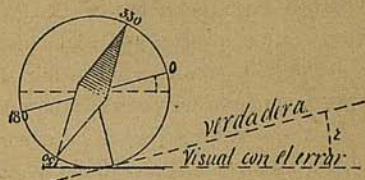
El segundo caso indica que el eje del giro de anteojo no es horizontal, y describe un plano perpendicular á esta dirección, y, por consiguiente, inclinado en vez de ser vertical.

En general no admite corrección este defecto, y lo mejor sería desecharlo el aparato si fuese grande la inclinación.

77. 6.^a El eje óptico del anteojo deberá ser paralelo al diámetro 0° — 180° del limbo, para que de este modo las visuales que se dirijan con el anteojo sean paralelas á este diámetro y se cuenten á partir del

cero: Este error, que no es otro que el llamado de *colimación*, no puede corregirse en la brújula, pero su efecto es constante y en el mismo sentido, como se ve en la figura XXXV, observando que el ángulo formado por la visual del anteojo y la que debería dirigirse paralela al diámetro 0° — 180° , forman un ángulo que será constante si se opera con el anteojo siempre á la derecha ó siempre á la izquierda.

Fig. XXXV.



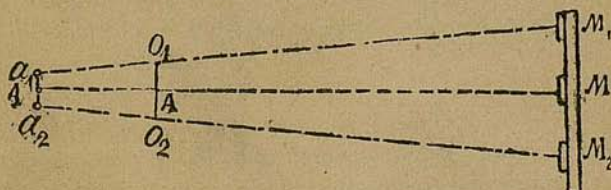
78. NIVELES.—*De anteojo.*—Los aparatos de esta clase necesitan la verificación relativa á comprobar el paralelismo entre las tres rectas aa , mn y rr (fig. 174, pág. 215), que representan la regla, la burbuja del nivel y la visual del anteojo.

La manera de hacer esta verificación y corrección es distinta, según que el nivel N vaya sujeto á la regla como en la figura 173, ó vaya suelto como en la figura 175.

Otras verificaciones comunes á todos estos niveles son las relativas al anteojo considerado aisladamente, y siendo necesario llevarlas con cierto orden, se empezará por las de éste tal como hay que ejecutarlas en la práctica.

79. 1.º *El eje óptico del anteojo debe coincidir con el de la figura:* Reduciendo la figura XXXVI á sus ejes, sea AA el de figura del anteojo.

Fig. XXXVI.



Puesto horizontalmente el nivel de aire ya corregido, se dirige la visual á una mira, y después se hace que el anteojo dé un giro de 180° dentro de sus collares y alrededor del eje de figura AA ; en esta disposición se vuelve á dirigir la visual á la mira, y si cae otra vez en el mismo sitio que antes, el anteojo está corregido; de lo contrario, acusa la necesidad de corrección; y para ver ésta con más claridad, supóngase que el hilo horizontal en vez de estar en A , está más alto, tal como en a_1 ; la

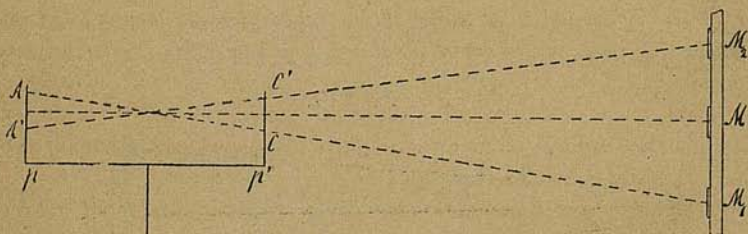
primera visual dirigida, no sería $A A M$ sino $a_1 O_1 M_1$, y la tablilla de la mira estaría en M_1 ; al hacer el giro del anteojo dentro de los collares, el hilo a_1 vendría por debajo de A en a_2 , posición simétrica de la a_1 , y la visual de ahora sería la $a_2 O_2 M_2$, teniendo que bajar la tablilla de la mira á M_2 . La distancia M_1, M_2 , indica el doble del error; y para corregirle, habrá que poner la tablilla en M , mitad de $M_1 M_2$, y mover el hilo por los tornillos del retículo, hasta que la visual pase por M ; lo cual se consigue después de unos tanteos.

Si no se quisiese hacer la corrección, sería necesario hacer las dos lecturas de mira desde el pie hasta M_1 y M_2 , y después tomar la media, que sería el valor verdadero. Poniendo el otro hilo horizontal, puede rectificarse del mismo modo.

80. 2.º *La regla rr y el nivel N deben estar paralelos:* Esta verificación ya se ha indicado en el párrafo 69.

81. 3.º *El eje óptico del anteojo ha de ser paralelo á la línea de la burbuja y á la regla rr; ó lo que es lo mismo, perpendicular al eje R* (fig. 174). Este defecto proviene de que son desiguales las alturas de los collares, y para hacer esta verificación se coloca el aparato con el eje R vertical y se dirige una visual á una mira colocada á unos 60 ú 80 metros en M_1 (fig. XXXVII). Se hace girar 180° todo el aparato alrededor del eje,

Fig. XXXVII.



y los collares con el anteojo quedarán como indican las letras acentuadas en la figura; pero como el objetivo del anteojo estará en A' , será necesario para dirigir la visual á la mira sacar todo el anteojo de los collares y traer la parte C' del ocular hacia el observador, siendo la visual $A' C'$, la cual no pasará por M_1 si los collares son desiguales, y habrá necesidad de subir la tablilla á M_2 ; siendo la distancia $M_1 M_2$ el doble del error. Para corregirle se pone la tablilla M á mitad de la distancia $M_1 M_2$ y se tocan los tornillos p y p (fig. 173), que harán subir ó bajar el collar movable, hasta que la visual pase por M .

También se puede operar con el instrumento sin rectificar tomando la media de las alturas del pie á M_1 y M_2 , puesto que se obtendrá la verdadera hasta M .

82. *Nivel de aire independiente.*—La única variación entre las verificaciones del caso anterior y las de éste son las relativas al nivel de aire, las cuales se ejecutan de la manera siguiente:

Puesto vertical el eje R , por los tres tornillos de la plataforma (figura 175), se coloca el nivel N en dirección de dos de ellos y de modo que la burbuja quede horizontal, y en esta disposición y sin tocar el anteojo, se saca el nivel del sitio donde está sujeto y se le hace dar una semirrevolución de modo que el extremo que se apoyaba en el collar C lo haga ahora en el C' , é inversamente; si la burbuja sigue entre las señales, el nivel está rectificado; de lo contrario, se toca á los tornillos de corrección que llevan los pies del nivel de aire, hasta conseguir que la burbuja recorra la mitad de la cantidad que se ha desplazado; la otra mitad se corrige con los tornillos t, t' . Después de varios tanteos se consigue la corrección por completo.

83. *CLISÍMETRO.*—Los clisímetros exigen verificaciones como niveles de visuales horizontales y como niveles de pendiente.

1.º *La regla y el nivel han de ser paralelos, y aquella perpendicular al eje de rotación:* Se hace esta corrección del mismo modo que en los niveles (párrafo 69).

84. 2.º *La visual, bien sea por las pínulas ó por el anteojo, ha de ser paralela á la regla y á la burbuja del nivel cuando el cero del nonio esté en coincidencia con el cero de la escala vertical:* Se efectúa la verificación como en el nivel (párrafo 81) y se corrige por medio de un tornillo que hace subir ó bajar un extremo del anteojo dentro del collar P , donde se halla colocado.

85. 3.º *Las pendientes marcadas por el eclímetro han de ser verdaderas:* Si la escala mide pendientes de milímetro en milímetro, se mide una distancia de 100^m en terreno horizontal, y colocado el aparato de modo que el nonio marque cero, se dirigirá una visual á la mira leyendo en ella su altura; subiendo después la tablilla un decímetro, la visual que se dirija cuando marque el nonio un milímetro deberá pasar por la línea de fe de la tablilla; subiendo ésta otro decímetro, deberá enrasar con la visual que marque la pendiente de dos milímetros, y así sucesivamente. Es raro que las escalas no vengan bien construídas; y no hay corrección para este defecto si le tiene el aparato.

86. *TEODOLITOS Y TAQUÍMETROS.*—Las verificaciones y correccio-

nes de estos aparatos son análogas, así como las relativas al eclímetro de las brújulas nivelantes y de las pantómetras. Las verificaciones de un teodolito pueden reducirse á las siguientes:

87. 1.^a *Los limbos axial y cenital han de estar bien divididos, y la línea de los nonios ha de ser un diámetro, ó un radio en el caso de que haya uno solo:* Para esta verificación, se hace mover el limbo siempre en un sentido y de modo que sus distintas graduaciones vayan pasando por debajo del nonio ó nonios, y en las distintas posiciones se ve si entre sus líneas extremas se hallan siempre comprendidas el mismo número de divisiones del limbo; si así no sucede es que se halla mal dividido, y lo mejor es desechar el aparato.

Si el limbo lleva dos nonios en los extremos de un mismo diámetro, en ese caso se hace la verificación valiéndose de los dos; pero puede al mismo tiempo verificarse si la regla ó placa que las contiene está bien centrada y si sus ceros forman un diámetro; verificación análoga á la 3.^a de la brújula (párrafo 73); y para la cual se sigue el mismo procedimiento. Si moviendo el limbo en un mismo sentido se encuentran siempre diferencias iguales á 180° ó 200° entre las lecturas con los dos nonios, no hay error; si se encuentra un error siempre constante, es que los ceros de los nonios no están en los extremos de un diámetro, y si el error es variable, pero con cierta regularidad de ir disminuyendo hasta anularse, para luego ir aumentando, es prueba de que están mal centrados los nonios. En ninguno de estos casos puede corregirse el aparato.

88. 2.^a *Verificación del nivel de aire y de que la placa del limbo axial sea perpendicular al eje de rotación de todo el aparato:* La del nivel se efectúa como se ha indicado en el párrafo 68, y la del limbo, como la del 69.

89. 3.^a *Cuando el limbo axial esté horizontal, el anteojo de la alidada deberá describir un plano vertical en su movimiento de alto abajo:* Se efectúa esta verificación como la 5.^a de la brújula (párrafo 76), pudiendo corregirse en algunos aparatos por medio de los tornillos del retículo, y también por los que llevan en los montantes, donde van colocados los muñones del anteojo.

90. 4.^a *El eje óptico del anteojo deberá estar en un plano vertical que pase por el centro del limbo axial si el aparato es concéntrico, y paralelo á este plano en los excéntricos:* La comprobación más sencilla es buscar en el terreno unos cuantos puntos bien definidos, como veletas de torres, esquinas de casas que se destaquen sobre el horizonte, etc., y

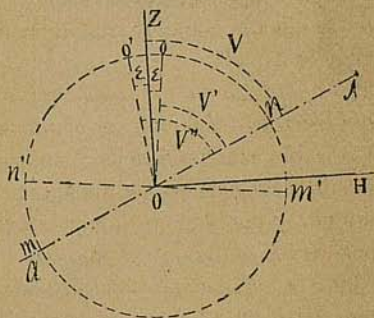
apretando fuertemente el tornillo de movimiento general G (fig. 87, página 127), se dirige una visual á cada punto, anotando las lecturas que se hagan con los dos nonios nn que deberán estar numerados I, II . Hecho esto, se saca el anteojo de los cojinetes E , y se le da la vuelta de modo que el muñón que antes caía en E , ahora caiga en el otro cojinete, y dirigiendo nuevamente la visual á los mismos puntos y haciendo las lecturas con los nonios, es preciso que las hechas con el nonio I sean iguales á las de ahora con el II , é inversamente; si así no sucede, el aparato tiene excentricidad y se opera con él como con los excéntricos.

En los instrumentos en que no se pueda sacar el anteojo de sus cojinetes, se hace la verificación del modo siguiente:

Se apunta como en el caso anterior á varios puntos, y fijando el limbo azimutal, se leen los ángulos azimutales, empleando los dos nonios; pero en vez de sacar el anteojo de sus cojinetes, se le hace dar una vuelta de 180° ó de 200° alrededor de su eje de rotación, con la cual quedará el objetivo del lado del observador; se hará girar la placa de los nonios con el anteojo para dirigir nuevas visuales á los puntos, y se volverán á leer los ángulos acimutales, debiendo encontrar los mismos valores que en el caso anterior.

91. 5.^a En el limbo cenital es necesario que se verifique, que cuando la visual sea horizontal, el diámetro $0^\circ - 180^\circ$ ó el $100^\circ - 300^\circ$, coincida con los ceros de los nonios: Para verificar este error, sea O la dirección del diámetro que debe ser vertical, y OH la del horizontal (figura XXXVIII). Se dirige una visual á un objeto cualquiera A , y

Fig. XXXVIII.



el ángulo cenital verdadero será el $ZOA = V$; pero por existir el error de colimación que llamaremos ε se leerá el $oOA = V'$. Para reconocer si el instrumento tiene este defecto, se hace que el aparato gire 180° alrededor de su eje de rotación vertical, de modo que el limbo cenital, que antes quedaba á la derecha del observador, ahora quedará á la izquierda, y el diámetro Oo caerá en Oo' formando el mismo ángulo ε con la OZ , pero simétricamente colocado con relación á ella. El anteojo habrá quedado, como se ve en $m'n'$, y para poder dirigir la visual á A , habrá que hacerle dar un

giro hasta que $m' n'$ caiga sobre $m n$; pero como los valores de V se contarán desde o' , el que ahora se lea será V'' distinto del V' leído la primera vez y mayor que el verdadero V , en el ángulo ε .

Luego cuando dirigiendo á un mismo punto A las dos visuales que se han indicado, se hallan dos valores V' y V'' distintos para el ángulo cenital, será prueba de que hay error de colimación; y este error ε será igual á $\frac{V'' - V'}{2}$, puesto que $o' O o = 2\varepsilon$.

Esto hace ver también que si se tomase para valor del ángulo cenital la media $\frac{V' + V''}{2}$ de las dos lecturas hechas con el eclímetro, se obtendrá el verdadero valor V , puesto que $V' = V - \varepsilon$ y $V'' = V + \varepsilon$; luego $\frac{V - \varepsilon + V + \varepsilon}{2} = \frac{2V}{2} = V$, ángulo verdadero.

Puede corregirse el error por medio de un tornillo que acompaña á muchos eclímetros, sobre todo á los de las brújulas y teodolitos; tornillo llamado de *movimiento general del eclímetro*. Para ello basta hacer que el nonio marque en el limbo un valor igual al V obtenido por la semisuma de V' y V'' , tocar el tornillo dicho hasta conseguir que con el antejo se vea el objeto A ; corrigiendo después el nivel, el cual, por el movimiento que se le ha dado, habrá perdido su horizontalidad.

En otros aparatos los nonios pueden moverse; y en ellos la corrección se hace llevando á éstos hasta hacer la coincidencia de sus ceros con los del limbo cuando el nivel en las dos posiciones antes y después del giro marque la horizontalidad.

92. 6.^a En los aparatos cuyo antejo es estadimétrico, se necesita que el ángulo diastimométrico sea el que corresponde á la mira que se emplee, la cual á su vez debe estar bien dividida: Esta verificación y corrección se hace como se ha indicado en el párrafo 64.

93. 7.^a Las brújulas ú orientadoras que acompañan á los teodolitos y taquímetros deberán tener sus limbos bien divididos, y la aguja bien centrada y construída: Se comprueba como en las 1.^a, 2.^a y 3.^a de la brújula, párrafos 71, 72 y 73.

94. GONIÓGRAFOS.—*Plancheta*.—Las verificaciones á que están sometidas las planchetas son debidas al tablero y á la alidada.

Se verifica el tablero viendo á la simple vista si se halla alabeado; ó si no, por medio del nivel ó de la esfera de marfil; para lo cual bastará ponerle horizontal por dos perpendiculares del nivel y ver si en otra posición cualquiera sigue la horizontalidad.

Las alidadas de anteojo deben satisfacer á las condiciones siguientes:

95. 1.^a *La línea de fe de la regla debe estar en un mismo plano con el eje óptico del anteojo, ó por lo menos ser paralelas, sin lo cual habrá error de colimación.* Este defecto es análogo al que se ha indicado en la brújula (párrafo 77) de no estar el diámetro *NS* paralelo al eje del anteojo, y allí se ha visto que puede dejarse sin corrección, puesto que todos los ángulos se desplazarán en un mismo sentido y la misma cantidad; pero para esto es preciso operar de modo que las rectas que se tracén en el papel lo sean estando el borde de la regla siempre á la derecha ó á la izquierda del observador que mira al objeto, al cual dirige la visual; pues de otro modo los errores serían en sentidos contrarios y el plano quedaría deformado.

96. 2.^a *El eje óptico del anteojo deberá describir un plano, vertical en su movimiento de arriba abajo.* Esta verificación es la misma que la 5.^a del anteojo de la brújula (párrafo 76) y puede verificarse del mismo modo.

La corrección se hace por el retículo, como allí se ha indicado, y en el caso de que el eje de rotación no sea horizontal, se corrige haciendo que uno de sus extremos suba ó baje por medio de unos tornillos que le unen al pie vertical.

Esta corrección varía según la disposición de los tornillos de correcciones.

III

CÁLCULO DE LAS OPERACIONES TOPOGRÁFICAS

Regla Taquimétrica.

97. FUNDAMENTO.—La regla de cálculo logarítmica, estudiada en Álgebra (1) puede disponerse de modo que sirva para el cálculo de las líneas trigonométricas, añadiéndola nuevas escalas que contengan los logaritmos de estas líneas; y como las fórmulas que emplea la taquimetría no son otra cosa que fórmulas trigonométricas, de aquí que la regla así aumentada, pueda aprovecharse para determinar con gran rapidez las coordenadas de un punto, obteniéndose con ella la exactitud necesaria en general, sobre todo cuando se aplica á los puntos llamados de *relleno*, que son los más numerosos.

98. Descripción.—La regla taquimétrica es la descrita en el Álgebra, con sus escalas AA' , BB' y CC' que se ven en la lámina y que representan los logaritmos de los números, y la DD' de partes iguales que lleva la inicial $P. I.$ Las escalas aumentadas son las siguientes:

1.^a La EE' de la cara I de la rejilla con la inicial *tag.*, la cual contiene los logaritmos de las tangentes de los arcos. Siendo $\text{tag } 0^\circ = 0$, $\text{tag } 50^\circ = R$, y $\log R = 10$, la longitud de la escala tendría que ser de 10 unidades para contener los logaritmos de todos los arcos desde 0° á 50° ; y con objeto de reducir esta longitud á dos unidades, que es lo que tiene la regla, no lleva sino los logaritmos de las tangentes de los arcos comprendidos entre las características **S** y **10**, que son respectivamente los de los arcos de 0° , $63'$ á 50° .

Como los arcos de 50° á 100° son complementarios de los de 0° á 50° , sus tangentes serán las cotangentes de éstos, ó iguales á $\frac{R}{\text{tag.}}$; luego sólo se necesita considerar los arcos hasta 50° .

(1) Véase Álgebra elemental de Salinas y Benítez.

Respecto á los arcos menores de $0^{\circ}63'$, se puede considerar sin gran error, que sus tangentes varían proporcionalmente á los arcos; así, pues, si se trata del arco de $27'$, no habrá inconveniente en multiplicar $27'$ por 10 ó 100 y convertirle en $2^{\circ}7'$ ó 27° , quedando su tangente multiplicada por el mismo factor, pero una vez hallado su valor, hay que dividirlo por 10, 100..... para obtener el que se busca.

Si el arco estuviese comprendido entre $99^{\circ}37'$ y 100° , se *dividiría* por 10 ó por 100, y el resultado hallado para la tangente habría que multiplicarle por el mismo número.

2.^a La escala *FF'* de la cara *II* de la reglilla, contiene los logaritmos de los senos y cosenos de los arcos desde $0^{\circ}63'$ á 100° , faltando los de los arcos menores de $0^{\circ}63'$, por una razón análoga á la de la escala de tangentes, puesto que el logaritmo del seno del arco de $0^{\circ}63'$ es aproximadamente 8 é igual á la tangente.

Los arcos de 100° á 200° son suplementarios de los anteriores, y por lo tanto, tienen líneas trigonométricas iguales en valor absoluto; así, pues, no hay necesidad en la escala más que de los ángulos menores de 100° .

Los mayores de 200° tienen sus senos iguales en valor absoluto á los que resultan de restar de ellos 200° ; luego tampoco hay necesidad de considerarlas, sino únicamente tener en cuenta el signo que corresponde á cada línea trigonométrica, según que termine en uno ú otro cuadrante.

3.^a La escala de partes iguales *DD'* lleva á continuación dos nuevas escalas con la inicial *sen*². Las dos son iguales, pero tienen sus graduaciones en sentido inverso, correspondiendo una á los arcos de 40° á 100° y la complementaria á los de 100° á 160° que son los valores de los ángulos cenitales con que se opera en Topografía.

La escala 1.^a empieza debajo exactamente de la división á quien corresponde la característica **9** en la escala de tangentes, y marca la misma graduación en las escalas de números *A A'* y *B B'*. La escala 2.^a tiene su origen en el extremo de la reglilla.

99. APLICACIÓN DE LA REGLA Á LA TAQUIMETRÍA.—Las fórmulas empleadas por la taquimetría son las siguientes:

$$d = g \operatorname{sen}^2 V$$

$$z = d \cot V$$

$$x = d \operatorname{sen} \theta$$

$$y = d \cos \theta$$

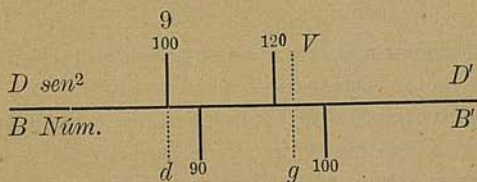
Todas ellas están preparadas para el cálculo logarítmico, y por lo tanto ha de ser fácil su resolución por medio de la regla.

100. *Determinación del valor de d.*—La escala de los sen podría servir para resolver la fórmula que da el valor de d , puesto que $\log d = \log g + 2 \times \log \text{sen } V$; pero para mayor sencillez y evitar el producto de $2 \times \log \text{sen } V$, se emplea la escala de sen^2 , cuyo fundamento es el siguiente:

Restableciendo el radio en la primera fórmula se obtiene $d = \frac{g \text{sen}^2 V}{R^2}$, y tomando logaritmos, $\log d = \log g + 2 \log \text{sen } V - 2 \log R = \log g + 2 (\log \text{sen } V - \log R) = \log g - 2 (\log R - \log \text{sen } V) = \log g - 2 (10 - \log \text{sen } V)$ (1).

Las divisiones de la escala de sen^2 representan los valores de la expresión $2 (10 - \log \text{sen } V)$ resultantes de dar á V los valores desde 40° á 100° , de modo que restándoles el valor de $\log g$ de la escala inferior de los números, se obtendrán los de d que son los buscados.

101. *Ejemplo:* $\text{sen } g = 98^m$ y $V = 120^\circ 50'$



Puesta la reglilla dentro de la regla, de modo que se vea la cara I , se busca el valor de V en la primera escala de sen^2 , y el de g en la $B B'$ de los números, y se corre la reglilla hasta que coincidan las divisiones que marquen el valor de V y el de g ; el número que en la escala $B B'$ caiga debajo de la división 100, prolongación de la que marca la característica 9, será el valor pedido para d , el cual en este caso se lee $d = 88^m, 23$.

La otra escala de sen^2 siendo igual á la descripta, su manejo sólo se diferencia en que se hacen coincidir las divisiones que marcan g y $\text{sen}^2 100$; y el valor de d se halla debajo del correspondiente á V .

102. *Determinación del valor de z.*—Conocido el valor de d , el de z se obtiene por la fórmula $z = \frac{d \cot V}{R}$ que resulta de restablecer el

(1) La expresión $2 (10 - \log \text{sen } V)$, es doble del complemento logarítmico de $\log \text{sen } V$.

radio; la cual se transforma sucesivamente en $\log z = \log d + \log \cot V - \log R = \log d + \log \cot V - 10$, y añadiendo y quitando $\log \cot V'$, será $\log z = \log d + (\log \cot V - \log \cot V') + (\log \cot V' - 10)$; y haciendo que $\log \cot V'$ sea igual á **9** ó á **8** enteros, según la característica con que haya que operar, se transforma en

$$\begin{aligned}\log z &= \log d + (\log \cot V - 9) + (9 - 10) = \log d + (\log \cot V - 9) - 1 \\ \log z &= \log d + (\log \cot V - 8) + (8 - 10) = \log d + (\log \cot V - 8) - 2\end{aligned}$$

y llamado z' el número cuyo logaritmo es igual á la suma de los dos términos primeros, se tendrá:

$$\begin{aligned}\log z &= \log z' - 1 \\ \log z &= \log z' - 2\end{aligned}$$

según que sea la característica **9** ú **8**; ó lo que es lo mismo

$$\begin{aligned}\log z &= \log z' - \log 10 = \log \frac{z'}{10} & z &= \frac{z'}{10} \\ & & \text{y} & \\ \log z &= \log z' - \log 100 = \log \frac{z'}{100} & z &= \frac{z'}{100}.\end{aligned}$$

Luego, obtenido el número z' , se obtendrá z dividiendo z' por 10 ó por 100, según que se haya tomado la característica **9** ó la **8**.

103. *Ejemplo:* Sea el mismo anterior, en que $d = 88^m, 23$ y $V = 120^e, 50'$.

Puesta la característica **9** debajo de la división que marca d en la escala de números AA' , se busca el valor de V , ó su complemento $20^e, 50'$ en la escala EE' de tag, y encima de la división 20,50, se leerá el valor $z' = 264$, y como en este caso se ha operado con la característica **9** se obtendrá z dividiendo z' por 10; con la cual, $z = 26^m, 4$.

A Núm.	d 90		z 300	A'
E Tag.	9		20 V	E'
D Sen ² .	100			D'
B Núm.	d 90			B'

Si en vez de colocar debajo de d la característica **9**, se hubiese colocado la **8** (si hubiese sido posible), el valor obtenido para z' se habría dividido por 100 para obtener z .

Siendo iguales las escalas de números $A A'$ y $B B'$, se pueden obtener de un solo golpe de reglilla los valores de d y z .

Fijándose en el ejemplo anterior, se observa que el valor 88,23 obtenido en la escala $B B'$ debajo de la división que marca la característica **9**, es exactamente el mismo que coincide con ésta en la escala $A A'$; luego no habrá necesidad de mover la reglilla de la posición que tenía cuando se determinó d , sino que habrá que buscar el valor V en la escala de tangentes para determinar z ; luego se puede establecer la siguiente regla:

104. *Para hallar los valores de d y z , se busca el valor de V en la escala primera de los sen^2 de la reglilla; se hace la coincidencia de éste con el valor de g de la escala $B B'$, y la división de ésta, correspondiente al número 100 de los sen^2 , que es la misma de la característica **9**, dará el valor de d' . Sin mover la reglilla de esta posición, se buscará en la escala de tangentes $E E'$ el mismo valor de V , y el número correspondiente en la escala superior $A A'$ dividido por 10, será el valor de z .*

105. *Caso particular.*—Si al buscar el valor de V en la escala de tangentes, quedase fuera de la regla como sucedería, por ejemplo, si siendo $g=98^m$, fuese $V=0^\circ,70'$, se multiplicará g por 10, y el resultado se dividirá por el mismo factor; es decir, se buscará g como si fuese igual á 980.

En el caso en que el valor de V quedase fuera de la regla en la parte de la derecha, se dividirá g por 10, y el resultado se multiplicaría después por el mismo factor, como, por ejemplo, cuando $g=250^m$ y $V=60^\circ$.

106. *Otro caso particular.*—Si el ángulo V fuese menor que $0^\circ,63'$ ó estuviese comprendido entre $99^\circ,37'$ y 100° , ya se ha dicho que no hay sino multiplicar ó dividir á V por 10 ó 100 y operar como en el caso general; pero no olvidándose después de dividir ó multiplicar el resultado final por el mismo factor 10 ó 100 por quien se multiplicó ó dividió V .

Si $g=100$ y $V=0^\circ 05'$, se multiplica $V \times 100$ y se obtiene 5° , encontrándose para este valor, $d=110^m$ y $z'=88,50$, y, por consiguiente,

$$z = \frac{88,50}{10} = 8^m,850; \text{ pero este es el valor correspondiente á } V=5^\circ.$$

luego el que corresponde al ángulo dado $V=0^\circ,05$ será $\frac{z}{100} = 0^m,08850$, que será el que se tome para z .

107. *Determinación de los valores de x é y .*—La fórmula que da el valor de x se transforma en $x = \frac{d \text{ sen } \theta}{R}$, una vez restablecido el radio,

y de ella se deduce $\log x = \log d + \log \sin \theta - \log R$; y añadiendo y quitando $\log \sin \theta'$, se tendrá $\log x = \log d + \log \sin \theta - \log \sin \theta' + \log \sin \theta' - \log R$; y disponiendo de la arbitrariedad de θ' para hacer que $\log \sin \theta'$ valga 9 ó 8 enteros, es decir, el valor de las características de la regla, se tendrá

$$\log x = \log d + (\log \sin \theta - 9) + 9 - 10 = \log d + (\log \sin \theta - 9) - 1;$$

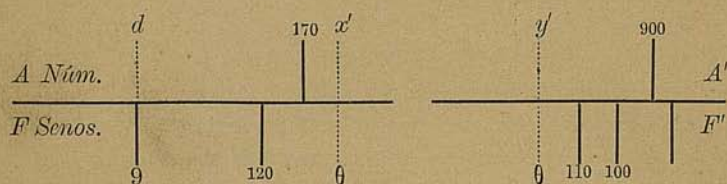
y llamando x' al número cuyo logaritmo es igual á la suma de los dos términos $\log d + (\log \sin \theta - 9)$, se tendrá

$$\log x = \log x' - 1 = \log x' - \log 10 = \log \frac{x'}{10} \text{ y } x = \frac{x'}{10}.$$

Si en vez de hacer $\log \sin \theta' = 9$, se hiciera igual 8, la-expresión de x sería, $x = \frac{x'}{100}$.

La regla de cálculo dará el valor x' y para obtener x no habrá sino dividirlo por 10 ó 100 según la característica con que se opere.

108. *Ejemplo*: Sea $d = 88^m, 23$ y $\theta = 12^a, 50'$, se buscará el valor de d en la escala $A A'$ de los números y se hará correr la reglilla



hasta que la característica 9 caiga debajo de esta división, se buscará el valor de θ en la escala $F' F''$ de los senos, y encima se leerá el valor de x' , que en el caso actual es

$$x' = 172^m, \text{ y } x = \frac{172}{10} = 17^m, 2.$$

109. Si al colocar en coincidencia el valor de d con la característica 9 el valor de θ , cae fuera de la regla por la parte de la izquierda, no se podrá hallar x , y se hace uso de la característica 8.

Ejemplo: $d = 52^m, 9 = 1^a 15'$. Haciendo la coincidencia de d con la característica 8 y buscando el valor de θ , se verá que $x' = 94$, y por lo tanto $x = \frac{94}{100} = 0^m, 94$.

110. Si en vez de quedar el valor de θ fuera de la regla por la parte de la izquierda, quedase por la derecha, se hará uso de la característica **10**, y en ese caso $x=x'$.

Ejemplo: Sea $d=155^m\theta=60^{\circ}, 40'$. Haciendo la coincidencia de d con la división final de la reglilla, ó sea la característica **10**, y buscando el valor de θ , se verá que $x'=x=125^m, 90$.

111. *Valor de y.*—La coordenada y se halla del mismo modo; pero como las fórmulas que dan x é y sólo difieren en que d está multiplicado por *sen.* ó por *cos.* del mismo arco, claro está que con un solo golpe de reglilla podrán en general hallarse los dos valores, puesto que después de hecha la coincidencia de d con una de las características, bastará buscar el valor de θ y el de su complementario

$$\begin{array}{r} \theta - 100 \\ 100 + \theta \end{array}$$

según que θ sea $\geq 100^{\circ}$, y encima de las divisiones que éstos marquen, se leerán los valores correspondientes á x' é y' , como está indicado en la figura, siendo $y=86^m, 50$.

Lo expuesto permite deducir la siguiente regla:

112. *Para hallar los valores de las coordenadas x é y , se hará que coincidan el extremo izquierdo de la reglilla en la escala FF' de los senos, con el valor de d buscado en la AA' de los números, y en esta posición se leerá en ella el número correspondiente al valor de θ buscado en la FF' , el cual será el valor de x , y el correspondiente á $\theta - 100$ ó $100 + \theta$ (según que θ sea ≥ 100) será el de y .*

Los signos de x é y se deducen por el que corresponde al seno y coseno del arco θ , según el cuadrante en que termine.

Cuando no se pueda hacer uso de la característica **10**, se emplea la **9** ó la **8**, pero los valores que se obtienen son los de x' é y' , los cuales hay que dividir por 10 ó por 100 para hallar los de x é y .

A veces no podrán obtenerse x é y de un solo golpe de reglilla, y en ese caso se determinan por separado y con distintas características, teniendo cuidado de la división por 10 ó por 100 que les corresponda.

Si el ángulo θ es menor que $0^{\circ} 63'$ ó está comprendido entre $199^{\circ} 37'$ y 200° , se opera como en la tangente, multiplicando θ por 10 ó 100, y dividiendo después el resultado obtenido por el mismo factor por quien se multiplicó.

113. *Aplicación al trazado de curvas de nivel.*—La escala de números $C C'$ permite determinar el punto de paso de las curvas horizontales sobre los perfiles acotados, obteniéndose con gran rapidez los puntos de cota redonda ó entera.

Este problema se reduce á determinar una cuarta proporcional x , en que las cantidades conocidas son $d N$, diferencia de cotas de los extremos de la recta, d distancia horizontal de ésta y e equidistancia de las curvas, siendo x el valor de la distancia horizontal, que corresponde á la equidistancia e según la pendiente; luego

$$\frac{d N}{d} = \frac{e}{x}, \text{ de donde } d N \times x = d \times e \text{ y } \log d N + \log x = \log d + \log e$$

$$\text{y } \log x - \log d = \log e - \log d N;$$

pero esta expresión indica que si en las escalas de números $C C'$ y BB' , se ponen en coincidencia d y $d N$, x y d deberán corresponderse: luego buscando el valor que coincide con el de d , se tendrá el de x .

114. *Ejemplo.*—Sea una recta ó trozo recto de perfil dado por dos puntos a (325) y b (340), cuya distancia horizontal es, $d = 60^m$; y se quieren determinar los puntos de paso de las curvas 330 y 335, suponiendo que $e = 5^m$.

Se tendrá

$$d N = 340 - 325 = 15$$

$$\begin{aligned} d &= 60 & \text{y } \frac{15}{60} &= \frac{5}{x} \text{ ó } \frac{150}{600} = \frac{50}{x \times 10} \\ e &= 5 \end{aligned}$$

luego haciendo que coincida la división 150 de DD' , con la 600 de BB' y buscando la 50 en DD' ; debajo estará el valor de $x \times 10 = 200$; luego $x = 20$ será el valor que hay que llevar desde el punto de cota 325 para obtener el de cota 330, y desde éste, el 335.

115. Si las cotas son fraccionarias, se operará con un solo golpe de reglilla para todos puntos de paso de las curvas.

Sean a (325,50) y b (347,25) siendo $d = a b = 30$ y $e = 5^m$.

Los puntos que habrá que determinar serán 330, 335, 340, y 345, y será $d N = 347,25 - 325,50 = 21,75$. El valor e' para la diferencia de cotas entre a y el punto de cota 330 es, $e' = 350 - 325,50 = 4,50$; para la segunda es $e'' = 4,50 + 5 = 9,50$; para la tercera $e''' = 9,50 + 5 = 14,50$; y para

la cuarta $e''' = 14,50 + 5 = 19,50$; con lo cual se podrá establecer la siguiente relación:

$$\frac{dN}{d} = \frac{e'}{x'} = \frac{e''}{x''} = \frac{e'''}{x'''} = \frac{e''''}{x''''}$$

$$6 \quad \frac{21,75}{30} = \frac{4,50}{x'} = \frac{9,50}{x''} = \frac{14,50}{x'''} = \frac{19,50}{x''''}$$

y para resolverla, hágase la coincidencia de 217,5 con 300, y váyanse buscando los números $4,50 \times 10 = 45$, $9,50 \times 10 = 95$, $14,50 \times 10 = 145$ y $19,50 \times 10 = 195$, y debajo de cada uno de ellos se tendrá respectivamente $x' \times 10 = 62,07$, $x'' \times 10 = 130,6$, $x''' \times 10 = 200$, $x'''' \times 10 = 269$; y por consiguiente $x' = 6,207$, $x'' = 13,06$, $x''' = 20,00$, $x'''' = 26,9$; cuyos valores se llevarán desde a , obteniéndose los puntos buscados.

Escalas ó cuadros gráficos.

Número I.

Escala para la reducción al horizonte y el cálculo de las diferencias de nivel.

116. *Principio en que se funda.*—Si sobre una recta AB se traza un arco $B'M$ de α° , por ejemplo, y desde M se baja la perpendicular MN , se tendrá $AN = AM \cos MAB = AM \cos \alpha^\circ$, luego si $AM = AB'$ representa la distancia entre dos puntos, y MAB el ángulo de pendiente ó cenital, AN será la reducida al horizonte de AM .

117. *Construcción del cuadro.*—Sobre una recta indefinida AB , que puede ser la escala del plano, se coloca un transportador con su centro en A y su diámetro sobre AB ; por el borde del semicírculo, se marcan en el papel los grados y medio grados, valiéndose para ello de la punta del compás ó de un lápiz bien afilado, y después se trazan los radios que pasan por ellos. Sobre AB se construye la escala del plano, si ya no se hubiese hecho, y haciendo centro en A se describen los arcos que pasan por las divisiones de la escala, tal como se ven en la figura grande.

118. *Determinación de la reducida d.*—Ejemplo: Sea $D = 88^m$ y $\alpha = 10^\circ$. Se busca el valor de α en la graduación de los arcos, y el valor de $D = AB'$, en la escala AB , y desde el punto de intersección M del arco que pasa por el extremo B' con el radio $A-10^\circ$, se baja la

perpendicular MN , que marcará el punto N en la escala, en la cual se leerá el valor que le corresponde, que será $AN=d$.

Se hace esta operación con más rapidez, por medio de una escuadra como lo indica en la figura. Se coloca una regla contra la recta AB y se hace resbalar la escuadra por su borde; al llegar á M el cateto mayor marcará la perpendicular y, por consiguiente, se tendrá el punto N .

119. *Determinación de la diferencia de nivel.*—Este cuadro sirve también para hallar el valor de la diferencia de nivel dN entre dos puntos.

En el triángulo MAN se tiene $MN=AN \times \text{tag } \alpha$, y como $AN=d$; $MN=d \times \text{tag } \alpha$ y $MN=dN$; así, pues, determinado d como anteriormente, bastará medir MN para obtener la diferencia de nivel.

Si se emplea una escuadra con una escala en su cateto mayor, la operación es sencillísima, pues una vez obtenido el punto N no habrá sino leer la graduación frente á M y ésta será el valor de N .

Número II.

Escala de reducción al horizonte de las distancias medidas con la estadia (1).

La escala gráfica representada en la figura II se funda en la fórmula $d=D \cos^2 \alpha$.

120. *Construcción.*—En el punto C , medio de una recta AB que representa un trozo de la escala del plano, se levanta una perpendicular CD igual, por lo menos, á $\frac{3}{2} AB$, y sobre ella como diámetro se describe una semicircunferencia que se divide en doubles grados á partir del cero, que se coloca en C hasta 60 ú 80°. Por los puntos de división de este arco se tiran paralelas AB , y se une D con A y B ; las partes de estas paralelas, comprendidas entre DA y DB , constituyen la escala, que se completa poniendo en las paralelas á AB una graduación mitad que la correspondiente en el arco, y uniendo D con las divisiones de la escala.

121. *Ejemplo:* Sea $D=MN$ y $\alpha=20^\circ$. Llévase la longitud D sobre la escala AB , como si se tratara de medir su longitud, búsquese la graduación α en la recta DB , y de la horizontal H que pase por ella

(1) Esta escala es debida al Coronel de Ingenieros francés M. Goulier.

tómese la parte mn comprendida entre las rectas DM y DN , la cual será el valor de d . En efecto, los triángulos DMN y Dmn son semejantes, luego $\frac{mn}{MN} = \frac{DH}{DC}$, y llamando R al radio de la circunferencia igual á DO , se tendrá $DH = DO + OH = R + OH$; pero el radio que pasa por la división $2\alpha = 40^\circ$, la recta OH , y la $H-2\alpha$, forman un triángulo en el cual se verifica $OH = O - 40^\circ \times \cos 2\alpha = -R \cos 2\alpha$; y substituyendo estos valores, se obtiene

$$\frac{mn}{D} = \frac{R + R \cos 2\alpha}{2R} = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} = \cos^2 \alpha \text{ y } mn = D \cos^2 \alpha;$$

luego $d=mn$ es el valor de la reducida.

122. Regla.—*Para reducir una distancia D bajo el ángulo α , llévase D sobre la escala AB, búsquese la horizontal correspondiente al valor α y tómese sobre ella la parte comprendida entre las rectas que pasen por el punto D y los extremos de la distancia D, la cual será el valor de d.*

Número III.

Cuadro gráfico taquimétrico.

Las fórmulas taquimétricas pueden resolverse gráficamente por medio de cuadros, existiendo varios modelos (1), de los cuales el del número III es de los más sencillos.

123. Principio en que se funda.—Sobre una recta $OM=g$ (número generador), descríbase una semicircunferencia y tómese en ella un arco $MA=(\text{complemento del ángulo cenital } V)$, y uniendo M con O y O' y bajando la perpendicular AB , se tendrá en la figura pequeña:

$$1.^\circ \quad OB = OA \cos A \quad OB = OA \sin V$$

$$OA = OM \cos A \quad OM = OM \sin V$$

y $OB = OM \sin^2 V = g \sin^2 V$, luego $OB=d$ distancia reducida.

$$2.^\circ \quad AB = OB \tan A \quad OB = d \cot V$$

y por consiguiente $AB=z$ diferencia de nivel.

(1) Véanse las taquimetrías de Bárcena, Carderera, Salmoiraghi.

124. *Construcción.*—Se construye este cuadro gráfico tomando una recta que deberá ser la escala del plano, y describiendo semicircunferencias que tengan por diámetro las distancias desde el cero de la escala á sus distintas graduaciones 10, 15, 20, etc.; colocando un transportador con su centro en O y su diámetro en la escala, y marcando en el borde del semicírculo las graduaciones de grado en grado, ó de cinco en cinco, según la exactitud que se necesite, uniendo después estos puntos con el O para obtener rectas con estas inclinaciones. Debajo de la escala y paralela á ella se coloca una regla, y apoyándose en ella una escuadra de dibujo, como se ve en la figura grande.

125. *Modo de usarle.*—*Ejemplo:* Sea $g=105^m$ y $V=120^g$. Búsquese g en la escala, así como la intersección A de la semicircunferencia que pasa por la división 105 con la recta inclinada $20^g=(V-100^g)$; córrase la escuadra hasta que pase por A ; y leyendo OB sobre la escala, y AB sobre el borde de la escuadra, se obtendrán los valores de $d=95^m,2$ y $\alpha=31^m$.

Si el cuadro gráfico se hiciese sobre papel con cuadrícula de milímetro, no habría necesidad ni de escuadra ni de regla, pues bastaría buscar la línea vertical que pasa por A ó más próxima á él, y siguiéndola hasta su intersección con la escala se tendría el punto B , y, por consiguiente, se podría leer $OB=d$. La magnitud AB se podría apreciar por la cuadrícula.

Tablas numéricas.

I y II

Reducción al horizonte.

126. La tabla núm. I es sexagesimal, y la núm. II centesimal, conteniendo ambas los valores de los *cosenos* naturales de los ángulos de pendiente α ó los *senos* de los cenitales V , calculados para un radio $R=1$.

Se buscan los grados del ángulo α ó V en las dos primeras casillas y los minutos de 10 en 10, en la parte superior; ó los grados en la última y los minutos en la inferior.

La fórmula de reducción es, $d=D \times \cos \alpha$ (1); y llamando r la pro-

(1) Si en vez de α se tuviese V , ángulo cenital, sería lo mismo, pues la fórmula sería $d=D \sin V$.

yección del radio bajo el ángulo α ó V , se tendrá, $r=R \times \cos \alpha = \cos \alpha$,
y $\frac{d}{D} = \frac{r}{R}$, de donde $d = \frac{D \times r}{R} = D \times r$; luego multiplicando el valor
 D por el de r hallado en la tabla, se tendrá el de d .

127. *Ejemplo:* Sea $D=743^m,25$ y $\alpha=9^\circ$. Las tablas dan para 9°
 $r=0,98769$, luego $d=743,25 \times 0,98769 = 734^m,10$.

Puede operarse también del modo siguiente:

$$\begin{array}{rcl} 700 & \times 0,98769 & = 691,383 \\ 40 & \times \text{íd.} & = 39,5076 \\ 3 & \times \text{íd.} & = 2,96307 \\ 0,2 & \times \text{íd.} & = 0,197538 \\ 0,05 & \times \text{íd.} & = 0,0483845 \end{array}$$

$$\text{luego } d=734,099$$

128. *Otro ejemplo:* Si el ángulo α ó V no está en las tablas, se opera
análogamente al método empleado en los logaritmos para buscar el de
un número que no se halle en la tabla.

Sea $D=743^m,25$, y $\alpha=4^\circ,12'$.

Llamando Δ la diferencia entre los valores de las tablas para los
ángulos α' y α'' que comprenden á α , y δ la que existe entre el valor
del mayor α'' y el de α , se podrá establecer la proporción.

$$\frac{10'}{\Delta} = \frac{\delta}{x} \text{ y } x = \frac{\Delta \times \delta}{10};$$

cuyo valor añadido á la proyección correspondiente á α'' , dará el valor
de r por quien hay que multiplicar á D .

En el ejemplo anterior se obtiene

$$\begin{array}{rcl} \alpha' = 4^\circ 10' & \dots & 0,9974 \\ \alpha'' = 4^\circ 20' & \dots & 0,9971 \\ \Delta & = & 0,0003 \end{array}$$

$$\delta = 4^\circ 20' - 4^\circ 12' = 8' \text{ y } x = \frac{0,0003 \times 8}{10} = 0,00024,$$

cuyo valor añadido á 0,9971, dará $r=0,99734$; y, por consiguiente,
 $d=743,25 \times 0,99734$.

129. El uso de la tabla II es exactamente igual al de ésta.

III y IV

Reducción al horizonte con la estadia.

130. La tabla núm. III es sexagesimal y la núm. IV centesimal, y contienen ambas los valores de los $\cos^2$ de los ángulos de pendiente α ó los $\sin^2$ de los cenitales V , para un radio $R=100$.

La fórmula de reducción para este caso es de $d=D \times \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 V}$; y llamando r la proyección del radio R bajo el ángulo α ó V , se tendrá: $d=D \times \frac{r}{100}$; luego multiplicando D por el valor r , obtenido por la tabla, y corriendo la coma dos lugares hacia la izquierda, se obtendrá d .

131. Ejemplo: $D=750^m,10$ $\alpha=11^\circ$; la tabla da $r=96,359$, y por consiguiente $d=750,10 \times \frac{96,359}{100}=722^m,79$.

Si el ángulo no está en las tablas, se opera como en los números I y II.

V y VI

Diferencias de nivel.

132. La tabla núm. V es sexagesimal, conteniendo el valor de las tangentes naturales de los ángulos de pendiente α , ó las cotangentes de los cenitales V , para el radio $R=1^m$.

La primera y última casilla contienen los valores de V de $5'$ en $5'$, la segunda, los de α , y la tercera, los de r , diferencia de nivel correspondiente á 1^m bajo el ángulo α ó V .

La fórmula de las diferencias de nivel es $dN=\pm d \times \frac{\tan \alpha}{\cot V}$; luego buscando el valor de r que da la tabla para el ángulo α ó V , y multiplicándole por d , se obtendrá dN , el cual será positivo ó negativo, según que la pendiente α sea ascendente ó descendente ó según que $V \leq 90^\circ$:

133. Ejemplo: $d=124^m,21$, $V=88^\circ,25'$... La tabla da $r=0,04511$, luego $dN=+124,21 \times 0,04511=5^m,603$.

Otro: $d=124,21$ $V=92^\circ 35'$...; el valor de la tabla será $r=0,04511$ luego $dN=-124,21 \times 0,04511=-5^m,603$.

Si el ángulo no está en la tabla, se procede por interpolación como en la núm. I.

134. La tabla núm. VI difiere de la anterior en que, además de ser centesimal, los valores de las tangentes de α ó las cotangentes de V están calculadas para valores de R iguales á 1000, 2000..... á 9000 inclusives, y por consiguiente se prestan á la descomposición del número d en las unidades de sus diversos órdenes.

135. *Ejemplo:* Sea $d=534^m,35$ y $V=98^{\circ},35'$. Descomponiendo d se tendrá

500		13,8
30		0,83
4		0,110
0,03		0,0083
0,05		0,000138
		$dN = +14,748438$

luego $dN = +14^m,748$.

VII

Corrección de esfericidad y de refracción.

136. Esta tabla sirve para hallar la corrección que es necesario hacer en la fórmula de la nivelación (369) á causa de los errores debidos á la esfericidad de la tierra y á la refracción, cuando las niveladas son muy largas.

La fórmula es, $c=0,42 \frac{d^2}{R}=0,0000000654 \times d^2$; en la cual c es la corrección, d la distancia reducida entre los puntos y R el radio de la tierra.

La tabla de la corrección para valores de d comprendidos entre 100^m y 5000^m.

137. *Ejemplo:* Sea $d=1435^m$. La tabla da

$$\begin{aligned} c' &= 0,129 \quad \text{para } 1400^m \\ c' &= 0,148 \quad \text{para } 1500^m, \end{aligned}$$

$$\text{diferencia } \Delta = 0,019$$

y como $\delta=1435-1400=35$, se tendrá

$$\frac{100}{0,019} = \frac{35}{x}, \text{ y } x = \frac{35 \times 0,019}{100} = 0,00515;$$

de donde $c=0,129+0,00515=0,13415$ que será la corrección.

VIII y IX

Interpolación de curvas de nivel.

138. La tabla VIII es sexagesimal y sirve para hallar en decímetros la separación de las curvas horizontales en el papel, en el caso de una equidistancia gráfica $e=0^m,005$.

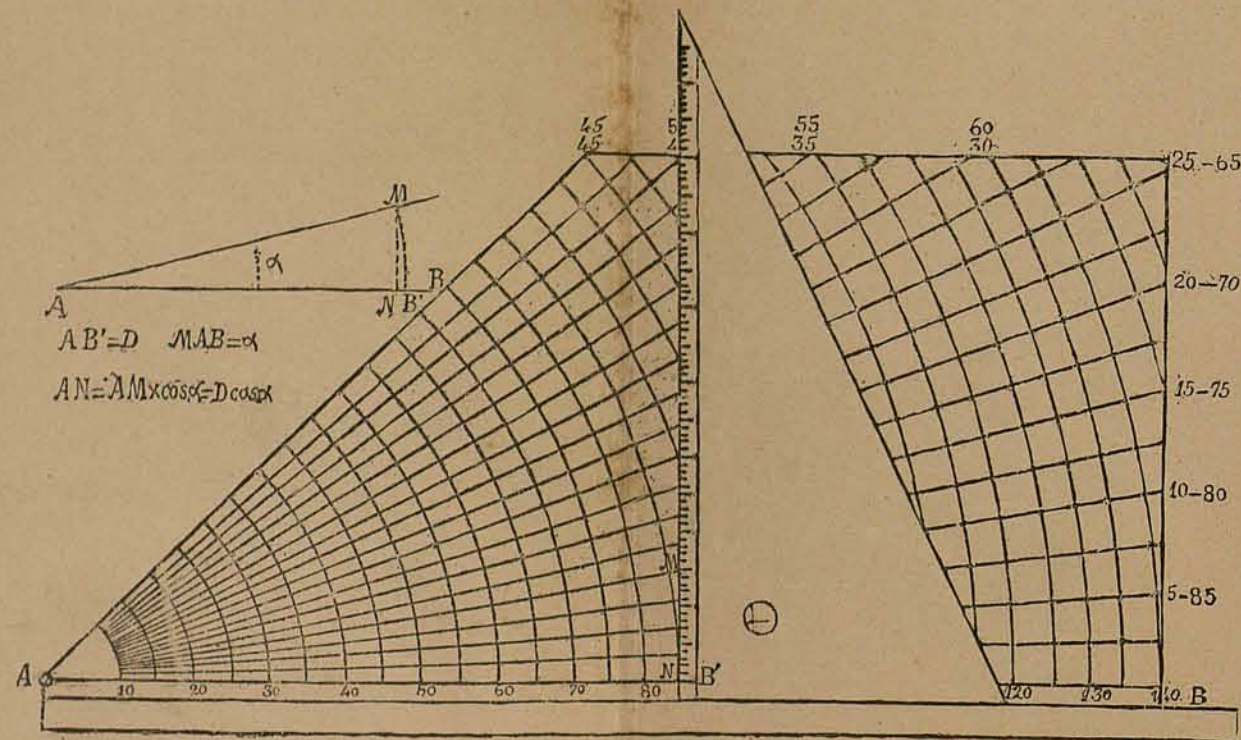
La tabla se ha calculado por la fórmula $d=\frac{e}{\operatorname{tag} \alpha}$ ó $\frac{e}{\cot V}$, según que se obtenga el ángulo de pendiente α ó el cenital V .

139. *Ejemplo:* Sea $V=83^{\circ},55'$ La separación de las curvas en una recta de esta pendiente será de $0^m,0047$, y bastará llevar esta distancia las veces que se pueda sobre la proyección de la recta y á partir de una cota entera para obtener todos los puntos de cota redonda entre sus extremos.

140. La tabla núm. IX es centesimal é igual á la anterior.

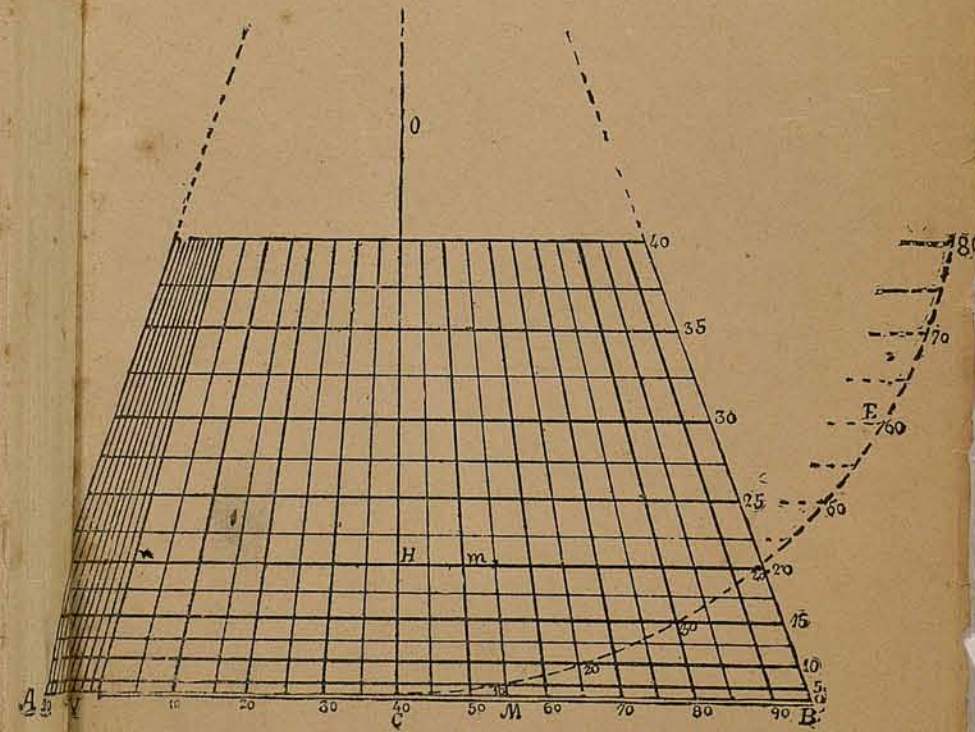
Cuadro gráfico núm. I.

Escala para la reducción al horizonte y el cálculo de las diferencias de nivel.



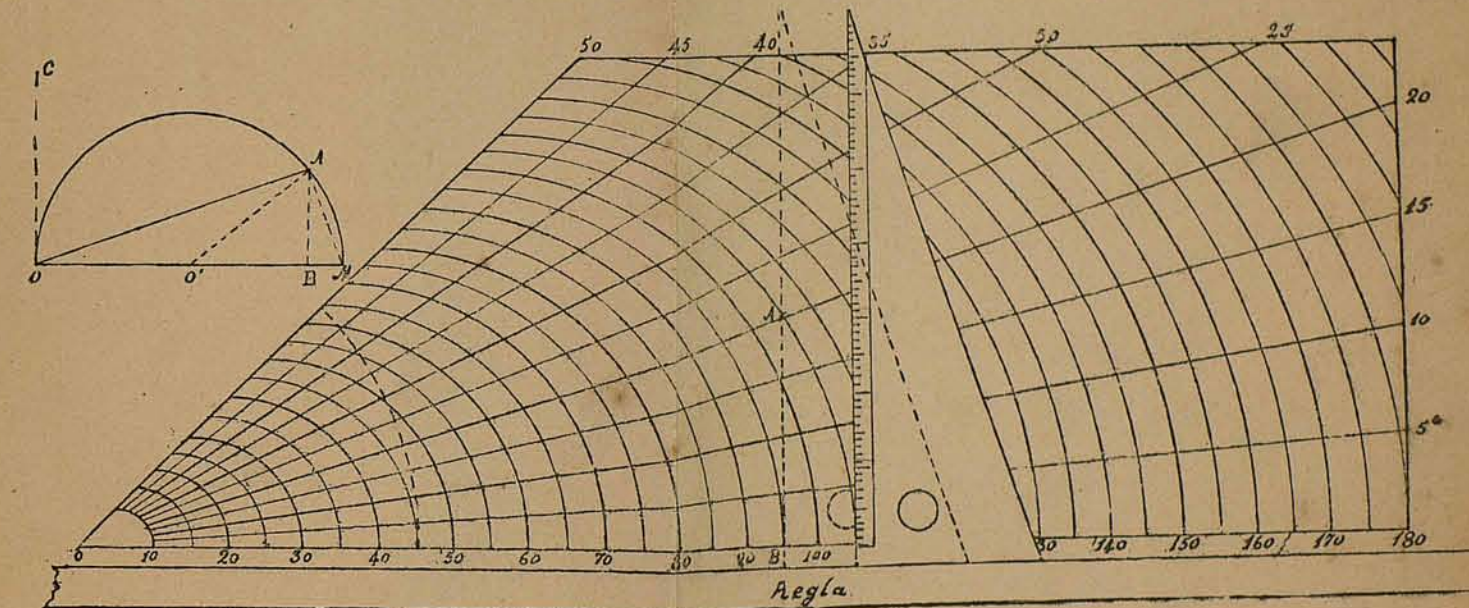
Cuadro gráfico núm. II.

Reducción al horizonte de las distancias medidas con la estadia.



Cuadro gráfico núm. III.

Cálculo taquimétrico.



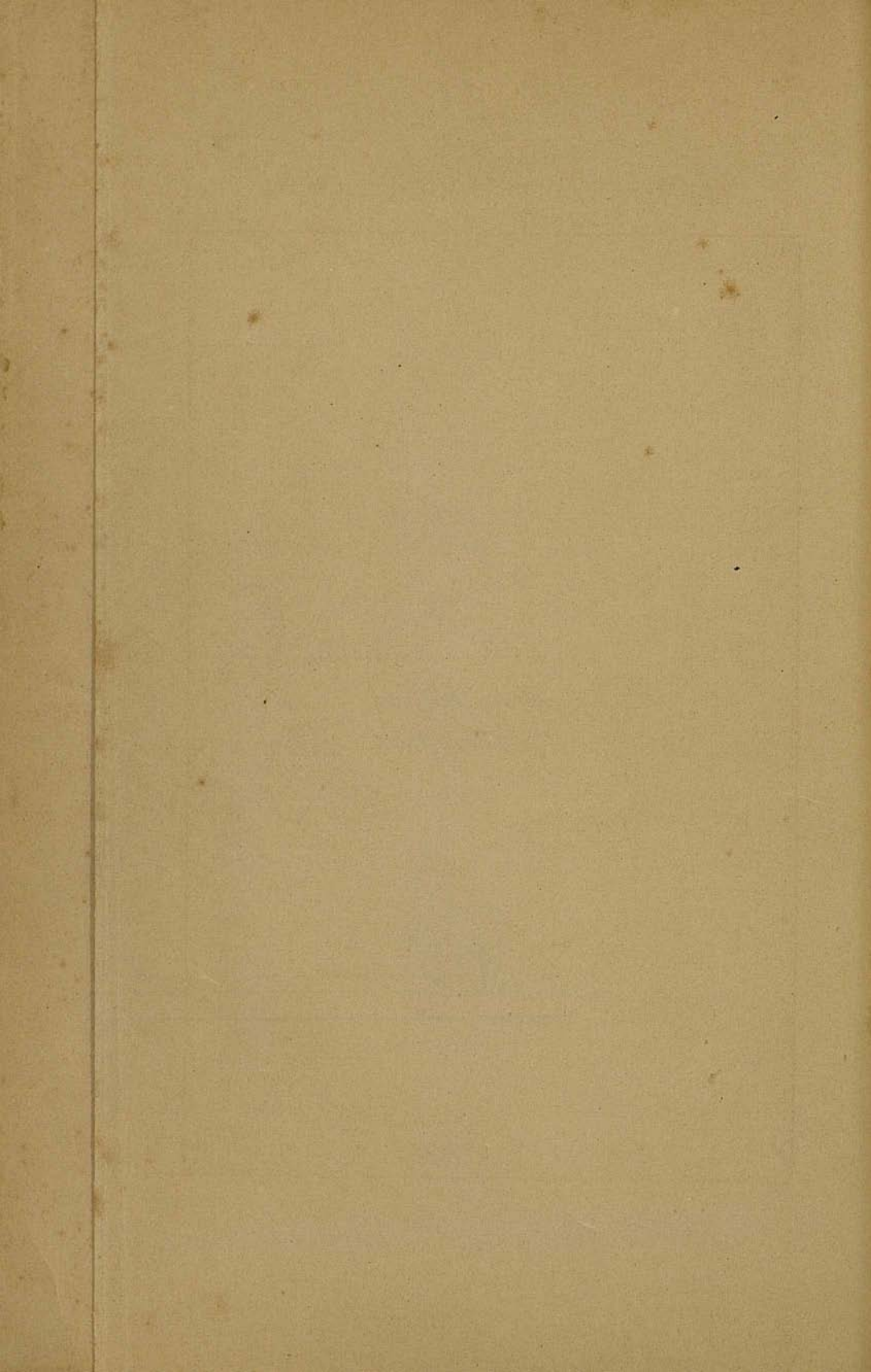


TABLA NÚM. I

SEXAGESIMAL.—REDUCCIÓN DE DISTANCIAS AL HORIZONTE

GRADOS Y MINUTOS.

$$\text{Fórmula } d = D \cos \alpha.$$

GRADOS Y MINUTOS.

Ángulos centitales. V—	Ángulos de pen- diente α	0'	10'	20'	30'	40'	50'	
90°	0°	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	89°
91°	1°	0,9999	0,9998	0,9997	0,9997	0,9996	0,9995	88°
92°	2°	0,9994	0,9993	0,9992	0,9991	0,9989	0,9988	87°
93°	3°	0,9986	0,9985	0,9983	0,9981	0,9980	0,9978	86°
94°	4°	0,9976	0,9974	0,9971	0,9969	0,9967	0,9964	85°
95°	5°	0,9962	0,9959	0,9957	0,9954	0,9951	0,9948	84°
96°	6°	0,9945	0,9942	0,9939	0,9936	0,9932	0,9929	83°
97°	7°	0,9926	0,9922	0,9918	0,9914	0,9911	0,9907	82°
98°	8°	0,9903	0,9899	0,9894	0,9890	0,9886	0,9881	81°
99°	9°	0,9877	0,9872	0,9868	0,9863	0,9858	0,9853	80°
100°	10°	0,9848	0,9843	0,9838	0,9833	0,9827	0,9822	79°
101°	11°	0,9816	0,9811	0,9805	0,9799	0,9793	0,9788	78°
102°	12°	0,9782	0,9775	0,9769	0,9763	0,9757	0,9750	77°
103°	13°	0,9744	0,9737	0,9730	0,9724	0,9717	0,9710	76°
104°	14°	0,9703	0,9696	0,9689	0,9682	0,9674	0,9667	75°
105°	15°	0,9659	0,9652	0,9644	0,9636	0,9629	0,9621	74°
106°	16°	0,9613	0,9605	0,9596	0,9588	0,9580	0,9572	73°
107°	17°	0,9563	0,9555	0,9546	0,9537	0,9528	0,9520	72°
108°	18°	0,9511	0,9502	0,9492	0,9483	0,9474	0,9465	71°
109°	19°	0,9455	0,9446	0,9436	0,9426	0,9417	0,9407	70°
110°	20°	0,9397	0,9387	0,9377	0,9367	0,9357	0,9346	69°
111°	21°	0,9336	0,9325	0,9315	0,9304	0,9294	0,9283	68°
112°	22°	0,9272	0,9261	0,9250	0,9239	0,9228	0,9216	67°
113°	23°	0,9205	0,9194	0,9182	0,9171	0,9159	0,9147	66°
114°	24°	0,9136	0,9124	0,9112	0,9100	0,9088	0,9075	65°
115°	25°	0,9063	0,9051	0,9038	0,9026	0,9013	0,9001	64°
116°	26°	0,8988	0,8975	0,8962	0,8949	0,8936	0,8923	63°
117°	27°	0,8910	0,8897	0,8884	0,8870	0,8857	0,8843	62°
118°	28°	0,8830	0,8816	0,8802	0,8788	0,8774	0,8760	61°
119°	29°	0,8746	0,8732	0,8718	0,8704	0,8689	0,8675	60°
120°	30°	0,8660	0,8646	0,8631	0,8616	0,8602	0,8587	59°
121°	31°	0,8572	0,8557	0,8542	0,8526	0,8511	0,8496	58°
122°	32°	0,8481	0,8465	0,8450	0,8434	0,8418	0,8403	57°
123°	33°	0,8387	0,8371	0,8355	0,8339	0,8323	0,8307	56°
124°	34°	0,8290	0,8274	0,8258	0,8241	0,8225	0,8208	55°
125°	35°	0,8192	0,8175	0,8158	0,8141	0,8124	0,8107	54°
126°	36°	0,8090	0,8073	0,8056	0,8039	0,8021	0,8004	53°
		60'	50'	40'	30'	20'	10'	Ángulos centitales V+

CENTESIMAL.—REDUCCIÓN
Fórmula

GRADOS Y MINUTOS.

Angulos cenitales. V+	Angulos de pen- diente α.	0'	10'	20'	30'	40'
100 ^G	0 ^G	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
101	1	0,9999	0,9999	0,9998	0,9998	0,9998
102	2	0,9995	0,9995	0,9994	0,9994	0,9993
103	3	0,9989	0,9988	0,9987	0,9987	0,9986
104	4	0,9980	0,9979	0,9978	0,9977	0,9976
105 ^G	5 ^G	0,9969	0,9968	0,9967	0,9965	0,9964
106	6	0,9956	0,9954	0,9953	0,9951	0,9950
107	7	0,9940	0,9938	0,9936	0,9934	0,9933
108	8	0,9921	0,9919	0,9917	0,9915	0,9913
109	9	0,9900	0,9898	0,9896	0,9894	0,9891
110 ^G	10 ^G	0,9877	0,9874	0,9872	0,9869	0,9867
111	11	0,9851	0,9848	0,9846	0,9843	0,9840
112	12	0,9823	0,9820	0,9817	0,9814	0,9811
113	13	0,9792	0,9789	0,9786	0,9783	0,9779
114	14	0,9759	0,9756	0,9752	0,9749	0,9745
115 ^G	15 ^G	0,9724	0,9720	0,9716	0,9713	0,9709
116	16	0,9686	0,9682	0,9678	0,9674	0,9670
117	17	0,9646	0,9641	0,9637	0,9633	0,9629
118	18	0,9603	0,9599	0,9594	0,9590	0,9585
119	19	0,9558	0,9553	0,9549	0,9544	0,9539
120 ^G	20 ^G	0,9511	0,9506	0,9501	0,9496	0,9491
121	21	0,9461	0,9456	0,9451	0,9446	0,9440
122	22	0,9409	0,9404	0,9398	0,9393	0,9387
123	23	0,9354	0,9349	0,9343	0,9338	0,9332
124	24	0,9298	0,9292	0,9286	0,9280	0,9275
125 ^G	25 ^G	0,9239	0,9233	0,9227	0,9221	0,9215
126	26	0,9178	0,9171	0,9165	0,9159	0,9152
127	27	0,9114	0,9108	0,9101	0,9095	0,9088
128	28	0,9048	0,9042	0,9035	0,9028	0,9021
129	29	0,8980	0,8973	0,8966	0,8959	0,8952
130 ^G	30 ^G	0,8910	0,8903	0,8896	0,8889	0,8881
131	31	0,8838	0,8830	0,8823	0,8816	0,8808
132	32	0,8763	0,8756	0,8748	0,8740	0,8733
133	33	0,8686	0,8679	0,8671	0,8663	0,8655
134	34	0,8607	0,8599	0,8591	0,8583	0,8575
135 ^G	35 ^G	0,8526	0,8518	0,8510	0,8502	0,8493
136	36	0,8443	0,8435	0,8426	0,8418	0,8409
137	37	0,8358	0,8349	0,8341	0,8332	0,8323
138	38	0,8271	0,8262	0,8253	0,8244	0,8235
139	39	0,8182	0,8173	0,8163	0,8154	0,8145
		100'	90'	80'	70'	60'

DE DISTANCIAS AL HORIZONTE

$$d = D \cos \alpha$$

GRADOS Y MINUTOS.

50'	60'	70'	80'	90'	Diferen- cias para 10'.	
1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9999	0 6 1	99 ^g
0,9997	0,9997	0,9996	0,9996	0,9996	0 6 1	98
0,9992	0,9992	0,9991	0,9990	0,9990	0 6 1	97
0,9985	0,9984	0,9983	0,9982	0,9981	0 6 1	96
0,9975	0,9974	0,9973	0,9972	0,9970	1 6 2	95
0,9963	0,9961	0,9960	0,9959	0,9957	1 6 2	94 ^g
0,9948	0,9946	0,9945	0,9943	0,9941	1 6 2	93
0,9931	0,9929	0,9927	0,9925	0,9923	1 6 2	92
0,9911	0,9909	0,9907	0,9905	0,9902	2 6 3	91
0,9889	0,9887	0,9884	0,9882	0,9879	2 6 3	90
0,9864	0,9862	0,9859	0,9856	0,9854	2 6 3	89 ^g
0,9837	0,9835	0,9832	0,9829	0,9826	2 6 3	88
0,9808	0,9805	0,9802	0,9799	0,9795	3 6 4	87
0,9776	0,9773	0,9769	0,9766	0,9763	3 6 4	86
0,9742	0,9738	0,9735	0,9731	0,9727	3 6 4	85
0,9705	0,9701	0,9697	0,9694	0,9690	3 6 4	84 ^g
0,9666	0,9662	0,9658	0,9654	0,9650	4	83
0,9625	0,9620	0,9616	0,9612	0,9607	4 6 5	82
0,9581	0,9576	0,9572	0,9567	0,9563	4 6 5	81
0,9535	0,9530	0,9525	0,9520	0,9515	4 6 5	80
0,9486	0,9481	0,9476	0,9471	0,9466	5	79 ^g
0,9435	0,9430	0,9425	0,9419	0,9414	5 6 6	78
0,9382	0,9377	0,9371	0,9366	0,9360	5 6 6	77
0,9326	0,9321	0,9315	0,9309	0,9304	5 6 6	76
0,9269	0,9263	0,9257	0,9251	0,9245	6	75
0,9209	0,9202	0,9196	0,9190	0,9184	6 6 7	74 ^g
0,9146	0,9140	0,9133	0,9127	0,9121	6 6 7	73
0,9081	0,9075	0,9068	0,9062	0,9055	6 6 7	72
0,9015	0,9008	0,9001	0,8994	0,8987	6 6 7	71
0,8945	0,8938	0,8931	0,8924	0,8917	7	70
0,8874	0,8867	0,8860	0,8852	0,8845	7 6 8	69 ^g
0,8801	0,8793	0,8786	0,8778	0,8771	7 6 8	68
0,8725	0,8717	0,8710	0,8702	0,8694	7 6 8	67
0,8647	0,8639	0,8631	0,8623	0,8615	7 6 8	66
0,8567	0,8559	0,8551	0,8543	0,8535	8	65
0,8485	0,8477	0,8468	0,8460	0,8452	8 6 9	64 ^g
0,8401	0,8392	0,8384	0,8375	0,8367	8 6 9	63
0,8315	0,8306	0,8297	0,8288	0,8280	8 6 9	62
0,8226	0,8218	0,8209	0,8200	0,8191	8 6 9	61
0,8136	0,8127	0,8118	0,8109	0,8099	9 6 10	60
50'	40'	30'	20'	10'	Diferen- cias para 10'.	Angulos centitales V—

TABLA NÚM. III

SEXAGESIMAL

REDUCCIÓN AL HORIZONTE DE LAS DISTANCIAS LEÍDAS EN LA ESTADÍA VERTICAL

$$\text{Fórmula } D = d \cos^2 \alpha.$$

Angu- los ce- nita- les V.	Angu- los de pen- diente α .	Reducida d $R=100$ m.	Angu- los ce- nita- les V.	Angu- los de pen- diente α .	Reducida d $R=100$ m.	Angu- los ce- nita- les V.	Angu- los de pen- diente α .	Reducida d $R=100$ m.
89°	1°	99, m979	79°	11°	96, m359	69°	21°	87, m157
88	2	99, 878	78	12	95, 677	68	22	85, 967
87	3	99, 726	77	13	94, 940	67	23	84, 733
86	4	99, 513	76	14	94, 147	66	24	83, 456
85	5	99, 240	75	15	93, 301	65	25	82, 139
84	6	98, 907	74	16	92, 402	64	26	80, 783
83	7	98, 515	73	17	91, 460	63	27	79, 389
82	8	98, 063	72	18	90, 451	62	28	77, 960
81	9	97, 553	71	19	89, 441	61	29	76, 496
80	10	96, 985	70	20	88, 302	60	30	75, 000

TABLA NÚM. IV

CENTESIMAL

REDUCCIÓN AL HORIZONTE DE LAS DISTANCIAS LEÍDAS EN LA ESTADÍA VERTICAL

$$\text{Fórmula } d = D \cos^2 \alpha.$$

Angu- los ce- nita- les V.	Angu- los de pen- diente α .	Reducida d $R=100$ m.	Angu- los ce- nita- les V.	Angu- los de pen- diente α .	Reducida d $R=100$ m.	Angu- los ce- nita- les V.	Angu- los de pen- diente α .	Reducida d $R=100$ m.
95 ^G	5 ^G	99, m39	86 ^G	14 ^G	95, m25	77 ^G	23 ^G	87, m51
94	6	99, 11	85	15	94, 56	76	24	86, 45
93	7	98, 80	84	16	93, 82	75	25	85, 36
92	8	98, 43	83	17	93, 04	74	26	84, 23
91	9	98, 02	82	18	92, 22	73	27	83, 07
90	10	97, 56	81	19	91, 36	72	28	81, 88
89	11	97, 05	80	20	90, 46	71	29	80, 65
88	12	96, 49	79	21	89, 51	70	30	79, 39
87	13	95, 89	78	22	88, 53			

TABLA NÚM. V.—(Maissiat.)

SEXAGESIMAL.—CÁLCULO DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL

Fórmula $d N = \pm de \operatorname{tag} \alpha$.

Angulo cenital $V < 90^\circ$ cotg. +	Angulo de pendiente α	Valores de $d N$ para $d=1^m,00$.	$V > 90^\circ$ cotg. —	Angulo cenital $V < 90^\circ$ cotg. +	Angulo de pendiente α	Valores de $d N$ para $d=1^m,00$.	$V > 90^\circ$ cotg. —
90°00'	0°00'	0m00000	90°00'	87°00'	3°00'	0m05240	93°00'
55	05	0 00145	05	55	05	0 05386	05
50	10	0 00290	10	50	10	0 05532	10
45	15	0 00436	15	45	15	0 05678	15
40	20	0 00581	20	40	20	0 05824	20
35	25	0 00726	25	35	25	0 05970	25
30	30	0 00872	30	30	30	0 06116	30
25	35	0 01017	35	25	35	0 06262	35
20	40	0 01162	40	20	40	0 06408	40
15	45	0 01308	45	15	45	0 06554	45
10	50	0 01453	50	10	50	0 06700	50
05	55	0 01599	55	05	55	0 06846	55
89°00'	1°00'	0m01745	91°00'	86°00'	4°00'	0m06992	94°00'
55	05	0 01890	05	55	05	0 07138	05
50	10	0 02035	10	50	10	0 07284	10
45	15	0 02181	15	45	15	0 07431	15
40	20	0 02326	20	40	20	0 07577	20
35	25	0 02472	25	35	25	0 07723	25
30	30	0 02618	30	30	30	0 07870	30
25	35	0 02763	35	25	35	0 08016	35
20	40	0 02909	40	20	40	0 08162	40
15	45	0 03054	45	15	45	0 08309	45
10	50	0 03199	50	10	50	0 08455	50
05	55	0 03345	55	05	55	0 08601	55
88°00'	2°00'	0m03492	92°00'	85°00'	5°00'	0m08748	95°00'
55	05	0 03637	05	55	05	0 08894	05
50	10	0 03783	10	50	10	0 09041	10
45	15	0 03929	15	45	15	0 09188	15
40	20	0 04074	20	40	20	0 09335	20
35	25	0 04220	25	35	25	0 09482	25
30	30	0 04366	30	30	30	0 09629	30
25	35	0 04511	35	25	35	0 09775	35
20	40	0 04657	40	20	40	0 09922	40
15	45	0 04803	45	15	45	0 10069	45
10	50	0 04948	50	10	50	0 10216	50
05	55	0 05094	55	05	55	0 10363	55

Angulo cenital $V < 90^\circ$ cotg. +	Angulo de pen- diente α	Valores de $d N$ para $d=1^m, 00.$	$V > 90^\circ$ cotg. —	Angulo cenital $V < 90^\circ$ cotg. +	Angulo de pen- diente α	Valores de $d N$ para $d=1^m, 00.$	$V > 90^\circ$ cotg. —				
84°00'	6°00'	0m10510	96°00'	81°30'	9°30'	0m16735	99°30'				
55	05	0 10657	05	25	35	0 16884	35				
50	10	0 10804	10	20	40	0 17034	40				
45	15	0 10952	15	15	45	0 17184	45				
40	20	0 11099	20	10	50	0 17333	50				
35	25	0 11246	25	05	55	0 17483	55				
30	30	0 11394	30	80°00'	10°00'	0m17633	100°00'				
25	35	0 11541	35								
20	40	0 11688	40								
15	45	0 11836	45								
10	50	0 11983	50								
05	55	0 12130	55								
83°00'	7°00'	0m12279	97°00'					30	30	0 17783	05
								05	25	35	0 17933
				10	20	40	0 18084	15			
				15	15	45	0 18234	20			
				20	10	50	0 18384	25			
				25	05	55	0 18535	30			
				30	0	55	0 18683	35			
				35	0	55	0 18835	40			
				40	0	55	0 18986	45			
				45	0	55	0 19136	50			
50	0	55	0 19287	55							
82°00'	8°00'	0m14054	98°00'	79°00'	11°00'	0m19438	101°00'				
								25	35	0 19589	05
								20	40	0 19740	10
								15	45	0 19892	15
								10	50	0 20043	20
								05	55	0 20195	25
								30	30	0 20347	30
								35	35	0 20498	35
				40	40	0 20649	40				
				45	45	0 20701	45				
50	50	0 20852	50								
55	55	0 21004	55								
81°00'	9°00'	0m15838	99°00'	78°00'	12°00'	0m21255	102°00'				
								25	35	0 21408	05
								20	40	0 21560	10
								15	45	0 21713	15
								10	50	0 21865	20
								05	55	0 22018	25
								30	30	0 22171	30
								35	35	0 22423	35
				40	40	0 22576	40				
				45	45	0 22629	45				
50	50	0 22781	50								
55	55	0 22934	55								

Angulo cenital $V < 90^\circ$ cotg. +	Angulo de pen- diente α	Valores de $d N$ para $d=1^m, 00.$	$V > 90^\circ$ cotg. —	Angulo cenital $V < 90^\circ$ cotg. +	Angulo de pen- diente α	Valores de $d N$ para $d=1^m, 00.$	$V > 90^\circ$ cotg. —
77°00'	13°00'	0m23087	103°00'	74°30'	16°30'	0m29623	106°30'
55	05	0 23240	05	25	35	0 29781	35
50	10	0 23394	10	20	40	0 29939	40
45	15	0 23548	15	15	45	0 30098	45
40	20	0 23702	20	10	50	0 30256	50
35	25	0 23856	25	05	55	0 30414	55
30	30	0 24010	30	73°00'	17°00'	0m30573	107°00'
25	35	0 24163	35			0 30732	05
20	40	0 24317	40			0 30892	10
15	45	0 24471	45			0 31052	15
10	50	0 24625	50			0 31212	20
05	55	0 24779	55			0 31372	25
76°00'	14°00'	0m24933	104°00'			0 31532	30
		0 25088	05			0 31692	35
		0 25243	10			0 31852	40
		0 25398	15			0 32012	45
		0 25553	20			0 32172	50
		0 25708	25			0 32332	55
		0 25864	30	72°00'	18°00'	0m32492	108°00'
		0 26019	35			0 32653	05
20	40	0 26174	40			0 32815	10
15	45	0 26329	45			0 32977	15
10	50	0 26484	50			0 33138	20
05	55	0 26639	55			0 33300	25
75°00'	15°00'	0m26795	105°00'			0 33462	30
		0 26951	05			0 33623	35
		0 27107	10			0 33785	40
		0 27264	15			0 33947	45
		0 27420	20			0 34109	50
		0 27577	25			0 34271	55
		0 27734	30	71°00'	19°00'	0m34433	109°00'
		0 27890	35			0 34596	05
20	40	0 28047	40			0 34760	10
15	45	0 28204	45			0 34924	15
10	50	0 28360	50			0 35087	20
05	55	0 28517	55			0 35251	25
74°00'	16°00'	0m28674	106°00'			0 35415	30
		0 28832	05			0 35578	35
		0 28990	10			0 35742	40
		0 29148	15			0 35906	45
		0 29306	20			0 36069	50
		0 29464	25			0 36233	55

TABLA NÚM. VI.—(Maissiat.)

CENTESIMAL.—CÁLCULO DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL

$$\text{Fórmula } dN = \pm d \operatorname{tag} \alpha.$$

Angulo cenital $V < 100^{\circ}$. Cotg. +		Angulo de pendiente α	BASES HORIZONTALES.									Angulo cenital $V > 100^{\circ}$. Cotg. -
			1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	
			m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	
DIFERENCIAS DE NIVEL.												
gr. min.	gr. min.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	gr. min.	
100 00	0 00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100 00	
95	05	1	2	2	3	4	5	6	6	7	05	
90	10	2	3	5	6	8	9	11	13	14	10	
85	15	2	5	7	9	12	14	17	19	21	15	
99 80	0 20	3	6	9	13	16	19	22	25	28	100 20	
75	25	4	8	12	16	20	24	28	31	35	25	
70	30	5	9	14	19	24	28	33	37	40	30	
65	35	6	11	17	22	28	33	39	44	50	35	
99 60	0 40	6	12	19	25	31	38	44	50	57	100 40	
55	45	7	14	21	28	35	42	50	57	64	45	
50	50	8	16	24	32	40	47	55	63	71	50	
45	55	9	17	26	35	43	52	61	69	78	55	
99 40	0 60	9	19	28	38	47	57	66	75	85	100 60	
35	65	10	21	31	41	51	61	71	82	92	65	
30	70	11	22	33	44	55	66	77	88	99	70	
25	75	12	24	35	47	59	71	83	94	106	75	
99 20	0 80	13	25	38	50	63	76	88	101	113	100 80	
15	85	13	27	40	53	67	80	93	107	120	85	
10	90	14	28	42	57	71	85	99	113	127	90	
05	95	15	30	45	60	75	90	104	119	134	95	
99 00	1 00	16	31	47	63	79	94	110	126	141	101 00	
95	05	17	33	50	66	83	99	116	132	149	05	
90	10	18	35	52	70	87	104	121	139	156	10	
85	15	18	36	54	73	91	109	127	145	163	15	
98 80	1 20	19	38	57	76	95	113	132	151	170	101 20	
75	25	20	39	59	79	97	118	138	157	177	25	
70	30	21	41	61	82	102	123	143	163	184	30	
65	35	21	43	64	85	106	127	149	170	191	35	
98 60	1 40	22	44	66	88	110	132	154	176	198	101 40	
55	45	23	46	68	91	114	137	160	182	205	45	
50	50	24	47	71	94	118	142	165	189	212	50	
45	55	25	49	73	97	122	146	171	195	219	55	
98 40	1 60	25	50	75	101	126	151	176	201	226	101 60	
35	65	26	52	78	104	130	156	182	208	233	65	
30	70	27	54	80	107	134	160	187	214	241	70	
25	75	28	55	83	110	138	165	193	220	248	75	
		1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000		

Angulo cenital $V < 100$ g. Cotg. +	Angulo de pendiente α	BASES HORIZONTALES.										Angulo cenital $V > 100$ g. Cotg. —
		1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000		
		m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.		
		DIFERENCIAS DE NIVEL.										
gr. min.	gr. min.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	gr. min.	
98 20	1 80	28	57	85	113	142	170	198	226	254	101 80	
15	85	29	58	87	116	145	174	204	233	262	85	
10	90	30	60	90	120	149	179	209	239	269	90	
05	95	31	61	92	123	153	184	215	245	276	95	
98 00	2 00	32	63	94	126	157	189	220	252	283	102 00	
95	05	32	65	97	129	161	193	226	258	290	05	
90	10	33	66	99	132	165	198	231	264	297	10	
85	15	34	68	101	135	169	203	237	270	304	15	
97 80	2 20	35	69	104	138	173	208	242	277	311	102 20	
75	25	35	71	106	142	177	212	248	283	318	25	
70	30	36	72	109	145	181	217	253	289	325	30	
65	35	37	74	111	148	185	222	259	296	333	35	
97 60	2 40	38	76	113	151	189	226	264	302	340	102 40	
55	45	39	77	116	154	193	231	270	308	347	45	
50	50	39	79	118	157	197	236	275	314	354	50	
45	55	40	80	120	160	200	241	281	321	361	55	
97 40	2 60	41	82	123	164	204	245	286	327	368	102 60	
35	65	42	83	125	167	208	250	292	333	375	65	
30	70	43	85	127	170	212	255	297	340	382	70	
25	75	43	87	130	173	216	260	303	346	389	75	
97 20	2 80	44	88	132	176	220	264	308	352	396	102 80	
15	85	45	90	135	179	224	269	314	359	403	85	
10	90	46	91	137	182	228	274	319	365	410	90	
05	95	47	93	139	186	232	278	325	371	418	95	
97 00	3 00	47	94	142	189	236	283	330	377	425	103 00	
95	05	48	96	144	192	240	288	335	384	432	05	
90	10	49	98	146	195	244	293	341	390	439	10	
85	15	50	99	149	198	248	297	347	396	446	15	
96 80	3 20	50	101	151	201	252	302	352	403	453	103 20	
75	25	51	102	153	204	256	307	358	409	460	25	
70	30	52	104	156	208	259	311	363	415	467	30	
65	35	53	105	158	211	263	316	369	421	474	35	
96 60	3 40	54	107	161	214	267	321	374	428	481	103 40	
55	45	54	109	163	217	271	326	380	434	488	45	
50	50	55	110	165	220	275	330	385	440	495	50	
45	55	56	112	168	223	279	335	391	447	502	55	
96 40	3 60	57	113	170	227	283	340	396	453	510	103 60	
35	65	58	115	172	230	287	344	402	459	517	65	
30	70	58	116	175	233	291	349	407	466	524	70	
25	75	59	118	177	236	295	354	413	472	531	75	
		1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000		

1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000

*

Angulo cenital $V < 100$ g. Cotg. +		Angulo de pendiente α	BASES HORIZONTALES.										Angulo cenital $V > 100$ g. Cotg. —
			1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000		
			m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.		
DIFERENCIAS DE NIVEL.													
gr. min.	gr. min.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	gr. min.		
96 20	3 80	60	120	179	239	299	359	418	478	538	103 80		
15	85	61	121	182	242	303	363	424	484	545	85		
10	90	61	123	184	245	307	368	429	491	552	90		
05	95	62	124	186	249	311	373	435	497	559	95		
96 00	4 00	63	126	189	252	315	378	440	503	566	104 00		
95	05	64	128	191	255	319	382	446	510	573	05		
90	10	65	129	194	258	323	387	452	516	581	10		
85	15	65	131	196	261	326	392	457	522	588	15		
95 80	4 20	66	132	198	264	330	396	463	529	595	104 20		
75	25	67	134	201	268	334	401	468	535	602	25		
70	30	68	135	203	271	338	406	474	541	609	30		
65	35	69	137	205	274	342	411	479	548	616	35		
95 60	4 40	69	138	208	277	346	415	485	554	623	104 40		
55	45	70	140	210	280	350	420	490	560	630	45		
50	50	71	142	213	283	354	425	496	567	637	50		
45	55	72	143	215	286	358	430	501	573	644	55		
95 40	4 60	72	145	217	290	362	434	507	579	652	104 60		
35	65	73	146	220	293	366	439	512	585	659	65		
30	70	74	148	222	296	370	444	518	592	666	70		
25	75	75	150	224	299	374	449	523	598	673	75		
95 20	4 80	76	151	227	302	378	453	529	604	680	104 80		
15	85	76	153	229	305	382	458	534	611	687	85		
10	90	77	154	231	309	386	463	540	617	694	90		
05	95	78	156	234	312	390	468	545	623	701	95		
95 00	5 00	79	157	236	315	394	472	551	630	708	105 00		
95	05	80	159	239	318	398	477	557	636	716	05		
90	10	80	161	241	321	401	482	562	642	723	10		
85	15	81	162	243	324	405	489	568	649	730	15		
94 80	5 20	82	164	246	328	409	491	573	655	737	105 20		
75	25	83	165	248	331	413	496	579	661	744	25		
70	30	84	167	250	334	417	501	584	668	751	30		
65	35	84	169	253	337	421	506	590	674	758	35		
94 60	5 40	85	170	255	340	425	510	595	680	765	105 40		
55	45	86	172	258	343	429	515	601	687	772	45		
50	50	87	173	260	347	433	520	606	693	780	50		
45	55	87	175	262	350	437	524	612	699	787	55		
94 40	5 60	88	176	265	353	442	529	617	706	794	105 60		
35	65	89	178	267	355	445	534	623	712	801	65		
30	70	90	180	269	359	449	539	629	718	808	70		
25	75	91	181	272	362	453	543	634	725	815	75		
		1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000			

Angulo cenital $V < 100$ g. Cotg. +		Angulo de pendiente α	BASES HORIZONTALES.										Angulo cenital $V > 100$ g. Cotg. —
			1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000		
			m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.		
DIFERENCIAS DE NIVEL.													
gr. min.	gr. min.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	gr. min.		
94 20	5 80	91	183	274	366	457	548	640	731	822	105 80		
15	85	92	184	277	369	461	553	645	737	829	85		
10	90	93	186	279	372	465	558	651	744	837	90		
05	95	94	188	281	375	469	562	656	750	844	95		
94 00	6 00	95	189	284	378	473	567	662	756	851	106 00		
90	10	96	192	288	384	481	577	673	769	865	10		
80	20	98	195	293	391	489	586	684	782	879	20		
70	30	99	199	298	397	496	596	695	794	894	30		
60	40	101	202	303	404	504	606	706	807	908	40		
93 50	6 50	102	205	307	410	512	615	717	820	922	106 50		
40	60	104	208	312	416	520	624	728	832	936	60		
30	70	106	211	317	423	528	634	739	845	951	70		
20	80	107	214	322	429	536	643	751	858	965	80		
10	90	109	217	326	435	544	653	762	870	979	90		
93 00	7 00	110	221	331	442	552	662	773	883	994	107 00		
90	10	112	224	336	448	560	672	784	896	1008	10		
80	20	114	227	341	454	568	682	795	909	1022	20		
70	30	115	230	346	461	576	691	806	921	1037	30		
60	40	117	234	350	467	584	701	817	934	1051	40		
92 50	7 50	118	237	355	473	592	710	828	947	1065	107 50		
40	60	120	240	360	480	600	720	840	960	1080	60		
30	70	122	243	365	486	608	729	851	972	1094	70		
20	80	123	246	369	493	616	739	862	985	1108	80		
10	90	125	249	374	499	624	748	873	998	1123	90		
92 00	8 00	126	253	379	505	632	758	884	1011	1137	108 00		
90	10	128	256	384	512	640	768	895	1023	1151	10		
80	20	130	259	389	518	648	777	907	1036	1166	20		
70	30	131	262	393	524	656	787	918	1049	1180	30		
60	40	133	265	398	531	664	796	929	1062	1194	40		
91 50	8 50	134	269	403	537	672	805	940	1075	1209	108 50		
40	60	136	272	408	544	680	815	951	1088	1222	60		
30	70	138	275	413	550	688	825	963	1100	1238	70		
20	80	139	278	417	556	696	835	974	1113	1252	80		
10	90	141	281	422	563	704	844	985	1126	1266	90		
91 00	9 00	142	285	427	569	712	854	996	1139	1281	109 00		
90	10	144	288	432	576	720	864	1007	1151	1295	10		
80	20	146	291	437	582	728	873	1019	1164	1310	20		
70	30	147	294	441	589	736	883	1030	1177	1324	30		
60	40	149	297	446	595	744	892	1041	1190	1339	40		
90 50	9 50	150	301	451	601	752	902	1052	1203	1353	109 50		
40	60	152	304	456	608	760	912	1064	1216	1367	60		
30	70	154	307	461	614	768	921	1075	1228	1382	70		
		1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000			

Angulo cenital $\varphi < 100$ g. Colg. +	Angulo de pendiente α	BASES HORIZONTALES.										Angulo cenital $\varphi > 100$ g. Colg. -
		1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000		
		m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.		
DIFERENCIAS DE NIVEL.												
gr. min.	gr. min.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	gr. min.	
90 20	9 80	155	310	465	621	776	931	1086	1241	1397	109 80	
10	90	157	314	470	627	784	941	1097	1254	1411	90	
90 00	10 00	158	317	475	634	792	950	1109	1267	1425	110 00	
90	10	160	320	480	640	800	960	1120	1280	1440	10	
80	20	162	323	485	646	808	970	1131	1293	1454	20	
70	30	163	326	490	653	816	980	1143	1306	1469	30	
60	40	165	330	495	659	824	989	1154	1319	1484	40	
89 50	10 50	166	333	499	666	832	999	1165	1332	1498	110 50	
40	60	168	336	504	672	840	1008	1176	1344	1513	60	
30	70	170	339	509	679	848	1018	1188	1357	1527	70	
20	80	171	343	514	685	856	1028	1199	1370	1542	80	
10	90	173	346	519	690	865	1037	1210	1383	1556	90	
89 00	11 00	175	349	524	698	873	1047	1222	1396	1571	111 00	
90	10	176	352	528	706	881	1057	1233	1409	1585	10	
80	20	178	356	533	712	889	1067	1244	1422	1600	20	
70	30	179	359	538	718	897	1076	1256	1435	1615	30	
60	40	181	362	543	724	905	1086	1267	1448	1629	40	
88 50	11 50	183	365	548	731	913	1096	1278	1461	1644	111 50	
40	60	184	369	553	737	921	1106	1290	1474	1658	60	
30	70	186	372	558	744	929	1115	1301	1487	1673	70	
20	80	188	375	562	750	938	1125	1313	1500	1688	80	
10	90	189	378	567	757	946	1135	1324	1513	1702	90	
88 00	12 00	191	382	572	763	954	1145	1335	1526	1717	112 00	
90	10	192	385	577	770	962	1154	1347	1539	1732	10	
80	20	194	388	582	776	970	1164	1358	1552	1746	20	
70	30	196	392	587	783	978	1174	1370	1565	1761	30	
60	40	197	395	592	789	986	1184	1381	1578	1776	40	
87 50	12 50	199	398	597	796	995	1193	1392	1591	1790	112 50	
40	60	201	401	602	802	1003	1203	1404	1604	1805	60	
30	70	202	404	607	809	1011	1213	1415	1617	1820	70	
20	80	204	408	611	815	1019	1223	1427	1630	1834	80	
10	90	205	411	616	822	1027	1233	1438	1644	1849	90	
87 00	13 00	207	414	621	828	1035	1243	1450	1657	1864	113 00	
90	10	209	417	626	835	1044	1252	1461	1670	1879	10	
80	20	210	421	631	841	1052	1262	1473	1683	1893	20	
70	30	212	424	636	848	1060	1272	1484	1696	1908	30	
60	40	214	427	641	855	1068	1282	1496	1709	1923	40	
86 50	13 50	215	431	646	861	1076	1292	1507	1722	1938	113 50	
40	60	217	434	651	868	1085	1302	1519	1735	1952	60	
30	70	219	437	656	874	1093	1311	1530	1749	1967	70	
20	80	220	440	661	881	1101	1321	1542	1762	1982	80	
10	90	222	444	666	887	1109	1331	1553	1775	1997	90	
		1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000		

Angulo cenital V < 100 g. Cotg. +		Angulo de pendiente α	BASES HORIZONTALES.										Angulo cenital V > 100 g. Cotg. -
			1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000		
			m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	
DIFERENCIAS DE NIVEL.													
gr. min.	gr. min.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	gr. min.		
86 00	14 00	224	447	671	894	1118	1341	1565	1788	2012	114 00		
90	10	225	450	676	901	1126	1351	1576	1801	2027	10		
80	20	227	454	680	907	1134	1361	1588	1815	2041	20		
70	30	228	457	685	914	1142	1371	1599	1828	2056	30		
60	40	230	460	690	921	1151	1381	1611	1841	2071	40		
85 50	14 50	232	464	695	927	1159	1391	1623	1854	2086	114 50		
40	60	233	467	700	934	1167	1401	1634	1868	2101	60		
30	70	235	470	705	940	1175	1411	1646	1881	2116	70		
20	80	237	474	710	947	1184	1421	1657	1894	2131	80		
10	90	238	477	715	954	1192	1431	1669	1907	2146	90		
85 00	15 00	240	480	720	960	1200	1440	1681	1921	2161	115 00		
90	10	242	483	725	967	1209	1450	1692	1934	2176	10		
80	20	243	487	730	974	1217	1460	1704	1947	2191	20		
70	30	245	490	735	980	1225	1470	1715	1961	2206	30		
60	40	247	493	740	987	1234	1480	1727	1974	2221	40		
84 50	15 50	248	497	745	994	1242	1490	1739	1987	2236	115 50		
40	60	250	500	750	1000	1250	1500	1750	2001	2251	60		
30	70	252	503	755	1007	1259	1510	1762	2014	2266	70		
20	80	253	507	760	1014	1267	1520	1774	2027	2281	80		
10	90	255	510	765	1020	1275	1530	1786	2041	2296	90		
84 00	16 00	257	514	770	1027	1284	1541	1797	2054	2311	116 00		
90	10	259	517	775	1034	1292	1551	1809	2068	2326	10		
80	20	260	520	780	1040	1301	1561	1821	2081	2341	20		
70	30	262	524	785	1047	1309	1571	1833	2094	2356	30		
60	40	264	527	790	1054	1317	1581	1844	2108	2371	40		
83 50	16 50	265	530	796	1061	1326	1591	1856	2121	2386	116 50		
40	60	267	534	801	1067	1334	1601	1868	2135	2402	60		
30	70	269	537	806	1074	1343	1611	1880	2148	2417	70		
20	80	270	541	811	1081	1351	1621	1891	2162	2432	80		
10	90	272	544	816	1088	1360	1631	1903	2175	2447	90		
83 00	17 00	274	547	821	1094	1368	1641	1915	2189	2462	117 00		
90	10	275	551	826	1101	1376	1652	1927	2202	2477	10		
80	20	277	554	831	1108	1385	1662	1939	2216	2493	20		
70	30	279	557	836	1115	1393	1672	1951	2229	2508	30		
60	40	280	561	841	1121	1402	1682	1962	2243	2523	40		
82 50	17 50	282	564	846	1128	1410	1692	1974	2256	2538	117 50		
40	60	284	568	851	1135	1419	1702	1986	2270	2554	60		
30	70	286	571	856	1142	1427	1713	1998	2284	2569	70		
20	80	287	574	861	1149	1435	1723	2010	2297	2584	80		
10	90	289	578	867	1155	1444	1733	2022	2311	2610	90		
		1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000			

TABLA NÚM. VII

CORRECCIÓN DE ESFERICIDAD Y DE REFRACCIÓN

Fórmula $c=0,42 \frac{d^2}{R}=0,0000000654 d^2$.

Distancias <i>d.</i>	Corrección <i>c.</i>	Diferen- cias.	Distancias <i>d.</i>	Corrección <i>c.</i>	Diferen- cias.
100 ^m	0 ^m 001		2600 ^m	0 ^m 446	34
200	0 003	2	2700	0 481	35
300	0 006	3	2800	0 517	36
400	0 011	5	2900	0 554	37
500	0 017	6	3000	0 593	39
		7			40
600 ^m	0 ^m 024	8	3100 ^m	0 ^m 633	42
700	0 032	10	3200	0 675	43
800	0 042	11	3300	0 718	44
900	0 053	13	3400	0 762	45
1000	0 066	14	3500	0 807	47
		15			48
1100 ^m	0 ^m 080	16	3600 ^m	0 ^m 854	49
1200	0 095	18	3700	0 902	51
1300	0 111	19	3800	0 951	52
1400	0 129	21	3900	1 002	54
1500	0 148	22	4000	1 054	55
		23			56
1600 ^m	0 ^m 169	24	4100 ^m	1 ^m 108	57
1700	0 191	26	4200	1 163	58
1800	0 214	27	4300	1 219	60
1900	0 238	28	4400	1 276	62
2000	0 264	30	4500	1 334	64
		31			66
2100 ^m	0 ^m 291	32	4600 ^m	1 ^m 394	
2200	0 319		4700	1 456	
2300	0 349		4800	1 518	
2400	0 380		4900	1 582	
2500	0 412		5000	1 648	

TABLA NÚM. VIII

SEXAGESIMAL

SEPARACIÓN DE LAS CURVAS HORIZONTALES SEGÚN LA PENDIENTE ⁽¹⁾

Fórmula $d = \frac{e}{\tan \alpha}$. Equidistancia $e = 0^m,0005$.

45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°
5	6	7	10	11	14	19
135°	130°	125°	120°	115°	105°	110°

	80°	81°	82°	83°	84°	85°	86°	87°	88°	89°	
5	29	32	36	41	48	58	73	98	149	313	55
10	29	32	36	42	49	59	75	101	156	344	50
15	29	33	37	42	50	60	76	104	164	382	45
20	29	33	37	43	50	61	78	107	172	430	40
25	30	33	38	43	51	62	80	111	181	491	35
30	30	33	38	44	52	63	82	115	191	573	30
35	30	34	38	44	53	65	84	118	202	688	25
40	30	34	39	45	54	66	86	123	215	859	20
45	31	35	39	46	54	67	88	127	219	1146	15
50	31	35	40	46	55	69	90	132	246	1718	10
55	31	35	40	47	56	70	93	137	264	3438	5
60	32	36	41	48	57	71	95	143	286	∞	0
	99°	98°	97°	96°	95°	94°	93°	92°	91°	90°	

(1) El valor de d , viene dado en la tabla en decimilímetros.

TABLA NÚM. IX

CENTESIMAL

SEPARACIÓN DE LAS CURVAS HORIZONTALES SEGUN LA PENDIENTE ⁽¹⁾

Fórmula $d = \frac{e}{\tan \alpha}$. Equidistancia $e = 0^m,0005$.

50 ^g	60 ^g	70 ^g	80 ^g	85 ^g	86 ^g	87 ^g	88 ^g	89 ^g	90 ^g	91 ^g	92 ^g
5	7	10	15	21	22	24	26	29	32	36	40
150 ^g	140 ^g	130 ^g	120 ^g	115 ^g	114 ^g	113 ^g	112 ^g	111 ^g	110 ^g	109 ^g	108 ^g

'	93 ^g	94 ^g	95 ^g	96 ^g	97 ^g	98 ^g	99 ^g	'
5	46	54	65	81	108	163	336	95
10	46	54	65	82	110	167	354	90
15	46	55	66	83	112	172	374	85
20	47	55	66	84	114	177	400	80
25	47	56	67	85	116	182	424	75
30	47	56	68	86	118	187	454	70
35	48	57	69	87	120	193	488	65
40	48	57	69	88	122	199	532	60
45	49	58	70	89	124	206	582	55
50	49	58	70	91	127	212	636	50
55	49	59	71	92	130	220	700	45
60	50	59	72	94	133	227	762	40
65	50	60	73	95	136	236	912	35
70	50	60	74	96	138	245	1064	30
75	51	61	75	97	141	255	1273	25
80	51	61	76	99	145	265	1612	20
85	52	62	77	101	148	277	2170	15
90	52	62	78	103	151	289	3332	10
95	53	63	79	104	155	303	6250	5
100	53	64	80	106	159	318	∞	0
	106 ^g	105 ^g	104 ^g	103 ^g	102 ^g	101 ^g	100 ^g	'

(1) El valor de d , viene dado en la tabla en decimilímetros.

MODELOS DE REGISTROS

NÚMERO 1

Registro de abscisas y ordenadas.

Puntos.	X Abscisas.	Y Ordenadas.		Bosquejos.
		+	—	
A	0	»	7,30	
a	5,50	»	9,00	
b	9,40	»	10,10	
c	10,80	6,50	»	
d	13,00	3,00	»	
e	14,00	2,10	11,20	
f	17,20	»	8,50	
g	21,60	»	2,60	
h	25,90	2,00	»	
i	29,10	5,15	»	
j	33,20	7,40	»	
k	37,90	8,20	»	
B	44,10	5,50	»	

NUMERO 2

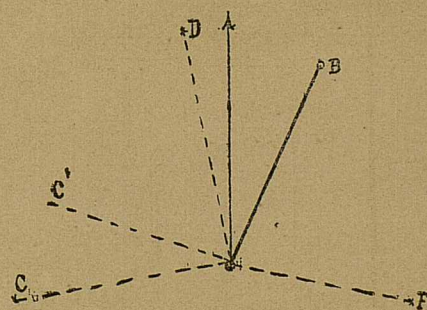
Registro de medición de base.

Base de..... medida con.....		
Mediciones.	Metros.	Centímetros.
1. ^a vez.	843	23
2. ^a vez.	843	18
3. ^a vez.	843	20
4. ^a vez.	843	19
5. ^a vez.	843	24
Suma.....	4216	04
Promedio ..	843	20,8

NUMERO 3

Registro de triangulación.

(Proyecto.)

Estación en.....		Vértice (M).	Observaciones.	Bosquejo.
Puntos observados.	Rumbos.			
	N.	S.		
(D) Cerro de.....	15°03'	195°02'	Señal artificial.	
(C) Arbol en.....	91°37'	271°38'	Un olivo aislado.	
			Se desechó por.....	
(C') Señal artificial.	75°54'	255°55'	Una banderola larga.	
(F) Velea torre.	255°32'	75°33'	Pueblo de.....	
(B) Extremo de base.	314°58'	134°59'	Una banderola de 4m.	

NÚMERO 4

Registro de triangulación.

Ángulos con el teodolito de.....

Estación (R). Monte de.....

Altura del instrumento $h=1^m,40$.

Puntos observados.	LIMBO AZIMUTAL.						LIMBO CENITAL.						OBSERVACIONES.
	I ^{er} nonio.			II nonio.			I ^{er} nonio.			II nonio.			
	Grados.	'	"	Grados.	'	"	Grados.	'	"	Grados.	'	"	
Q S T : Q	35	25	10	215	25	20	101	33	20	281	33	10	Punto principal. Idem auxiliar. Idem interior. :
	91	35	10	271	35	10	278	14	10	98	14	20	
Q S T : Q	215	25	10	35	25	00	281	32	20	101	32	10	
	271	34	50	91	35	00	98	12	10	278	12	20	

Registro de brújula.—Método del itinerario.

Itinerario que partiendo de C termina en el mismo punto. (Polígono I.)

NÚMERO 6

Registro de nivelación por itinerario con nivel de visuales horizontales.

Puntos y niveladas.	Operaciones y cotas.	Referencias.	Puntos y niveladas.	Operaciones y cotas.	Referencias.
<i>Cota de (A), punto de partida.....</i>	536m53	<i>(A) Vértice de la red.</i>			
<i>Nivelada de atrás (e)</i>	+ 0 21				
<i>Suma.....</i>	536 74				
<i>Nivelada de frente (f)</i>	— 2 32	<i>(a) Cambio de dirección del camino.</i>			
<i>Cota de (a).</i>	534 42				
<i>Nivelada (e).....</i>	+ 0 37				
<i>Suma.....</i>	534 79	<i>(b) Guardacantón del camino.</i>			
<i>Nivelada de (f).....</i>	— 1 39				
<i>Cota de (b).</i>	533 40 etc.				

NÚMERO 7

Registro de nivelación con nivel de visuales horizontales.

1 TRAMOS. — Orientación.	2 Esta- ciones.	3 Distancias parciales.	4 ALTURAS DE MIRA.		5 DIFERENCIAS. $\pm d N$		6 COTAS CALCULADAS.	7 COTAS COMPENSADAS.	8 OBSERVACIONES.
			e atrás ó espalda.	f adel. ó frente	En +	En —			
A	1	60m350	0m253	»	»	»	320m405	320m405	Cota de partida (punto A).
B			0 134	3m241	»	2m988	317 417	317 419	
C	2	75 430	3 437	2 251	»	2 117	315 300	315 305	
D			2 325	0 751	2m686	»	317 986	317 994	
E	4	64 320	3 422	0 422	1 903	»	319 889	319 900	
A			»	2 917	0 505	»	320 394	320 405	
			9m571	9m582	5m094	5m105			
			Dif. ^a = -0m011	Dif. ^a = -0m011	Dif. ^a = -0m011				

(1)

(1) El error de cierre es $-0^m,011$: y se ha repartido entre todos los vértices, proporcionalmente á la longitud de los tramos, aumentando á cada cota obtenida $0^m,003$, excepto al punto B, que por ser el que corresponde al tramo más corto, se le ha aumentado en $0^m,002$.

NÚMERO 8

Registro de las operaciones con los aparatos eclimétricos con anteojo estadimétrico.

1	2	3	4	5	6	7	8	9		10		11
Puntos	Al- tura del apa- rato i.	Angulos u orienta- ciones directas é inversas.	Lecturas con la estadía $a=$ $b=$	Diferen- cias $a-b$ ó distancias geo- métricas.	Sumas $\frac{a+b}{2}$ ó altura h , de la visual en la mira.	Dis- tancias d ó reducidas.	Incli- naciones directas é inversas V ó α .	Valor de la fórmula $\pm d \cotg V$.		Cotas de los puntos.		OBSERVACIONES.
								Adi- tiva.	Sus- tractiva.	De- ducidas.	Com- pensadas.	
	m.		m.	m.	m.	m.		m.	m.	m.	m.	
A	1,35	300°55'	$\left\{ \begin{array}{l} a=115,10 \\ b=13,00 \end{array} \right\}$	102,10	0,640	102, 08	-89°05'				124,365	Cota del punto de partida (A)
		120°50'					+ 0°54'		1,633			
B	1,34	317°30'	$\left\{ \begin{array}{l} a=174,20 \\ b=10,00 \end{array} \right\}$	164,20	0,921	163, 89	+ 2°25'			122,732	122,734	
		137°25'					-87°30'	6,916				
C	1,30	12°55'	$\left\{ \begin{array}{l} a=224,13 \\ b=12,00 \end{array} \right\}$	212,13	1,180	211, 14	- 3°50'			129,648	129,650	
		193°00'					+86°04'		14,146			
D	1,32	247°40'	$\left\{ \begin{array}{l} a=321,12 \\ b=20,00 \end{array} \right\}$	301,12	1,706	300,774	+ 1°35'			115,502	115,505	
...								8,021	...	...	...	
A								...	...	124,350	124,365	Cota de partida
Sumas...												
Difer. ^a = - 0,015								Dif. ^a = - 0,015				
Error de cierre = - 0,015												

El error de cierre se ha repartido proporcionalmente al número de vértices, aumentando á las cotas deducidas la parte correspondiente para obtener las cotas compensadas.

NÚMERO 9

Registro de nivelación barométrica.

Barómetro de..... núm.....

Estaciones.	Lecturas en el barómetro	Temperatura del aire t .	Diferencias de lecturas. $D=A-B$	Semisuma de lecturas. $\frac{1}{2}(A+B)$	Semisuma de temperaturas. $\frac{1}{2}(t+t')$	Presión media por 1 mm. p	Diferencia de nivel. $D \times p$	Observaciones y diseños.
A »	758,8	16°	19,3	749,15	15°	11,24	216,93	(A) Vértice del itinerario A M (A las 7½ de la mañana).
B	739,5	14°						(B) Id. del polígono (1). (A las 9 de la mañana).
C								
D								

NÚMERO 10

Registro de nivelación por radiación.

Puntos.	Alturas de mira	Cota del punto de referencia.	Cota del plano de nivel.	Cotas de los puntos.	Observaciones, referencias y diseños.
Ref. ^a A	1,357	535,440	536,797	»	(A) Vértice del polígono III.
1	2,570	»	»	534,227	(Referencia provisional.)
2	1,243	»	»	535,554	
⋮					
Ref. ^a (2)	3,435	535,554	538,989	»	
(1)'	1,304	»	»	537,685	
(2)'					

NÚMERO 11

Registro de intersecciones con la plancheta.

PUNTOS.		Distancias medidas en el plano. <i>d.</i>	PENDIENTES.		DIFERENCIAS DE NIVEL.		COTAS DE		Altura del instru- mento <i>i.</i>	OBSERVACIONES Y REFERENCIAS.
Esta- ciones.	Obser- vados.		Valor de α ó V , ángulo de pendiente ó cenitales	Ascen- dente / Descen- dente /	Altura de la mira ó banderola <i>h.</i>	$\pm d N$	Estaciones.	Puntos.		
<i>A</i>	}	{	m.		m.	m.	m.	m.	m.	(A), (B) y (M) Estacio- nes con sus cotas deter- minadas.
<i>B</i>			250,27	0°15'	/	+0,890	321,240	321,530	1,37	
<i>M</i>			320,50	0°25'	/	+2,328	319,769	321,527	1,40	
			170,10	0°20'	/	+0,987	321,140	321,528	1,38	
<i>A</i>	}	{	150,30	0°25'	/	+1,095	»	321,605	»	(C) Banderola á la izquier- da de la casa. Cota me- dia deducida (321,528).
<i>B</i>			370,20	0°24'	/	+2,565	»	321,634	»	
<i>M</i>			110,00	0°40'	/	+1,199	»	321,619	»	
<i>A</i>	}	{	140,70	1°50'	/	-4,502	»	317,368	»	(D) Cerro de.... Señal con una banderola. Cota me- dia (321,619).
<i>B</i>										
<i>M</i>										
<i>C</i>	}	{								(C), (D) y (E) Estaciones nuevas (de 2.º orden).
<i>D</i>										
<i>E</i>										

RO 12

taquimetría.

del plano de nivel en la estación, $C=520,150+1,321=521^m,471$.

BOSQUEJOS Y OBSERVACIONES.

Cotas
finales.
 $C(\pm z-h)$

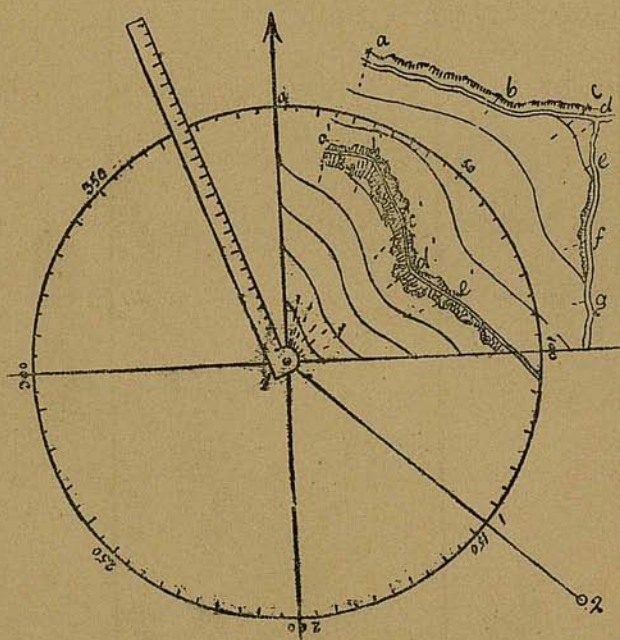
515,811

522,371

509,281

539,961

...



La estación (2) ha sido determinada por el método de Moinot.

NUMERO

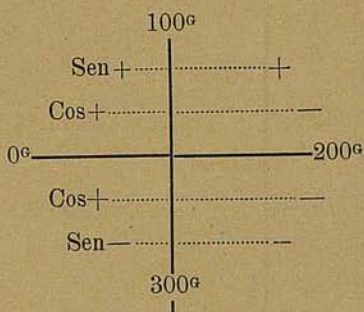
Registro taquimétrico de

Estaciones.	ANGULOS AZIMUTALES.		Desorien- tación. $d\theta$	Angulos corregi- dos $\theta' \pm d\theta$	Distancia entre los puntos d .	COORDENADAS REFERIDAS A LA ESTACIÓN ANTERIOR.			
	Directo θ	Inverso θ'				$d \sin \theta$		$d \cos \theta$	
						+	-	+	-
						m.	m.	m.	m.
1	142°62'	»	»	142°62'	252,000	»	»	»	»
			+0°13'						
2	275°27'	342°75'		275°14'	324,470	197,606	»	»	156,353
			+0°04'						
3	380°25'	75°10'		380°29'	287,300	»	300,044	»	123,509
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮					
							87,534	273,939	

RO 13

coordenadas de estaciones.

COORDENADAS REFERIDAS A LOS EJES DE ORIGEN.		Cota definitiva.	OBSERVACIONES.
X.	Y.	Z.	
m.	m.		
1000	1000		
1197,606	843,647		
897,562	720,138		
810,028	994,077		



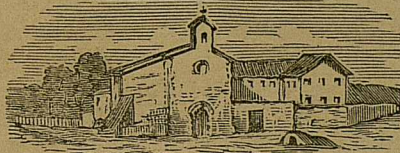
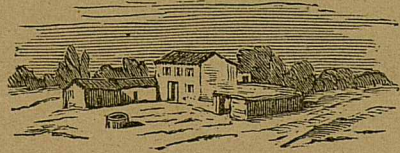
NÚMERO 14

Itinerario de..... á.....

(Forma parte del..... á.....)

Cuadro descriptivo.

Distancia total..... kilómetros.

Nombre de los lugares y su distancia al punto de partida.	Distancia entre los puntos notables que se suceden en el camino	DESIGNACIÓN. — Puntos notables del camino y de sus inmediaciones.	Longitud de cada uno de los accidentes del camino.	Anchuras del camino en sus diferentes partes.	Detalles descriptivos.	OBSERVACIONES y vistas ó perfiles de puntos notables, como puentes, edificios, encrucijadas, etc., etc.
		Cambios de dirección del camino. Id. de pendientes. Id. de la naturaleza del suelo, por empezar un desmonte, terraplén, garganta, etc. Obras de fábrica, como puentes, alcantarillas, badenes, etc. Encrucijadas: señales como leguarias, postes kilométricos, etc.			Terreno que atraviesa el camino, inmediaciones, bosques, cursos de agua, caseríos, etc.	 (E) Ermita á.... metros. Se presta á ser fortificada y pueden alojarse.... hombres y.... caballos.  (M) Caseríos de labranza, corrales, cuadras, etc.

NÚMERO 15

Itinerario de..... á.....

	LLANO		SUBIDA.		BAJADA.		TOTAL.	
	H.	M.	H.	M.	H.	M.	H.	M.
De la ciudad <i>A</i> al pueblo <i>R</i> .	1	20	2	23	0	47	4	30
Del pueblo <i>R</i> al caserío <i>S</i> .								
Del caserío <i>S</i> á la villa <i>T</i> .								

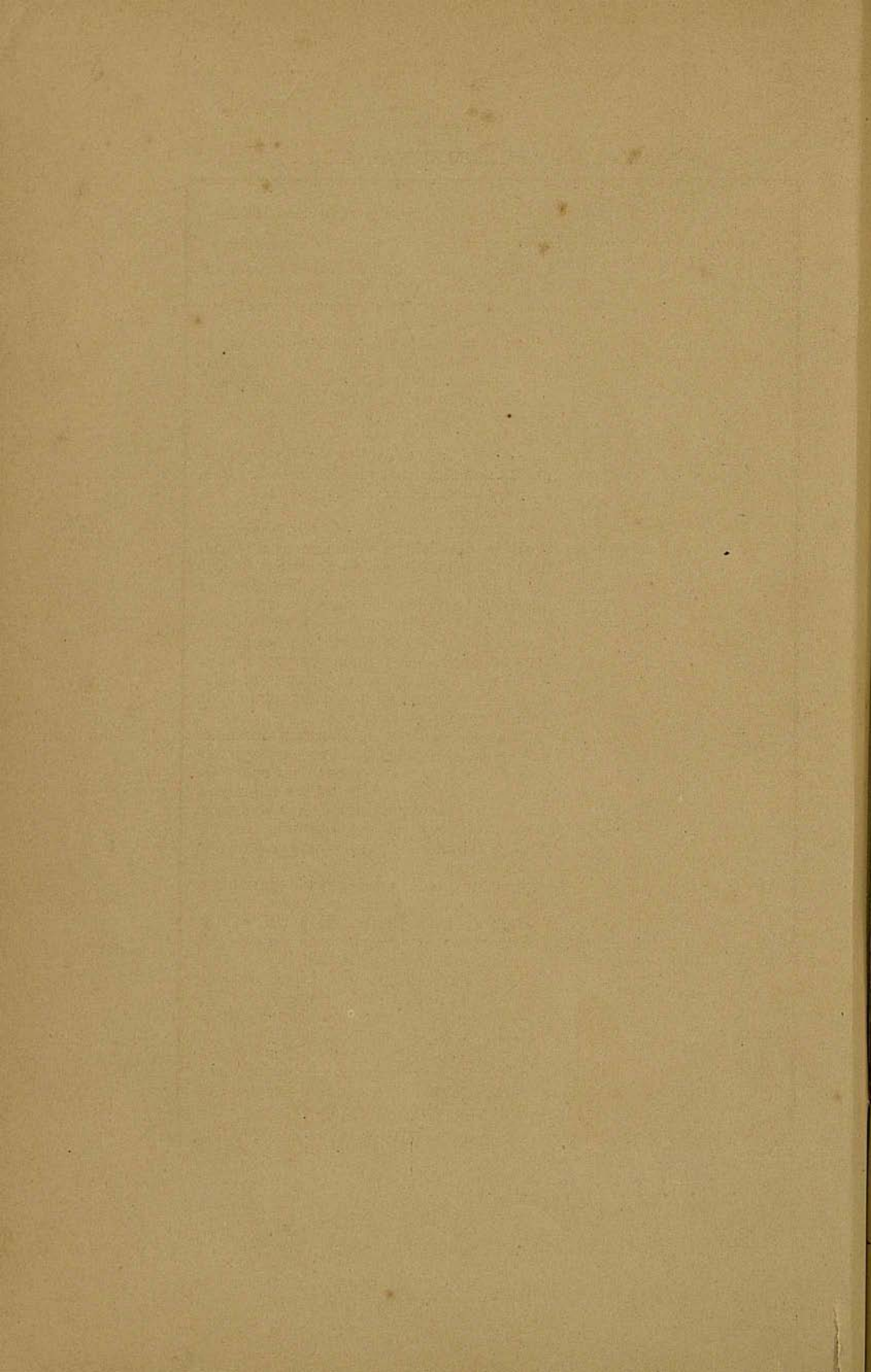
OBSERVACIONES generales.	BOSQUEJO EN LÍNEA RECTA.	OBSERVACIONES particulares.
Todo el camino está en buen estado, excepto el trayecto de..... á..... en que hay grandes baches. (Es carretera de 3.º orden.) De <i>B</i> á <i>M</i>, hay camino vecinal y está en mal estado para el paso de carruajes, etc. DISTANCIAS. — H. M. De <i>A</i> á <i>P</i> (bajada)..... 1 20 De <i>P</i> á <i>C</i> (subida)..... 0 47 De <i>C</i> á <i>D</i> (subida)..... 0 40 De <i>D</i> á..... Total.....		(A) Ciudad que puede alojar... hombres y.... caballos. El río es vadeable en el estiaje, agua a bajo del puente <i>P</i>. (C) Arroyo pequeño. (D E) Camino á un caserío <i>E</i>, con alojamiento para... hombres y... caballos. (F) Cambio de dirección del camino, bajo un ángulo de 31°.

MODELO DE ITINERARIO TOPOGRÁFICO CON MEMORIA.(*)

Puntos y puntos observados.	Rumbos.	Distancias desde el origen		Parte del itinerario de Comprende desde hasta Plano del camino y una zona de met. ^s a los dos lados. Escala de 20.000 metros.	Perfiles del Camino.		Vistas y diseños de puntos notables, casas y árboles aislados, puentes, etc.	Observaciones generales sobre casas, alojamientos, recursos, puentes, vados, etc.
		En pasos.	En tiempo.		Longitud.	Transversales.		
A. B.	217°	150	"					(A) Punto de partida. Puente de (D) Estacion de la linea férrea de a etc. (e y c) Ventorrosos y almacenes. Se pueden alojar hombres y caballos. etc. Hay fuente y abrevadero. (E) Antigua fabrica de (f) Ermita de Muros gruesos y difíciles de espillarar etc. Entre E y h, la carretera está en mediano estado. (F) Ponton de 4.^m de luz. (j) Casa de labor de ... Las alturas de la derecha del camino son muy escarpadas hasta F. etc.
A. a.	228°							
B. C.	268°	360	"					
B. a.	181°							
C. D.	214°	580	"					
C. x.	320°							
C. d.	290°							
D. E.	247°	1090	0. ^h 12'					
E. F.	226°	1410						
E. f.	129°							
E. g.	298°							
E. d.	-22°							
E. x.	23°							
E. C.	333°							
E. j.	128°							
E. K.	198°							
E. G.	233°	2740	0. ^h 28'					
etc.								

(*) Deberán hacerse con lápices de los colores reglamentarios para los signos.)

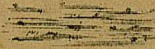
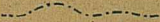
ESCALAS
Y
SIGNOS TOPOGRÁFICOS
REGLAMENTARIOS EN ESPAÑA



ESCALAS REGLAMENTARIAS.

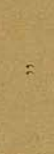
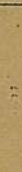
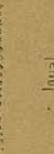
ESCALAS	Equidistancia de las curvas.	MAPAS Y PLANOS TOPOGRÁFICOS.
$\frac{1}{500}$		Plantas y cortes de uno ó varios frentes de fortificación.—Deslindes y parcelas en fincas urbanas.—Campamento para una Compañía ó Escuadrón.
$\frac{1}{1000}$	2m	1.º Planos de un frente de fortificación en grandes plazas. 2.º Planos de los trabajos de un sitio á partir de la última paralela. 3.º Campamento para un Batallón ó Regimiento. 4.º Trozos detallados de una población.
$\frac{1}{2500}$	5m	1.º Planos de varios frentes de fortificación permanente en grandes plazas. 2.º Deslindes y parcelas de fincas rústicas. 3.º Poblaciones en conjunto (1).
$\frac{1}{5000}$	10 ó 5m	1.º Plano de una plaza y sus inmediaciones hasta la distancia de 1.500 metros. 2.º Campamento de una Brigada ó División. 3.º Trabajos de un sitio contra una plaza desde la apertura de una trinchera.
$\frac{1}{10000}$	10m	1.º Plano de una plaza y sus cercanías hasta la distancia de 5.000 metros. 2.º Campos de regular extensión y líneas atrincheradas. 3.º Campamento para un Cuerpo de Ejército. 4.º Levantamientos para planos de ataque y defensa de líneas.
$\frac{1}{20000}$	20m	1.º Mapas de acciones de guerra y operaciones sobre una plaza ó sobre varias próximas. 2.º Mapas para reconocimientos de trozos de frontera ó de países enemigos. 3.º Campamento para uno ó más Ejércitos.
$\frac{1}{25000}$	20m	Trabajos topográficos del Instituto Geográfico y Estadístico para levantamiento de términos municipales.
$\frac{1}{50000}$	20m	1.º Mapas de una gran extensión de territorio. 2.º Plano general para un proyecto de una carretera ó ferrocarril y su perfil longitudinal. 3.º Mapa topográfico de España del Instituto Geográfico y Estadístico.
$\frac{1}{100000}$		1.º Planos de reunión. 2.º Mapas corográficos. 3.º Mapas de una frontera. 4.º Mapas detallados de las operaciones de un Ejército.
$\frac{1}{200000}$		Ampliación del mapa itinerario. Plano de conjunto de los reconocimientos de ríos y cordilleras.—Estas tres últimas escalas son también de mapas geográficos.

(1) El Cuerpo de Estado Mayor emplea para este caso la escala de $\frac{1}{2000}$.

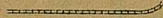
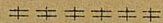
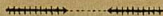
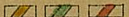
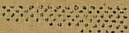
NOMBRES	SIGNOS		NOMBRES	SIGNOS	
	Instituto Geográfico y Estadístico.	Deposito de la guerra $\frac{1}{20000}$ y mayores		Instituto Geográfico y Estadístico.	Deposito de la guerra $\frac{1}{20000}$ y mayores
<i>Abrevadero</i>		„	<i>Arrozales</i>		
<i>Acequia</i>		„	<i>Atalaya</i>		„
<i>Acueducto</i>			<i>Baños</i>		
<i>Aguas Minerales</i>		„	<i>Barca con maroma</i>		
<i>Alcantarilla</i>	„		<i>Id. de remos para pasajeros</i>		
<i>Altitud en metros</i>	687	„	<i>Id. de id. para carruajes</i>		
<i>Altitud dada por las nivelaciones de precisión</i>	681, 4	„	<i>Barrera</i>		
<i>Arboles frutales</i>		„	<i>Camino carretero</i>		
<i>Arca de agua</i>		„	<i>Id. de herradura</i>		
<i>Arenal</i>		„	<i>Id. vecinal</i>		„
<i>Arsenal marítimo (de guerra)</i>			<i>Id. id. (en construcción)</i>		„
<i>Id. id. (mercante)</i>			<i>Id. en desmonte</i>		
<i>Arroyo (de corriente continua)</i>		Igual	<i>Id. en terraplén.</i>		
<i>Id. (de corriente no continua)</i>		„			

NOMBRES	SIGNOS		NOMBRES	SIGNOS										
	Instituto Geográfico y Estadístico.	Depósito de la guerra 20000 y mayores		Instituto Geográfico y Estadístico.	Depósito de la guerra 20000 y mayores									
Canal de navegación (de fábrica)			Carretera de 2.º orden											
Id. „ id. (de tierra)		„	Id. „ 3.º orden											
Id. „ id. (en construcción)		„	Id. con árboles	„										
Id. „ riego (de fábrica)			Id. de 1.º orden (en construc.º)											
Id. „ id. (de tierra)		„	Id. de 2.º id. (en id.)		„									
Id. „ id. (en construcción)		„	Id. de 3.º id. (en id.)		„									
Id. subterráneo			Id. en proyecto	„										
Id. desecado		„	Castillo											
Canteras		„	Cementerio		Igual.									
Cañada			Cercado de tablas		„									
Caña de azúcar (plantación de)		„	Colocación de cada nueve hojas		„									
Cañaveral.		„	contiguas	<table border="1"><tr><td>533</td><td>534</td><td>535</td></tr><tr><td>558</td><td>559</td><td>560</td></tr><tr><td>581</td><td>582</td><td>583</td></tr></table>	533	534	535	558	559	560	581	582	583	„
533	534	535												
558	559	560												
581	582	583												
Cañería		„	Convento		„									
Carretera de 1.º orden			Cortijo, casa de labor, granja, quinta, etc.		„									

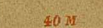
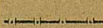
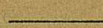
NOMBRES	SIGNOS		NOMBRES	SIGNOS	
	Instituto Geográfico y Estadístico.	Depósito de la guerra 20000 y mayores		Instituto Geográfico y Estadístico.	Depósito de la guerra 20000 y mayores
<i>Costa</i>		Igual	<i>Erial á pastos</i>		„
<i>Cruz</i>		„	<i>Ermila, santuario, etc.</i>		
<i>Cuevas</i>		„	<i>Escarpado de piedra</i>		
<i>Curva de nivel</i>			<i>Id. de tierra</i>		
<i>Depósito de aguas, estanque, etc.</i>		Igual	<i>Eclusas</i>		
<i>Dique (de fábrica)</i>		Igual	<i>Estacada</i>		„
<i>Id. (de tierra)</i>			<i>Estación de ferrocarril</i>		
<i>Dirección de las corrientes</i>			<i>Id. telegráfica aislada</i>	„	
<i>Dunas</i>			<i>Fáb^{ca} movida por fuerza animal</i>		„
<i>Edificios particulares</i>	„		<i>Id. id. „ agua</i>		„
<i>Id. militares</i>	„		<i>Id. id. „ vapor</i>		„
<i>Id. del Estado</i>	„		<i>Faro de 1^{er} orden</i>		
<i>Erial</i>		„	<i>Id. „ 2^o orden</i>		
			<i>Id. „ 3^{er} orden</i>		

NOMBRES	SIGNOS		NOMBRES	SIGNOS	
	Instituto Geográfico y Estadístico.	Depósito de la guerra económ. y mayores		Instituto Geográfico y Estadístico.	Depósito de la guerra económ. y mayores
<i>Límite de término de Aguatamiento</i>			<i>Jarales y linaneros</i>		
<i>Id. de provincia</i>			<i>Noria</i>		
<i>Id. de Capitalina general</i>			<i>Ordeño.</i>		
<i>Línea telegráfica</i>			<i>Obras en construcción</i>		
<i>Manantial</i>			<i>Id. subterráneas</i>		
<i>Maricigrafo</i>			<i>Observatorio</i>		
<i>Mina abierta</i>			<i>Olivar</i>		
<i>Molino</i>			<i>Pantano</i>		
<i>Monte alto</i>			<i>Pasaderas</i>		
<i>Id. bajo</i>			<i>Padrizas</i>		
<i>Mojon de límite</i>			<i>Población detallada</i>		
<i>Muro pared o tapia</i>			<i>Pueblos por perimetro</i>		
<i>Id. id. de piedra seca o tierra</i>					

NOMBRES	SIGNOS		NOMBRES	SIGNOS	
	Instituto Geográfico y Estadístico.	Depósito de la guerra 20000 y mayores		Instituto Geográfico y Estadístico.	Depósito de la guerra 20000 y mayores
<i>Pontazgo ó barcage</i>			<i>Puente volante</i>		
<i>Pontón</i>			<i>Id. de barcas</i>		
<i>Portazgo</i>			<i>Id. levadizo</i>		
<i>Poste kilométrico</i>	K	K	<i>Punto de altitud media entre dos</i>		
<i>Pozo</i>			<i>curvas de nivel</i>	650	
<i>Prado</i>			<i>Ranblas</i>		
<i>Presa de fábrica</i>			<i>Rio</i>		
<i>Id. de madera</i>			<i>Id. secundario</i>		
<i>Puente de piedra</i>			<i>Ruinas</i>		
<i>Id. de hierro</i>			<i>Salinas</i>		
<i>Id. de piedra y hierro</i>			<i>Salto de Agua</i>		
<i>Id. de madera</i>			<i>Senda</i>		
<i>Id. canal</i>			<i>Tierras de labor</i>		
<i>Id. colgante</i>			<i>Torre de costa</i>		

NOMBRES	SIGNOS		NOMBRES	SIGNOS	
	Instituto Geográfico y Estadístico.	Depósito de la guerra 20000 y mayores		Instituto Geográfico y Estadístico.	Depósito de la guerra 20000 y mayores
<i>Torre telegráfica</i>			<i>Volcán apagado</i>		"
<i>Id. vigia</i>		"	<i>Zanja</i>		"
<i>Tramvia fuera de población</i>			<i>Id. con agua</i>		"
<i>Túnel</i>			<i>Tropas de Infantería</i>	"	
<i>Vado para carruages</i>			<i>Id. „ Caballería</i>	"	
<i>Id. a pie y a caballo</i>			<i>Id. „ Artillería</i>	"	
<i>Vértice geodésico de 1.º orden</i>		Igual	<i>Id. „ Ingenieros</i>	"	
<i>Id. id. „ 2.º orden</i>		Igual	<i>Parque de Artillería</i>	"	
<i>Id. id. „ 3.º orden</i>		Igual	<i>Id. „ Ingenieros</i>	"	
<i>Id. sobre edificio</i>		"	<i>Id. „ Admón. Militar</i>	"	
<i>Vértientes</i>		Igual	<i>Id. „ Sanidad Militar</i>	"	
<i>Vina</i>			<i>Cuartel general</i>	"	
<i>Id. y olivar</i>		"	<i>Hospital Militar</i>	"	

DEPÓSITO DE LA GUERRA - SIGNOS PARA LA ESCALA DE $\frac{1}{100,000}$ Y MENORES. VIII

Nombres.	Signos.	Nombres.	Signos.	Nombres.	Signos.
Capital de provincia de 1. ^{er} orden		Parque de Ingenieros		Capital de Departamento marítimo	
Id. id. de 2. ^o „		Fábrica de Armas		Id. de Prov. ^a marít. ^a de 1. ^{er} orden	
Id. id. de 3. ^{er} „		Sitio de hechos de armas memorables		Id. de id. id. de 2. ^o „	
Ciudad		Establecimientos de remonta		Id. de id. id. de 3. ^{er} „	
Villa		Puntos de etapa		Puerto de 1. ^{er} orden	
Lugar		Estación telegráfica		Id. de 2. ^o „	
Aldea		Escuela de tiro		Id. de 3. ^{er} „	
Caseros aislados		MARES Y COSTAS		Fondeadero	
Plaza fuerte		RIOS de gran extensión		Faro	
Castillo ó fuerte		Rios secundarios		Líneas marítimas de vapores	
Cabeza de partido judicial		Arroyos y vertientes		Id. id. ordinarias	
Capital de Capitanía General		Balsa		Ferrocarril	
Id. de Gobierno militar		Canal de navegación		Id. en construcción	
Id. de Comandancia militar.		Id. de riego		Tramvia	
Situación de Dep. ^{tes} y Res. ^{vas} de Infant. ^a		Arsenal marítimo.		Carretera	
Id. de Reser. ^a de Caballería				Id. en construcción	
Maestranza de Artillería				Camino carretero	
Parque de id.				Id. de herradura	

ABREVIATURAS CONVENCIONALES

Instituto Geográfico y Estadístico.		Depósito de la Guerra.					
POB	<i>Población de más de 200000 almas</i>	A.	<i>Arbolados.</i>	Est.	<i>Estación.</i>	P. i.	<i>Paso inferior.</i>
POB	<i>Idem de más de 100000.</i>	Ac.	<i>Acequia.</i>	E. ^{ta}	<i>Ermita.</i>	P. s.	<i>Paso superior.</i>
POB	<i>Idem capital de provincia.</i>	Alc.	<i>Alcantarilla.</i>	F. ^a	<i>Fábrica.</i>	P. n.	<i>Paso á nivel.</i>
Pob	<i>Idem cabeza de Ayuntamiento.</i>	Alm.	<i>Almacén.</i>	F. C.	<i>Ferrocarril.</i>	P. ^{te}	<i>Puente.</i>
Ane	<i>Anejo.</i>	Ap.	<i>Apartadero.</i>	F. ^{te}	<i>Fuente.</i>	Pgo.	<i>Portazgo.</i>
RIO	<i>Río.</i>	Ar.	<i>Arenal.</i>	G. ^{ja}	<i>Granja.</i>	R.	<i>Río.</i>
Ferr	<i>Ferrocarril.</i>	A. ^{vo}	<i>Arroyo.</i>	H.	<i>Huertas.</i>	S.	<i>Salinas.</i>
Carr	<i>Carretera.</i>	B.	<i>Bosque.</i>	H. ^{da}	<i>Hacienda.</i>	T.	<i>Tierra de labor.</i>
Can	<i>Canal.</i>	B. ^{ca}	<i>Barca.</i>	k.	<i>kilómetro.</i>	T. p.	<i>Terreno panta-</i>
Ver	<i>Vértice.</i>	B. ^{co}	<i>Barranco.</i>	L. 5. ^a	<i>Leguaria 5.^a</i>		<i>noso.</i>
Bar	<i>Barriada.</i>	B. ^{tn}	<i>Batán.</i>	L. ^{na}	<i>Laguna.</i>	Tún.	<i>Túnel.</i>
Casa	<i>Casa aislada.</i>	C.	<i>Camino.</i>	M.	<i>Monte.</i>	V.	<i>Viñas.</i>
		C. a.	<i>Castillo antiguo.</i>	Mat.	<i>Matorral.</i>	V. ^{do}	<i>Vado.</i>
		C. ^o	<i>Caserío.</i>	M. ^o	<i>Molino.</i>	Viad.	<i>Viaducto.</i>
		Cort.	<i>Cortijo.</i>	O.	<i>Olivares.</i>	V. ^{llo}	<i>Ventorrillo.</i>
		C. P.	<i>Casa de Postas.</i>	P.	<i>Prado.</i>	V. ^{ta}	<i>Venta.</i>
		D.	<i>Dunas.</i>	P. ^{da}	<i>Posada.</i>		
		E.	<i>Erial.</i>	Ped.	<i>Pedregal.</i>		

ERRATAS

EN EL TEXTO

Página.	Línea.	Dice.	Debe decir.
VI	14	creado en la	creado la
37	35	corresponderá la	corresponderá á la
41	25	prescinden	prescinde
44	10	P	P'
57	25	se lleva	lleva
81	20	trasladada M	trasladada á M
186	8	lineación	alineación
206	29	prisiones	presiones
215	28	con los detalles	en los detalles
215	36	párrafo 55	párrafo 69
221	9	$=0,^m005$	$=0,^m0005$
222	6	recta OM (figura	recta $OM=100^m$ (figura
241	21	(455)	(459)
254	34	subido á la	subido la
258	33	571	471
272	11	$=Pp-Pp' =$	$=P'p-P'p' =$
315	15	suspendido	suspendiendo
316	28	trazo	tramo
317	5	ángulo en la	ángulo. En la
328	22	Reconocimientos militares.	Reconocimientos de Memoria.
351	11	$L'D'M'$	$L'D'M$
18 (Apéndices)	1	(fig. 10).	(fig. X).

EN LAS FIGURAS

Página.	Figura.	
133	91	En el ángulo cdD falta un arco y la letra γ para marcarle.
168	121	z'' debe corresponder al ángulo $x'an$. z''' id. id. al $x'ab$.
178	131	La vertical OX , debe de ser OX' .
271	204	p debe de ser p' y falta una p en la intersección de $P'p$ con AX .
350	250	P debe de ser B . DC' , , $D'C'$. LK' , , $L'K'$. MD debe prolongarse hasta la AG .
45 (Apéndices)	XXX	La n de la derecha de b debe ser n' .
Cuadro gráfico núm. II.		Falta una n en la intersección de mH con DN .

El último registro hecho en litografía dice: NÚMERO XVI, y en vez de señalarle con números romanos, debió estamparse con arábigos.

ÍNDICE

ADVERTENCIA.

Parrafo.

Página.

CURSO DE TOPOGRAFÍA

- 1 Introducción: Definiciones.—Generalidades sobre mapas y planos.—Escala.—Su influencia..... 1

PRIMERA PARTE

REPRESENTACIÓN Y ESTUDIO DEL TERRENO

CAPÍTULO I

Representación general de las superficies topográficas.

- 11 Medios de representación.—Relieves.—Perspectivas.—Planos acotados.—Curvas horizontales.—Equidistancias.—Líneas de máxima pendiente.—Trazos.—Curvas paralelas á las horizontales..... 7

CAPÍTULO II

Estructura del terreno.

- 34 Estudio del terreno y formas que afecta.—Elementales.—Elevaciones ó salientes y sus divisorias.—Entrantes y sus recogidas.—Compuestas.—Unión de dos salientes.—Idem de dos entrantes.—Representación de un terreno cualquiera.—Representación de detalles por signos convencionales..... 19

CAPÍTULO III

Lectura de mapas ó planos.

- 49 Objeto y necesidad de este estudio.—Relieves, planos y perfiles.—Instrumentos.—Curvimetros.—Métodos para efectuar la lectura de planos.—Mapas y planos topográficos de España y extranjeros. 31

Problemas elementales sobre la lectura de relieves y de planos.

- 63 Problemas sobre el relieve y sobre el plano.—Orientación en el terreno y en el plano. 40

SEGUNDA PARTE

LEVANTAMIENTOS TOPOGRÁFICOS

Consideraciones generales.

- 79 Objeto y necesidad de los levantamientos y su división en regulares é irregulares.—Operaciones de un levantamiento. 51

CAPÍTULO I

Medida de distancias.

- 81 Alineaciones.—Aparatos más usuales: piquetes, banderolas, etc. 53
- 82 Mediciones.—Generalidades.—Métodos de medición: directo.—Instrumentos: metro, reglas, cadenas, cintas, rodetes, rueda Wittmann.—Práctica de la medición en terreno horizontal y en pendiente.—Medición á pasos: por los aires del caballo, cuenta-pasos, odómetros, ruedas de carruaje. 54
- 111 Medición indirecta.—Estadía: fundamento y casos que pueden ocurrir.—Anteojos astronómicos, ídem para las mediciones.—Constante de un anteojo.—Anteojos analíticos: micrómetros, miras.—Medición con la estadía. 58
- 134 Telémetros: fundamento.—Telémetro de Gaumet. 84
- 139 Comparación entre la medición directa é indirecta: errores. 90
- 142 Reducción de longitudes al horizonte.—Métodos numéricos.—Tablas y cuadros gráficos. 93

CAPÍTULO II

Medidas de ángulos.

148	Instrumentos de medición.—Generalidades.—Ángulos que se miden.—Partes de que consta un aparato de medida de ángulos.	97
151	Goniómetros: Alidadas, limbos, nonios.—Goniómetros de ángulo constante: Escuadras de agrimensor y de reflexión.—Goniómetros de ángulo variable: Sextante, pantómetro: Sus clases.—Brújula: Fundamento y uso.—Modos de operar.—Límites de las visuales.—Teodolitos: Su división en concéntricos y excéntricos.—Modo de operar.	98
217	Goniógrafos.—Plancheta: Su composición.—Tipos de plancheta.—Modo de operar.	134

CAPÍTULO III

Planimetría.

239	Métodos generales.—Generalidades.—Determinación de un punto.—Métodos topográficos: 1.º, mediciones; 2.º, contorno ó rodeo é itinerario; 3.º, abscisas y ordenadas; 4.º, intersecciones; 5.º, coordenadas polares.—Práctica de la operación.	143
263	Levantamientos regulares.—Generalidades.—Levantamientos de mediana extensión: Red topográfica, detalles.—Levantamientos de gran extensión: Red trigonométrica, id. topográfica, detalles, construcción de la minuta.	155
298	Casos particulares de levantamientos: 1.º, un pueblo pequeño; 2.º, un edificio; 3.º, agrimensura.	172

Problemas de aplicación.

321	Sobre alineaciones, sobre ángulos y medición de distancias, sobre trazado de la meridiana, sobre construcción de ángulos.	183
-----	--	-----

CAPÍTULO IV

Nivelación.

360	Generalidades.—Superficies y planos de nivel.—Errores de esfericidad y de refracción.—Fundamento de la nivelación y métodos directo é indirecto.	201
-----	---	-----

377	Instrumentos de nivelación: Miras.—Nivelación directa.—Niveles de perpendicular, de agua, de aire sencillo y de anteojo.—Nivelación indirecta.—Eclímetros.—Clisímetros.—Barómetros.—Métodos de nivelación: Por itinerario, por radiación, por intersecciones.....	206
434	Nivelación de los levantamientos regulares: Generalidades.—Red trigonométrica y topográfica.—Detalles.—Relieve del terreno.—Métodos directo, indirecto y mixto.—Sondeos.....	235

Problemas de aplicación.

453	De nivelación directa é indirecta.....	247
-----	--	-----

CAPÍTULO V

Resumen general de las operaciones de un levantamiento regular.

468	Levantamientos llevando á un tiempo la planimetría y la nivelación: Red trigonométrica y topográfica.—Detalles.	257
478	Nociones de taquimetría: Método taquimétrico.—Taquímetros: Italiano y ordinario.—Levantamientos taquimétricos: Métodos de unión de estaciones.—Trabajos de campo: Terreno de pequeña y de gran extensión.—Trabajos de gabinete.....	262

CAPÍTULO VI

Levantamientos irregulares.

510	Generalidades.—Objeto de esta clase de levantamientos y su división.—Reconocimientos.....	285
512	Medición de distancias.—Instrumentos: Cuerdas, estadias sencillas, telímetros de reflexión y fundados en la velocidad del sonido.—Medidas por el tiempo, á ojo y por referencias.....	286
530	Medida de ángulos: Sextantes de bolsillo, brújulas y planchetas ligeras.—Instrumentos improvisados.—Medición á ojo.....	296
564	Reconocimientos militares especiales: Objeto y división de estos levantamientos.—Plano y Memoria.—Reconocimientos con instrumentos: Caso general: 1.º, sin datos anteriores; 2.º, con datos de planos ó mapas.—Marcha del levantamiento.—Reconocimientos: A ojo, de Memoria, por reseñas.—Itinerarios.....	318

- 587 Detalles de los reconocimientos militares: Datos que deben
contener según su objeto. 333

CAPÍTULO VII

Dibujo y reproducción de planos topográficos.

- 597 Dibujo de planos.—Minutas: Su ejecución.—Convenios
para el dibujo.—Copia, reducción y ampliación de pla-
nos.—Métodos geométricos: Por el picado, por el calco,
con instrumentos, compás y ángulo de reducción.—Pantó-
grafos.—Reproducción de planos por grandes tiradas.—
Fotografía y sus aplicaciones.—Papel al ferroprusiato.—
Hectógrafos, poliautógrafos y autocopistas. 339

A P É N D I C E S

I

Equipajes topográficos y aparatos de levanta- mientos irregulares.

- 1 Equipaje topográfico de Peigné: Instrumentos que le compo-
nen y modo de efectuar los levantamientos.—Topógrafo
de Poinot.—Plancheta y alidada nivelante de Goulier.—
Regla eclímetro de Goulier.—Plancheta taquímetro Bas-
tos.—Orógrafo de Schrader.—Brújula eclímetro y escala
transportador de Trinquier.—Cartón plancheta de Hué.—
Telémetro de bolsillo de Goulier. 3

II

Verificaciones y correcciones de los instru- mentos topográficos.

- 61 Generalidades.—Instrumentos de medición de distancias.—
Goniómetros: Escuadras, nivel de aire, brújula ordinaria,
niveles, clisímetros, teodolitos y taquímetros.—Goniógra-
fos: Plancheta y alidada. 41

III

Cálculo de las operaciones topográficas.

- 97 Regla taquimétrica: Su descripción.—Aplicación á las fór-
mulas taquimétricas. 59

<u>Párrafo.</u>	<u>Página</u>
116 Cuadros gráficos: Núm. 1, escala de reducción al horizonte.—Núm. 2, escala de reducción al horizonte de las medidas hechas con la estadía.—Núm. 3, cuadro gráfico taquimétrico.....	67
126 Tablas numéricas: I y II, de reducción al horizonte.—III y IV, de reducción al horizonte de las medidas hechas con la estadía.—V y VI, para el cálculo de las diferencias de nivel.—VII, de corrección de esfericidad y de refracción.—VIII y IX, para hallar la separación de las curvas.....	70
Modelos de registros de campo y de gabinete.....	91
Escalas y signos reglamentarios para el dibujo de planos topográficos.....	107

