

Programa
de
Matemáticas

$$a:b:m:n$$

$$12:3:8:2$$

$$a = \frac{bm}{n} = 12 = \frac{3 \times 8}{2}$$

$$b = \frac{an}{m} = 3 = \frac{12 \times 2}{8}$$

$$m = \frac{an}{b} = 8 = \frac{12 \times 2}{3}$$

$$n = \frac{bm}{a} = 2 = \frac{3 \times 8}{12}$$

contin

$$m: v^2: t$$

$$5: 10^2: 20$$

$$m: \frac{v^2}{t} = 5 = 10^2$$

$$v = \sqrt{tm} = 10 \sqrt{5 \times 20}$$

$$t = \frac{v^2}{m} = 20 = \frac{10^2}{5}$$

§

Programa

de

Matemáticas

Por

Luis Adolfo Ramírez y de
las Casas Deza año de 1865

de Córdoba

ANATINA

8

Notations

Dr

Les Chaplains de

les Pains de la M^e

de l'Ordre

Programa de Matemáticas

hecho por Luis Ramirez

ja

Las Matemáticas consideradas en su conjunto o como formando una sola ciencia, pueden definirse diciendo que son la ciencia, que trata de la cantidad.

Por cantidad se entiende ordinariamente todo lo que es susceptible de aumento o disminución; como una porción de monedas, el precio y el peso de las cosas, el tiempo, la distancia entre dos puntos.

Se llama unidad a cada una de las partes iguales, de que se compone la cantidad.

Número es un conjunto de unidades.

Número entero es la reunión de varias unidades, como cuatro libros, seis docenas de naranjas son números enteros.

Se llama número quebrado a una o varias de las partes iguales, en que se puede considerar dividida la unidad entera.

Se llama número mixto el que se compone de entero y quebrado.

Número abstracto es el que no se refiere a unidad alguna determinada, como cuatro, seis, ciento.

Número concreto es el que se refiere a una unidad determinada, como cuatro libros, seis naranjas, cien soldados.

Se llaman numeros homogeneos si se refieren á unidades de una misma especie; como tres reales, y cinco reales.

Son numeros heterogeneos quando se refieren á unidades de distinta especie, como cuatro libros, seis naranjas.

Aritmética es la ciencia de los números.

La aritmética tiene dos partes, una que tiene por objeto la formacion de los números, llamada calculo aritmético, y otra que se refiere á la comparacion de los mismos números.

signos matemáticos.

$+$ equivale á mas.

$-$ menos que.

$\times$ multiplicado por.

$:$ dividido por.

$()^n$ potencia del grado n .

$\sqrt[n]{}$ raíz del grado n .

$=$ igual á

$>$ mayor que

$<$ menor que

Lección 2.^a

Numeracion es la parte de la aritmética que trata del modo de formar y expresar todos los números.

Las palabras adoptadas en el sistema decimal de numeracion para expresar todos los numeros enteros son las siguientes.

Uno o' la unidad en si misma; dos o' una unidad mas otra unidad, tres o' dos unidades con otra mas. Agregando asi sucesivamente una unidad al numero anterior se forman los numeros 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,

Luego la base es 10?

Enumeracion hablada o' escrita

Los signos o' cifras convencionales de la aritmética y sus valores respectivos son los siguientes.

0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	∞
cero	uno	dos	tres	cuatro	cinco	seis	siete	ocho	nueve	

Las nuevas ultimas se llaman significativas, y el cero no significativo.

Las cifras significativas del sistema de numeracion decimal se llaman tambien numeros digitos de la palabra digitus que significa dedo.

Al numero cinco mil docientos ochenta y cuatro unidades se escribe asi 5284

Y asi el numero 394 se lee trescientos noventa y cuatro unidades.

Tambien se facilita la lectura de los numeros de muchas cifras, dividiendolas en secciones de a' tres cifras empezando por la derecha. La primera seccion es de unidades, la segunda de millares, y la tercera de millones &c.

En todos los sistemas de numeracion semejantes al decimal se puede convenir en que una cifra cualquiera, colocada a la izquierda de otra representa unidades del orden inmediato supe-

rior, es decir tantas veces mayores como coprese la base del sistema.

El guarismo cero es comun á todos estos sistemas de numeracion. La base se escribe del mismo modo en todos ellos.

En lo es el sistema binario, dice dos, en el ternario tres, en el decimal diez, en el duodecimal doce, y así sucesivamente.

Para indicar el sistema en que está escrito un número cualquiera, se pone la base dentro de un paréntesis á la izquierda, y arriba del número propuesto. La base se escribe siempre en el sistema decimal, así.

Los números $^{(2)}10101$ y $^{(12)}890$ están escritos el primero en el sistema binario, y el segundo en el duodecimal.

Lección 3.^a

Adición es una operación, cuyo objeto es reunir en un solo número el valor de dos ó mas. Los números que se dan para sumar se llaman sumandos, y el resultado suma.

De la definición de la adición se deduce que

La suma no varía aunque se altere el orden de los sumandos.

La suma aumenta ó disminuye, en el mismo número, con que aumenta ó disminuye uno de los sumandos.

La suma no varía aunque uno de los sumandos se aumente en el mismo número, con que se disminuya otro.

$$4+6=10 = 6+4=10$$

Para sumar un número entero con otro u otros de una sola cifra, basta añadir al primero las unidades del segundo una á una á la suma del primero y segundo las unidades del tercero y así sucesivamente hasta reunir todas las sumandos v.g.

$$\text{sumandos } 12 + 7 + 3 + 9 = 31 \text{ suma total}$$

sumar los números enteros.

$$\begin{array}{r} \text{sumandos} \left\{ \begin{array}{l} 2314 \text{ desde arriba} \\ 9432 \\ 43 \\ \hline 920 \end{array} \right. \text{ para abajo se suman} \\ \hline 12709 \text{ suma total} \end{array}$$

La adición se prueba sumando de nuevo los números dados en un orden inverso al segundo para obtener la primera suma es decir, principiando á sumar las cifras de cada columna de abajo para arriba, si la vez primera se sumaron de arriba para abajo. Las sumas obtenidas en ambos casos deben ser iguales, para que la operación esté bien hecha.

$$\begin{array}{r} \text{sumandos} \left\{ \begin{array}{l} 2314 \text{ para arriba para probar si está bien con} \\ 9432 \\ 43 \\ \hline 920 \text{ desde abajo} \end{array} \right. \text{ la anterior} \\ \hline 12709 \text{ suma total} \end{array}$$

Sustracción es una operación, que tiene por objeto determinar uno de dos sumandos, conocida la suma y el otro sumando o descomponer un número dado en dos sumandos conociendo uno de estos sumandos. La suma se llama minuendo, el sumando conocido sustraendo, y el resultado resta ó residuo.

La sustracción es inversa de la adición.

Para indicar la sustracción se escribe el minuendo y a su continuación el sustraendo separándolos con el signo —

$$10-4=6 = 10-6=4$$

De la definición de la sustracción se deduce que

El minuendo es siempre igual a la suma del sustraendo y el residuo, luego el residuo será la diferencia del minuendo y el sustraendo; y por consiguiente también se puede decir que restar es hallar la diferencia entre dos números.

Si el minuendo aumenta o disminuye en un número cualquiera, el residuo aumentará o disminuirá en el mismo número.

Si el sustraendo aumenta o disminuye, permaneciendo igual el minuendo, el residuo disminuirá o aumentará en el mismo número.

Luego un residuo no se altera aunque el minuendo y sustraendo se les añada o quite un mismo

Es evidente que si el minuendo y el sustraendo son iguales el residuo será nada o cero.

Si el minuendo es menor que el sustraendo su residuo será menor que cero. Para hallar el residuo en este caso se escribe el exceso del sustraendo sobre el minuendo anteponiendo el signo — en esta forma $4-10=-6$

El residuo o diferencia de dos números cuando el minuendo es menor que el sustraendo, se llama, número negativo

Hallar la diferencia de dos números $28154 - 25269$ - tendremos

minuendo	{	28154	
sustraendo	{	25269	
		52885	residuo

Para comprobar la sustraccion se suma el sustraendo con el residuo ó diferencia, y el resultado, si la operacion esta bien hecha será igual al minuendo.

$$\begin{array}{r} \text{minuendo} - \left\{ \begin{array}{r} 33154 \\ 25269 \\ \hline 12385 \end{array} \right. \\ \text{sustraendo} - \left\{ \begin{array}{r} 25269 \\ \hline 12385 \end{array} \right. \text{diferencia} \end{array}$$

Leccion 4.^a

Multiplicacion de un numero por otro es hallar un tercero que sea respecto del primero, lo que el segundo es respecto de la unidad.

El numero primero ó sea el que se multiplica se llama multipli-
cando el otro multiplicador y el resultado producto.

El multiplicando y el multiplicador juntos se llaman factores del producto.

La multiplicacion se indica separando los factores por el signo $\times$ ó bien por un punto.

$$4 \times 6 = 24 \quad \text{-----} \quad 6 \cdot 4 = 24$$

De la definicion de la multiplicacion se deduce que

Si el multiplicador es la unidad, el producto es igual al multipli-
cando. Si el multiplicador es mayor que la unidad, el producto es
mayor que el multiplicando.

Si el multiplicador es menor que unidad, el producto es menor que
el multiplicando. Ultimamente, el producto de un numero por cero es
cero.

Para multiplicar dos numeros enteros cualesquiera se puede repetir
uno de ellos por sumando tantas veces como unidades tiene el
otro, y la suma total será el producto.

En efecto, 4×3 equivale a repetir el multiplicando 4, 3 veces po-
sumando, y por consiguiente las unidades del producto serán las
las del cuadro.

$$1+1+1+1$$

$$1+1+1+1$$

$$1+1+1+1 = 12$$

Propongámonos por 1.º ejemplo hallar el producto de
 8349×5 .

Disposicion del calculo $\left\{ \begin{array}{l} 8349 \times \text{multiplicando} \\ 5 \text{ multiplicador.} \\ \hline 41745 \text{ producto} \end{array} \right.$

La tabla para multiplicar se dispone tambien en forma de
cuadrado de este modo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

El producto de dos factores enteros no varía aunque se tome el multiplicando por multiplicador y este por multiplicando.

Suponiendo los factores 4 y 3, se verificara que $4 \times 3 = 3 \times 4$

casos que ocurren en la multiplicacion

1.^o Caso. Para multiplicar dos números dígitos, basta saber de memoria la tabla de multiplicar.

2.^o Caso. Para multiplicar un número entero por 10, 100, 1000, etc. basta escribir a la derecha de dicho número tantos ceros cuantos dígitos a la unidad.

3.^o Caso. Para multiplicar un número entero por otro de una cifra se multiplican todas las cifras del multiplicando por el multiplicador empezando por la derecha y añadiendo a cada producto parcial las unidades del mismo orden que resulten del producto parcial anterior. El número formado por todos estos productos parciales será el producto total.

4.^o Caso. Para multiplicar dos números enteros de varias cifras, se multiplica todo el multiplicando por cada una de las cifras significativas del multiplicador, escribiendo los productos parciales uno debajo de otro, de modo que la primera de sus cifras ocupe el mismo lugar que la cifra correspondiente del multiplicador; y la suma de todos estos productos parciales será el producto total.

5.^o Caso. Cuando uno o ambos factores terminan en ceros se abre vía la operación prescindiendo de ellos y escribiéndolos en seguida a la derecha del producto total. Si entre los guarismos del multiplicador hay ceros, los productos parciales del multiplicando por

los ceros del multiplicador serán todos ceros, por cuya razón no se multiplicará por ellos el multiplicando.

$$\begin{array}{r}
 1496 \\
 \times 700 \\
 \hline
 1047200
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 50840 \\
 \times 1200 \\
 \hline
 10168 \\
 5084 \\
 \hline
 61008000
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 4323400 \\
 \times 80090 \\
 \hline
 371106 \\
 229872 \\
 \hline
 330242106000
 \end{array}$$

La operación de multiplicar se abrevia en los dos casos siguientes:

1.º Cuando uno o ambos factores terminan en ceros, se procede de ellos, escribiéndolos después a la derecha del producto total.

Para multiplicar 1492 por 1200 basta multiplicar 1492 por 12 y escribir dos ceros a la derecha del producto.

2.º Si hay uno o más ceros entre los guarismos del multiplicador se omite el multiplicarlos por el multiplicando sabiendo que los productos parciales correspondientes serán todos ceros.

$$\begin{array}{r}
 18459060 \\
 \times 548200 \\
 \hline
 3791812 \\
 15167228 \\
 7483624 \\
 9479530 \\
 \hline
 10393356692000
 \end{array}$$

Prueba de la multiplicación

Para hacer la prueba de la multiplicación, basta repetir la operación tomando el multiplicador por multiplicando, y este por

multiplicador. El producto debe ser el mismo en ambos casos.

Lección 5.^a

El producto de un número por 2, 3, 4, y en general por un número entero cualquiera, se llama duplo, triplo, cuádruplo, y en general múltiplo de este número. Es evidente que el producto de dos números enteros es múltiplo de cualquiera de ellos. El multiplicando y el multiplicador se llaman submúltiplos del producto.

producto de una suma indicada por un número entero

Para multiplicar una suma indicada por un número entero, se multiplican todos los sumandos por dicho número, y la suma de los productos parciales nos dará el producto total.

$$(4+3) \times 2 = 4 \times 2 + 3 \times 2$$

$$11(10+5+1) = 11 \times 10 + 5 \times 11 + 11 \times 1$$

Esta proposición es una consecuencia inmediata del postulado del número 31 se enuncia también así:

El producto de la suma indicada de varios números por otro número entero es igual a la suma de los productos parciales de los sumandos por el mismo número entero.

Aplicaciones Hallar el producto de 5020 por 12

$$5020 \times 12 = (5000 + 20) \times 12 = 60000 + 240 = 60240$$

$$5020 \times 12 = 5020 \times (10 + 2) = 50200 + 10040 = 60240$$

Cor. Para multiplicar una suma indicada por otra suma de números enteros también indicadas, se multiplica cada uno de los sumandos del multiplicador por todo el multiplicando, y la

suma de los productos parciales será el producto total.

$$(4+3) \times (10+2) = 4 \times 10 + 3 \times 10 + 4 \times 2 + 3 \times 2$$

Un producto indicado de varios factores como por ejemplo $4 \times 5 \times 3 \times 8$ quiere decir por el producto de 4 por 5 se ha de multiplicar por el factor siguiente 3 este producto por el otro factor 8 y así sucesivamente.

El producto indicado 4.5×3.8 significa que el producto de 4.5 se debe de multiplicar por 3.8.

El producto de tres o mas factores enteros no varia aun que se altere el orden de los factores.

Sea el producto indicado $11.7.3.5.2.13$ y vamos a demostrar que no se altera su valor cambiando el orden de los factores cualesquiera, por ejemplo 3 y 5; es decir que equivale al nuevo producto indicado $11.7.5.3.2.13$

En efecto, de la definicion de la multiplicacion se deduce que

$$11.7.3 = 11.7 + 11.7 + 11.7.$$

multiplicando ambos miembros por 5 nos dará

$$11.7.3.5 = 11.7.5 + 11.7.5 + 11.7.5 \text{ ó bien } 11.7.3.5 = 11.7.5.3.$$

multiplicando ahora los dos miembros de la última igualdad por el factor 2, y los dos miembros de la que resulte por el factor 13, tendremos

$$11.7.3.5.2.13 = 11.7.5.3.2.13 = 30030 \text{ producto total.}$$

Lección 6.^a

Division es una operacion, que tiene por objeto determinar uno de los factores de un producto conocido, dado el otro factor. La division es inversa de la multiplicacion.

El producto ó sea el número que se divide se llama dividendo, el factor conocido divisor, y el resultado cociente. El dividendo y divisor juntos se llaman términos de la division.

La division se indica escribiendo el dividendo sobre una raya horizontal y debajo el divisor, ó separando este de aquel por dos puntos en esta forma.

$$24:6=4 \quad \frac{24}{4}=6$$

De la definicion de la division se deduce que

Si el divisor es igual á la unidad, el cociente es igual al dividendo.
Si el divisor es mayor que la unidad, el cociente es menor que el dividendo.

Si el divisor es menor que la unidad, el cociente es mayor que el dividendo.

El cociente de cero por un número cualquiera es siempre cero.

Cuando el dividendo y divisor son iguales el cociente es la unidad.

Si el dividendo es mayor que el divisor, el cociente es mayor que la unidad. Si el dividendo es menor que el divisor, el cociente es menor que la unidad. Casos que pueden ocurrir en la division.

1.^{er} Caso. Para dividir un número de una ó dos cifras por otro de una sola, siempre que esta sea mayor que la primera del dividendo, basta saber la tabla de multiplicar.

Así el cociente de 8 entre 2 es exactamente, puesto que el pro-

ducto de 4 por 2 nos da el dividendo 8.

2.º Caso. Para dividir un número entero, que termina en ceros por 10, 100, 1000, etc. se suprimen de su derecha tantos ceros como tiene el divisor, y el resultado será el cociente

$$18540 : 10 = 1854 \quad 1040000 : 1000 = 1040.$$

3.º Caso. Para dividir un número entero de varias cifras por otro de una sola, se dividen todas las del dividendo por el divisor, empezando por las orden superior, para que de esta manera se añada á cada dividendo parcial el residuo del anterior. El número formado por estos cocientes parciales será el cociente total.

4.º Caso. Para dividir dos números enteros de varias cifras, se separan de la izquierda del dividendo tantas como tiene el divisor, ó una mas si las primeras (consideradas como unidades simples) no contienen al divisor. Se dividen las cifras separadas ó sea el primer dividendo parcial por el divisor, y tendremos la primera cifra del cociente. Se multiplica esta cifra por el divisor y se resta el producto del dividendo parcial. A la derecha del residuo se escribe la cifra siguiente del dividendo y tendremos el segundo dividendo parcial con el cual se ejecutará la misma operación que con el anterior. El número formado por todas estas cocientes parciales será el cociente total.

Un número es divisible por otro, cuando contiene á este un número exacto de veces

Así el número 30 es divisible por 2, por 3, por 5, por 6 por 10 y por 15,

Un número entero que no es divisible por ningún otro número entero mas que por sí mismo y por la unidad se llama número primo.

Un número se llama divisor, factor, submúltiplo ó parte alícuota de otro, si está contenido en este un número exacto de veces.

Los números 2, 3, 5, 6, 10, 15, son factores ó divisores de 30.

El cociente exacto de un número por 2, 3, 4 etc. se llama mitad tercera parte, cuarta parte, etc. de dicho número.

Para comprobar la división se multiplica el cociente entero por el divisor, y al producto se añade el resto. El resultado será igual al dividendo, si la operación está bien ejecutada.

$$\begin{array}{r} 38420 \overline{) 12806} \\ 02402 \quad 12806 \\ \hline 00 \quad 3 \\ \hline 38420 \end{array}$$

Lección 7.^a

Para dividir una suma indicada por un número entero, se dividen todas las sumandos por dicho número, y la suma de los cocientes parciales será el cociente total.

$$(20+8):4 = (20:4) + (8:4) = 7$$

Para dividir una diferencia indicada por un número entero, se dividen el minuendo y el sustraendo por dicho número, y restando los dos cocientes parciales, el resultado será el cociente pedido.

$$(20-8):4 = (20:4) - (8:4)$$

Sumándole á uno de los factores de un producto indicado de dos números enteros, otro número cualquiera, el producto tendrá tantas unidades mas como exprese el producto de este número por el otro factor

Ej. efecto, si $5 \times 4 = 20$ tendremos $(5+2) \times 4 = 20 + 2 \times 4$

Igualmente si $5 \times 8 = 40$ se verificará $5 \times 10 = 40 + 2 \times 5$

Restando de uno de los factores otro número, el producto tendrá tantas unidades menos como exprese el producto de este número por el otro factor

Siendo $5 \times 4 = 20$ será $(5-3) \times 4 = 20 - 3 \times 4$

Del mismo modo si $5 \times 8 = 40$ se verificará $5 \times 6 = 40 - 2 \times 5$

Multiplicando uno de los factores por un número entero, el producto resultará multiplicado por el mismo número.

Si $5 \times 4 = 20$ será $5 \times 2 \times 4 = 20 \times 2$ y $5 \times 4 \times 10 = 20 \times 10$

Lección 8.^a

La formación de una potencia cualquiera de un número se consigue con facilidad por medio de la multiplicación sucesiva de dicho número por sí mismo cierto número de veces. El grado de la potencia determina el número de factores.

He aquí los cuadrados de los números dígitos.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100,

es igual $8^2 = 64$ $9^2 = 81$ $10^2 = 100$ $3^2 = 9$

El cuadrado de la suma indicada de dos números más el igual al cuadrado del primero, mas el doble producto del primero por el segundo, mas el cuadrado del segundo

$$\left(5\frac{1}{3} + 3\frac{1}{5}\right)^2 \text{ se reduce á fraccionarios } \left(\frac{41}{3} + \frac{16}{5}\right)^2 = \left(\frac{41}{3}\right)^2 + 2\left(\frac{41}{3} \times \frac{16}{5}\right) + \left(\frac{16}{5}\right)^2$$

La diferencia de los cuadrados de dos números enteros consecutivos es igual al duplo del menor ^{mas} 1

$$(19+20)^2 = 2 \times 19 + 1 = 39 \quad 19+20 = 39 \quad \text{Demostrarlo}$$

$$(19+1)^2 - 19^2 = 19^2 + 2 \times 19 \times 1 + 1^2 - 19^2 = 39$$

Para extraer la raíz cuadrada de un número entero, se divide en secciones de á dos cifras empezando por la derecha, se extrae la raíz cuadrada de la primera sección de la izquierda y se tendrá la primera cifra de la raíz. El cuadrado de esta cifra se resta de la primera sección, y á la derecha de la resta se baja la sección siguiente, de la cual se separa la primera cifra de la derecha con una coma. El número que queda á la izquierda se divide por el duplo de la raíz hallada. El cuadrado del cociente y el producto del cociente por el divisor se restan del número que forman el dividendo y la cifra separada. Á la derecha de la resta se baja la sección siguiente, y se continúa del mismo modo hasta que no haya mas secciones que bajar, y la raíz de la primera sección con los cocientes de las divisiones sucesivas formará la raíz cuadrada del número dado.

Raíz cuadrada exacta

$$\sqrt{81,61,31,56} = 9034 \begin{array}{r} 120 \\ 03 \\ 1806 \\ 4 \end{array}$$

00 resto

$$\sqrt{1,53,76} = 124 \begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 24 \\ 4 \end{array}$$

$$\sqrt{112160} \begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 79 \end{array}$$

Sección 9.^a

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,
1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000

El cubo de la suma indicada de dos números enteros es igual al cubo del primero, mas el tripo del cuadrado del primero multiplicado por el segundo, mas el tripo del primero por el cuadrado del segundo, mas el cubo del segundo.

Suponiendo los números dados 4 y 5 se verificara.

uno $(4+5)^3 = 4^3 + 3 \times 4^2 \times 5 + 3 \times 4 \times 5^2 + 5^3 = 729$

otro $(8+9)^3 = 8^3 + 3 \times 8^2 \times 9 + 3 \times 8 \times 9^2 + 9^3 = 4913$

La diferencia de los cubos de dos números enteros consecutivos es igual al tripo del cuadrado del menor, mas el tripo del menor, mas 1.

La diferencia de los cubos de $(101+100)^3 = 3 \times 100^2 + 3 \times 100 + 1$

Para extraer la raíz cúbica de un número entero, se divide en secciones de á tres cifras empezando por la derecha se extrae la raíz cúbica de la primera sección de la izquierda y se tendrá la 1.^a cifra de la raíz. El cubo de esta cifra se resta de la primera sección y á la derecha de la resta se baja

la seccion siguiente dela cual se separan las dos primeras cifras dela derecha con una coma. El número que queda á la izquierda se divide por el tripto del cuadrado dela raíz hallada y el cociente será la 2.^a cifra dela raíz

$$\sqrt[3]{185,199} = 57 \text{ raíz cúbica entera}$$

125	125
60,199	3 2. ^a cifra dela raíz
600	
960	
512	
18512	

Lecion 10

Se llama número primo ó primero, el que no tiene otros factores ó divisores que el más uno y la unidad.

Dos ó mas números son primos entre si, cuando no tienen mas divisor comun que la unidad

Los números 10, 77, y 40 son primos entre si

Dos números que se diferencian en una unidad son primos entre si; pues si tuviesen algun divisor comun, este le seria dela diferencia 1, de dichos números.

Números primos entre si dos á dos son aquellos que toma dos en dos en dos del modo que se quiera son primos entre si ó lo que es lo mismo si cada uno de dichos números es primo con cada uno delos demas.

Si dos o mas números tienen un divisor común, la suma de ellos tendrá el mismo divisor.

Siendo 3 divisor de 12, 15, y 21; también lo será de $12+15+21$.

En efecto. $12 = 4 \text{ veces } 3$.

$$15 = 5 \text{ veces } 3.$$

$$21 = 7 \text{ veces } 3.$$

sumando ordenadamente estas igualdades y separando el factor común 3,

$$\text{resulta } 12+15+21 = (4+5+7) \text{ veces } 3$$

luego 3 es divisor de la suma de los números dados.

Si dos números tienen un divisor común, su diferencia tendrá el mismo divisor.

Siendo 7 divisor de 35 y 21; también lo será de $35-21$,

En efecto $35 = 5 \text{ veces } 7$

$$21 = 3 \text{ veces } 7.$$

Restando ordenadamente estas igualdades y separando el factor común 7

$$\text{resulta } 35-21 = (5-3) \text{ veces } 7$$

luego 7 es divisor de la diferencia de los números dados.

Si uno de los factores de un producto tiene un divisor el producto tendrá el mismo divisor.

Por ser 5, divisor de 10, lo será también del producto $10 \times 2 \times 3$.

En efecto $10 \times 2 \times 3 = 10+10+10$ hasta 2×3 veces,

pero 5, es divisor de todos estos sumandos, luego lo será de la suma, y por consiguiente del producto propuesto.

Este teorema es un corolario del número (87) y se enuncia también diciendo: Si un número es divisible por otro lo será por todos sus factores.

Así, todo número divisible por 10 lo será por los factores de 10, que son 2 y 5.

Es evidente que si dos ó mas números tienen un divisor común el producto de ellos tendrá el mismo divisor.

Si un número tiene un divisor, todas sus potencias tendrán el mismo divisor.

Este teorema se puede considerar como un corolario del número (89).

Esc. Todos estos teoremas se pueden enunciar diciendo:

Si dos números son múltiplos de otro, lo será igualmente la suma, la diferencia, y el producto de ellos. También lo será el resto, de dividir el mayor por el menor. Si el divisor y el resto de una división son múltiplos de otro número, lo será igualmente el dividendo.

Si un número es múltiplo de otro, también lo serán todos sus múltiplos y potencias de cualquier grado.

Lección 11.

Un número entero es divisible por 10, 100, 1000, etc si termina respectivamente en uno, dos, tres, etc, ceros.

El resto de la división de un número entero por 2 ó por 5, es el mismo que resulta de dividir la cifra de sus unidades por 2, ó por 5.

Un número entero es divisible por 2 si la cifra de las unidades es 0, 2, 4, 6, u 8.

Un número entero es divisible por 5, la cifra de las unidades es 0, 5.

Un número entero es divisible por 4 ó por 25, si el conjunto de sus decenas y unidades es divisible por 4 ó por 25.

Un número entero es divisible por 8, ó por 125 siempre que el conjunto de sus centenas, decenas, y unidades sea divisible por 8, ó por 125.

Un número entero es divisible por 9, ó por 3, si la suma de los valores absolutos de sus cifras es divisible por 9, ó por 3.

Un número será divisible por 11, si la suma de las cifras de orden impar es igual á la suma de las de orden par, ó bien si la diferencia de estas sumas es 11, ó un múltiplo de 11.

Lección 12.

El máximo común divisor de dos números es igual al m.c.d. del menor y del resto que resulta de dividirlos entre sí.

En efecto todos los divisores de los números dados lo son también del resto que resulta de dividirlos entre sí (20), luego si dichos números y el resto de la división tienen unos mismos divisores, es evidente que el m. c. d. del dividendo y divisor lo será también del divisor y del resto.

Cor. Si el cociente de los números dados es exacto, el menor de ellos será el m. c. d. pedido.

Números dados 143, y 52.

143	52	39	17 m. c. d. pedido.
	2	1	3 cocientes enteros.
39	13	00	restos

De este procedimiento se deduce la siguiente regla

Para hallar el m. c. d. de dos números se divide el mayor por el menor, y si el cociente es exacto, el número menor será el m. c. d. pedido.

Pero, si queda resto, se divide el divisor por el resto, y se continuará dividiendo siempre, el último divisor por el último resto hasta llegar a un cociente exacto, en cuyo caso el último divisor será el m. c. d. de los números dados.

Lección 13

Todo divisor común de dos lo es también de su máximo común divisor, y recíprocamente. luego.

Para hallar todos los divisores comunes de dos números bastará hallar los divisores de su máximo común divisor sean los números dados 578, 374 y 85

El m.c.d. de 578 y 374 es 34 } luego 17 será máximo c.d. pedido
El m.c.d. de 34 y 85 es 17

En efecto; el m. c. d. que se busca es divisor de 578 y 374; luego lo será de 34 pero el mismo m. c. d. es también divisor de 34 y 85 luego lo será de 17. y por consiguiente dicho m. c. d. no será mayor que 17.

Si probamos ahora que 17 es divisor de los números dados será el máximo 17 es divisor de 34 y 85; 34 es divisor de 374 y 578. Luego 17 será el número pedido

Cuando los números dados son mas que tres se emplearía un razonamiento análogo y por consiguiente se puede establecer por regla general que:

Para hallar el m. c. d. de varios números, se halla el máximo común divisor de dos de ellos, luego el m. c. d. del último hallado y otro número, y así sucesivamente.

El m. c. d. del último número y del m. c. d. anterior será el m. c. d. divisor de todos los números dados.

La operación se dispone de este modo:

Números dados 578, 374 y 85. (M. c. d. = 17)

578	374	204	170	34	85	34	17 m. c. d. pedido
	1	1	1	5		2	2

Leccion 14.

Si dos ó mas números se multiplican, ó se dividen exactamente, por otro, su máximo común divisor resultará multiplicado ó dividido por este otro

siendo 13 el máximo común divisor de 143 y 52

el máximo común divisor de 143×10 y 52×10

13 $\times 10$. En efecto, si el dividendo y divisor se multiplican por un número entero cualquiera el cociente entero no varía, pero el resto resulta multiplicado por dicho número. (6) Luego de

$$\begin{array}{r|l} 143 & 52 \\ \hline & 2 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 39 & 13 \\ \hline & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 13 & 3 \\ \hline & 3 \end{array}$$

se deduce

$$\begin{array}{r|l} 143 \times 10 & 52 \times 10 \\ \hline & 2 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 39 \times 10 & 13 \times 10 \\ \hline & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 13 \times 10 & 3 \times 10 \\ \hline & 3 \end{array}$$

y por consiguiente, el producto indicado 13×10 es el m. c. d. de los números 143 y 52 multiplicados ambos por 10.

La demostración es la misma cuando los números dados son, mas que dos.

La segunda parte se puede demostrar por un razonamiento análogo al anterior. También se puede considerar como un corolario sup.

Esc. El cálculo del m. c. d. se puede abreviar, dividiendo los números dados por un factor común, con tal que se multiplique después el m. c. d. de los cocientes respectivos por dicho factor.

Para hallar el m. c. d. de los números.

13200, 27500, 18700, 1100

Basta multiplicar por 100 el m. c. d. de estos otros

132, 275, 187, 11.

Si dos ó mas números se dividen por su m. c. d. los cocientes serán primos entre sí.

Sean los números dados 143 y 52 cuyo m. c. d. es 13 si dividimos los números dados por 13 el m. c. d. de los cocientes 11 y 4 en virtud del teorema anterior, será el cociente de 13 por 13 es decir 1 Luego 11 y 4 serán primos entre sí.

Recip. Si dividiendo varios números por otro, los cocientes son exactos y primos entre sí, este otro será el m. c. d. de dichos números

Dividiendo 143 y 52 por 13 los cocientes 11 y 4 son primos entre sí luego 13 será el m. c. d. de los números dados

En efecto; el mismo divisor común de 11 y 4 es 1

Luego el m. c. d. de 11×13 y 4×13 ó bien 143 y 52 será $1 \times 13 = 13$.

Lección 15.

Todo número que no sea divisible por los primos 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ... hasta obtener un cociente entero menor que el divisor, será número primo.

Así el número 113 que dividiéndole por 2, 3, 5, 7, y 11 no da cociente exacto, siendo 10 el último cociente entero, será número primo.

Todo número, que es divisor de un producto de dos factores y primo con uno de estos factores, es también divisor del otro factor.

Siendo $5687 = 47 \times 121$ y 11 un divisor de este producto por 121 con 47; vamos á demostrar que 11 es divisor del otro factor 121.

En efecto; siendo 47 y 11 primos entre sí, su m. c. d. es 1.

Luego el m. c. d. de los productos 47×121 y 11×121 será $1 \times 121 = 121$

Pero 11 es divisor de 47×121 por el supuesto y lo es también de 11×121 . Luego era divisor de 121 que es el m. c. d. de estos números

Un número primo que es divisor de un producto, lo es por lo menos de uno de sus factores

Siendo el número primo 5, divisor del producto $7 \times 11 \times 25$ será divisor de alguno de sus factores

En efecto, siendo 5, primo con 7, 5 será divisor de 11×25 ;

pero 5, es también primo con 11, luego será divisor de 25

Lección 16.

Todo número, que no es primo, es un producto de números primos.

Sea 1050 el número propuesto

No siendo primo 1050 será divisible por otro número, por ejemplo 2; y tendremos $1050 = 2 \times 525$

Siendo primos 2 y 525 quedaría demostrado el teorema

No siéndolo ambos o uno de ellos, resulta otra nueva división que da $525 = 3 \times 175$

y por consiguiente $1050 = 2 \times 3 \times 175$

Si estos números fueran primos quedaría demostrado el teorema. pero como 175 es divisible por 5 tendremos $175 = 5 \times 35$

de donde se deduce $1050 = 2 \times 3 \times 5 \times 35$

pero 35 equivale a 5×7

luego el número dado $1050 = 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$

y como todos estos factores son números primos, la proporción es evidente.

Descomponer un número en factores simples ó primos es hallar dos ó mas números primos cuyo producto sea igual al número dado.

Para descomponer un número en sus factores primos, se divide por uno cualquiera de estos factores todas las veces que se pueda; con el cociente que resulte se hace lo mismo, y así se continúa hasta llegar á un cociente que sea igual á 1. Los divisores de todas estas divisiones son los factores ó divisores primos del número dado.

$$\begin{array}{r|l}
 1050 & 2 \\
 525 & 3 \\
 175 & 5 \\
 35 & 5 \\
 7 & 7 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \\
 1 &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 1155 & 3 \\
 385 & 5 \\
 77 & 7 \\
 11 & 11 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \\
 1 &
 \end{array}$$

Un número entero no admite dos descomposiciones diferentes en factores primos.

Si el número dado es el producto de los factores primos $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$; una nueva descomposición del mismo número no puede dar ningún otro factor primo diferentes de los anteriores, ni tampoco, ninguno de estos repetido una vez ó mayor ó menor número de veces que en la primera descomposición, pues si así se verificase tendríamos las igu-

47: v. dados absurdas

$$\text{Número dado} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \mid \text{Número dado} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

puesto que en el primer caso, resultaría $2.2.2.3.5 = 2.2.3.5.7$.
y como el segundo miembro de esta igualdad es múltiplo ó
divisible por 7, el primero debería serlo; pero los factores 2, 3
y 5 son primos con 7. luego su producto no será divisible por
7, y por consiguiente la primera igualdad es absurda.

Lecion 17.

Se llaman mínimo múltiplo comun, ó múltiplo mas simple
de varios números, el número menor que sea divisible por
todos ellos.

El m. m. c. de los números 4 y 8 es 8, por ser el menor de sus
múltiplos comunes 8, 16, 24, etc.

El m. m. c. de los números 3, 4 y 6 es 12, por ser el menor de los
múltiplos 12, 24, 36, 48, etc. de dichos números.

Es evidente que el m. m. c. de dos ó mas números no es
mayor que el producto de los mismos números, ni menor
que el mayor de ellos.

Hallar el m. m. c. de los números 2940, 462 y 276.

La descomposición de estos números en factores simples
nos da

$$2940 = 2.2.3.5.7.7 \quad 462 = 2.3.7.11 \quad 276 = 2.2.3.11.$$

Esto supuesto, debiendo ser el número que se busca divisible por
los números dados, será divisible por los factores $2^2.3.5.7^2$ del
primero; los $2.3.7.11$ del segundo; y los $2^2.11$ del tercero.

Para hallar el mínimo múltiplo común de dos ó mas números se multiplica las mayores potencias de los factores primos diferentes de todos ellos.

Hallar el mínimo múltiplo común de 210, 64, 128, y 2310.
La descomposición de estos números en factores simples es la siguiente

$$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \quad 64 = 2^6 \quad 128 = 2^7 \quad 2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$$

Luego el m. m. c. pedido será = $2^6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 18480$

Lección 18.

La adición sustracción, multiplicación y división exacta de los números enteros dan siempre resultados enteros. La división inexacta de los mismos números da origen á los números fraccionarios

Se llama unidad fraccionaria á cada una de las partes iguales en que se puede considerar dividida la unidad entera.

Número fraccionario es la reunión de dos ó mas unidades fraccionarias iguales

Numerador del número fraccionario es el número que indica las que se toman de la unidad. y denominador el número las partes iguales en que esta se considera dividida. El numerador y denominador juntos se llaman términos del número fraccionario

La nomenclatura de las diferentes unidades fraccionarias es la siguiente: cuando el denominador es 2, la unidad fraccionaria se llama medio. cuando el denominador es 3, se llama tercio si es 4 cuarto y así sucesivamente quinto, sexto séptimo octavo noveno décimo para los denominadores. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,

Las denominaciones correspondientes a denominadores mayores se forman añadiendo al nombre del denominador la terminación avo; así se dice once-avo doce-avo veinte-avo ciento catorce avo etc 11. 12. 20. 1/4. etc.

Si aumenta o disminuye el numerador de un número fraccionario (permaneciendo constante su denominador), aumentará o disminuirá el número fraccionario

supuesto que la unidad fraccionaria es una misma (por ser constante el denominador), es evidente que el mayor o menor número de estas hará mayor o menor al número fraccionario.

Si dos o mas números fraccionarios tienen un mismo denominador es mayor el que tenga mayor numerador.

Si aumenta o disminuye el denominador de un número fraccionario (permaneciendo constante el numerador), disminuirá o aumentará el número fraccionario.

Para multiplicar un número fraccionario por un número entero, se multiplica el numerador por el entero dejando el mismo denominador. tendremos

$$\frac{10}{12} \times 3 = \frac{10 \times 3}{12} = \frac{30}{12} \quad \frac{10}{12} \times 3 = \frac{10}{12} + \frac{10}{12} + \frac{10}{12} = \frac{10+10+10}{12} = \frac{10 \times 3}{12}$$

Para multiplicar un entero por un numero fraccionario se multiplica el entero por el numerador dejando el mismo denominador

$$3 \times \frac{10}{12} = \frac{3 \cdot 10}{12} = \frac{30}{12}$$

Para dividir un numero fraccionario por un numero entero, se multiplica el entero por el denominador conservando el mismo numerador.

$$\frac{10}{12} : 5 = \frac{10}{12 \times 5} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$$

Para dividir un numero entero por otro fraccionario se multiplica el denominador y el producto se divide por el numerador.

$$5 : \frac{10}{12} = \frac{5 \times 12}{10} = \frac{60}{10} = 6$$

Ningun numero fraccionario se altera multiplicando o dividiendo sus dos terminos por un mismo numero entero

ejemplo $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$ $\frac{8}{9} = \frac{8 \times 2}{9 \times 2} = \frac{16}{18}$ $\frac{10}{20} = \frac{10 \times 2}{20 \times 2} = \frac{20}{40}$

Leccion 19.

Si añadimos o restamos de los dos terminos de una fraccion un mismo numero entero, la fraccion que resulta es mayor que el primer caso y menor en el segundo que la fraccion primitiva. Lo contrario se verifica si la fraccion es impropia o mayor que la unidad. La fraccion dada $\frac{3}{5}$ será $\frac{3}{5} < \frac{3+10}{5+10}$

En efecto. las diferencias entre la unidad entera y las fracciones $\frac{3}{5}$ y $\frac{3+10}{5+10}$ son respectivamente $\frac{2}{5}$ y $\frac{2}{5+10}$; y como esta última es menor que la primera, es evidente que la segunda fracción será mayor que la fracción dada, puesto que le falta menos para valer la unidad.

Llámanse número constante el que en una misma cuestión no tiene mas que un solo valor; y variable el que puede tener dos ó mas. Los números enteros y los fraccionarios - ordinarios son constantes. El número decimal, que representa con mas ó menos aproximación otro incommensurable, es variable, porque su valor aumenta á medida que se considera mayor el número de sus cifras decimales.

La unidad es el límite superior de todas las fracciones

En efecto; habiendo demostrado al hablar de las variaciones de los números fraccionarios que, si añadimos á los términos de una fracción un mismo número, la fracción que resulta es mayor que la primitiva, tendremos.

limite constante limite variables

[illegible]

La unidad es el límite inferior de los números fraccionarios cuyo numerador es mayor que su denominador

Si dos números son iguales, sus límites respectivos (superiores o inferiores) también lo serán.

Para que un número pueda ser tan pequeño como se quiera, es decir menor que cualquiera otro, basta dividir el número dado por 2, como también el cociente que resulte, y los sucesivos hasta el infinito; de donde se deduce que el límite ^{inferior} infinito de un número que se divide por 2. (y mejor por 3, 4, indefinidamente) es cero.

Lección 20.

Un número entero se reduce á quebrado de un denominador dado, poniendo por numerador de este su producto por el ~~deno~~

Siendo una unidad igual á $\frac{5}{5}$ dos unidades serán $\frac{10}{5}$ tres unidades serán $\frac{15}{5}$, cuatro serán $\frac{20}{5}$ y así sucesivamente; lo

$$8 = \frac{8 \times 5}{5}, \quad 10 = \frac{10 \times 12}{12}, \quad 12 = \frac{12 \times 20}{20}$$

Para reducir un número mixto á fraccionario se multiplica el entero por el denominador agregándole el numerador: $(8 \frac{7}{11}) = \frac{9}{11}$ poniéndole el mismo denominador.

Todo quebrado mayor que la unidad es igual al cociente total del numerador y denominador. así se llaman quebr. impropios.

Los quebrados. $\frac{14}{5}$ $\frac{40}{7}$ $\frac{61}{12}$ y $\frac{100}{25}$

equivalen, el primero a $2\frac{4}{5}$ el segundo a $5\frac{5}{7}$ el tercero a $5\frac{1}{12}$, y el cuarto a 4 unidades justas.

Para simplificar un quebrado, cuyos dos términos tienen un divisor común, se dividen su numerador y denominador por este divisor.

$$\frac{30}{42} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{1050}{1155} = \frac{105}{115} = \frac{21}{231} = \frac{7}{77} = \frac{1}{11}$$

Los dos términos de un número fraccionario irreducible son primos entre sí, y recíprocamente, si el numerador y denominador de un número fraccionario son primos entre sí, el número fraccionario será irreducible.

La primera parte de la proposición es evidente, pues de lo contrario, dividiendo el numerador y denominador por su m. c. d., hallaríamos un nuevo número fraccionario equivalente al dado y con términos menores.

Para demostrar la segunda parte, supongamos que el fraccionario $\frac{11}{7}$ cuyos términos son primos entre sí, sea igual a otro $\frac{5}{3}$ de términos respectivamente menores que 11 y 7.

Multipliando los numeradores de ambos fraccionarios por el denominador del segundo, los resultados serán iguales.

$$\frac{11 \times 3}{7} = \frac{5 \times 7}{3} = 5$$

Luego 7 será divisor de 11×3 , y como 7 y 11 son primos entre sí, 7 será divisor de 3 pero esto es un absurdo porque 7 es mayor que 3.

Lección 21.

Para reducir dos ó mas números fraccionarios de diferentes denominadores a otros de igual valor, y de un mismo denominador, se multiplican los dos términos de cada uno por el producto de los denominadores de los demás.

Así $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{4}$ equivalen respectivamente a $\frac{2 \times 4}{3 \times 4}$ y $\frac{5 \times 3}{4 \times 3}$ ó bien a $\frac{8}{12}$ y $\frac{15}{12}$.

La reducción de los números fraccionarios de diferentes denominadores a otros de un denominador común se abrevia cuando dos ó mas denominadores no son primos entre sí.

La regla en este caso es la siguiente. Multiplíquense los dos términos de cada fraccionario por el cociente de dividir el m. m. c. de todos los denominadores por el denominador del mismo.

Reducir a un común denominador, los nú.
 $\frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{25}{24} = \frac{8}{24} + \frac{20}{24} + \frac{25}{24}$ iguales respectivamente a los fraccionarios dados.

Lección 22.

Se llama unidad fraccionaria decimal la unidad fraccionaria cuyo denominador es 10, 100, 1000, 10000, ó en general la unidad seguida de ceros.

La nomenclatura de las diferentes unidades decimales es la siguiente diecimas cuando el denominador es 10; centésimas cuando el denominador es 100; milésimas si el denominador es 1000; diez milésimas, cien milésimas, millonésimas diez millonésimas, cien millonésimas, mil millonésimas diez mil millonésimas cien mil millonésimas, billonésimas etc para los denominadores 10000, 100000, 1000000, etc

El orden de las unidades, que representa cada una de las cifras de un número decimal, depende únicamente del lugar que ocupa con relación a la coma y por consiguiente.

1.º Un número decimal no varía aunque se añadan ó quiten ceros de su derecha.

En efecto: 0,8 es lo mismo, que 0,800 pues 800 milésimas equivalen a 8 décimas cero centésimas y cero milésimas.

2.º Si la coma o virgula de un número decimal se mueve, a la derecha uno, dos o mas lugares, se hace el número diez veces mayor por cada lugar que adelanta.

corriendo la coma de 2,548 dos lugares a la derecha, el número que resulta 254,8 será cien veces mayor que el primero.

3.º Si la coma de un número decimal se mueve de derecha a izquierda se hace el número diez veces menor por cada lugar que corre la coma.

corriendo la coma de 149,2 dos lugares a la izquierda, el número que resulta 1,492 será cien veces menor que el primero; pues este, según la proposición anterior, es cien veces mayor que aquel.

Lección 23.

Para sumar quebrados, se reducen á un mismo denominador, se suman los numeradores, y á la suma se pone por denominador el denominador común.

$$\frac{4}{9} + \frac{3}{9} = \frac{7}{9}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{10}{20} + \frac{8}{20} + \frac{15}{20} = \frac{33}{20} = 1 \frac{13}{20}$$

Los números decimales se suman lo mismo que los enteros, escribiendo la coma en la suma en el lugar que le corresponde, es decir á la izquierda de las décimas.

$$\begin{array}{r} \text{sumandos} \\ 0,147 \\ 0,488 \\ 0,0004 \\ 0,1812 \\ \hline \end{array}$$

Suma 0,81624

$$\begin{array}{r} 0,0108049 \\ 6,455 \\ 18,01221 \\ 489,05 \\ \hline \end{array}$$

513,5280149

$$\begin{array}{r} 185 \\ 3,20098 \\ 0,808 \\ 4,0090728 \\ \hline 195,0180528 \end{array}$$

Para sumar números mixtos, se suman los quebrados y luego los enteros añadiéndolos á estos lo que resulta de la suma de aquellos.

$$4\frac{1}{5} + 10\frac{4}{5} = 35 + \frac{5}{5} = 36\frac{3}{5}$$

$$6\frac{1}{2} + 8\frac{2}{3} + \frac{11}{10} = 15 + \frac{30}{60} + \frac{40}{60} + \frac{6}{60} = 15 + \frac{76}{60} = 16 + \frac{16}{60} = 16\frac{4}{15}$$

Lección 24

Para restar un quebrado de otro, se reducen á un mismo denominador, se restan los numeradores, y á la resta se pone por denominador el denominador común.

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{17}{20} - \frac{12}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{16}{11} - \frac{1}{7} = \frac{70}{77} - \frac{11}{77} = \frac{59}{77}$$

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{8} = \frac{1}{56}$$

Los números decimales se restan como si fuesen enteros escribiendo la coma en el lugar correspondiente

$$\begin{array}{r} \text{minuendo} \left\{ \begin{array}{l} 0,45085 \\ \text{straendo} \left\{ \begin{array}{l} 0,20988 \\ \hline 0,24497 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40,874957 \\ 9,320000 \\ \hline 40,554957 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,500000 \\ 3,252999 \\ \hline 0,247001 \end{array}$$

Para restar dos números mixtos se restan los quebrados y luego los enteros. Si el quebrado del minuendo es menor que el del sustraendo, se toma una unidad del entero del minuendo, para poder efectuar la resta.

$$9\frac{5}{9} - 2\frac{4}{9} = 7\frac{1}{9}$$

$$10\frac{6}{7} - 2\frac{1}{11} = 10\frac{66}{77} - 2\frac{7}{77} = 8\frac{59}{77}$$

$$10\frac{2}{5} - 3\frac{4}{5} = 9\frac{7}{5} - 3\frac{4}{5} = 6\frac{3}{5}$$

$$6\frac{7}{8} - 2\frac{7}{8} = 6\frac{16}{24} - 2\frac{21}{24} = 3\frac{40}{24} -$$

$$2\frac{21}{24} = \frac{319}{24}$$

Lección 25.

Para multiplicar dos números fraccionarios se multiplican los numeradores y después los denominadores, escribiendo el primer

producto por numerador y el segundo por denominador

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$

Para multiplicar un número decimal por la unidad seguida de ceros, basta correr la coma tantos lugares á la derecha cuantos sean los ceros que acompañan á la unidad.

$$0,257 \times 100 = 25,7$$

$$5,1851 \times 100000 = 518510$$

Para multiplicar dos números mistos, se reducen á quebrado y luego se multiplican como estos.

$$6\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{4} = \frac{13}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{117}{8} = 14\frac{5}{8}$$

Se llama quebrado de quebrado al número que representa una ó varias partes iguales de otro quebrado.

$\frac{4}{5}$ de $\frac{1}{3}$ es un quebrado de quebrado,

é indica, cuatro quintas partes de un tercio de la unidad entera.

Un quebrado de quebrado se reduce á quebrado sencillo, multiplicando entre sí los quebrados componentes

$$\frac{4}{5} \text{ de } \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

$$\frac{7}{10} \text{ de } \frac{2}{5} = \frac{14}{50} = \frac{7}{25}$$

Lección 26.

Para dividir dos quebrados, se multiplica el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el denominador del dividendo por el numerador del divisor, partiendo el primer producto por el segundo.

$$\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{32}{15} = 2 \frac{2}{15}$$

$$\frac{2}{15} : \frac{5}{4} = \frac{8}{75}$$

Para dividir dos números mistos, se reducen a quebrados y luego se dividen como estos.

$$5 \frac{1}{4} : 2 \frac{1}{3} = \frac{21}{4} : \frac{7}{3} = \frac{63}{28} = 2 \frac{1}{4}$$

Lección 27.

Para dividir un número decimal por un entero, se hace abstracción de la coma o virgula del dividendo, se divide este por el divisor como si fuesen enteros, y luego se separan de la derecha del cociente tantas cifras decimales como tiene el dividendo.

$$1275 : 3 = 0,425$$

$$0,9489 : 2 = 0,4744,5$$

Para dividir un entero o decimal por otro decimal se multiplican el dividendo y divisor por la unidad según sea de tantos ceros, como cifras decimales tiene el divisor y que para este caso reducido al anterior, o a dividir los números enteros.

$$110,656 : 3,2 = 1106,56 : 32 = 34,58.$$

Para dividir dos decimales, se hacen homogéneos y se dividen, como si fuesen enteros. El cociente entero hallado de este modo, será el cociente de los números dados.

$$1008 : 0,84 = 12 \quad \text{pues } \begin{array}{r} 1008 \overline{) 184} \\ 0268 \\ \hline 000 \end{array} \quad 12 \text{ cociente}$$

Del mismo modo tendremos también que

$$0,832 : 0,000008 = 104000 \quad \text{pues } \begin{array}{r} 832000 \overline{) 8} \\ 104000 \end{array}$$

Esc. En la aproximación sucesiva de un cociente por decimales habrá un resto cero, o' dello contrario una parte de las cifras del cociente se repetirá constantemente en el mismo orden.

Así tendremos

$$4,21 : 0,07 = 421 : 7 = 60,142857 \overline{) 142857} \overline{) 142857} \dots$$

En este primer ejemplo los seis primeros restos podían ser y han sido 1, 3, 2, 6, 4 y 5, luego. — el resto de la división siguiente será igual a uno de los anteriores y por consiguiente añadiendo un cero a su derecha tendremos también uno de los anteriores dividendos con la misma cifra en el cociente etc.

$$0,03 : 1,1 = 0,027272727\dots \quad 0,71 : 9 = 0,078999\dots$$

$$5 : 0,12 = 41,6666666\dots \quad 0,11 : 0,075 = 1,46666\dots$$

Lección 28.

Para elevar un número fraccionario a una potencia cualquiera se eleva el numerador y denominador a la misma potencia.

$$\text{En efecto; } \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64}$$

$$\text{Del mismo modo } \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4} \quad \left(\frac{11}{11}\right)^2 = \frac{1}{1331}$$

Para extraer la raíz cuadrada de un número fraccionario, cuyos dos términos son cuadrados perfectos, se divide la raíz cuadrada del numerador por la del denominador.

En efecto $\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$ pues. $(\frac{5}{6})^2 = \frac{5^2}{6^2} = \frac{25}{36}$

Ultimamente, la raíz cuadrada de un número misto, compuesto es igual a la del número fraccionario equivalente.

$$\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = 2\frac{1}{2} \quad \sqrt{21\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{197}{4}} = \frac{14}{2} = 7\frac{1}{2}$$

La raíz cuadrada entera de un número misto, compuesto de un entero y una fracción, es la misma que la del número entero.

Lección 22.

Si la raíz cuadrada de un número entero entero o fraccionario, no es respectivamente otro número entero o fraccionario, será incommensurable.

Si $\sqrt[n]{N}$ no es entero, tampoco será fraccionario, pues suponiendo $\sqrt[n]{N} = \frac{a}{b}$ se verificará $N = \frac{a^n}{b^n}$ lo que es un absurdo, porque si a y b son primos, también lo serán sus potencias de un mismo orden.

Para extraer la raíz cuadrada de un número entero o fraccionario con menos error que una unidad fraccionaria dada, se multiplica el número propuesto por el cuadrado del denominador de la unidad fraccionaria, se

extrae la raíz cuadrada entera del producto, y esta raíz se divide por el mismo denominador.

Hallar la raíz cuadrada de 104 con menos de $\frac{1}{20}$ de error.

$\sqrt{104 \times 400} = \sqrt{41600} = 203$ con menos de una unidad de error
 luego la raíz pedida será igual al cociente de 203 por $\frac{20}{10}$ es decir a $10\frac{3}{20}$
 Del mismo modo tendremos.

$\sqrt{1804}$ con menos de $\frac{1}{12}$ de error $= 42\frac{8}{12} / \sqrt{622}$ con menos de $\frac{1}{100}$
 error = 24, 90

Lección 30.

La raíz cúbica entera de un número entero, como la de un entero y fracciones, es la misma que la de su número entero.

Ultimamente, la raíz cúbica de un número misto es igual a la del número fraccionario equivalente.

$$\sqrt[3]{2 + \frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2} \quad \bigg| \quad \sqrt[3]{101\frac{5}{8}} = \sqrt[3]{\frac{813}{8}} = \frac{9}{2} \text{ aproximadamente}$$

Lección 31.

Si la raíz cúbica de un número entero o fraccionario no es respectivamente otro número entero o fraccionario será incommensurable.

Para hallar la raíz cuadrada, cúbica etc de un número incommensurable, se transforma primeramente en commensurable, y la raíz de este número será aproximadamente la del propuesto.

Las raíces de un número incommensurable son todas incommensurables.

Extraer con menos de un $\frac{1}{20}$ de error la raíz cuadrada de $8 + \sqrt[3]{100}$. El producto de este número por $(20)^2$ es igual a $800 + 400\sqrt[3]{100} = 3856$ y la raíz cuadrada de este número es menos de una unidad de error es 62; luego el número que se pide será el cociente de 62 por 20 ó bien 3,1

Lección 32

Un número decimal se eleva a una potencia cualquiera, considerando como entero y separando de la derecha del resultado tantas cifras decimales como indique el producto del índice de la potencia, por las cifras decimales del número dado.

$$(0,5)^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$$

$$(1,02)^3 = 1,061208$$

Un número decimal se eleva al cubo como si fuera entero y de la derecha del resultado se separan tantas cifras decimales como indique el triple de las del número propuesto.

$$(0,7)^3 = 0,7 \times 0,7 \times 0,7 = 0,343$$

$$(0,09)^3 = 0,09 \times 0,09 \times 0,09 = 0,00729$$

Para extraer la raíz cuadrada de un número decimal, cuyo número de cifras decimales es par, se extrae la cuadrada como si fuera un número entero, y de la derecha del resultado se separan para decimales tantas cifras como indique la mitad de las cifras decimales del número dado.

Hallar la raíz cuadrada del número 0,7225
considerándolo como entero el número dado que equivale a multiplicarlo por 10000, extrayendo su raíz cuadrada entera y dividiendo el resultado por 100 que es la raíz cuadrada de 10000 tendremos.

$$\sqrt{0,7225} = \frac{\sqrt{7225}}{100} = \frac{85}{100} = 0,85 \text{ exactamente}$$

Para extraer la raíz cúbica de un número decimal, cuyo número de cifras decimales es múltiplo de tres, se extrae la raíz cúbica como si fuera entero y de la derecha del resultado se separan tantas cifras decimales como indique la tercera parte de las del número propuesto. Si el número de cifras decimales no es divisible por 3, se hará que lo sea añadiendo a su derecha uno o dos ceros antes de empezar la operación y que dará este caso como el anterior.

Hallar la cúbica de 0,614125

$$\sqrt[3]{0,614125} = \frac{\sqrt[3]{614125}}{100} = \frac{85}{100} = 0,85 \text{ exactamente}$$

Para extraer la raíz cuadrada de un número inmensurable decimal con menos error que una unidad decimal del orden n , se escriben a su derecha tantos ceros decimales cuantos sean necesarios para que el número total de cifras decimales sea el duplo de n , se extrae luego la raíz cuadrada como si fuera un número entero y de la derecha del resultado se separan n de cifras decimales.

Hallar la raíz cuadrada de 104 con menos error que $\frac{1}{1000}$

$$\sqrt{104000000} = 10199; \text{ luego } \sqrt{104} = 10,199$$

Para extraer la raíz cúbica de un número entero inmensurable decimal con menos error que una unidad decimal dada del orden n , se escriben a su derecha tantos ceros decimales cuantos sean necesarios para que el número total de cifras decimales sea el triplo de n , se extrae luego la raíz cúbica, como si fuera un entero, y de la derecha del resultado se separan n de cifras decimales.

Hallar la raíz cúbica de 104 con menos error que $\frac{1}{1000}$

$$\sqrt[3]{1040000000000} = 47,02 \text{ y por consiguiente } \sqrt[3]{104} = 4,702$$

Lección 33.

1^{er} Caso. Para reducir un número exacto o fraccionario común u ordinario, basta poner por numerador el número dado con supresión de la coma, y por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene el número.

radon. Sean las fracciones.... $\frac{1}{5}$ $\frac{40}{100}$ $\frac{15}{10} = \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$

$\frac{3}{4}$ otra $\frac{20}{100}$ $\frac{14}{100}$ $\frac{975}{100} = \frac{95}{20} = \frac{3}{4}$

2º Caso. Sea 0,127127127... la fracción decimal periódica y tendremos 0,127127127 = fracción ordinaria pedida multiplicando los dos miembros de esta igualdad por unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene el período, es decir por 1000, resulta

$$127,127127127... = 1000 \times \text{fracción ordinaria}$$

y restando ordenadamente de esta igualdad la anterior, se verificará que $127 = 999 \times \text{fracción ordinaria}$; luego la

fracción ordinaria será $\frac{127}{999} = \frac{61}{495} = \frac{31}{247} = \frac{11}{57}$ estas se llaman periódica pura. otro $\frac{7}{11} = \frac{62}{99} = \frac{21}{33} = \frac{7}{11}$

otro $\frac{7}{11} = \frac{62}{99} = \frac{21}{33} = \frac{7}{11}$ $\frac{70}{100} = \frac{62}{99} = \frac{21}{33} = \frac{7}{11}$ $\frac{62}{99} = \frac{21}{33}$

Para convertir una fracción decimal periódica mixta en fracción ordinaria se escribe por numerador la parte no periódica, seguida de tantos nueves como cifras tiene el período y tantos ceros como cifras tiene la parte no periódica

$$\frac{19}{75} \quad \frac{190}{1000} \quad \frac{175}{22} \quad \frac{228}{900} = \frac{114}{450} = \frac{57}{225} = \frac{19}{75}$$

Es evidente, según el corolario anterior, que el numerador de la fracción generatriz de una fracción decimal periódica mixta no será múltiplo de los factores 2 y 5, aunque sí puede serlo de uno cualquiera de ellos; y como el denominador antes de la simplificación es siempre múltiplo de la potencia de 10 que expresa el número de cifras de la parte no periódica. Se deduce que:

El denominador de la fracción ordinaria irreducible equivalente a una decimal periódica mixta, será múltiplo de los números 2 ó 5 elevados a la potencia que indique el número de cifras de la parte no periódica.

Lección 34.

Si el denominador de un quebrado irreducible es múltiplo únicamente de los factores 2 y 5, ó solo de uno de ellos, dicho quebrado se podrá convertir exactamente en decimal.

$$\frac{3}{4}$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 2} \\ 2 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \quad 14 \\ 20 \quad 0,75 \\ 00 \end{array}$$

$$\frac{75}{100} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

2.º Si el denominador no es múltiplo de los factores 2 ó 5 la fracción decimal equivalente será periódica pura.

$$\frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 1} \\ 1 \overline{) 1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \quad 10 \\ 20 \quad 0,666 \\ 020 \\ 02 \end{array}$$

$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Si el denominador es múltiplo de los factores 2 ó 5 y de algún otro, primo con ellos, la fracción decimal equivalente será periódica mixta.

$$\frac{19}{75}$$

$$\begin{array}{r} 75 \overline{) 3} \\ 25 \overline{) 5} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

$$190 \overline{) 75}$$

Lección 35

Razon de dos números es el cociente indicado del primero llamado antecedente por el segundo que se dice consecuente. El antecedente es pues igual al producto del consecuente por la razon.

La razon de dos números no se altera multiplicando o dividiendo el antecedente y el consecuente por un mismo número.

Así $12:4$ es lo mismo que $120:40$ es igual a $6:2$

Una razon se dice inversa de otra cuando el antecedente de la una, es consecuente de la otra y al contrario.

Se llama proporción a la igualdad de dos razones.

La razon $10:5$ es igual a la razon $3:4$; y por consiguiente los cuatro números 10, 5, 3, 4, forman una proporción que se escribe así $10:5::3:4$ y se enuncia diciendo 10 es a 5 como 3 es a 4.

La suma de los extremos es igual a la suma de los medios y al duplo del medio diferencial en la continua.

$a-b::c-d$ o bien $a-b=c-d$ trasladando
restando b y d de uno y otro miembro será $a+b=c+d$

El producto de los extremos es igual al producto de los medios, y al cuadrado del término medio en la continua.

Sea la proporción $A:B::C:D$ o bien $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$
pasando el divisor B al 2.º miembro y D al primero será
 $A \times D = B \times C$

Si la proporción es continua como $a:b::b:c$ será.
 $A:B::B:C$ donde se verifica $A \times C = B^2$

Uno de los extremos de toda proporción es igual al producto de los medios dividido por el extremo conocido, y un medio equivale al producto de los extremos dividido por el otro medio.

Sea la proporción $A:B::C:D$ o bien $A \times D = B \times C$.

Si el producto de dos números es igual al producto de otros dos, los cuatro números forman una proporción, siendo medios o extremos los factores de un producto.

$$x = \frac{A}{B}$$

$$x \times B = A \times 1$$

$$x:A::1:B$$

$$x = \frac{A}{B}$$

Lección 36

Propiedades de las proporciones

- 1.^a El producto de los extremos es igual al producto de los medios y al cuadrado del término medio en la continua.
- 2.^a Uno de los extremos de toda proporción es igual al producto de los medios dividido por el extremo conocido, y un medio equivale al producto de los extremos dividido por el otro medio.
- 3.^a Una proporción no deja de serlo, aunque se multipliquen ó partan por un mismo número todos sus términos ó los antecedentes, los consecuentes, los dos primeros ó los dos últimos.
- 4.^a Si cuatro números son proporcionales, también lo son sus potencias y raíces de un mismo grado.
- 5.^a En toda proporción pueden mudar de lugar los medios ó los extremos, sin que deje de subsistir la proporción, esta transformación se llama alternar. También se pueden poner los medios por extremos, que se dice invertir. Ultimamente, se puede poner la segunda razón por primera y esta por segunda lo que se llama permutar.

6.^a Si los antecedentes de una proporción son iguales también lo serán los consecuentes y al contrario. Si dos proporciones tienen una razón común, con las otras dos razones se puede formar proporción.

7.^a Si dos ó mas proporciones se multiplican ó se dividen ordenadamente los productos ó cocientes serán proporcionales

8.^a La suma ó diferencia de los antecedentes es á la suma ó diferencia de los consecuentes, como un antecedente es á su consecuente.

En toda serie de razones iguales, la suma ó diferencia de todas los antecedentes es á la suma ó diferencia de los consecuentes como un antecedente es á su consecuente.

Sea la serie de razones iguales $A:B::C:D::M:N::P:Q::R:S$
 Llamando q el cociente de A por B ; será $A=Bq$, $C=Dq$ $M=Nq$ etc y sumando ordenadamente estas igualdades, tendremos
 $A+C+M+P+R=q(B+D+N+Q+S)$; luego $\frac{A+C+M+P+R}{B+D+N+Q+S}=q=\frac{A}{B}$
 ó lo que es lo mismo $A+C+M+P+R:B+D+N+Q+S::A:B$
 igualmente $A-C-M-P-R:B-D-N-Q-S::A:B$

Lección 37.

Se llama progresión por diferencia una serie de términos tales que restando de cada uno el anterior, dan todos una misma diferencia, llamada diferencia de la progresión.

Un término cualquiera de una progresión creciente por diferencia es igual al último menos tantas veces la diferencia de la progresión como términos hay después de él.

$$\text{Formula } A = V - (n-1)D$$

La suma de todos los términos de una progresión por diferencia es igual a la suma de los extremos multiplicada por la mitad del número de términos.

$$\text{Formula } S = (A+V) \times \frac{n}{2}$$

Para hallar la diferencia de una progresión creciente, se resta del último término el 1.º y el residuo se divide por el número de términos menos uno.

$$\text{Formula } D = \frac{V - A}{n - 1}$$

10... 15, 20... 25, 30 35 40, 45, 50, 55, 60, 65

Lección 38

$$d = \frac{65 - 10}{12 - 1} = 5$$

Se llama progresión por cociente una serie de números tales que, dividiendo cada uno por el anterior, dan todos un mismo cociente. Este cociente se llama razón de la progresión.

Un término cualquiera de una progresión por cociente es igual al último dividido por la razón elevada á la potencia que indique el grado y el número de términos que le preceden.

$$\text{Fórmula } A = \frac{V}{q^{n-1}}$$

La suma de todos los términos de una progresión por cociente es igual á la diferencia entre el primer término y el producto del último por la razón dividida por la diferencia entre la unidad y la razón

$$\text{Fórmula } \frac{V}{A} = q^{n-1}$$

Para hallar la razón de una progresión por cociente, se divide el último término por el primero y del cociente se extrae la raíz, que indique el número de términos menos uno de la progresión.

8 entre

Fórmula

$$q = \sqrt[n-1]{\frac{V}{A}}$$

1 - 2 - 4 - 8 - 16 - 32, 64 128 - 256 512

Lección 39.

$$q = \sqrt[9]{512}$$

$$\sqrt[9]{512} = 8 \quad \sqrt[9]{8} = 2$$

Se llaman logaritmos los términos de una progresión por diferencia que, empezando por cero, se corresponden con los de otra por cocientes cuyo primer término es la unidad.

Las progresiones, que reúnan estas condiciones, constituyen un sistema de logaritmo.

Base de un sistema de logaritmos es el número que tiene por logaritmo la unidad.

1.º El logaritmo de un producto de dos ó mas factores es igual á la suma de los logaritmos de sus factores.

$$C = a + b \quad C = A \times B$$

2.º El logaritmo de un cociente es igual á la diferencia de los logaritmos del dividendo y divisor

3.º El logaritmo de una potencia de un número cualquiera es igual al logaritmo de dicho número multiplicado por el índice de la potencia
si la potencia es A^n ó lo que es lo mismo $A \times A \times A \dots$ hasta n factores tendremos. $\text{Log } A^n = \text{Log } A + \text{Log } A + \text{Log } A + \dots = n \times \text{Log } A$

4.º El logaritmo de una raíz de un número cualquiera es igual al logaritmo dicho número dividido por el índice de la Raíz.

$A = (\sqrt[n]{A})^n$ de donde se deduce $\text{Log } A = n \times \text{Log } \sqrt[n]{A}$
y por consiguiente $\text{Log } \sqrt[n]{A} = \frac{\text{Log } A}{n}$

Lección 40.

Se llaman tablas de logaritmos una reunión de números enteros desde uno hasta mil, diez mil. — un millon etc. y de sus correspondientes logaritmos (en un mismo sistema) dispuestos del modo mas conveniente para que dado un número se halle inmediatamente su logaritmo y al contrario.

Entre los sistemas que pudiéramos elegir, para obtener la formación de unas tablas de logaritmo, ninguno es mas apropiado que aquel, cuya base es la misma que la del sistema de numeración. Los logaritmos calculados en este supuesto, es decir cuando la base es 10, se llaman ordinarios ó vulgares y tambien de Briggs por el primero que los empleo; las progresiones fundamentales de este sistema son las siguientes

$\div 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \text{ etc}$
 $\div 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000, 10000000, 100000000, 1000000000$

Lección 45.

Complemento logaritmico de un numero, es el complemento de su logaritmo

Así el complemento del log. de 12 es igual á $10 - 1.079181 = 8.920819$

La multiplicación de dos números enteros ó fraccionarios que consta de muchas cifras, se abrevia sumando sus logaritmos y buscando en la tabla el número correspondiente á la suma.

En la division resta del logaritmo del dividendo el logaritmo del divisor, y el numero correspondiente al residuo sera el cociente.

Leccion 42.

Las tablas del Sr Varqua quipo, a pesar de haberse estereotipado muy en breve, son muy conocidas, porque a su perfecta exactitud y poco volumen unen la ventaja de una disposicion nueva e ingeniosa. Ademas, van precedidas de una explicacion clara y muy sencilla acerca del fundamento de los logaritmos y del modo de hallar el logaritmo de un numero cualquiera y el numero correspondiente a un logaritmo dado.

Las muchas explicaciones, que el autor presenta como ejercicios de calculo, hacen su obra, muy recomendable.

Leccion 43.

Lección 44

Medidas longitud

La vara se divide también en tres tercias y en cuatro cuartas, llamadas palmos.

La legua tiene tres millas ó 20000 pies ó bien 6666 varas y dos tercias. El estadal tiene 4 varas ó 12 pies.

capacidad

La unidad usual es la cántara de Toledo, que se divide en 3 azumbres, el azumbre en 4 cuartillos el cuartillo 4 raciones. El mazo tiene 16 cántaras.

Para aridos La unidad usual es la fanega de Avila. Se divide 12 celemines y el celemin en 4 cuartillos.

El cahiz 12^{as} fanegas. Para aceite La unidad usual es la arroba, que se divide en 25 libras, la libra en 4 pa-
rillas o cuarterones.

Medidas de peso.

Comerciales. La unidad usual es el quintal que se divide en 4 arrobas, la arroba en 25 libras la libra en 16 onzas, la onza 16 adarmes el adarme 3 torni-
nes y el tomin 12 granos. La tonelada en 20 quinta-
les.

Medicinales. El marco tiene ocho onzas, la onza 3 drac-
mas, la dragma 3 escrúpulos. y el escrúpulo 24 granos.

Para el oro y plata. El marco tiene 8 onzas, la onza
8 ochavos, la ochava 6 tornines y el tomin 12 granos.

Superficiales. La unidad usual es la vara cuadrada
o sea un cuadrado, que tiene por lado una vara. La va-
ra cuadrada tiene 9 pies cuadrados, y el pie cuadrado
contiene 144 pulgadas cuadradas.

Se usa tambien elstadal cuadrado, la milla cuadra-
da y la legua cuadrada que son cuadrados que tienen
por lado respectivamente un stadal, una milla ó una
legua.

Agrarias La unidad usual es la fanega de marco
real ó sea un cuadrado, cuyo lado es de 26 varas. Tiene
676 varas cuadradas ó 576 estadales cuadrados, y se
divide en 12 celemines superficiales y el celemin en 4 cuarti-
llos.

Longitud métrico

La unidad es el metro que se divide en 10 decímetros en 100 centímetros o en 1000 milímetros.

Las unidades superiores son el decámetro o 10 metros el hectómetro o 100 metros, el kilómetro o 1000 metros y el miriámetro o 10000 metros.

El metro remplazará a la vara y al pie y el Kilómetro a la legua. Las equivalencias aproximadas de estas unidades son.

5 metros hacen 6 varas) (50 Kilómetros hacen 9 leg.

Capacidad La unidad unial es el litro que se divide en 10 decilitros o en 100 centilitros.

Las unidades superiores son el decálitro o 10 litros el hectolitro o 100 litros, y el kilolitro o 1000 litros.

El litro remplazará al cuartillo de líquido el decálitro al azumbre, y el hectolitro a la fanega de aridos. El Kiló litro se llama tambien tonelada de arqueo. Sus equivalencias son 1 litro de líquido vale tanto como 2 cuartillos.

1 litro de aceite vale tanto como 2 libras castellan

5 hectolitros de grano es lo mismo que 9 fanegas.

Medidas de pesos

Equivalencias 1 Kilógramo son 2 libras o mejor 46 Kilógramos son 100 libras

46 quintales métricos equivale a 100 de los ant^{os}

96 toneladas métricas son lo mismo que 100 antigu^{as}

superficie y agrarias

Las unidades usuales son el metro cuadrado, el area y la hecto-area o hectara.

El metro cuadrado es un cuadrado que tiene de lado un metro, se divide en 100 decímetros cuadrados.

El area es un cuadrado que tiene de lado 10 metros ^{consta} por lo tanto de 100 met. cuad.

La hectara es un cuadrado, que tiene de lado 100 metros consta de 100 areas o 10000 metros cuadrados.

El metro cuadrado remplazará a la vara cuadrada y la hectara a la fanega de tierra. Sus equivalencias aproximadas son 7 met. cuad. hacen 10 var. cuad.

9 hectaras equivalen a 14 f.^o de tierra
medidas cúbicas

La unidad usual es el metro cúbico, que se divide en 1000 decímetros cúbicos o en 1000000 de centímetros cúbicos

1 metro equivale a 46 p^us cúbicos

Sección 46

Los números concretos se dividen en complejos e incomplejos.

Llámanse incomplejos los que se refieren a una sola especie de unidades.

Y complejos si se refieren a unidades de diferentes pero de un mismo genero.

Complejos 4 días 10 varas 3 kilómetros

Incomplejos 4 días 3 horas 10 minutos

Para reducir un número incomplejo á unidades de especie inferior, se multiplica el número dado por el que expresa las unidades inferior que componen una de la superior.

Para reducir un número incomplejo á unidades de especie inferior se divide el número dado por el que expresa las unidades de especie inferior que componen una del orden superior.

Para reducir un número complejo á incomplejo de especie inferior se reducan las unidades principales á las de especie inferior inmediata añadiendo al resultado las que hubiere de esta especie en el número dado.

Para reducir un número complejo á incomplejo de especie superior ó otra intermedia, se escribe por numerador el número dado reducido á incomplejo de especie inferior, y por denominador el número que indica las unidades de esta especie, que componen una de la superior ó de la intermedia que se pide.

Lecion 47.

Para sumar dos ó mas números complejos, se suman las unidades de cada especie empezando por las inferiores, añadiendo á cada suma parcial las unidades de su especie que resulten de la suma anterior.

11 99	—	2 @	—	7 lib	—	10 on
03	—	1	—	20	—	04
09	—	0	—	03	—	2,5
10	—	1	—	2	—	7,5
22	—	2	—	2	—	7,5

Para hallar la diferencia entre dos números compuestos se restan de las unidades del minuendo las de la misma especie del sustraendo, empezando por las de especie inferior.

<u>duros</u>	<u>reales</u>	<u>ms.</u>
1058	16	30
429	19	12
628 d ^{rs}	17 ^{rs}	18 ^{ms.}

Para multiplicar un compuesto por otro, se reducen á incomplejos, y se multiplican como estos.

$$(12 \text{ r.}^{\circ} \text{ y } 30 \text{ ms}) \times (5 \text{ varas y } 10 \text{ pulg}) = \frac{438}{34} \text{ r.}^{\circ} \times \frac{190}{12} = 203 \text{ r.}^{\circ} \text{ y } 30 \text{ ms.}$$

Cuando alguno de los factores es compuesto ó número mixto, se puede hallar el producto descomponiendo este factor en partes aliquotas las unas de las otras y multiplicando en seguida cada una de ellas por el otro factor, empezando por las unidades superiores.

1.º Hallar el precio de $15\frac{3}{4}$ libras, costando 190 r cada una.

Valor de una libra -	190
número de lib ^{rs} -	$15\frac{3}{4}$

Valor de 15 libras -	2850
Valor de $\frac{3}{4}$ -	95
Valor de $\frac{1}{4}$ de lib ^{ra} -	47
Valor de $\frac{1}{4}$ de lib ^{ra} -	17 ms

2992^{rs} 17 ms^{cs}

Lección 48

Para dividir dos complejos se reducan a ⁱⁿincomplejos, y la operacion será de dividir un número complejo por otro

si un metro cúbico vale 2 duros y 11 r.^{os} cuantos metros cúbicos se podrían comprar con 100 duros y 12 r.^{os}

$$(100 \text{ duros} + 12 \text{ r.}^{\text{os}}) : (2 \text{ d.}^{\text{os}} + 11 \text{ r.}^{\text{os}}) = \frac{2012}{20} : \frac{51}{20} = 39,451 \text{ metros cúb.}$$

Reglas de tres simple Lección 49.

Se llama simple si basta una sola proporcion.

Para saber si la razon de los dos primeros es directa ó inversa de la de los segundos, basta decir. Si 10 metros constan con 50 r.^{os} 20 metros costarían doble, luego la proporcion es directa y por lo mismo la proporcion.

Si 4 metros y 2 decímetros de paño han costado 200 r.^{os} con 440 r.^{os} que número de metro se comprarán?

4,2 metros --- 200 r.^{os}
 x metros --- 440 r.^{os} } luego 4,2 : x :: 200 : 440 y por
 consiguiente x = 3,74 metros
 otro caso

Capital 6000

Rédito 6 por % 100 : C :: r. : y

$$\frac{Cr}{100} = y \quad \frac{6000 \cdot 6}{100} = y = 60$$

Para resolver una regla de tres simple sea directa ó inversa, se forma la proporcion siguiente. El número menor de la primera especie es al mayor de la misma, como

el menor de la segunda es el mayor de esta.

Basta pues averiguar si el número desconocido es mayor o menor que su homogeneo para escribir en segunda esta proporcion.

Para empapelar una sala se han necesitado 100 varas de papel de $\frac{2}{3}$ de ancho. ¿cuantas varas se necesitan de otro papel de $\frac{3}{4}$ de ancho?

Cuando mas estrecho sea el papel, mayor número de varas se necesitan, luego el valor de x sera mayor que 100 y tendremos.

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} :: 100 : x \text{ de donde se deduce. } x = 112 \frac{1}{2}$$

Para resolver la regla de tres compuesta, se forman tantas proporciones distintas como condiciones o circunstancias copria el enunciado del problema suponiendo comunes en cada proporcion o regla de tres simples todas estas condiciones menos una.

Si 10 hombres en 12 dias han construido 100 varas de pared: 6 hombres trabajando 21 dias ¿cuantas varas haran?

En efecto si 10 hombres en 12 dias han construido 100 varas de pared = ~~para averiguar~~ ¿cuantas haran 6 hombres en el mismo tiempo diremos. $10 : 6 :: 100 : x$ luego 60 son las varas hechas por 6 hombres en 12 dias pero como ahora deseamos el número de varas hechas en 21 dias la nueva proporcion $12 : 21 :: 60 : x$ nos dará el núm. pedido 105 varas.

$$x = \frac{21 \times 60}{12} \quad \begin{array}{r} 12 \ 60 \ 12 \\ 60 \ 60 \ 105 \end{array}$$

Leccion 50.

Llamase regla de compañía la que instruye á averiguar la ganancia ó pérdida que corresponde á cada uno de varios individuos que han puesto su caudal en un fondo, en proporción con los capitales de los asociados y el tiempo que dichos capitales han estado en el fondo.

Pueden ocurrir tres casos 1.^o que el tiempo sea el mismo y diferentes los capitales. 2.^o que los capitales sean iguales y el tiempo diferente. 3.^o que sean diferentes los tiempos y los capitales.

Los dos primeros casos se llaman de compañía simple; y el tercero de compañía compuesta.

Las ganancias ó pérdidas son proporcionales á los capitales respectivos, y las de un mismo capital son proporcionales al tiempo que permanece en el fondo.

Ex.^o regla simple
 suponiendo 100 duros, 240 y 170 los capitales de tres socios, hallar la ganancia de cada uno, siendo 1600 rs. la ganancia total. (capital tot. 510 duros.) Gan.^a tot. = 90 ds.

Ganancia del 1. ^o	$= \frac{2 \cdot 100}{510} = 15$	15 duros	13 rs.	24,7 mrs.
Gan. ^a del 2. ^o	$= \frac{30 \cdot 240}{510} = 37$	37	12	32
Gan. ^a del 3. ^o	$= \frac{30 \cdot 170}{510} = 26$	26	13	11,3
	<u>510</u>			

regla de comp.^a compuesta

Si los tiempos y capitales son diferentes se multiplica el capital de cada socio por el tiempo respectivo, y queda este caso reducido al de tiempos iguales.

Los capitales de tres asociados son 200, 150, y 500 duros el primero por 4 años el segundo por 5, y el tercero por 2, la perdida total es de 4000 rs. ¿cual es la perdida de cada uno?

200 duros en 4 años se consideran tanto como 4×200 duros en un año.

150 por 5 años son lo mismo que 5×150 duros por un año

500 por 2 años - - - - - 2×500 en un año

luego el problema propuesto se puede substituir por este otro, comprendido en el caso primero. Tres sujetos forman una compañía durante un año; poniendo el primero 200 duros el segundo 150 y el tercero 500. han perdido 4000 reales ¿cuanto corresponde a cada uno.

Lecion 55.

Se llama regla de aligacion la que tiene por objeto resolver las dos cuestiones siguientes, 1.^a Hallar el precio de la mezcla de varias especies conociendo el numero de las unidades que se mezclan y su precio.

2.^a Hallar el número de unidades, que han mezclarse, para que la mezcla tenga un precio determinado. En el primer caso, la regla de aligación es directa y en el segundo es inversa.

El precio medio, ó sea el de la mezcla, se llama dividiendo el valor total de las unidades mezcladas por el número de estas unidades.

Ejemplo Se mezclaron 12 libras de pólvora de á 10 r^{s} la libra, con 9 de á 5 r^{s} se pregunta el precio de la mezcla. esta es directa

Las 12 libras á 10 r^{s} valen 120 r^{s} y las 9 de á 5 r^{s} valen 45 r^{s} luego las 20 libras que resultan de la mezcla valdrán 165 r^{s} y por consiguiente el valor de una libra será igual al cociente 165 por 20, ó sea 8 r^{s} y $\frac{1}{2}$ esta es inversa

El número de dos unidades de dos especies, que deben mezclarse para vender la mezcla á un precio determinado, se halla tomando de cada una la diferencia entre el precio medio y el de la otra especie.

En efecto teniendo vino de á 14 r^{s} el litro y vino de á 25 propongámonos á averiguar el número de litros, que deben mezclarse de cada especie para vender la mezcla á 20 r^{s} .

Cada litro de á 14 vendido á 20 da de ganancia 6 r^{s} y cada litro de á 25 vendido á 20 r^{s} da 5 de pérdida.

Por consiguiente para que la ganancia compense la

pérdida, basta mezclar 5 litros de a 14 (que dan 70 de ganancia) con 6 de a 25 (que dan 30 de pérdida) perdiendo entonces vendiéndose la mezcla a 20. $\frac{1}{2}$

Lección 5^{ta}

La regla conjunta tiene por objeto determinar la relación entre dos números, por medio de la relación que estos tienen con otros intermedios

La resolución de la regla conjunta se funda en la proposición siguiente.

Si se multiplica ordenadamente varias equivalencias tales que el primer miembro de cada una sea de la misma especie que el segundo de la anterior, resulta otra equivalencia cuyo primer miembro corresponderá a la primera especie y el segundo a la última.

$$\text{De las equivalencias} \begin{cases} 5 \text{ pesos} = 25 \text{ pesetas} & (A) \\ 4 \text{ pesetas} = 16 \text{ reales} & (B) \\ 2 \text{ reales} = 68 \text{ mrs.} & (C) \end{cases}$$

$$\text{se deduce} \dots 5 \times 4 \times 2 = 25 \times 16 \times 68 \text{ mrs. (D)}$$

En efecto, multiplicando los dos miembros de la primera equivalencia por 4 y los de la segunda por 25. (E)

$$\text{tendremos} \dots \begin{cases} 5 \text{ pesos} \times 4 = 25 \text{ pesetas} \times 4 & (400 = 100 \text{ pesetas}) \\ 4 \text{ pesetas} \times 25 = 16 \text{ reales} \times 25 & (400 = 400 \text{ reales}) \end{cases}$$

y por consiguiente $5 \text{ pesos} \times 4 = 16 \text{ reales} \times 25$ ($400 = 400$)
Por un razonamiento semejante, las equivalencias (C) y (E) nos darán la equivalencia final (D) que demuestra la proposición enunciada

Lecion 53.

Se llama interés la ganancia, que produce un capital empleado. Para mayor uniformidad en el modo de determinar el interés, se conviene ordinariamente en el que produce el capital de 100 unidades en un año cuyo número, considerado como abstracto, se llama tanto por ciento.

El interés de un capital puede ser simple y compuesto. Se llama simple cuando no se agrega al capital, y compuesto si aumenta dicho capital, para ganar nuevos intereses en los años sucesivos.

en las cuestiones de interés simple hay que distinguir dos casos. 1.º que el capital se emplee por un año. 2.º que se emplee por mas o menos de un año. En uno y otro caso, su resolución depende de los dos principios, que siguen 1.º Las ganancias de un capital, son proporcionales a los tiempos que está prestado. 2.º Las ganancias de dos capitales prestados por un mismo tiempo, son proporcionales a dichos capitales.

Cuando el tiempo es un año. Puesto que doble capital debe producir doble interés, el capital 100 y el capital total serán proporcionales al tanto por ciento, y al interés pedido, de donde se deduce.

100: capital:: tanto por 100: interés anual.

En esta proporción hay que considerar el capital el tanto por 100, y el interés: dos de estas cantidades de terminar la tercera.

Hallar el interés anual 1800 duros al 5 por %

$$100:1800::5:x \text{ de donde se deduce } x = \frac{1800 \times 5}{100} = 90$$

Descuento es la diferencia entre el valor nominal y el valor actual de una letra pagadera a un plazo dado

se desea averiguar el descuento de una letra de 10000 r.^o que vence dentro de 12 meses, siendo 5 el tanto por % anual.

Por cada 100 r.^o se descuentan 5 si el pago se anticipa un año, y por consiguiente el descuento total de la letra ascenderá a 500 r.^o

conocido el descuento fácilmente se determina el valor actual de la letra que en la cuestión propuesta resulta igual a 9500 r.^o

Hallar el descuento de 30000 r.^o que se pagan con 3 meses de anticipación siendo 6 por 100 el tanto del descuento anual. Considerando el interés como simple, es decir proporcional al tiempo, el tanto por 100 de descuento en 3 meses será $1\frac{1}{2}$ y por consiguiente si 100 r.^o pierden en 3 meses real $\frac{1}{2}$ 30000 r.^o ¿que perderán? de donde se deduce para el descuento 1200 r.^o siendo el valor actual 28800 r.^o

Lecion 54

Se dice que el interés es compuesto cuando al fin de cada año se capitalizan los intereses, se une el capital con los intereses devengados en el año anterior, para producir nuevos intereses en el año siguiente.

Exiguar los recibidos de 4000 P . en 3 años al interés compuesto al 5 por %

La cantidad dada, al fin del primer año nos dará de intereses 200 P .

Unidos estos intereses con el capital primitivo, la suma 4200 P . será el nuevo capital al empezar el segundo año y sus intereses, al fin de él estarán determinados por la proporción.

$$100:5::4200:x \quad x = \frac{4200 \times 5}{100} = x = 210 \text{ P .}$$

Viendo 210 P . al capital anterior 4200 P . tendremos para el tercer año la suma 4410 P . que producirá de intereses

$100:5::4410:x \quad x = \frac{4410 \times 5}{100} = 220 \text{ P . y medio, y por consiguiente el capital total, que se busca será igual a 4630 P . 17 mr.$

hallando ahora la diferencia entre este número y el capital primitivo tendremos que los recibidos de 4000 P . en 3 años a interés compuesto al 5 por % son:

$$\begin{array}{r} 4630 \\ \text{resta } 4000 \\ \hline 630 \text{ P . y 17 mr.} \end{array}$$

Bonos públicos

Llámanse renta pública el Estado el interés de los capitales prestados al Gobierno por los particulares.

Estas deudas se llaman consolidadas cuando el nombre del acreedor y el capital se inscriben en el gran libro de la deuda pública recibiendo el acreedor un título que presta con su capital el interés de cada año.

Los títulos son negociables o transferibles a fin de facilitar al tenedor los medios de reembolsar su capital.

Hay alza cuando aumenta el valor del papel y baja cuando disminuye.

Una persona emplea toda su fortuna en títulos del 3 por % consolidado al precio de 81 y desea saber a cuánto por % impuso su capital.

Si 81 producen 3 en un año 100 que producirán? suponiendo que los títulos del 3 por % se negociasen a 48 ó que capital deberá emplearse para que produzca de renta 20000 rs.

$81:48::20000:x$ y por consiguiente 120000 rs. será el número pedido.

Annualidades y rentas vitalicias. Son una misma cosa suponiendo que el número de años, en que debe extinguirse la deuda, es igual al número probable de años que resten de vida al prestatario.

Hallar el valor actual C de una anualidad a pagadero durante t años a 100 rs. por 100.

Habiendo comprado una finca con la condición de retirar su importe en 12 anualidades de 1200 duros cada una se desea averiguar la suma equivalente que sería necesaria.

rio satisfacer en el acto, ó sea el verdadero valor de la finca. El interés se supone de 5 por 100

Log $C = 2 + 0,079181 + 9,900326 + 9,301030 + 9,745732 - 30 = 4026769$ luego C ó sea el capital equivalente á doce annuidades de 1200 duros cada una en 10635 duros y 16 $\frac{1}{2}$ aproximadamente.

Lecion 55.

Multiplicacion de un numero por 5, 25 ó 125. Ecribanse á la derecha del multiplicando uno, dos, ó tres ceros, y del resultado tómese la mitad cuarta ó octava parte.

El producto de 12584 por 25 sera igual á la cuarta parte de 1258400

Multiplicacion de un numero entero por 9, 99, 999 etc. Anadanse uno dos ó tres etc ceros á la derecha del multiplicando, y del resultado restese el mismo número.

Asi el producto de 1858 por 999 es igual á..... $1858000 - 1858 = 1856142$

Del mismo modo $1858 \times 98 = 185800 - 2 \times 1858 = 185800 - 3716 = 182084$.

Multiplicacion de un numero entero por 21, 31, 41, ..91 Ecribanse el multiplicando y debajo, corriendo un lugar á la izquierda, su producto por la cifra de las decenas, del multiplicador, y la suma de ambos números será el producto.

El producto de 1858 por 41 será.....

1858	}	= 76178.
7432		
sumat. 76178		

$$\begin{array}{r} 1858 \\ 7432 \\ \hline \end{array}$$

Division por 8, 25, 125 etc. Multipliquese el dividendo por 2, 4, 8, etc y dividase el producto por 10. 100. 1000. etc

Division de dos números enteros o decimales cuando el cociente tiene muchas cifras. Formiense separadamente los productos del divisor por 1, 2, 3, ..., 9 como en la multiplicacion y, observando entre cuales de estos productos se halla cada dividendo parcial, se tendrá no solo la cifra del cociente sino el resto que le corresponde.

Seccion 56.

Trata de Algebra

Algebra es la ciencia que trata de las leyes generales de la cantidad

Las leyes de la cantidad son independientes de toda aplicacion numerica o geometrica, y comprenden lo mismo a

los números que á la extensión.

Unidad numérica ó geométrica es una cantidad arbitraria, que se dice como termino de comparación, para determinar el valor de todas las de su misma especie. La unidad abstracta se expresa siempre por 1.

El valor de una cantidad es su razón con la unidad respectiva: esta razón puede ó no expresarse exactamente. En el primer caso la cantidad se llama racional ó comensurable, y en el segundo irracional ó incommensurable.

El carácter elevado y trascendental del álgebra exige que las cantidades se expresen por signos convencionales é indeterminados. Estos signos pueden ser las letras del alfabeto, y en tal caso las cantidades algebraicas se llaman también literales.

La unidad real positiva se expresa por $+1$ ó simplemente por 1 y la negativa por -1 . Las cantidades reales positivas van pues precedidas del signo mas ó no llevan signo alguno en principio de escritura; y las negativas llevan siempre el signo $-$.

La unidad imaginaria positiva se expresa por $+\sqrt{-1}$ ó simplemente por $\sqrt{-1}$; y la negativa por $-\sqrt{-1}$. Las cantidades imaginarias positivas debieran por consiguiente ir precedidas del signo $\sqrt{-1}$ y las negativas de $-\sqrt{-1}$. Sin embargo estos signos suelen posponerse á la cantidad.

Para facilitar los razonamientos algebraicos se emplean ademas los signos siguientes, ya conocidos y usados en la aritmetica.

+ mas.

- menos.

$\times$ ó. multiplicado por.

$:$ dividido por.

$()^n$ elevado a la potencia n .

$\sqrt[n]{}$ raíz n .ª ó del grado n .

= igual á.

$>$ mayor que.

$<$ menor que.

así, la adición algebraica se indica separando los sumandos por el signo + la sustracción de una cantidad de otra poniendo el signo - entre el minuendo y el sustraendo

la multiplicación separando los factores por el signo $\times$ ó bien por un punto; la división escribiendo el dividendo sobre una línea horizontal y el debajo el divisor ó separando el uno del otro por dos puntos; la elevación a potencias de una cantidad escribiendo esta dentro de parentesis y a la derecha arriba el exponente, grado ó índice de la potencia; y finalmente la extracción de raíces escribiendo antes de la cantidad el signo radical con el grado ó índice de la raíz respectiva.

Quando los factores son positivos, el producto se indica escribiéndolos unos al lado de otros sin interposicion de signo alguno.

Se llaman coeficientes al número que multiplica á toda cantidad algebraica. El coeficiente se escribe antes de la cantidad y se suprime cuando es 1.

En la elevación á potencias se omite el exponente si este es la unidad, y en la extracción de raíces no se expresa el grado ó índice 2.

Se llame cantidad ó expresión algebraica ó literal á toda cantidad expresada por una ó mas letras, unidas entre si por los signos del cálculo.

$$5cm - 2ab^2 + (a-b)^2 \sqrt{a+b}$$

Las cantidades enteras, ó fraccionarias y radicales pueden ser reales ó imaginarias, y unas y otras positivas ó negativas.

La cantidad precedida del doble signo $\pm$ ó $\mp$ debe considerarse como la representación de dos cantidades del mismo valor absoluto, una positiva y otra negativa.

Quando se dice simplemente cantidades positivas, negativas fraccionarias irracionales etc entendiase que se habla de cantidades reales.

Se llama fórmula á una expresión algebraica, en que está cifrada una propiedad general de la cantidad, ó el procedimiento, que conduce á la resolución de un problema.

Hallar dos números cuya suma es 100 y su diferencia 10.
 Llamando x el número menor el mayor será $x+10$
 luego la suma de los dos estará bien expresada por $2x+10$
 y como esta suma ha de ser igual á 100 tendr. $2x+10=100$
 de donde se deduce, según las consecuencias de la adición que
 $2x=100-10$ ó lo que es lo mismo $2x=90$ y por consiguiente
 siendo el número menor 45, el mayor será $45+10$
 ó sea 55

Lección 57.

La suma de dos ó mas términos semejantes se simplifica
 reduciéndolos á uno solo. Para conseguir esto, basta escribir
 por coeficiente de la parte literal la suma de los coeficientes
 de los términos semejantes, si tienen un mismo signo, ó la dife-
 rencia, si tienen signos contrarios. En el primer caso el resulta-
 do llevará el signo común, y en el segundo llevará el signo del
 mayor coeficiente.

La suma de $5a^2$ a^2 $4a^2$ será $5a^2+a^2+4a^2=10a^2$
 Del mismo modo, la suma de $-2a^2b$, $-a^2b$ $3a^2b$
 será $-2a^2b-a^2b+3a^2b=-3a^2b+3a^2b=0$

Todo polinomio se puede considerar como la diferencia
 de dos expresiones algebraicas, compuestas de sus mismos tér-
 minos. El minuendo puede ser cero, uno, dos, ó mas términos, y
 todos los demas, encerrados dentro de un paréntesis, y con sig-
 nos contrarios, serán el sustraendo.

Según esto, el polinomio $A+B-C-D+E$.

puede tomar las formas diferentes que se expresan á continuación

$$A+B-C-D-(-L)$$

$$A+B-(C+D-L)$$

$$A-(-B+C+D-L)$$

$$A+B-C-(D-L)$$

$$\text{cero} - (-A-B+C+D-L) = -(C+D-A-B-L)$$

Lección 58.

Para multiplicar un monomio por otro, se multiplica sus coeficientes y se escriben á continuación las letras diferentes de ambos factores. Si hubiere letras iguales, basta escribir una con la suma de sus exponentes. El producto total será positivo, si los factores tienen un mismo signo, y negativo en caso contrario.

El producto de dos cantidades positivas ó negativas es positivo. El producto de dos cantidades, una positiva y otra negativa, es negativo.

$$+A \times +B = +AB \quad -A \times -B = +AB \quad +A \times -B = -AB \quad -A \times +B = -AB$$

pues según la definición general de la multiplicación, si el signo del multiplicador es el de la unidad positiva, el signo del producto será el mismo del multiplicando, y si el signo del multiplicador es contrario al de la unidad positiva, el signo del producto será contrario al que lleva el multiplicando. Del mismo modo, se verifican los productos siguientes

$$\left\{ \begin{array}{l} \pm \times + \text{ó} + \text{por } \pm = \pm \\ \pm \times - \text{ó} - \text{por } \pm = \mp \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \mp \text{por} + \text{ó} + \text{por } \mp = \mp \\ \mp \text{por} - \text{ó} - \text{por } \mp = \pm \end{array} \right\}$$

Para multiplicar dos polinomios, se multiplica cada término de uno de los factores, por todos los términos del otro, y la suma algebraica de los productos parciales será el producto total.

$$(A+B-C) \times (M-N \pm P) = AM + BN - CM - AN - BN + CN \pm AP \pm BP \mp CP$$

Lecion 59.

Entre otros son muy notables los productos que siguen.

$$(a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$$

$$(a^2 + ab + b^2)(a-b) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3$$

$$(a^4 + a^3 + a^2 + a + 1)(a-b) \dots \dots \dots = a^5 - 1$$

$$a^n + a^{n-1}b + a^{n-2}b^2 + a^{n-3}b^3 + \dots ab^{n-1} + b^n)(a-b) = a^{n+1} - b^{n+1}$$

$$(a^n + a^{n-1} + a^{n-2} + \dots a^2 + a + 1)(a-1) = a^{n+1} - 1$$

De la traducción algebraica de las tres primeras formulas se deduce que: El cuadrado de la suma ó diferencia de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera, mas, ó menos el duplo de la primera por la segunda, mas el

cuadrado de la segunda. Y también que: El producto de la suma de dos cantidades, por su diferencia equivale a la diferencia de sus cuadrados; y recíprocamente, la diferencia de dos cuadrados será equivalente a la suma por la diferencia de sus raíces cuadradas.

Lecion 60.

Para dividir un monomio por otro, se divide el coeficiente del dividendo por el coeficiente del divisor y se copian las letras diferentes. en el numerador del cociente las del dividendo, y en el denominador las del divisor. Las letras iguales se suprimen, si el exponente es uno mismo, y en otro caso se suprimen las potencias comunes del dividendo y divisor.

El cociente total es positivo, si el dividendo y divisor tienen un mismo signo, y negativo en caso contrario.

La division es exacta cuando el cociente es una cantidad entera.

Hallar el cociente de $-15a^4b^6mn : +5a^2b^2n$

El valor absoluto del cociente de los monomios dados será igual

$$\frac{15a^4b^6mn}{5a^2b^2n} = \frac{15aaaaabbbbbbmn}{5aaabbbn} = \frac{3abbbbmn}{1} = 3ab^4m$$

y como los signos del dividendo y divisor son opuestos, el cociente será negativo y tendremos. $-15a^4b^6mn : +5a^2b^2n = -3ab^4m$

El cociente de dos cantidades positivas, ó negativas es siempre positivo. El cociente de dos cantidades una positiva y otra negativa es siempre negativo.

$$+A : +B = +\frac{A}{B} \quad -A : -B = +\frac{A}{B} \quad +A : -B = -\frac{A}{B} \quad -A : +B = -\frac{A}{B}$$

$$B = -\frac{A}{B}$$

Estas verdades se deducen fácilmente de sus análogas de la multiplicación

Del mismo modo se verifican los cocientes que siguen.

$$\begin{array}{l|l} \pm : + \text{ ó } + : \pm = \pm & \mp : + \text{ ó } + : \mp = \mp \\ \pm : - \text{ ó } - : \pm = \mp & \mp : - \text{ ó } - : \mp = \pm \end{array}$$

Para dividir un polinomio por un monomio, se divide cada término del polinomio por el monomio, y la suma algebraica de los cocientes parciales será el cociente total.

$$(A+B-C \pm D) : +m = \frac{A}{m} + \frac{B}{m} - \frac{C}{m} \pm \frac{D}{m}$$

$$(A+B-C \pm D) : -m = -\frac{A}{m} - \frac{B}{m} + \frac{C}{m} \mp \frac{D}{m}$$

$$(12ab^3m - 8b^5m \pm 2ab^2m^2) : 2b^2m = 6ab^2 - 4b^3 \pm am^2$$

$$\frac{4ab^3m^2 + 2ab^2m - 6a^2b^2 \mp b^2m}{-2ab^2m} = -2bm - 1 + \frac{3a}{m} \pm \frac{1}{2a}$$

Desde el Lunes 24

2

1

vera

del divisor, o' el ultimo del dividendo no es divisible por el ultimo del divisor.

$$[a^8b + a^7 + a^3t + a^2b + 10a + 2t + 2m] : [a^2b + a + t] = a^3 + 1$$

2.º dividendo pare. $+ a^2b + 10a + 2t + 2m$

3.º $+ 9a + t + 2m$ ó sea el resto de la división

luego el cociente total es $a^3 + 1 + \frac{9a + t + 2m}{a^2b + a + t}$

2.º Si contiene el divisor alguna letra, que no tiene el dividendo, pues una breves cantidad, multiplicada por el divisor dependiente de dicha letra, nunca puede dar un resultado independiente de ella.

La división de $5a^6 + 5a^5 - 10a^3 + a^3 - a^2$ por $5a^4 + 10a^3 + b$ no es exacta, pues todos los productos del cociente por b no tienen semejantes en el dividendo

3.º Si el exponente de la letra principal de un termino cualquiera del cociente, sumado con el menor de la misma en el divisor, da un resultado menor que el exponente de dicha letra en el ultimo termino del dividendo, pues el producto de dichos terminos del cociente y divisor no admite reduccion, ni menos destruccion con ninguno de los del dividendo; luego nunca el residuo sera cero.

En este caso se suponen ordenados el dividendo y divisor por las potencias descendentes de la letra principal

Si el dividendo es $3a^3b^4 + 2a^7b - 10a^5$

divisor $3a^5b^2 + 2a$

La division sera inexacta, pues en el producto La^m del primer termino del cociente por el último termino del div. or aparece la letra principal a con un exponente menor que el que lleva en el último termino del dividendo

casos particulares de la division

Si un polinomio ordenado con respecto a una letra a, se divide por el binomio a-b, el resto de la division sera el mismo polinomio, substituyendo en el la letra b por la letra a

Siendo el dividendo $Aa^m + Ba^{m-1} + Ca^{m-2} + \dots + Ka + V$

Es el cociente entero de la division y R el resto, tendremos---

$$Aa^m + Ba^{m-1} + Ca^{m-2} + \dots + V = Q(a-b) + R$$

Si en esta igualdad damos a a un valor cualquiera, los dos miembros tomarán valores iguales. Substituyendo b por a, el factor a-b del segundo miembro se reduce a cero, y por consiguiente tendremos en tal supuesto.

$$Ab^m + Bb^{m-1} + Cb^{m-2} + \dots + V = R$$

Es evidente que la division en este caso, sera exacta cuando la substitution de b por a en el polinomio dado lo reduzca a cero.

Lección 62

La potencia de un producto es igual al producto de las potencias del mismo grado de sus factores, y como todo monomio es un producto indicado de varios factores tendremos.

$$(ABC)^n = ABC \times ABC \times ABC \dots = \underbrace{A \times A \times \dots}_A^n \times \underbrace{B \times B \times \dots}_B^n \times \underbrace{C \times C \times \dots}_C^n$$

Para elevar un monomio a una potencia, se elevan a dicha potencia todos sus factores.

Para extraer la raíz de un grado cualquiera de un monomio, se extrae la del mismo grado de todos sus factores.

Hallar la raíz cuadrada del monomio $25a^6b^4m^2$

El valor absoluto de la raíz que se pide sera igual a

$$\sqrt{25} \times \sqrt{a^6} \times \sqrt{b^4} \times \sqrt{m^2} = 5 \times a^3 \times b^2 \times m = 5a^3b^2m$$

La potencia del grado par de una cantidad positiva o negativa son positivas. Las potencias del grado impar de una cantidad positiva son positivas, y las de una cantidad negativa son negativas.

Si el monomio es positivo, todas sus potencias serán positivas, y si es negativo serán positivas las del grado par y negativas las del grado impar.

Extracción de raíces

Las raíces de grado par de una cantidad positiva llevan el doble signo $\pm$ o lo que es lo mismo, pueden ser positivas o negativas, pues unas y otras elevadas a potencias de grado par, dan resultados positivos. Las raíces de grado par de una cantidad negativa no son reales, sino imaginarias.

Las raíces de grado impar de una cantidad positiva ó negativa, son positivas ó negativas.

Se dice que una cantidad racional tiene raíz exacta cuando esta raíz es otra cantidad racional.

La raíz cuadrada $\sqrt{-4a^2}$ tiene la forma de imaginaria $\sqrt{-1}^2$
 $= \pm 2a\sqrt{-1}$

Sección 63.

El cuadrado de un polinomio es igual al cuadrado del primer término, mas el duplo del primero por el segundo, mas el cuadrado del segundo, mas el duplo de los dos primeros por el tercero, mas el cuadrado del tercero, mas el duplo de los tres primeros por el cuarto, mas el cuadrado del cuarto, y así sucesivamente.

Sea el polinomio $(a+b+c+d)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + c^2 + 2ad + d^2$

Para extraer la raíz cuadrada de un polinomio ya ordenado, se extrae la raíz cuadrada de su primer término, y tenemos el primero de la raíz. Se divide el segundo término del polinomio propuesto por el duplo del primero de la raíz, y el cociente será el segundo término de esta. Para hallar el tercero cuarto etc se resta del polinomio propuesto el cuadrado de la raíz hallada, y se divide el primer término de la resta por el duplo del primero de la raíz.

Hallar la raíz cuadrada del polinomio

$$a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2$$

$$\sqrt{a^2+2ab+2ac+b^2+2bc+c^2} = a+b+c$$

$-a^2$

$$\begin{array}{r} -2ab+2ac+b^2+2bc+c^2 \\ -a^2-2ab \quad -b^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2ac+2bc+c^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -a^2-2ab-2ac-b^2-2bc-c^2 \end{array}$$

$2a$ duplo del término 1.º de la raíz

b 2.º término de la raíz

c tercero de la raíz

El resto final es cero

Un polinomio ^{ordenado} no tiene raíz cuadrada exacta

1.º Si consta solo de dos términos, pues el cuadrado de un monomio es otro monomio; y el cuadrado de un binomio, trinomio etc tiene siempre mas de dos términos. 2.º Si los términos primero y último no son cuadrados perfectos.

3.º Si el segundo término del polinomio propuesto o el primero de los residuos sucesivos, no son divisibles por el duplo del primero de la raíz.

Puede sin embargo no verificarse ninguna de estas condiciones, y el polinomio no tener raíz cuadrada exacta como sucede en

$$1-2a+3a^2+9a^4$$

Lección 64

Se llama cantidad fraccionaria literal la division indicada de dos cantidades literales. El dividendo se llama numerador y el divisor denominador, y los dos juntos términos de la cantidad fraccionaria.

$\frac{a}{b} \frac{2a^m}{a-b} \frac{1}{a+b} \frac{a^2-b}{108}$ son cantidades fraccionarias literales

El teorema fundamental, que sirve de base á toda la teoría de las cantidades fraccionarias en general, es el siguiente, que ya hemos demostrado en la aritmética.

Una cantidad fraccionaria no varía de valor aun que se multipliquen ó se dividan sus dos terminos por ^{cantidad} otra cualquiera.

Toda cantidad con exponente negativo es el cociente de la unidad por la misma cantidad con el exponente positivo.

Así tendremos las igualdades que siguen

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \quad (1-a)^{-2} = \frac{1}{(1-a)^2} \quad a^{-5} b^{-1} = \frac{1}{a^5} \times \frac{1}{b} = \frac{1}{a^5 b}$$

De la convencion y definicion anterior se deduce la siguiente consecuencia.

Toda cantidad con exponente entero y positivo equivale al cociente de la unidad por la misma cantidad con el exponente negativo.

En efecto de $A^{-d} = \frac{1}{A^d}$ se deduce $A^{-d} \times A^d = 1$ luego $A^d = \frac{1}{A^{-d}}$

Lección 65

La cantidad entera fraccionaria, que está afectada, del signo radical, se llama cantidad radical.

Se llama cantidad irracional algebraica la raíz indicial e inexacta de una cantidad literal entera ó fraccionaria.

$\sqrt{2a}$ $\sqrt[3]{\frac{1}{5a}}$ $\sqrt[n]{a^2-b^2}$ son cantidades irracionales.

Consecuencia 1.^a Simplificar una cantidad radical.

Para simplificar una cantidad radical.

Para simplificar una cantidad radical, se divide el índice por uno de sus divisores, y se extrae de la cantidad subradical la raíz del grado, que indique este divisor.

$$\sqrt[6]{25a^2-10a+1} = \sqrt[3]{5a-1}$$

2.^a Para reducir dos ó mas radicales de índices diferentes a' otros de un mismo índice, se multiplican todos los índices entre si y tendremos el índice común, y luego la cantidad subradical de cada uno se eleva a' la potencia que indica el producto de los índices de los demás radicales.

Lección 66

Se llama cantidad imaginaria la expresión algebraica, afecta del signo $\sqrt{-1}$

Las expresiones imaginarias pueden ser unas respecto de otras positivas y negativas, segun que les preceda el signo + ó el signo - El primero se omite al principio de escritura.

La forma propia de las expresiones imaginarias es la de un producto indicado de la parte real por la imaginaria $\sqrt{-1}$, sin embargo se presentan tambien bajo la forma de la raíz cuadrada de una cantidad negativa.

La transformación de una forma en otra es muy sencilla, como vamos a ver en los ejemplos siguientes. La consideración positiva o negativa de la cantidad propuesta debe permanecer constante en todas estas transformaciones.

$$\begin{aligned} Ax\sqrt{-1} &= \sqrt{A^2} \times \sqrt{-1} = +\sqrt{-A^2} & Ax\sqrt{-1} &= -\sqrt{-A^2} \\ \sqrt{-4a^2} &= \sqrt{4a^2 \times -1} = 2a \times \sqrt{-1} & -\sqrt{-\frac{1}{4}} &= -\frac{1}{2}\sqrt{-1} \end{aligned}$$

Lección 67.

Identidad es la relación q^{ue} existe entre dos expresiones iguales de una misma cantidad.

$$a+b=b+a$$

$$1+a=a+1$$

Igualdad o equivalencia es la relación q^{ue} existe entre dos expresiones diferentes de una misma cantidad

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\sqrt{1-2a+a^2} = 1-a$$

Ecuación es la igualdad establecida para determinar alguno de sus elementos en valores de los demás.

Las letras que representan los valores desconocidos se llaman incógnitas. estas letras son generalmente las últimas del alfabeto.

Se llama ecuacion numérica aquella en la q^e todos sus elementos condescidos son números particulares; y ecuacion literal la ecuacion en q^e uno o mas elementos condescidos están representados por letras.

Solucion de una ecuacion con una incognita es el o los valores, que substituidos en vez de la incognita, transforman la ecuacion en una igualdad.

Estos valores se llaman raíces de la ecuacion.

Solucion de una ecuacion con dos o mas incognitas es la combinacion de valores de estas, que verifican dicha ecuacion.

Resolver una ecuacion es hallar sus soluciones.

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen unas mismas soluciones.

Grado de una ecuacion con una incognita es el mayor exponente de esta, siempre que no se halle por el denominador ni debajo de un signo radical.

Grado de una ecuacion con dos o mas incognitas es la suma de los exponentes de las incognitas en el termino en que esta suma sea mayor, no hallandose las incognitas ni por denominador, ni debajo de ningun signo radical.

Una ecuacion se llama pura con respecto a una incognita, quando todos los exponentes de esta son iguales; en caso contrario se llama mista. Ecuacion completa del grado n , con relacion a una incognita, es la q^e contiene a esta, elevada a las potencias de los grados sucesivos 0, 1, 2, 3, 4, etc hasta n . Si falta algun termino se llaman incompleta. La suma de los terminos, que no tienen incog-

rita ó que la tienen con exponente cero, se llama termino absoluto.

La resolución de las ecuaciones se funda en el siguiente axioma.

Una ecuacion se transforma en otra equivalente, es decir los valores de sus incógnitas permanecen los mismos, aun cuando á los dos miembros se les añada una misma cantidad se multipliquen por un mismo factor, ó se eleven á la misma potencia.

Leccion 68

Se llama discutir una ecuacion, determinar é interpretar los diferentes valores de sus raíces en todas las hipótesis posibles que puedan recibir los datos.

Esto supuesto, una vez que segun hemos dicho atrás, la ecuacion general de primer grado con una incógnita se puede deducir á la forma

$$Ax = B \quad \text{de donde se deduce } x = \frac{B}{A}$$

viemos ahora los diferentes valores de la incógnita cuando A y B no son cero, cuando uno es cero y otro no y finalmente cuando ambos son ceros.

Si A y B no son cero, la ecuacion propuesta admite siempre una raíz. Pues no siendo A igual á cero la formula queda satisfecha indudablemente por el cociente mismo de B por A que será la raíz de la ecuacion $Ax = B$.

La interpretación de las diferentes expresiones o símbolos algebraicos, que aparecen por raíces de una ecuación de primer grado, forma parte de la discusión de estas mismas ecuaciones; por eso vamos a tratar ahora de la verdadera significación de los resultados, que representan bajo la forma

$$\frac{A}{0}, \frac{A}{\infty}, \frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \times \infty \quad \infty - \infty$$

Interpretación de $\frac{A}{0}$ suponiendo que el denominador D de $\frac{A}{D}$ disminuye hasta acercarse a cero cuanto se quiera, la cantidad fraccionaria aumentará tanto mas, cuanto menor sea el valor del denominador.

Si los valores sucesivos de D , son 1, 0,1 0,01 0,000001 etc los de la expresión fraccionaria serán A , $10A$, $100A$, $1000000A$ etc luego disminuyendo convenientemente el denominador D , dicha expresión fraccionaria será mayor que cualquiera otra cantidad y por lo tanto la expresión, que nos proponemos interpretar es infinitamente grande o infinita.

Una expresión infinitamente grande o sea el infinito se expresa por este signo ∞ de modo que $\frac{A}{0}$ y ∞ son equivalentes.

Interpretación de $\frac{A}{\infty}$ suponiendo $D=0$ en la expresión $A:\frac{1}{D} = A \times D$ el primer miembro se convierte en $\frac{A}{\infty}$ y el segundo en $A \times 0 = 0$; luego $\frac{A}{\infty} = 0$ y podemos considerar el símbolo $\frac{A}{\infty}$ como equivalente a cero.

Interpretación de $\frac{0}{0}$ hallado para la incógnita indica que

puede ser una cantidad cualquiera ó muy grande ó muy pequeña.

Interpretacion de $\frac{\infty}{\infty}$, $0 \times \infty$ $\infty - \infty$

Si en las expresiones $\frac{1^\circ}{\frac{1}{a} : \frac{1}{b} = \frac{b}{a}}$ $2^\circ a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$ $3^\circ \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$

se supone que a y b llegan á ser cero, los primeros miembros se transforman en los símbolos cuya interpretacion se busca como los segundos se presentan bajo la forma $\frac{0}{0}$ dichos símbolos pueden y deben considerarse en general como símbolos de indeterminacion.

Sección 69.

Eliminar una incógnita en dos ecuaciones y deducir de ellas por medio de operaciones que no alteren á los valores de las incógnitas, una tercera ecuacion, que no contenga la incógnita que se desea eliminar.

Los métodos de eliminacion mas conocidos son el de sustitucion igualacion y coeficientes idénticos

Para resolver por sustitucion dos ecuaciones con dos incógnitas, se desoja en una de ellas la incógnita, que se desea eliminar, y substituyéndola su valor en la otra ecuacion nos resultará una sola ecuacion con una sola incógnita, cuyo valor nos será fácil determinar.

absurdas. con mas razon el sistema sera imposible.

Examinemos las dos ecuaciones generales de 1^o grado con 2 incognitas.

$$Ax + Bx = C. \quad A'x + B'x = C'$$

donde A, A', B, B', C, C' pueden ser positivas, negativas, incommensurables etc.

la resolucion de estas ecuaciones no da para valores de las incognitas.

$$x = \frac{CB' - BC'}{AB' - BA'}$$

$$z = \frac{AC' - CA'}{AB' - BA'}$$

Leccion 7^a

Para resolver un numero cualquiera de ecuaciones de primer grado con igual numero de incognitas, se van eliminando estas, hasta hallar una ecuacion con una sola incognita; y la resolucion de la ultima ecuacion llamada ecuacion final, nos dara facilmente los valores de las demas incognitas.

Sean de ejemplos.

$$5x - 12y + 9z = 16$$

$$2x + 2y + 2z = 6$$

$$3x + y + 4z = 26$$

$$11x - 8y + 6z = 49$$

$$2x + 2y + 2z = 7$$

$$x + y + z = 7$$

Para resolver dos o mas ecuaciones con menor o mayor numero de incognitas se disipian estas en igual numero de ecuaciones y se substituyen los valores hallados en las otras. El sistema de ecuaciones dado sera determina do o imposible, segun que los valores delas incognitas verificquen o no las ecuaciones excedentes.

Las ecuaciones, o mejor dicho las igualdades, que resulten de substituir los valores delas incognitas en las ecuaciones excedentes se llaman igualdades de condicion, por cuanto fijan las condiciones a que deben satisfacer los datos, para la posibilidad dela cuestion.

Sean las ecuaciones $x+z=S$ $x-z=D$ y $x:z=Q$ delas dos primeras se deduce $x=\frac{1}{2}(S+D)$ $z=\frac{1}{2}(S-D)$ y substituyendo estos valores en la tercera nos dara la igualdad de condicion $\frac{S+D}{S-D}=Q$

Leccion 73.

El analisis algebraico es una aplicacion del calculo literal que tiene por objeto resolver las cuestiones pertenecientes en formulas generales, que expresan, o las propiedades dela cantidad, o un sistema de operaciones q.^{ue} conducen al resultado que se busca.

La resolucion analitica de todo problema consta de dos partes. Traducir el problema en ecuaciones, que se llama plantear el problema, y resolver estas ecuaciones.

Dada la suma S de dos cantidades y su diferencia D . hallar la mayor y la menor.

Ejemplo
Formulas

$$\frac{S+D}{2}$$

$$\frac{S-D}{2}$$

Ejemplo dos regimientos el uno tiene 1864 y el otro tiene 420 soldados cual sera la diferencia? las dos cantidades se dividen por 2 y luego se suman.

diferencia

1142 entre los dos reg.

$$\begin{array}{r} 902 \\ 210 \\ \hline 1142 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1142 \\ 722 \\ \hline 1864 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 902 \\ 210 \\ \hline 722 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1142 \\ 722 \\ \hline 420 \end{array}$$

Soluciones negativas. Hallar el número de personas de una reunión suponiendo q.^{ue} si hubiere 100 menos habria tres veces la diferencia entre el número que se busca y 10. Llamando x el número que se pide sera $x-100=3(x-10)$ de donde $x=-39$

$$-x-100=3(x-10) \text{ o lo que es lo mismo } x+100=3(x-10)$$

La solución de esta cuestion es 39.

Solucion positivas. La suma de los capitales de dos personas es igual a 500 duros, y el capital de la una excede al de la otra en 200 r.^{es} ¿Cual es el capital de cada una?

Llamando x el capital menor, el mayor sera igual al menor mas la diferencia entre ambos, esto es $x+200$. Y como en el enunciado del problema se nos dice que la suma de uno y otro capital ha de ser de 500 duros, tendra

mos traducido y por consiguiente planteado el problema en la ecuación----

$$x + x + 100 = 500$$

cuya resolución nos dará fácilmente la solución de la cuestión propuesta.

Despejando, pues, la incógnita x tendremos $x = 200$ que será el capital menor y como el mayor ha de excederle en 100 duros, este será igual a 300 suponiendo y el capital mayor tendríamos $y + y - 100 = 500$

Lección 74.

Ecuaciones incompletas o puras. La forma general de estas ecuaciones, después de quitar los denominadores y hacer la transposición y reducción, es $Ax^2 = B$ donde A representada suma de los coeficientes de x^2 y B la de todos los términos independientes de x

Para resolver una ecuación pura o incompleta de segundo grado se reduce a la forma $Ax^2 = B$; se dividen ambos miembros por el coeficiente de la incógnita, y extra yendo de uno y otro la raíz enadrada, el resultado será el valor de la incógnita.

$$Ax^2 = B \quad x^2 = \frac{B}{A} \quad x = \pm \sqrt{\frac{B}{A}}$$

Lección 75.

Para resolver una ecuación mixta o completa de segundo grado reducida a la forma $x^2 + Px = Q$ se escribe la mitad del

coeficiente del segundo término con signo contrario
 $\pm$ la raíz cuadrada de la suma del cuadrado de dicha
mitad, y el último término de la ecuación.

Una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ se llama ecuación
preparada.

Lección 76

Ecuaciones completas o mistas. La forma de estas
ecuaciones, después de quitar los denominadores y hacer
la transposición y reducción, es $Ax^2 + Bx = C$ donde A

representa la suma de los coeficientes de x^2 , B la suma de los coeficientes de x , y C la suma de los terminos independientes de x

Esto supuesto si dividimos ambos miembros de la ecuacion anterior por el coeficiente A de la incognita de mayor exponente, tendremos la nueva ecuacion

$$x^2 + \frac{B}{A}x = \frac{C}{A} \text{ la cual, suponiendo para mayor sencillez}$$

$$\text{sea } \frac{B}{A} = p \text{ y } \frac{C}{A} = q \text{ quedara reducida a la forma}$$

$$x^2 + px = q$$

Leccion 77

Lección 78.

Para resolver una ecuación de 2.^o grado con dos o más incógnitas, se despeja una de ellas y dando a las otras valores arbitrarios, estos y los correspondientes a las incógnitas despejadas formarán una solución.

Sea la ecuación general $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + K = 0$
de donde se deduce $y = -\frac{Bx + E}{2C} \pm \frac{1}{2C} \sqrt{(B^2 - 4AC)x^2 + 2(BE - 2CD)x + E^2 - 4CK}$

y por consiguiente, para cada valor que se da a x resultarán dos para y

Lección 79.

Se llama ecuación exponencial, la que tiene la incógnita por exponente.

Algunas ecuaciones exponenciales se pueden resolver por medio de los logaritmos. Sirvan de ejemplos los siguientes.

1.^o $A^x = B$ de donde $\log. A^x = \log. B$ o bien $x \log A = \log B$
de B .

Dado el logaritmo de una expresion literal, se puede hallar en muchos casos el valor de dicha cantidad o de otra equivalente.

De $\log x = \frac{1}{2} \log a - \frac{1}{4} \log b$ se deduce $x = \sqrt{a} : \sqrt[4]{b} = \sqrt{\frac{a^2}{b}}$

$\log x = 2 + \frac{1}{5} (\log(a+b) + \log(a-b) - \log 1,5)$ $x = 100 \sqrt[5]{\frac{a^2 - b^2}{1,5}}$

La expresion $\log. \log.$ quiere decir el logaritmo del logaritmo de A , o sea el logaritmo del número decimal, que representa al logaritmo de A .

Fin del Programa

Año de 1865 Jueves 2.º de Mayo acabo Luis Ramirez y de las Casas Daza un programa de matemáticas que bastante le trabajo le costó.

2 7 14 21 4 3 9

$$\begin{array}{r} 14/2 \\ 7/1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 21/3 \\ 7/1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4/2 \\ 2/1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9/3 \\ 3/1 \end{array}$$

$$2^2 \times 3^2 \times 7$$

$$4 \times 9 \times 7 = 252$$

$$4 \ 8 \ 12 = m \ n \ c, 24$$

$$4 = 2 \times 2$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$4 \ 8 \ 12 \ 24$$

$$4 = 2 \times 2 = 2^2$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

Lesson 37

$$(0.07225) = 0.07225$$

$$\frac{1}{100} \sqrt{5} = \sqrt{5 \times 10000} = 2.23$$

$$\frac{100}{100} \sqrt{50000}$$

y otros
IBARRA

$\sqrt{4123} = \sqrt{4123 \times 10000}$

$$\begin{array}{r} \sqrt{41230000} \quad | \quad 641,21 \\ 523 \\ 2700 \\ \hline 013600 \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{3 \times 1000000}{8}} = \sqrt{\frac{3000000}{8}}$$

$$\begin{array}{r} 3000000 \quad | \quad 8 \\ 060 \\ 040 \\ \hline 000 \end{array} \quad \sqrt{375000} \quad | \quad 42$$

Figura 13

$$\frac{5}{11} - \frac{7}{12}$$

$10 = 2 \times 5$

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 8} \\ 060 \\ \hline 020,375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 111} \\ 060 \overline{) 4545} \\ 50 \\ \hline 99 \end{array}$$

$$\frac{375}{1000} =$$

$f = 0,45, 45$

$$\begin{array}{r} 45 \\ 99 \overline{) 41} \\ \hline 99 \end{array}$$

$100 \overline{) 45,45}$

Luis A. Ramirez y
de las Casas-Dera

Dia 23 de Mayo de 1867.

Cordoba.

The 2d Division
of the 1st Cavalry

for the 1st Cavalry

Comd'g

Programa

del

Segundo año de Latín y Castellano

Lección 1ª

¿Qué es Sintaxis?

Aquella parte de la Gramática que tiene por objeto enseñar a los conexiones y dependencias de las partes de la oración entre sí al formar las oraciones para expresar nuestros conceptos.

¿En qué se divide la Sintaxis?

En Propia y, Figurada

¿A qué llamamos sintaxis propia o regular?

La que enseña ciertos modos de colocación común y ordinaria de las palabras.

¿A qué llamamos sintaxis figurada?

La que enseñan ciertos modos de colocación que se apartan ordinario, y se llaman figuras.

— Lección 2 —

¿Cuántos son los principios generales de la sintaxis?

Concordancia, Régimen, y Construcción.

¿Qué es Concordancia?

Es la correspondencia que tienen entre sí unas palabras con otras, invirtiendo en ellas alguna circunstancia.

¿Qué es Régimen?

La propiedad que tienen unas palabras de regir o llevar otra después de sí.

¿Qué es Construcción?

El lugar o puesto, que cada palabra debe tener respecto de las otras.

¿Qué es oración?

La enunciaci^on de un juicio enunciado por palabras, el juicio enunciado por palabras se llama también pensamien^{to}.

¿De cuantas maneras puede ser la oración?

De dos, simple y compuesta.

¿Qué es oración simple?

La que consta de un solo verbo v.g. Diligo Deum, amo a Dios.

¿Qué es oración compuesta?

La que consta de dos o mas verbos v.g. volo necare duos gallos, quiero matar dos gallos. Ciceron dicebat conseruare la republica.

— Lección 3. —

¿A cuantas clases generales pueden reducirse todas las palabras en la oración?

A tres generales

¿Que palabras comprende cada una de ellas?

El nombre sustantivo, el nombre adjetivo, el pronombre y participio, considerados como adjetivo.

El verbo parte principalísima de la oracion, y el participio en cuanto conserva su régimen y sigue sus mismos casos.

Y las partes indeclinables que sirven de complemento a la oracion.

¿Que palabras son necesarias en la oracion considerada logicamente?

Verbo, sujeto, verbo y atributo

¿Y considerada gramaticalmente?

Quedra tantas partes cuantas sean las palabras que se llenen en ellas.

¿Que es sujeto?

Es aquel de quien se afirma alguna cosa.

¿Que es atributo?

Es la cosa misma afirmada del sujeto.

—Lecion 4.^a—

¿Cuántas son las concordancias?

Cuatro, de dos sustantivos, de sustantivo y adjetivo, de sujeto y verbo, de relativo y antecedente.

¿En que concuerdan los dos sustantivos?

En un mismo caso, aunque algunos de ellos, sea de distinto genero y numero. Cicero consul, Urbem Roman.

¿En que el sustantivo y el adjetivo?

En numero, caso y genero. pericula, magna, Vir probus

¿En que el nominativo y verbo?

En numero y conformidad de persona u.g. ego scribo, yo Petrus legit, Pedro lee.

¿En qué el relativo y antecedente?

Concuerda con el antecedente en genero y numero, y con el consequente, genero, numero, y caso u.g. *Deus quem veneramus est justus.* El Dios á quien veneramos es justo.

—Lecion 5.—

¿Que se requiere para que dos sustantivos continuados formen concordancia? Ejemplos.

Que se refieran a una misma cosa aunque sean de diferente genero o numero u.g. *Maria refugium peccatorum est mater dei.* Maria refugio de los pecadores es madre de Dios.

¿En qué concuerda el sustantivo y adjetivo?

En numero, caso y conformidad de terminacion gramatical.

¿Si un adjetivo modifica a dos sustantivos que están en el numero singular como concertará con ellos?

En plural como *pater et filius emulsi*, el padre y el hijo emulsi. *Pater et mater indulgentes*, el padre y la madre indulgentes.

¿Y si son los sustantivos de diferente genero, y de las cosas animadas en que terminacion se pondrá el adjetivo?

En plural prefiriendo la masculina á la femenina u.g. *Pater et mater sancti patris.*

—Lecion 6.—

¿Concordancia de nominativo y verbo?

Concuerdan en numero y personas.

¿Puede usarse el verbo sin un nominativo ó sujeto?

No señor, pero hay en los autores algunos verbos usados

en la voz pasiva, que ni tiene sujeto expreso ni tan parte ni perfecto sentido.

¿Solo el nombre o pronombre puede ser sujeto del verbo?

El verbo sirve de sujeto en infinitivo, u oración entera al verbo por la enalage v.g. sapere est et principium et finis recte scribendi.

En plural como pater et filius governarunt.

¿Cuándo haya de concertar el verbo con dos o mas personas en singular, en que numero se ha de poner?

Concertará con la mas noble en plural siendo preferen la primera a la segunda y esta a la tercera v.g. Si tu et Julia laex nos tractatis, ego et maximus Ciceró valemus.

Si tu y Julia, nuestra vida lo pasais bien, yo y maximus Cicerón lo pasamos bien.

¿Y si dichas personas son diferentes, en que terminacion personal ha de ponerse el verbo, y si este hubiere de concertar con un nombre singular colectivo, en que numero?

Puede sin embargo concertar con el ultimo v.g. quid ego et populus decideret, puede decirse decideremur.

En plural v.g. pars ni frustra, sciam parte a unos dividen in trozos.

—Sección 7.—

¿Concordancia de relativo y antecedente?

El relativo, concuerda con el antecedente en genero y numero y con el coadjuvante en genero y numero y caso como otro cualquiera adjetivo v.g. vide hominem qui dormiebat, vi al hombre que dormia.

¿Como se considera el relativo en la oracion?

Como un adjetivo colocado entre un nombre o pron

¿ En que concuerda el relativo con el antecedente?

En genero y numero.

¿ En que se concuerda?

En genero numero y caso como otro cualquiera adjetivo.

¿ Vienen expresos o callados los dos?

Por lo general en castellano solo se expresa el antecedente, pero en griego y en latin es indifferente suprimir el caso antecedente y expresar el consiguiente. v.g. *Occidit re magnum quam legerat herbas*. Esto es *herba quas legerat occidunt magni*.

Otras veces se suprime el antecedente, y ponen el relativo en la terminacion neutra, y el caso consiguiente en genitivo.

¿ Cual de los dos calla mas comunmente? Ejemplos.

El Consiguiente.

— Leccion 3. —

¿ Que caso pide el infinitivo latino antes de si?

Accusativo v.g. *labor te superasse difficultatem*.

¿ Que se añade delante de dicho caso, cuando la oracion se traduce en castellano?

La conjuncion *que*.

¿ Puede ser alguna vez un nominativo, sujeto del infinitivo?

Si señor, en las oraciones de un infinitivo concertadas, v.g. *possum defendere patria*.

¿ Si el infinitivo tienen un predicado en que caso se pone? Ejemplos.

En el caso que este el sujeto v.g. *egrum aristidem fuisse continentissimum*. Dican que *Aristidem* fue muy desinteresado.

—Lecion 9.—

¿Que es Regimen?

La dependencia que tienen en la oracion unas palabras de otras.

¿Cuales son las palabras regentes?

El nombre, el verbo, y sus derivados los participios, gerundios y supinos y la preposicion.

¿Cuales son las regidas?

El nombre como complemento de la regente, el verbo y adverbio considerado como nombres.

¿Que casos del nombre pueden ser regidos?

Genitivo, acusativo y ablativo. El nominativo no se rige de nadie. El dativo es un caso de atribucion y el vocativo indica la persona con quien se habla.

¿Que modos del verbo pueden serlo tambien? Ejemplos.

El Indicativo, Subjuntivo, y Infinitivo.

—Lecion 10.—

¿Cual es la significacion mas general del genitivo?

Posecion o pertenencia.

¿De que partes de la oracion se rige dicho caso?

De un nombre sustantivo expreso o callado v. g. honor est premium virtutis, el honor es el premio de la virtud.

¿Puede el genitivo regirse alguna vez de un adjetivo?

Si señor, quando exprese la misma relacion v. g. domus regis o regia casa del rey, senatus Romae o Romanus, el senado Romano.

¿Que adjetivos suelen llevar por construccion genitivo?

Los adjetivos puestos en la cuarta terminacion v. g. i

pecunia tanto dinero, multum critici, mucho trigo.
Los que significan ciencia, o ignorancia codicia an-
siedad desear ciudad, participacion miedo y sus con-
trarios.

Los verbales en ap, los adjetivos en ius, onus, y muchos
de los participios de presente, cuyo genitivo va siempre
regido de un sustantivo apelativo oculto, como peritus,
juris, instruido en el derecho.

Con los numerals y pronombres cuando estos sirven
para separar un objeto de otro v.g. quis vestrum, quien
de vosotros, decem milites, diez soldados.

Con los que significan similitud y propiedad v.g.
similis patris, semejante al padre, iudicium oratoris
proprio del orador.

Se usa de genitivo después del superlativo v.g.
Plato doctissimus totius Græciæ, Platon el mas docto
de toda la Grecia).

— Sección II. —

¿Que verbos intransitivos se construyen con genitivo?

Interest y refert que significan importar o conve-
nir, la persona o cosa a quien importa o conviene
se pone en genitivo como interest regis recte facere, al
rey importa obrar bien. Populorum referbat summis po-
testatibus obedire, conviene a los pueblos obedecer a las au-
toridades.

Cuyo genitivo van regidos de officia o negotia.

Pero si aqui importa o conviene es ante, ab, a nosotros
a vosotros, a ellos, no se usará de los genitivos de ego, tu, tu
etc sino de los acusativos de los derivados en la neutra

terminacion de plural como *interest mea*, me interesa, en donde se entiende oficina o negocio rigidos dela. *propositiones inter o ael.*

Los verbos de memoria y oido, *memini meminisse recordor oblitiscor* se construyen indifrentemente con genitivo, o acusativo como *memini recordor meminisse calamitatis et calamitatum me acuerdo dela calamidad.*

Satago se construye con genitivo como *pater satagis mi familliaris*, el padre cuida de la hacienda, *misericor* sule hallarse tambien con dativo, como *misericor tui infortiis me compadeces de ti.*

¿En que otro caso sule mudarle?

Los verbos *accusare absolvere condemnare* ademas del acusativo de persona piden genitivo que denote la pena, castigo o delito u.g. *judex damnat rerum capitis* - e el juez condena al reo en muerte.

¿Que verbos transitivos se construyen tambien con genitivo y si pueden mudarle en otro caso?

Si señor en ablativo con *de* como *convincere*, cargarlo *illum avaritia vel avaritia*, se acusa de avaro:

¿El precio en que se compra, vende, o estima una cosa se puede expresar en genitivo?

Cuando el precio o estima es indeterminado sule expresarse con estos genitivos, *hujus, magni, maximi, plurimi, plurimum, parvi, quanti, quantumque tanti, tantidem*, concertados con *pretii* o *valto* y tambien con estos, *ascus flocci, nimili, pitli, terentii, pateram, magnis, filium nili, facitatis*, estimaba al padre mucho y al hijo en nada; *estimo te terentii*, te estimo tanto como a un maravedi: cuyos genitivos van rigidos de *pro*, negocio, pretio.

Tambien despues de *sum interest* y *refers*.

Se hallan algunos de estos genitivos en la misma significacion

cione v. g. non erat tanti id est pretii de poco servia
Respecto parvi importa poco.

¿Y se podrá mudar en otro caso?

Tambien se pone en ablativo el precio determinado
en que se compra, vende, o aprueba alguna cosa, rigido
ocultamente de pro v. g. Nonnulli vendidi auro patriam
Non vendio la patria por el dinero.

¿Que adverbios suelen llevar por construccion genitivo?

Abunde, satis, instar ergo, parum, eo, ubique y
otros se juntan con genitivo v. g. satis loquuntur
sapientiam, parum, mucha labia, y poca sabiduria
ubique gentium, en todas partes, instar montes a ma
nera de monte, virtuti ergo, por causa de la virtud,
ergo se propone siempre. Prædie y postdie se junta
con genitivo o acusativo, como prædie calendarum
o calendas, el día antes de las calendas. El acusativo
va rigido de ante con el primero y de post con el
segundo el genitivo de die.

— Lección 12 —

¿Que denota por lo general el dativo?

Utilidad, perjuicio, obediencia, o fin y corres
ponde a las proposiciones castellanas a, para, por

¿A qui adjetivos se junta este caso?

Adjetivos que significan, amistad, o enemistad, pa
rentesco proximidad, igualdad, desigualdad, compañía
familiaridad, semejanza y sus contrarios. con comunis
propius y superius como similis patri vel patre
semejante al padre. equalis patris vel patre, igual
al hermano. Los adjetivos que significan, dignacion

No hay verbo ni adjetivo al cual no se quite algun dativo.

— Lección 13. —

¿Que relaciones expresa el acusativo?

El efecto causado por los verbos transitivos se pone en acusativo.

¿Que partes de la oracion rigen directamente este caso?

Todo verbo transitivo tiene despues de si un complemento expreso o sobreentendido v.g. Diligo Deum; amo a Dios.

Verbum sirve de complemento un infinitivo u oracion entera v.g. rogo ut vellis facere quae ostendistis, te ruego que tengas la bondad de hacer lo que has demostrado.

¿Pueden los verbos intransitivos regir alguna vez acusativo?

Los verbos tomados en significacion metafórica pueden regir acusativo v.g. Coridon ardebat alexim. Coridon amaba ciegamente al pastor Alexis.

¿En que caso se ponen los nombres que expresan la medida o peso, tiempo o distancia?

Se ponen en acusativo o ablativo con preposicion expresa o callada v.g. via pater per tria millia passum, el camino se descubre hasta tres millas, mensa est longa sex pedes vel pedibus, la mesa es seis pies de larga. La distancia tiene el mismo regimen. Tambien se ponen en acusativo el lugar a donde quo con preposicion expresa o callada. La preposicion ad denota proximidad al lugar. En el mismo

lugar v.g. profectus sum ad urbem, parti hacia la ciudad.
8. in urbem (dentra de ella)

—Lecion 14.—

¿Que caso llevan los adverbios en y ecce?

Los adverbios en y ecce. se construyen con nominativo o acusativo v.g. en quier o quierum, mira al muchacho.

¿Y las interjecciones o. heu, prohi?

Las interjecciones, o. heu, y prohi se juntan con nominativo, acusativo y vocativo v.g. ah virgo infelix ah desventurada doncella, o. faustum die, o. dia dichoso.

¿A que partes de la oracion suelen los latinos imitando a los griegos, juntar un acusativo?

A un adjetivo o participio pasivo v.g. fractus membra que traducido literalmente, dira roto en cuanto hace a los miembros.

¿Que verbos transitivos, siguiendo la construccion griega suelen llevar otro acusativo, ademas del termino de su accion?

Los siguientes, moneo, doceo, circa, y sus compuestos con celo, erudio, flagito, oro, placeo, repetto, e interrogo. v.g. doceo pueros gramaticam, en pasiva el acusativo de persona pasa a ser sujeto, y el de cosa se repite como pueri doceantur a me gramaticam.

—Lecion 15.—

¿Que relaciones expresa el ablativo y de quien se rige siempre?

Causa, modo, instrumento, igualdad, desigualdad es a

dependiente de posesicion, y nunca se hallará en los autores que no la tenga expresa o tacita, ¿En que caso se pone el nombre que expresa alabanza o vituperio?

En ablativo u.g. erat dux perinde ac maxima, era general muy jorudente.

¿Que construccion lleva el adjetivo comparativo?

Ablativo rigido ocultamente de pro u.g. major me est. u de mayor edad que yo.

¿Que adjetivos se construyen con ablativo? Ejemp. Contentus, creditus, fretus, perditus, orbus, solus, nus ornatus, insignis y otros se construyen con ablativo rigido ocultamente de la posesicion comparante u.g. contentus sorte, contento con la suerte, clausus insignis virtutibus, instable, illustre per sui virtutes.

—Pecion 16.—

¿Que verbos intransitivos se construyen con ablativo?

Los que significan alguna afecion del animo de los sentidos v.g. ego atroxus, necesito de socorro ulor rebus, me sorro de las cosas.

¿Que verbos transitivos llevan este mismo caso?

Los que significan llevar, cargar, privar, cénir, rodear y sus contrarios u.g. Igltudo me somno privat la enfermedad me priva del sueño, puede mudarlos en genitivo v.g. impletus veteris vagui vaco, bibui largamente vino anego.

¿En que caso suele ponerse comunmente el precio ó estimacion de una cosa?

En ablativo v.g. magno estimatur, se estima mucho.

¿Como se traduce al castellano?

Debe traducirse, y por los participios equivalentes en castellano, y por los gerundios. La colocacion del ablativo oracional puede ser al principio del pensamiento siguiente, si este es consecuencia de él, o después del sujeto, termino de la accion, pues será circunstancia, o modificación de uno de los dos. Ejemplo His rebus profectis Cesar ut reliquum tempus a labore intermitteretur milites in proxima municipia decluxit. Se principia por His rebus profectis, concluida esta coras, ferque viso retulit retro quidem. Y vista la fiara voluit prius atrox. Cesar exploratis regionibus alvante celo omnes copia castris et dirigit. Estos dos ablativos oracionales se colocan al fin y se clita, Cesar rucá de los campamentos todas las tropas al nayar el alba después de haber reconocido el terreno.

1. Como se ha de entender el concepto de la
 2. de la moral, y de la política, y de la
 3. de la economía, y de la historia, y de la
 4. de la filosofía, y de la medicina, y de la
 5. de la agricultura, y de la industria, y de la
 6. de la guerra, y de la paz, y de la
 7. de la religión, y de la superstición, y de la
 8. de la ciencia, y de la ignorancia, y de la
 9. de la virtud, y de la culpa, y de la
 10. de la felicidad, y de la infelicidad, y de la

¿Y la causa, modo ó instrumento? &c.

La causa, modo, e instrumento se pone en ablativo
ejemplos de causa. perit fame, morio de hambre de
modo, prosedit passum lento, camina a pie a paso
lento &c. instrumento gladio puerum jugulo, degiullo
al ladron con la espada; de exceso doctrina graecia
nos superabat, la gracia nos excedia en sabiduria,
de igualdad y desigualdad. paris cum etate imperis viribus
es igual en edad, desigual en fuerzas.

¿El ablativo oracional porque se llama asi, como
se traduce al castellano? Ejemplos.

El ablativo oracional llamado an porque puede con-
vertirse en oracion se junta con cualquier verbo como
Ferdinando reinante, reinando, fernando, Cesare scio
muerto el cesar. El regimen de este ablativo pende
siempre de una proposicion oculta que generalmente
es a, ab, cum, pero si por el se significa officio ó em-
pleo, va regido de cum.

—Lecion 17.—

¿De quin depende el verbo en el modo subjuntivo?

De una oracion precedente aunque muchas veces
se halla oculta por la elipsis, y generalmente lleva
la idea de posibilidad, permision ó deseo v. g. ego illum
facere cum jala que yo hiciera esto.

¿Como se considera el modo infinitivo?

Como un nombre indeclinable acompañado
de todas las relaciones que expresa el infinitivo cas-
tellano.

¿Podrá este modo expresar la mayor parte de las

relaciones que el nombre sustantivo expresa por medios de sus casos?

Si señor de genitivo, de dativo, de acusativo y de ablativo.

¿Puede una oración de infinitivo trasladarse al subjuntivo? Ejemplos.

Si señor v. g. El cartaginés mando a los numidas dar una carga a los romanos, por subjuntivos.

El cartaginés mando que los numidas dieran una carga a los romanos.

— Sección 18. —

¿Si un verbo en el modo infinitivo está determinado de otro verbo de los llamados de entendimiento y de lengua podrá expresarse de otro modo?

Si señor con quod en subjuntivo.

Si fuere o interrogativa, o indefinida se pondrá en subjuntivo y no en infinitivo v. g. nescio quid faciam, no se que hacer. Quantum consilio valeat, hoc ipso in loco sepe cognoscis. Muchas veces experimentastes en este sitio de cuanto peso sea tu consilio.

¿Y si fuere el determinante de los llamados de voluntad? Ejemplos.

Determina o reñen al segundo verbo a infinitivo, por subjuntivo con ut, y si trae negación con ne o ut o non, deus que lo pases bien Cupio te valere o ut valeas.

— Lección 19. —

¿Cuándo el determinante es de los llamados de temor o recelar en que modo se expresará el determinado?

Depues de los verbos de temor y recelar el que es ne y el que no ut. Pomo muchos que padescas pro en los cuarteles de invierno. Valde metuo, ne frigas in hiemis, me reculo que no vengas, venio ut venias. Concurus, caveo, se usa indistintamente de ut o ne.

¿Y si el determinante fuere de los llamados afectivos?

Rijen al infinitivo o subjuntivo con quod v.g. me alegro que el niño, haya vencido la dificultad, letor primum superavisse, quod superavit difficultatem.

Tambien puede hacerse la oracion por participio de pretérito concertado con la persona que padece, o en ablativo, o en causativo regido de ob o propter, letor difficultate superata ut ob o propter difficultatem superatam.

¿En que modo se pondrá el determinado si el determinante fuere de los verbos de impedir, estorbar &c? Ejemplos

Los verbos que significan impedir estorbar &c. rijen ademas de infinitivo a subjuntivo con quominus o quin, si la oracion lleva negacion y ne si no la lleva v.g. la ley de Dios no impide que te diviertas castamente, divina lex non impedit te ob temperam ob quominus, o quin ludo casti ob tempera: te prohibo que escribas, vito ne scribas.

Lección 20.

¿Como se expresará el determinado cuando el determinante sea uno de los nombres o verbos de dudar?

Los verbos y nombres de dudar cuando estan con interro-
gacion o negacion determinan a' infinitivo o subjuntivo
con quien; y si nada de esto hay con an, utrum, num
o' ne, preguntase este ultimo al sujeto. v. g. no dudo
que habra muchos, non dubito pleros que fore o' qui
plurit qui facturi sunt, dudata yo que estidiases
dubitabant, an, utrum, num, tu estideris o' tunc estudere
la particula si despues de verbo de dudar, preguntarse
determina a' subjuntivo con an, utrum, num, ne, preguntase
y si viene o' no se dira sic, ne, o' an non v. g. no se si
incepar o' no mecio an, o' utrum fingam, ne, ne.

¿Despues de tantus, talis, etc como se dira la
oracion determinada?

Despues de las palabras, is hic, tantus, talis
adco, sic, ita, el que castellano es ut con subjuntivo
v. g. tal es la condicion de los hombres que ninguno
esta contento con su suerte.

Ea es hominum conditio, ut nemo sua sorte sit
contentus.

¿Que variaciones admite el el verbo determinado
despues de las adjetivos dignus e' indignus?

Despues de las palabras, digno e' indigno ser merca-
dor, si el determinado esta en pasiva se hera por un
relativo qui, infinitivo, aunque es gerisimo futuro
en dus, y verbal en bilis, quitado el dignus, un nombre
verbal al gerativo o' ablativo y supino en u, y si es
activo el verbo determinado se variaria solo por los
tres primeros modos v. g. Dux es digno de ser amado
por el nombre, Dux est dignus ut diligatur qui dili-
gatur, diligit, diligendus, ab homine diligibili, o' est

dignus amoris vel amore homine.

¿De los verbos llamados concertados? Ejemplos.

Los verbos llamados concertados son los que los dos verbos determinante y determinado concuerdan tanto con el sujeto en activa como en pasiva. Es decir que el sujeto del determinante mueve la acción del infinitivo v. g. El soldado debe defender la patria, miles debet defendere patriam en pasiva patria debet defendi a milite.

—Lecion 21.—

¿Que es participio?

Participio es una dición verbal, que en forma de adjetivo enuncia cualidades activas y pasivas con expresión del tiempo como amans el que ama, amatus, amado.

¿Que regimen tienen los participios?

Los participios suelen tener el regimen y construcción de los verbos de donde nacen, como puer obtemperans legibus, niño que obedece las leyes; preceptor eruditurus pueros, el preceptor que ha de instruir al niño.

¿Como se considera la concordancia de los participios?

Como una oración abreviada, que nosotros construimos por el verbo participio, si lo tiene el verbo castellano o por relativo o por gerundio.

¿Pueden formar concordancia los participios con el sustantivo en todos los casos de este? Ejemplos.

Si señor, pues declinandose todos como los adjetivos, a saber los de presente como prudens, y los de mas como bonus no hay ninguna dificultad en que formen concordancia con los sustantivos.

¿Que es gerundio?

Los gerundios son unas dicciones verbales que llevan la significacion del verbo, y denotan el estado de esta obligacion o necesidad.

¿Que regimen tienen los gerundios latinos?

El regimen de los verbos de donde nacen u.g. *tempus est amandi Deum, obliuiscendi injuriam, abstinendi a malis etc.* tiempo es de amar a Dios, de olvidar las injurias y abstenerse de la maldicencia.

¿De quin se rigen los gerundios latinos?

De un genitivo, o de un adjetivo que se junta con genitivo por construccion griega, *sum cupidus te vivendi*: estoy desoso de verte. Los de dativo se junta generalmente con todas las palabras que se construyen con dativo: el de acusativo va regido generalmente de *ad*, y tambien de *inter propter etc.* y el de ablativo de *in ab, de, i pro.*

¿Como se construyen los gerundios de los verbos tran- sitivos?

En pasiva poniendo el acusativo en el caso en que este el gerundio. *Tempus est dei amandi*

¿A quin se junta los supinos en un y que regimen tienen?

El supino en un se junta a verbos de movimiento y va regido de *in* o *ad*.

¿A quin se junta el supino en *ci*? Ejemplos
El supino en *ci* es pasivo, y se junta con adjetivo como dignus amari, digno de ser amado.

—Lecion 23.—

¿Que regimen tiene el nombre sustantivo castellano?

Regime otro nombre sustantivo, y este regimen se verifica con el auxilio de una preposicion.

¿Que regimen tiene el verbo castellano?

Regime un nombre sustantivo o pronombre personal que sea termino de su accion con preparacion o sin ella.

Cuando el termino de la accion, significa persona se expresa la preposicion a u.g. amo a Dios, amo proximo, a mi padre.

¿Cuándo podrá omitirse la preposicion a al regimen directo del verbo castellano?

Cuando signifique cosa u.g. amar la virtud, y aborrecer el vicio. Hay casos sin embargo en que se omite dicha preposicion, aun refiriendose a personas como cuando decimos, buscad, criados, ganad amigos, pero no se podra excusar cuando sea un nombre proprio el regido u.g. convidé Lucas en lugar de convidé a Lucas, visitó Cadix en vez de visitó a Cadix. Con todo si estos nombres de lugar llevan el articulo puede omitirse la preposicion a y así es indiferente decir, prefiero la Corona en vez de prefiero a la Corona.

¿Pueden tambien dichos verbos tener un regimen indirecto?

Tomada la voz regimen en un sentido mas lato se puede decir que todos los verbos lo tienen, cuando se expresa alguna circunstancia que modifique su accion, lo cual suele hacerse por medio de gerundios

adverbios, modos adverbiales, y nombres precedidos de preposición v. g. anoche lloró á cantaros. Juan duerme roncando, anoche heló temblamente.

¿Pueden tener este regimen indirecto los verbos intransitivos?

Si señor, v. g. doy un consejo por tu bien, el rey elige en las provincias gobernadores para la direccion de los negocios.

¿Pueden llamarse transitivos los verbos castellanos-reciprocos?

Pueden en cierto modo llamarse transitivos por cuanto es un pronombre el termino de su accion.

¿Pueden estos volverse en pasiva? Ejemplos

No señor, porque como dicho pronombre se refiere al mismo sujeto, o nominativo de la oracion esta circunstancia, los constituye en la clase de neutros, impidiendole ser vueltos por pasiva v. g. Judas se ahorcó.

— Sección 24 —

¿El verbo castellano puede regir á otro verbo?

Si señor, de dos maneras, ó llevándole al infinitivo, ó al indicativo ó subjuntivo, y de estos el que rije se llama determinante, y el regido determinado. Un verbo rije á otro en el modo infinitivo cuando la accion ó significacion del primero para ala del segundo, como á su termino, es decir, cuando este se refiere precisamente á la persona ó cosa que es nominativo ó móvil de la accion de aquel v. g. Luis quiere estudiar, estudiar es el termino del

verbo quiero; y su significacion se refiere al nominativo Luis del verbo determinante.

¿Si el agente del verbo determinado es diferente del agente del determinante como se expresara el verbo determinado?

No pide ya el regimen del infinitivo, sino el de indicativo o subjuntivo por medio de una conjuncion y principalmente de la copulativa que v. g. deseo que aprendas, dicen que la cara amenazara ruina

¿El verbo rige al adverbio?

~~El verbo rige al adverbio~~, todo verbo a excepcion de los auxiliares rigen adverbios y estos se refieren a los adverbios del mismo modo y con la misma precision que el adjetivo se refiere al sustantivo.

El nominativo de cada verbo denota el actor o movel de la accion de aquel que expresa el verbo y el adverbio expresa las circunstancias de su significado esto es, el lugar, tiempo, modo, la cantidad, comparacion, afirmacion, negacion, o duda y muchas oraciones tiene por unico termino, uno, dos y hasta tres adverbios v. g. amara temprano, voy bien asi, aqui cerca vivo

¿El participio pasivo castellano tiene regimen?

No rige por si solo a otra parte de la oracion; pues pierde unicamente la qualidad de adjetivo quando entra a componer la voz pasiva de algunos tiempos de su proprio verbo con el auxiliar haber como he dicho, habra tomado, en cuyas locuciones conservan el regimen, de aquel que ha dicho mia ha perdonado a su amigo.

¿Los pocos participios castellanos activos, tienen el regimen de sus verbos?

Unas veces lo guardan y otras no.

¿Como se suplen los participios activos de que carece nuestra lengua?

Como gerundios.

¿Que regimen tienen los gerundios castellanos? Ejemplo.
El mismo del verbo a que corresponde, amando la
Dios, ejerciendo la virtud.

— Sección 25. —

¿Como se puede resolver alguna vez el gerundio en nuestra lengua?

Con, como, o cuando, y el relativo algunas veces o el tam en subjuntivo, o alguna partícula temporal u.g. temiendo el niño a Dios recibirá su auxilio. Cum puer timeat Deum accipiet auxilium eius.

¿Como se resolverá en latín el gerundio simple, castellano al que vulgarmente llaman oracion de estando?

Si la oracion principal habla de presente o futuro, se hará la primera por el presente de subjuntivo con cum, ubi, o cuando, y si habla de otro tiempo se hará por el Imperfecto u.g. temiendo el niño a Dios recibirá su auxilio: como el niño teme, cuando teme o que teme: cum puer timeat, ubi Deum, cuando timet o puer qui timet Deum accipiet auxilium eius; se hace por participio de presente cuando la persona agente de la principal entra en cualquiera caso en la del gerundio u.g. puer. timeat Deum, y si no entra en ningun caso, se hará por ablativo

oracional u. g. *Dei nos oprimis* no aliviando ninguno
nuestros males. *Deus opressit*, nullo mala nos *trahente*.

¿Como se resolverá en latín el gerundio de pretérito
ó compuesto, al que vulgarmente llaman de habiendo?
Ejemplos.

Si la oración principalmente habla de presente
se hará por el pretérito perfecto de subjuntivo, y si
habla de los duros tiempos se hará por el pluscuamperfecto
con la partícula *cum*; habiendo recibido *Máximo* el
dinero lo conto; *Quum Máximus accepisset pecuniam*
numeravit eam. haviendo por el participio de pretérito
concordado con la persona que padece en el caso en que
entrare en la segunda u. g. *Máximus numeravit*
pecuniam acceptam a se; y si no entra en ella se
pondrá en ablativo oracional.

— Sección 26. —

¿Como se resolverá en latín el gerundio de futuro
ó de obligación llamado vulgarmente oración de es-
tando para, y habiendo de?

Se hacen entodo como las de estando, advirtien-
do que en activa, se hacen en activa por el futuro en
urus y en pasiva por el en *us*, y tiempos de obliga-
ción u. g. estando para pelear los soldados, se le pre-
sento ocasión de manchar, *cum milites per naturi esset*
ubi o'cuando per naturi essent otulis se da ocasión propicia
endi.

¿Y el futuro compuesto, llamado oración de haber?

Se hacen entodo como las de habiendo, pero por futuro
en *urus* en activa, y futuro en *us* en pasiva, añá-

diendo desguar al pretérito perfecto o pluscuamperfecto de subjuntivo de *sum* et *fu* según el tiempo de que hablare la oración segunda v. g. *habiendo* haber en todo el libro, no lo leerás, cam tu *lecturus* que *erit*, *librum*, non *leges* *illum*. Tambien pueden hacerse las oraciones de *habiendo* de haber por participio de futuro en una concordada con la persona que hace y por participio de futuro en dos concordando con la persona que padece, guardando las reglas de la oración de estando llamas v. g. *habiendo* tú de haber leído el libro, no lo leerás, ni *lecturus* *librum* non *legisti* *illum*, o non *legitis* *librum* *legendum* a *tu*.

¿Cuándo un verbo carece de pretérito y supino y hubiere precisión de usarse en alguno de los tiempos que se forman de estos raíces que hemos? Ejemplos.

Buscar un verbo que tenga igual significación o formar un rodeo con *exiit*, *factum* o *facturum*, y *sum* o *fu*, y el verbo que carece va a imperfecto de subjuntivo v. g. el médico cura al enfermo. *Attendit* *factum* ut ut *medicus* *mederetur* *egrotum*.

— Lección 27. —

¿Regimen de la preposición?

Ya sea en composición ya separada rege su caso v. g. *adeo* urbe, voy a la ciudad, usque *ad* ares hasta los altares.

¿Cuales son las preposiciones de acusativo?

Ad, ante, apud, adversus, eis, extra, ciliatim, circa, circum,
contra, erga, extra, infra, inter, intra, jura, ob, pene,
pro, propter, per, prope, prae, proter, post, secundum, cum,
supra, trans, y ultra...

¿Cuáles son las que rigen ablativo?

Et, ab, abs, pro, pro, coram, palam, absque y sine
de e, ex, cum, tenus, procul.

¿Que regiminas tiene la preposición tenus y como se
coloca?

Tenus rige ablativo, y se pone después de ene, pero si
el nombre fuere de plural puede mudarse en genitivo
regido ocultamente de sine, n, o negocio v.g. oculorum
veloculii, tenus, hasta la gota.

¿Cuáles son las que rigen acusativo y ablativo?

In, sub, super y subter.

¿Cuándo las preposiciones in y sub rigen acusa-
tivo y cuándo ablativo?

La preposición in cuando denota quietud, o se pone
por inter, o acción hecha en lugar determinado rige
ablativo v.g. deambulo in foro. Me pascio por la plana
amiciis nisi in bonis, esse non potes, no puede haber
amistad sino entre los buenos. en todas las demás acep-
ciones rige acusativo v.g. Hispania misus est, el fue en-
viado a España: sub cuando significa lo mismo que cir-
citer por paulo ante, o paulo post, o denota tiempo
o se junta con verbos de movimiento quere acusativo.
v.g. fugit sub terra, huye bajo techado cuando denota
quietud rige ablativo v.g. requiescit sub umbra, descan-
sa a la sombra.

¿Ydem delas preposiciones subter y super?

Subter se usa con acusativo y ablativo: super signifi-

cando, moviminto, exaro, o mas alla de, rige acusativo como tegula cecidit super caput, la tegula cayo sobre la cabera: y significando cerca de, tocante a, rige ablativo como super Hectore multa vagitans, preguntando muchas voces sobre, a cerca de Hectore.

¿Con que ablativos se pospone la preposicion cum? Ejemplos

Cum se pospone siempre despues del ablativo de ego, tu, sui, nos, vos, como mecum, conmigo, nobiscum, con nosotros, con los ablativos De qui y quibus pueden anteponerse o posponerse v. g. quicum, o cumquo, con el cual, quibuscum, cumquibus, con los cuales.

—Lecion 28.—

¿Rige la preposicion castellana al nombre o al pronombre?

Si señor v. g. casa de Pedro. Luch contra Juan etc.

¿Rige al verbo?

Con muy contadas excepciones el verbo rege de preposicion va siempre al infinitivo, el cual toma el caracter de nombre sustantivo v. g. Enriqueta esta acostumbrada a madrugar. Y advertimos que aqui se habla solamente de la preposicion por si misma, pues p.^a rege al verbo en otros tiempos necesita del auxilio de una de las conjunciones que o si v. g. se reduce a si es bueno o malo, me contento con que me des la mitad. Las excepciones son estas: la preposicion en rige al gerundio. Cuando equivale a despues de v. g. en comiendo tomaremos cafe.

La proposición según nunca rige al infinitivo
ni al indicativo i subjuntivo. v.g. según oia la gan-
ta ya están firmadas las paces. según lo hagan o lo
cueren conmigo, así lo haré yo con ellos.

¿Rige al advertio?

A señor, lo prueban los ejemplos siguientes, de aquí para
frente a Toledo. Era puertita de abr. nació dentro, de me-
nos nos hizo Dios, para hoy está señalado el pleito. &c.

¿Puede regir a otra proposición? Ejemplos.

Nunca parece que la rige, rige a un nombre oculto
v.g. tomar un libro de sobre la mesa. Corrió por entre
árboles es decir. Por un lugar de árboles.

— Lección 29 —

¿Los advertios de lugar?

Los advertios de lugar son en donde ubi, de donde
unde, a donde, quo, por donde quos.

¿En que se dividen los nombres de lugar?

Los nombres de lugar pueden ser apelativos y pro-
pios, y entre estos hay propios de lugar mayor, que sig-
nifican una provincia, reino &c. y propios de lugar
menor que aparezcan una sola ciudad, o villa río &c.

¿En que caso se pone el lugar a donde ubi?

El lugar en donde ubi, se pone en ablativo regido de
in v.g. Curio in Africam perit. Curio murió en el
Africa. Mas los propios de lugar menor declinandose
por el singular de la primera y segunda, se pone con
mas elegancia en genitivo v.g. Roma natus, nacido en
Roma: también suele hallarse en genitivo alguno que
otro propio de lugar mayor, que se declina por el sin

gular de las dos declinaciones dichas, como *África* en *África*, pero el ablativo es mas elegante. Se usa en genitivo tambien con adjetivos; *domi* en casa, *militia* en la milicia, *humí* en la tierra; id est in loco s'celitus *domi*, in tempore *militia* in loco *humí*: porque el genitivo puede depender siempre de un sustantivo.

Domí solamente puede concordar con *me*, *tue*, *nostrum*, *vestre*, *alicuius*: mas otros adjetivos solo pueden concordar con *domo* en ablativo.

Así tambien no se puede concordar ningún adjetivo con los propios; en genitivo, en cuyo caso se pondra en ablativo, y así no diramos. *Roma nostrum*, sino *Roma nostrum*.

¿En que caso se pone el lugar á donde quise?

Se pone en acusativo regido de *in* ó *ad*, ad denota proximidad al lugar, in el mismo lugar u. g. *propeque sumus ad urbem*: parti hacia la ciudad: *in urbem* a la ciudad (dentro de ella)

A este mismo lugar pertenecen los parajes hacia donde, *quorsum*, hacia donde, porque poniendole el nombre en acusativo regido de dichas preposiciones ó de *venire* propiamente en el primer caso, como *Germaniam veni*, hasta la Alemania.

¿En que caso el lugar por donde quise?

El lugar por donde quise, es acusativo regido claramente de *per* ó ablativo regido ocultaemente de *in* u. g. *venas percam puerum vel campo fugere caput*, el venado comenzo á huir por el campo.

¿En que caso la relacion de lugar de donde unde?

Ejemplos.

El lugar de donde unde es ablativo regido de a vel
ab, i, s ex u.g. fabius a Roma venit. Fabio lego
de Roma).

— Lección 3a —

¿Cual es el oficio de la conjunción tanto en latín
como en castellano?

Unir siempre unas oraciones con otras, y se co-
metra una elipsis cuando parezca que tienen casos
o tiempos semejantes.

¿Que nombres toman las conjunciones segun la
relacion que expresan?

Toman el nombre, ya del significado, segun dijimos
en la etimología, ya del lugar que ocupan, segun sea
unas se anteponen siempre, y se llaman *propositivas*,
como *ac, at, at, aut, et, ne, neque, quin, ni, nisi, si*
sin, sine, seu, otras se proponen siempre y se llaman
propositivas como *autem, enim, quidem, quippe, vero*; y
las *inclinicas*, *ne, quia, se* y otras en fin son comunes
es decir que pueden ir antes o despues, de la primera
palabra de la oracion, y son *ergo, eundem, igitur,*
itaque, quia, quoniam toman; mas cuando *ergo* se
junta con *gerunt* es un verdadero ablativo y
se propone como *illuc ergo, verum.*

¿Si la conjunción expresa el fin u objeto de su ora-
cion principal, la oracion enlazada, que debe llamar-
se final como la expresamos en latín?

Por el presente o imperfecto de subjuntivo con *ut*, y
si tras *para que* no, con *ne, ut, non*, y si ambas ora-
ciones tuvieran tambien persona agente o paciente

s' esta forma unas mismas en las dos si podrá
verciar por modo v. g. yo conjure á Virgilio para
decirle, emi virgilium ut vel quum ligerem, cum
vel lecturus, eum, vel emi librum, a me legendum,
vel causa s' gracia legendum cum vel legendi ergo
cum vel ad cum legendum vel prolegendo.

¿Como expresariamos en esta lengua si la oracion
dependiente ueniere entablada por una conju-
cion causal?

Las causales imperfectas llevan el romance
por, y las perfectas por haber, las imperfectas
se hacen como las de habiendo con las particula
quo, quia, quoniam v. g. por amar yo á Dios
sigo la virtud, quod, amendum sequor virtutem
vel quia amo Deum sequor virtutem; por ha-
ber sido el sermón muy justo, quo audivim, s'
quia audivi sermonem rem justus.

¿Como se dirá si ueniere por una conju-
ncion condicional? Ejemplos.

Se hacen por subjuntivo con las particulas, si
modo, dummodo, s' por indicativo, s' por subjuntivo
con la particula si, si hubiera alcanzado la
frase la comeria. Flacur por participio de
presente y colectivo oracional, si dei timore re-
raí sancto; datus vel dandi, fulminata sanctus cri-

—Lecion 31.—

¿Que es construccion?

Es la colocacion de las palabras en la oracion.

¿Es preciso que el verbo siga inmediatamente al nombre sustantivo ó pronombre que le sirve de sujeto?

Aunque los nombres que se emplean como principio de alguna acción, no es preciso que este siga inmediatamente al nombre, pues sin faltar al orden gramaticalmente pueden ~~de~~ interponerse otras palabras. Todos los nombres sustantivos de cualquier especie que sean admiten antes del verbo otros sustantivos regidos de preposición. v. g. un niño y un padre pide limosna. Así mismo nombres adjetivos ó participios que concuerden con ellos v. g. el hombre bueno ama la virtud, los niños mimados no se aficionan al estudio, estos adjetivos ó participios admiten también otros sustantivos con su régimen antes del verbo como un centaro lleno de agua, para más dello que parece, un joven criado entre gente rustica no pierde fácilmente sus hábitos groseros. Otros llevan después de sí el infinitivo de un verbo regido de la preposición que le pertenece antes del verbo de la oración v. g. la fruta buena de comer y fácil de digerir, no hace daño.

¿Construcción de los verbos ser y estar?

El verbo ser se construye entre dos nominativos como Pedro es pintor. Cuando este forma los tiempos de la voz pasiva, el sujeto forma concordancia con el participio pasivo del verbo que se le junta por ejemplo. Esteban es temido. Enriqueta había sido amada. Seguido de la preposición de se emplea con mucha frecuencia el verbo ser p.^a expresar la naturaleza, procedencia, calidad de las cosas. v. g. Juan es de Madrid. El pan es de Alecy y de primera calidad. Estar se construyen con dos nominativos como ser, pero no del mismo modo. Estar no puede tener por término medio

un sustantivo, pues no puede darse esoy pintor o arquitecto, pero si un participio o adjetivo como esoy bueno estaba dormido.

¿Diferencia en la significacion de los mismos? Ejemplo.
El primero se emplea para denotar que uno de los nominativos tiene la cualidad o decision que expresa el otro. El segundo sirve para explicar la situacion que ocupan, o el estado en que se hallan las personas o cosas. v.g. Juan es bueno queremos decir que le es propia e inherente esta cualidad, y si decimos Juan esta bueno queremos decir que actualmente goza de salud.

— Lección 32 —

¿Construccion del pronombre?

Siendo el oficio de los pronombres personales suplir a los nombres sustantivos, como como a los nominativos, acusativos o dativos de la oracion, segun el oficio que hacen en ella, pero con una misma terminacion representan a veces estos y otros nombres de casos diferentes.

¿Que medio ha adoptado la Academia respecto de las terminaciones le y lo, les, las, del pronombre de tercera persona?

La Academia habiendo de adoptar entre ellas se ha tenido a la mas autorizada, señalando la variante le para dativo de singular de masculino y femenino. v.g. El juez prendio a un ladrón, le tomó la declaracion, le notificó la sentencia. El prendio

a una gitana, le tomo la declaracion le notifico la sentencia, donde se ve que el pronombre esta en dativo lo mismo cuando se refiere al ladrón, que cuando se alude a la gitana, pues en esta, ni aquel son el termino delos verbos, sino los sustantivos declaracion y sentencia).

Para el acusativo en genero masculino se admiten indistintamente, el, le, lo, podra pues decirse. Antonio escribió un libro, y lo imprimio, o se imprimio, mientras que con el transcurso del tiempo no demarcada dependencia el, lo, sobre el, le, o vice-versa. Por ultimo se establece como regla sin excepcion que las marcas dativas del plural, lo mismo p.^a en genero que para otro quitando para el acusativo, los, las.

¿Uso de los pronombres de primera y segunda persona en castellano?

Cuando estos pronombres estan en nominativo, o lo que es lo mismo, cuando rigen al verbo se usa en todas sus letras, nosotros, vosotros, Nosotros comemos a las seis van a Toledo, pero cuando son regidos por el verbo ocupando el lugar de acusativo o dativo se convierte el primero en nos y el segundo en os; el quinto nos da de cara. Vuestro hermano os da ejemplo. Tambien se dice nos en lugar de nosotros, cuando el pronombre se propone al verbo que seria lo mas natural, aun que no es lo mas usado; así puede decirse, danos el cinco de cara, no sucede lo mismo con el segundo pronombre, pues rara vez se propone al verbo que le rige n. g. amamos a vuestros padres. Notase ademas que en algunos tiempos los verbos a que van unidos como encliticos dichos pronombres pierden alguna letra así decimos amamos, estimamos, y no amamonos, estimon nos, quitan de delante y no quitados de delante. Se dice sin embargo idos y no ios, excepcion unica de esta regla).

¿Cuándo en una misma oración concurren el pro
nombre castellano se, y otro de las personas me, te, o le
cual deberá ir primero? Ejemplos.

Si propone debe ir mas cerca del verbo el pronom
bre se y si se antepone despues se te quita la
carga se me hace tarde, le le ha destruido.

— Lección 33. —

¿En que se divide la construcción?

En Regular y figurada.

¿Que es construcción regular?

Cuando las palabras están colocadas, segun la
relación y dependencia que unas tienen de otras.

¿Que es construcción figurada o elegante?

Figurada es cuando se colocan las palabras
segun el interes, passion o imaginacion del que
habla.

¿Cuales son las figuras de construcción en latin?

Las principales son Hipertaton, Elipse. Pleo
nismo. Silepsi y Enalage.

¿Cuales en Castellano?

Hipertaton, Elipse, Pleonismo, Silepsi, y trasla
cion.

— Lección 34. —

¿Que es Hipertaton?

Hipertaton es la inversion del orden natural
o gramatical, causada por la passion o imagi
nacion del que habla, o por consultar a la armonia
del oido v. g. Diuturni silentii, patris conscrip

finem hodiernus dies attulit, cuya oracion dehecho
el hiperbaton se colocará. Patres conscripti dii hodie
nus attulit finem silentii diuturni.

¿En cuantas especies dividen los gramaticos el Hiper
baton?

En las siguientes el mesis, parentesis y anastrofe.

¿En que consiste la mesis?

La mesis es cuando una palabra compuesta se
diórde poniendo otra en medio. v. g. que me cumque
vertem nescio en vez de nescio qui cumque vertem me.

¿En que el Parentesis?

Parentesis es toda palabra u oracion que corta la
principal, y que ninguna falta hace. V. g. Fyris. dum
redes, brevis est via, pace capellas.

¿En que la Anastrofe?

Anastrofe es cuando se pone después alguna palabra
que debia estar delante v. g. tecum en vez de cumte
hui super in vez de super his.

¿Que es Elipsis?

Elipsis es una figura por la que se omiten palabras
en una oracion sin perjudicar al sentido ni ofender la cla
ridad v. g. parui adolebam. dire en pocas palabras en
donde el rigor gramatical faltan las palabras, bethicigo.

¿A que principios generales se puede dividir la Elipsis? Ejem
plos?

Se omiten generalmente las primeras y segundas personas, cuan
do sujeto del verbo, y la tercera cuando viene ya anterior
mente o se colige con facilidad. El verbo se calla cuando se
puede entender facilmente v. g. qui plura en que falta dicam

El verbo sum se omite elegantisimamente cuando se
junta a los participios de pretérito y futuro.

El infinitivo suele tambien tener oculto el determinan

de quā es un caso virtual v.g. *Romani domi milicis qui intenti festinare, parati, in domo salta coeperunt et termino dela accion del verbo. La proposicion, las palabras regenta y las regidas se omiten tambien muchas veces v.g. *multo tempore post isto et post hoc tempus. El adjetivo se encuentra frecuentemente sin sustantivo, y el relativo sin el antecedente expreso v.g. *triste tuum estabulum isto es triste negocium. ut, qui isto es homo qui.***

Las conjunciones *ut* y *ne* se omiten elegantisimamente después del verbo, *oportet, vult, nolo, malo, ora, curro, precor, necesse est &c.* v.g. *fui venias, esto es ut venias, de pure tibi sin precor ultimamum* es rara será la palabra que no pueda omitirse con tal que no se ofenda al sentido dela oracion.

—Lección 35.—

¿Que es Zeugma?

Zeugma es una especie de elipse que se comete quando lo que falta en la oracion se toma de otra inmediata ya sin variar nada, y ya mudando el genero numero o persona v.g. *viuit pudorum virido rationem a' menia timorem audacia* en donde *viuit* se entiende de dos veces.

¿De cuantos modos puede ser la Zeugma?

De tres, primero quando la palabra se entiende sin variar nada, segundo quando la palabra expresa no se puede repetir sin alguna variacion, y tercero quando un verbo se entiende en dos oraciones

que viene á ser una enumeracion de las partes de la
primera, y es á lo que se llama prolepsis. Ejemplo
Duo reges romani auerunt. Romulus bello numa
pace; en donde se entiende el verbo auxilii
ver.

¿Que es Pleonismo?

Pleonismo es una figura por la que se añaden pala
bras en la oracion para darle mas fuerza ó ratificar
lo que se dice, de otro modo seria inútil y viciosa esta
redundancia v. g. que oculis ego met vide: yo mismo
lo vi con estos ojos en donde sobran las palabras yise
oculis y met. Cometen esta figura todas las veces que
se juntan muchas particulas que significan lo mismo
como verunt, enim, vero; quando á los comparativos
se le junta magis como magis locupletior, y quando á
los superlativos se les junta, longe, multa, maxime,
potissimum como maxime peritum est. Tambien se co
mete el pleonismo en agendum, adendum y otros seme
jantes, quando se repite la participacion que compone el
verbo como creibat est ore; quando á los pronombres se
añaden las palabras met y este: como tu met, tu met, me
te, natura: y al demostrativo hic se añade sine en los
casos en que termina en a y e. en los que terminen en
s. como hincine, haccine, haccine hincine etc. Es tambien
un elegante pleonismo el poner uno despues de ego, iudico
tu vero fac: hic quidem, quando uno habla de si mismo
como mea quidem, sententia. Ultimamente se comete
esta figura, quando se añade temporis despues de tum: loci
despues de eo et interea: ceciderunt in gentium, despues de
ubi, ubinam, ubiui, quouque, usqueam y nunquam: pero
estos genitivos dependen del ablativo occulto loco ó negocio.

¿Que es Pilepsis? Ejemplos

Algunas ó conjugos es cuando concordamos el verbo
ó adjetivo no atendiendo a lo material de la pa-
labra, sino a su significado, como ubi est ille et
colus? Que exprime mas que ille, sceleratus. Pars in
carcerem acti. Deus cum aliquos principum, capi-
piuntur.

— Lección 36 —

¿Que es henditismo ó gruismo?

El henditismo ó gruismo es un modo de decir
que los latinos tomaron de los griegos, como facilis pati,
abstine irarum.

¿En que consiste la Hipalage?

Consiste ó es el mutuo trastorno de dos casos
regidos de un mismo verbo, como tradere rati ventos,
per ratum ventis; ó cuando el adjetivo de un
nombre se aplica a otro como oscuri ibant, per
umbrae, sola sub nocte, per ibant soli per umbrae
sub nocte oscura.

¿Que es Etreacismo?

Cuando se emplean ciertas voces que tuvieron
uso antes del siglo de oro, pero solo se ha quedado
entre los historiadores y poetas como como maxime
por maxime, somnisci por facinori, adrite por
adromitum modis.

¿Que es traslación figma castellana, y a cual
equivale en latin?

Cuando en ciertos tiempos de los verbos se le da
una significacion que ordinariamente no tiene con

cuando á un deudor se le dice, me has de pagar un
vez de pagame: á un criado: me traerá en vez de
traerme un vaso de agua: á un amigo mañana
salgo esto es salore para seguir: y corresponde á
la analogía.....

¿Cuáles son los vicios que principalmente se de-
ben evitar en el lenguaje?

Los vicios principales que se han de evitar,
son el *salcicismo* y *Barbarismo*. se comete el *sal-*
cismo cuando se falta á la concordancia ó regimen
como *ego legisti per lego: animus magna per mag-*
nus y sera *Barbarismo* cuando se falta á la
ortografía, ó se usa de palabras que no son latinas
como *infirmus* por *eget*, *humilis* por *modestus*
studium por *studium*, y vicio además el *hiato*
que resulta de vocales y consonantes de las palabras
como *ego, bogni, afficio, insonquetu tintorum*
doctorum y otros.

— Lección 37. —

¿Que es *Prosodia* latina?

Aquella parte de la Gramática que enseña á pro-
nunciar debidamente las palabras mediante el conoci-
miento de la cantidad y acento.

¿Que es *cantidad*?

El tiempo que se gasta en pronunciar una sílaba, segun-
ta cual una es larga, otra breve, y otra común ó indiferen-
te, en pronunciar la larga se gasta doble tiempo que en
la breve, y en esta la mitad que en la larga, y en la

indiferente si invertirá tanto tiempo cuanto se toma
por larga o breve.

¿Que es sílaba?

Una vocal sola o unida a la consonante que le per-
tenece.

¿Tienen cuantidad fija las vocales latinas?

No señor, pues ningunas de ellas, u siempre, larga
breve o indiferente. Los griegos si tienen breves la
epíton, y omícion, y al contrario largas la eta y la
omega.

¿Que cuantidad tiene la vocal ante vocal en palabras
latinas?

Es breve como Deus, via, excepciones los vocativos
en ei y ai como Pompei, Cai, Pio con sus com-
puestos y tiempos que no tiene n. y los casos aca-
bados en ei de la quinta declinación pura res,
fides, que la tiene breve. La i de los genitivos
in ius en prosa es largo, y en verso indiferente
sacan allais que siempre es largo y alterius siem-
pre breve. La e primera de eheu es larga, y la
o de ohe indiferente.

¿Y en palabras griegas?

No tiene regla fija, pues unas veces, son largas,
otras breves, y otras indiferentes.

—Peción 38.—

¿Que cuantidad tiene todo diptongo?

Es largo v. g. aurum olim, excepción pero la
proposición pro si está antes de vocal es breve v. g.
proeuro, proauri.

¿Que cantidad tiene la sílaba formada de dos por la sinensis?

Es larga como mi de mihi, nil de nihil.

¿Que cantidad tiene la vocal a que le siguen dos consonantes, o una que valga por dos?

Es larga como arma, gera, e igualmente es larga cuando de la, dos consonantes, la una está al principio de la sílaba, y la primera al fin de la dicción v. g. juas. En prova es breve como tumbra, y en verso es indiferente como volueris o volueris.

¿Que cantidad tiene la vocal colocada antes de muda y líquida?

Pero si la vocal que antecede es muda o líquida es larga por su naturaleza, nunca se abrevia como aratum candelabrum.

—Leción 39.—

¿Que cantidad tienen en su primera sílaba los pretéritos y siguientes de dos sílabas?

Tiene la primera larga, como veni, vidi, vixi, excepções, es breve la primera sílaba del pretérito en los verbos fero, sto, con vengo, vivo, vivo, do, fando.

Son breves las dos primeras sílabas de los pretéritos que tienen desyllabación, como cecini, didici, excepto cecidi y pependi que alargan la segunda.

Los siguientes de sílaba tienen larga la primera como motum, vivum, votum, excepto los verbos. Es, ciso, Picor, sino Sero, Quao, do, y sino que la tiene breve.

¿Que cantidad conservan los pretéritos y siguientes de más de dos sílabas en su primera sílaba?

Conservan la misma cantidad que en el presente de indicativo v. g. amari amatum de amo.

Pero coegi coactum de cogo, genui, genitum de gigno y los supinos relatum de solvo y volutum de volvo, la tiene breve.

El pretérito que doctara su primera sílaba que cantidad tendrá en las dos primeras?

Breve como dicere de dico; si no ser que si se rigen por consonantes que entonces será larga por posición. También tienen la penúltima larga cecidi de cado, pepudi de pado.

¿Que cantidad tendrán en su penúltima sílaba los supinos participatos acabados en tum, itum, utum?

Es larga la penúltima como amatum, auditum, exultum. Exceptuase los compuestos de no como brutum, dicitum, erutum, y agnitum, cognitum y los supinos cecitum de video que no forman el pretérito en -i como monitum de monui, patitum de habui y todos estos la tienen breve. Los compuestos de -to tienen larga la a del supino en -atum y breve la i del supino en -itum.

Lección 40

¿Que cantidad tienen de ordinario las palabras derivadas?

Tienen de ordinario la cantidad de sus primitivas hay muchas que no las guardan como, arista, uanna, fides y odium que tienen la primera breve, siendo larga en arca, uen, fideo y di de donde se derivan, y a este tenor otros muchos que solo pueden enseñar el uso de buenos poetas.

¿Que cantidad las palabras compuestas?

La misma de su simple aunque muda la vocal a diptongo. *refers*, *refers*, es breve en la sílaba *fe* como *fero*, *eligo* es breve en la *e* como *lego* en la *e* como *quiro* es largo en la *i* como *quaro* en la *a* diptongo excepciones.

Estos dos compuestos de *quero* y *pejero*. Los en diez como en *veridicus*, los en nueve como *pronobus*, y además *minillum* de *illum*, *semisopitus* de *sopitus*, *rimobus* la primera vocal que le corresponde en sus simple, aunque en estos es larga. *Imbecillus* tiene larga la *e* aunque *vaculus* tiene a breve.

¿Que cantidad tienen las preposiciones en composición?

Tienen la misma cantidad que fuera de ella con tal que no lo impida alguna de las reglas antecedentes v. g. el *ad* de *adverso* es breve como los fuera de composición y el *ad* de *adduco* es largo por oposición.

La preposición *de* es breve en *dirigens* y *duco*, y la preposición *re* es larga en *refers* y en *reficio*.

— Lección 45. —

¿Que cantidad tienen las preposiciones *ad* y *pro* en composición latina y en composición griega?

Ad y *pro* son largas en palabras latinas v. g. *admiror* y *propono*, y breves en composición griega v. g. *admirum*, y *profeta*. excepciones es breve *pro* en *procula*, *procellosus*, *profano*, *profanus*, *profers*, *profeta*, *profetus*, *profiteror*, *professus*, *profugio*, *profugus*, *profundus*, *pronexus*, *propi-*

protinus, propago nombre, es común para en girocuro
procumbens, profectus, profundus, prologus propago
verbo, propelo, propius, propulsus, y proserpina.

— Sección 42. —

¿Que cantidad tiene la primera parte de los compuestos terminada en a y ó excepciones?

Es larga no siendo proposición, como *quære, quærens, quodnam, quandoque* excepciones, es breve la a en *exametrum, pentametrum, catalogus*, y la ó de eadem no siendo ablativo.

Es breve la ó en *cardo, caculus, duodecim, das, dem, odie, quando, quicum, y quoque* conjunción.

Es común la ó en *sacroscanto, controversia, controversus*, y *controverus*.

¿Y la primera parte de los compuestos terminada en e, i, u, e, y griega? excepciones.

La e de la primera parte de los compuestos latinos es breve como *nefas, mædium, mædificatio*, excepciones se exceptua por larga *credo, nequis, nequam, necubis, rare* y *rare*, antes de *facio* y *facio* u. g. *conserveraus, rare* y *facio*.

Las vocales i y u que terminan la primera parte de los compuestos latinos, son breves como *quidam, vici* excepciones por larga la i en *vigo, quadrigo, illicet* y otros.

Es larga tambien la i que no es constance en todos los casos como en *quidam, quidam, quicunque, republicæ*. Pero es común en *matrisida, patrisida, quotidie, quotidianus, refugium, ubicunque*.

— Lección 43 —

¿Que se entiende por incremento en los nombres?

Incremento en los nombres es la sílaba o sílabas en que expresen los demás casos al nominativo del mismo, numero, contando se el incremento desde la sílaba que iguala a la última del nominativo v. g. *hominis* tiene un incremento en *ni*, *hominibus* dos el *ni* incremento del singular y el *ni* del plural: la última sílaba nunca se cuenta por incremento.

¿Tiene incremento la primera declinación en el singular?

No señor.

¿Y la segunda que cantidad tiene? Excepciones.

Tiene muchos y todos breves como *puer*, *pueri*, *vir*, *vir*, excepciones *iber* con su compuesto *seriber* que lo tiene largo.

— Lección 44. —

¿Que cantidad tiene el incremento en *a* y en *o* de la tercera declinación en el singular? excepciones.

Es largo como *praetati draconis*, exceptuase los menues breves en *al* y *ar* se tienen breves como *Andrubal*, *Andrubalis*, *pax* y sus compuestos como *compar* v. g. *cinadi*, *baekarri*, *hepatis*.

Es breve tambien el incremento en *a* del singular de los terminados en *s* despues de consonante, como *trabs*, *trabis*, y de los griegos en *a*, *as*, *ax*, como *poema*, *atni*, *pala*, *adis*, *atras*, *as*, *epmilar*, *ci*.

El incremento en *o* de los griegos propios y latinos nuevos con el genitivo en *ori* es breve como *Rektor*, *oris*, *tem*.

onis, ox, oni la tiene largo.

La tiene breve arbor, o' arbor, bor, compor, nepor, tepor, me-
mor, inmemor, cappador, alogorox s. g. arboris, boris, compo-
ris &c. y los compuestos de juu, poder, como trijuu, trijodis.

Los griegos con omicron tiene breve la o' incremento,
como lacedemon, lacedemonis, ethiis, ethiopsis, pero con
omega es largo como ago, agonis cylox, cylopiis.

—Lecion 45.—

Que cantidad tiene el incremento en e, y la, e, y griega
de la tercera declinacion en el numero singular?

Es breve como juu, pueri, calcei, calcis, dulcedo
dulcedinis, senius, consulis, executionis, vor, ibor, certior,
gelib, leb, seps juu locupletis, baler, heres, merus, arbor
quis, y no tienen el incremento en e' largo v. g. veris,
iberis, meredis, &c.

Tambien lo tienen largo los en e y onis, como lius
linnes, los neutros en el, elis, como Israel, Israelis, y los
griegos en er, eris, y es, etis como crater, crateris, lapis
lapidei, es sin embargo breve aer, aeris, eter, eteris.

Li y gli y otros monosilabos tiene el i incremento
largo con guirris, samnis y otros nombres de pueblo, y los
griegos en in, inis, y ademas mentis, martiris, y sus
compuestos segun exigieris.

La larga tambien la u en el incremento de pers,
frux, lux, pallus y de los nominativos que haun
el genitivo en uris, uris, uris, como tenuis, tenuis,
palus, palus, virtus, virtutis: interus, leges y peas
tienen el incremento breve, aut y sus semejantes es co-
mum.

¿Que cantidad tiene el incremento en a, e, o de los verbos en el numero plural?

Es largo como *murabam, vocum, bonorum.*

¿E in i y en u del mismo numero?

Es breve como *hominibus, portibus.*

—Leción 46.—

¿Que se entiende por incremento en los verbos?

Cuando alguna de sus personas excede en el numero de sílabas a la segunda del presente de Indicativo de activa. Es la norma; y cuantas fueran las sílabas en que excediere tanto incremento habra.

¿Que haremos para conocer el incremento en los desponentes y en los irregulares?

Si es irregular se finge regular como en *fero, feris*, se finge *fero, feris, volo, vis, volo, volis*, y en desponente se finge activa como *imitor, imitator, imito, imitas.*

¿Que cantidad tiene el incremento en a, e, o de los verbos excepciones?

Es largo como *amabam, legebam amatores, excepciones* u breve como *clabam, circumdabo, persuadere.*

Es breve la e en las terminaciones *veris, ver* del futuro de indicativo en pasiva de la primera y segunda conjugación como, *amaveris, amavere, moveris, movere*, y antes de las terminaciones *ram, ri, y ro, amavram, legiram, pueri, audieris*, pero si hubiere siniga es largo como *numieram.*

La e incremento antes de r, en los presentes de todos los modos e imperfecto de subjuntivo de la tercera conjugación es tambien breve como, *legeris, legere, legerim*; mas la e penultima de las terminaciones en *rem* y *rem* es

Larga como *legerimus* & *legeritis*.

Algernor proter breviam la i penúltima como es-
teterunt, dederunt y alguno que otro.

— Lección 47. —

Que cantidad tiene el movimiento en i, y en u de los
verbos? Excepciones.

Es breve como *legimus*, *edimus*, excepciones el pri-
mer movimiento en i de la cuarta es largo como
audimus pero otros con sus conjunctas lo tienen
breve como *omissus*.

También lo es el movimiento en i de *velimus*, *velitis*,
simus, *sitis*, y sus conjunctas como *matinus*, *notinus*,
posimus & *connotite*, *connotitote*, *notite*, *notitote*, *fi-*
mus, *fiis*, *fitis*, *fitote*.

La i penúltima de todos los pretéritos en i es
también larga como *munivi*, *cupivi*.

Es común la sílaba si de las terminaciones en
rimus, *ritis* como *legerimus*, *legeritis*, por lo que en
la prosa unos la pronuncian larga y otros breve.

¿Que cantidad tiene la i penúltima del futuro
en *urus*?

La u penúltima de los participios de futuro en
urus es siempre larga como *amaturus*, *dubiturus*.

— Lección 48. —

Que cantidad tiene la a, i, u en fin de dicción?

Ejemplos.

En generalmaner largas como *contra*, *homini*, *vultu*,
vacacione, *ija*, *ita*, *quia*, *puta* y los casos acabados

en a como tempora tiene la ultima breve, pero los a
blativos latinos, y las vocaciones griegas la conservan larga
como musa, pola. Algunos hacen comun la i final de
los numerales en aice como triginta; pero los mejores
poetas la usan larga. Los neutros en i como sinapi
y las vocaciones y adverbios griegos la i final breve como
amariti, elaphinidi.

Alti, ubi, ubi la tienen comun, y en cui (diciado)
ibi, ubi, alibi, ubi (poco) quasi, nisi y sus conyugados
es mas de ordinario breve que larga.

Las finales en eud i eud en lugar de in, in-
mun en lugar de nom son breves.

Lecion 49.

La cantidad tiene la i final, excepciones

Es breve como illi, domine, exceptuase los ablativos
de la quinta tienen larga la i final como re, die con
sus derivados, quare, odie, y los griegos de la primera
como gramatica, y la segunda terminacion del sin-
gular de los imperativos de la segunda como debe, pero es co-
mun en cade, salve, y alguno otro verbo de los que se usaron
tambien en la tercera.

Es larga tambien la i final de cite, tempore, y de los adver-
bios que salen de adjetivos que van por bonus u. g. optima
pero es breve en bene y male, y comun en fere, inferne, su-
perne.

Ultimamente los monosilabos dee, mu, tiene la i larga, pe-
ro es breve en las encliticas, que ne, ve, y en las dicciones
silabicas, a, cine, quente, porque estas se consideran como
partes de las palabras a que se junta, y dejan de ser mono-
silabas.

—Leción 50.—

¿Que cantidad tiene la *o* en fin de dicción? excepciones

Es comun como *amo*. Como excepciones es breve la *o* final en *húmno*, *ciro*, *duo*, *uero*, y sus conjuntos concedo en lugar de *díe* ó *dac*. Las palabras monosílabas la tienen larga como *do*, *sto*, también los dativos y ablativos como *domina*, *bono*, y los adverbios que salen de nombres ó pronombres como *facile*, *subito*, *eo*, *tanto*, con sus conjuntos u. g. *adeo*, *ideo*, y *ergo* en lugar de *clausa*, pero *u* breve en modo con sus conjuntos *quomodo*, *quomodo*.

¿Que cantidad tiene la última vocal de las palabras latinas terminadas en *b*, *d*, *e*, y las hebreas?

Breve como *ab*, *at*, mas las hebreas son de ordinario largas como *Jacob*, *Daniel*, *Porafat*.

—Leción 51.—

¿Que cantidad tienen en su última vocal las palabras latinas terminadas en *l*, *m*, y *r*? excepciones.

Tienen la última vocal breve, como *Amiral*, *enim*, *amor* excepción. *Sol*, *sol*, *Nil*, y muchos nombres hebreos como *Yoram* y los en *er* *eris* derivados del griego como *aer*, *crater*, *etor*, tienen la última larga. Es comun en *David*, *nihil*, *certior*, *cor*, y *vir*.

¿Y las terminadas en *e*, y en *n*? Excepciones.

Tienen la última larga como *ne*, *quín* non excepciones *onus* y *ne* tiene la última breve; pero *hic*, *hoc* pronombres y *fac* imperativo son indiferentes.

Lettera 5^a

grati dominici.

La sílaba final terminada en ax, ex, ox es larga

Pero y la segunda persona de sum con sus complementos

dominios, la tene larga, compio, impio, os, omis, y sus conguentes
exponi etc tiene la ultima breve, a la cual siguen los grigos
con omisión como tyros, arcadio, mad, pero si la o es omega
sera larga pero androgos.

James W. Phelps

Non breves como legis, ita. genus, excepciones. Es larga

Final en eis, civis, velis con sus compuestos, quamvis
ialis, nobis, adais & y en los nominativos en is con in-
cremento largo v. g. Salamis, glis y en los griegos en eis
como Timois, tambien es larga en todos los casos del plu-
ral en is como, nobis, dominis, en los acusativos anti-
guos, omnis, hominis, en la segunda terminacion del
presente de indicativo de la cuarta v. g. audis, y en los lla-
mados adverbios, cumprimis, ingrimis, foris, de foris, gratis, in-
gratis, obumoris.

Es comun en sanguis y en las terminaciones en vis del
tiempo de subjuntivo, v. g. amaseris, regeris.

Es larga la sílaba us en los genitivos de singular,
nominativo, acusativo y vocativo de plural de la cuar-
ta declinacion como manus; inquit, vis, rois, y de mas
monosílabos, y en los nominativos en us de la tercera con
incremento en u v. g. telus, menor en interius, que es
breve, tambien es larga la us final en los genitivos
griegos, cuyos nominativos en us v. g. didus, sapus, en
todos los contraidos o que tengan diptongo en griego
v. g. pandus, melampus, en el Sacrosanto nombre
Jesus y en los compuestos de pos y poder como triclus.
¿Que cantidad tiene la ultima sílaba de todo verbo?

Es comun.

—Lecion 54—

¿Que es acento?

Es una pequeña nota que indica el tono o inflexion
de la voz en la pronunciacion de las palabras.

¿De quantas maneras puede ser el acento?

De tres: agudo, grave y circunflejo, el agudo señala

elevación de la voz, el grave depresión, y el circunflejo un tono misto.

¿En donde deberían tener el acento las palabras segun el numero de sílabas que tengan?

La dición monosílaba tendrá el acento en la última vocal que termina; las disílabas de la primera; y las polisílabas tendrá el acento en la penúltima, cuando la palabra sea larga como *dicere*, y en la antepenúltima cuando tenga breve la penúltima como *hominis*, *legimini*.

¿Que llamamos de acento agudo y circunflejo?

El acento agudo puede estar en la penúltima o antepenúltima, pero el circunflejo solo en la antepenúltima, del grave se usa únicamente para distinguir los adverbios de otras palabras de la oración como *docte* adverbio para distinguirlo del *docte* vocativo de *doctus*.

También se usa del circunflejo para distinguir unos casos de otros v.g. el ablativo de singular de la primera, de los demás casos acabados en *a* como *musā* ablativo, y *musā* en otros casos.

— Sección 55. —

¿Que es arte métrica?

Es la que nos enseña el modo de medir los versos.

¿De que se componen los versos?

De pies, así como los pies de sílabas.

¿Que es pie métrico?

Un numero determinado de sílabas.

¿En que se dividen los pies?

En simples y compuestos.

¿De que sílabas constan los pies simples?

De dos o tres sílabas.

¿Y los compuestos?

De dos simples.

¿Pies de dos sílabas

El ypondeia consta de dos largas como murex, el iur rignio de dos breves como deus, el como o troqueo de una larga y otra breve como fama, el jumbo de una breve y una larga como vixit.

—Poesión 56.—

¿Pies de tres sílabas?

El Moloso consta de tres largas como audiri.

El Itribaco de tres breves como periamus.

El Dactilo de una larga y dos breves como tempora.

El Anapesto de dos breves y una larga como percutit.

El Baguio de una breve y dos largas como egeas.

El Antibaguio de dos largas y una breve como cantare.

El Corcio de una larga, otra breve y otra larga, como castitas.

El Enfibraco de una breve una larga y otra breve como ondebat.

Estos cuatro últimos son de muy poco uso.

¿Pies compuestos?

El Diipondeo consta de dos ypondeos, o cuatro largas como concludentes.

El proceleusmatico de dos pirrignias, o cuatro breves como hominibus.

El Diconio de dos como o de una larga, otra breve, una larga y otra breve como castitate.

El Dijumbo de dos jumbos, o de una breve, una larga otra breve y otra larga como severitas.

El Coriambo de un verso y un jambo, o de una larga dos breves y una larga como historia.

El Anticipato de un jambo y un verso, o de una breve dos largas y una breve como paratete.

El Grande Jonico de un epondeo y un pirrqueio, o de dos largas y dos breves como cantabimus.

El pequeño jonico de un pirrqueio un epondeo, o de dos breves y dos largas como venerantes.

¿Peones?

Los peones constan de una sílaba larga y tres breves de este modo.

El primero tiene larga la primera v. g. conficimus.

El segundo la segunda v. g. quodam.

El tercero la tercera v. g. sociarem.

El cuarto la cuarta v. g. celerrim.

¿Epiricos?

Los epiricos constan de una sílaba breve y tres largas en esta forma.

El epirico primero tiene la primera sílaba breve v. g. salubriter.

El segundo la segunda v. g. constanti.

El tercero la tercera v. g. responderis.

El cuarto la cuarta v. g. responderi.

— Sección 57. —

¿Que es verso?

Un cierto numero de pies disjuntos en orden y cadencia regular.

¿Hay varias clases de versos?

Si señor, pero se explicaran las mas frecuentes y notables que son el exámetro, y el pentámetro.

¿Verso exametro?

El verso exametro, llamado así, por las seis medidas que tiene, y heroico, porque con él se suelen escribir las hazañas de los héroes, consta de seis pies de los cuales el quinto es dactilo, y el sexto spondeo, los demás pueden ser dactilos, spondeos o mixtos. v. g. amavi-
memque, pro-jacque - prius, ab, ori.

A veces el quinto es spondeo, precedido comunmente de un dactilo, y entonces el verso se llama espón-
daico del cual se usa para ponderar la grandexa
o grandad de alguna cosa, o para expresar con mayor
vivencia algún afecto del ánimo v. g. Chora, Deum
soto - lema - quum - Davis, inere - mentum.

¿Verso pentametro?

Llamado así por las cinco medidas que tiene generalmente alterna con el exametro, y consta de cinco pies de los cuales los dos primeros pueden ser dactilos, spondeos o mixtos; a éstos se sigue una cesura y después dos dactilos con otra cesura que junta con la primera forma un spondeo v. g. heu mi-quo domi-
no - non licet - ire - tu - o.

Tambien se mide poniendo en tercer lugar un
spondeo precedido de dos anapuestos de este modo heu
mi-quo domi - no non - licet - it - re - tuo.

—Lecion 58.—

¿Que son figuras poéticas?

Como muchas veces ocurre en la medida quebrantar
se las reglas de la Prosodia, ya porque los poetas se
ven precisados a ello, ya por usar, de su derecho y

licencia poetica, es forzoso para salvar dichas reglas recurrir y atender a las figuras poeticas son las seg'tas
Sinalefa. Elipsis. Diéresis. Sineresis. Sístole, Diástole.

¿Que es Sinalefa?

Una figura por la cual se suprime la vocal o diptongo final de una dición quando la siguiente principia por vocal u. g. continuen omnis, intantique, nona tembat el qual debe medirse así, continum, -er-on-nes in-tenti-qu'ora-te,-nebat.

En las interjecciones, o, heu, a, ei, pro, vo, io, no se comete esta figura. Tambien se omite muchas veces por licencia poetica.

¿Que es Elipsis?

La elipsis se comete quando al fin de una palabra que termine en m se come o pierde esta porque la voz siguiente empieza por vocal, aunque tenga h. u. g. illum, autem. Enas absintem, impentior possit.

¿Que es Diéresis?

Por la diéresis se hacen dos sílabas de una u. g. autais por gule, diolunda por diolunda

¿Que es Sineresis?

Por la sineresis se hace de dos sílabas una u. g. alvaria en lugar de alocaria.

¿Que es Sístole?

La sístole se comete quando un poeta abrevia una sílaba larga u. g. tulerunt en vez de tulerunt.

¿Que es Diástole?

Es quando se alarga la vocal breve u. g. Pyramidem q.
Henum virginis larga la i.

Finopus

Pin en du

boea ergo

un basen

2nd = 1000

Programa de Historia de España.

- 1.^a Situación geográfica de España etimología de este nombre, su perímetro, sus producciones, carácter de sus habitantes, y quienes fueron sus primeros pobladores.
- 2.^a Dominación de los cartagineses en España: guerra y destrucción de Sagunto.
- 3.^a Dominación de los romanos en España; Viriato: sus hazañas; guerra de Numancia; Sertorio: sus proezas militares; César y Augusto en España.
- 4.^a Dominación de los godos en España: monarquía goda arriana.
- 5.^a Monarquía goda católica; irrupción de los sarracenos en España; batalla de Jerez.
- 6.^a Breve noticia de la dominación árabe en España.
- 7.^a Reino de Asturias.
- 8.^a Reino de León hasta su incorporación a Castilla.
- 9.^a Origen de los estados cristianos de Castilla, Navarra, Aragón y Bar celona; Condes de Castilla, y de Barcelona.
10. León y Castilla desde Fernando 1.^o hasta la separación de estos

- reinos; el Cid. los Almoravides y
la batalla de los siete Condes.
11. Reyes de Castilla hasta S. Fernan-
do; los Almohades y la batalla
de las Navas.
 12. Reyes de Leon hasta su union
con Castilla.
 13. Las ordenes militares de Alcan-
tara, Calatrava y Santiago; y
la de Avis en Portugal.
 14. Reino de Navarra hasta la ca-
sa de Champagne.
 15. Reino de Aragon hasta Jaime
el Conquistador.
 16. Reino de Portugal, desde su
origen hasta la conquista de
los Algarves.
 17. Castilla y Leon: Fernando 3.^o el
Santo, Alonso 10.^o el Sabio y San-
cho 4.^o el Bravo; conquista del
rey Santo.
 18. Fernando 4.^o el Emplazado y Alon-
so 11.^o el Gentil; minorias tur-
bulentas; los Benimerines y la
batalla del Salado.
 19. Pedro 1.^o el Cruel y Enrique de
Trastamara; Guerra civil.
 - * 20. Juan 1.^o; Enrique 3.^o el Emperador
Juan 2.^o; Enrique 4.^o el Impoten-
te; batalla de Aljubarrota; pri-
sion de D. Alvaro de Luna.
 21. Reino de Aragon desde Jaime el
Conquistador hasta su incorpo-
racion a Castilla.

22. Reino de Navarra desde Teobaldo 1.^o hasta su incorporacion a Aragon y Castilla.
23. Reino de Portugal desde D. Dionisio hasta su agregacion a Castilla.
24. Reino de Granada desde su origen hasta su conquista por los reyes catolicos.
25. Los reyes catolicos hermanos S.^o e I.^o Isabel 1.^a; conquista de Granada y descubrimiento de America.
26. Casa de Austria: breve reinado de Felipe el Hermoso. regencias de D. Fernando y del Cardenal Cisneros.
27. Carlos 1.^o de España: las comunidades; batalla de Villalar; guerras exteriores, y batalla de Pavia.
28. Felipe 2.^o el Prudente: el Escorial; batallas de S. Quintin y la naval de Sepanto por D. Juan de Austria; adquisicion de Portugal.
29. Felipe 3.^o; los moriscos; Decadencia de España.
30. Felipe 4.^o; independencia de Portugal.
31. Carlos 2.^o el Hechizado; regencia de la reina madre. guerra de sucesion y paz de Utrecht.
32. Portugal: dinastia de Braganza, sus cuatro primeros reyes.
33. D. Jo.^o 1.^o y reformas de su reino.

Pombal.

34. Maria 1.^a y Pedro 3.^o; Juan 2.^o; retirada al Brasil.
35. España: dinastía de Borbon; Felipe 5.^o. mejoras generales y proyecto de engrandecimiento; Luis 1.^o y segundo periodo del reinado de Felipe.
36. Pacifico reinado de Fernando 6.^o; Carlos 3.^o; perdida de Gibraltar.
37. Carlos 1.^o; influencia corruptora de Godoy.
38. Proceso del Exeorial; caída del favorito Godoy; abdicacion del monarca en el principe de Asturias.
39. 2 de Mayo de 1808; guerra de la independencia. sus principales sucesos y política de Napoleon.
40. Reinado de Fernando 7.^o

Córdoba, Julio de 1869.

Luis Ramirez.

Programa de Historia General.

Curso de 1868 á 1869. Historia Antigua

Leciones

1^a Introducción.

2.^a Creación del nombre. Tiempos primitivos. Nociones de que trata la historia antigua.

3.^a Asirios Babilonios y Medos.

4.^a Los persas hasta la conquista de Alejandro Magno.

5.^a Noticia de otras naciones de Asia.

6.^a Estados de Africa. Egipto y Cartago.

7.^a Tiempos primitivos y hericos de Grecia y Colonias

8.^a Historia de las principales ciudades de Grecia. Esparta

9.^a Atenas.

10 Las guerras medicas primer periodo

11. Preponderancia de Atenas en Grecia. Segundo periodo de las guerras medicas. Siglo de Pericles. Guerra del Peloponeso.

12 Preponderancia de Esparta. Independencia de Atenas.

Expediciones al Asia. Guerras interiores y paz de Antalcidas.
Breve preponderancia de Tebas.

13. Macedonia. Filipo y Alejandro. Magno. Describccion de sus conquistas. y ultimos reyes. hasta la dominacion romana.
14. Grecia y principales estados que se formaron de las conquistas de Alejandro Magno desde la batalla de Ipsos hasta su incorporacion a Roma.
15. Roma su fundacion y la epoca de los reyes.
16. Desde el principio del consulado hasta que los plebeyos adquirieron los derechos politicos. Preponderancia de los patricios.
17. Engrandecimiento de Roma y conquista de Italia.
18. Las guerras punicas, o cartaginesas.
19. Conquista de la Cisalpina, Macedonia, Grecia, Pergamo y Espana.
20. Los gracos. Guerra de los Cimbras ~~de los Cimbras~~ los aliados. y la civil de Mario y Sila.
21. Pompeyo y su triunfo. Licinio y la conjuracion de Catilina.
22. Cesar y el primer triunvirato. Guerra civil. Dictadura de Cesar y su muerte.
23. 2º Triunvirato y las guerras civiles hasta despues de la batalla de Actio.
24. El imperio romano. Gobierno de Augusto. Nacimiento

- de Jesucristo. El siglo de oro de la literatura y las artes.
25. Emperadores de la familia de Augusto
26. Los emperadores vespasios y los Antoninos. Pertinax, Didio Juliano. Los emperadores rivales y los emperadores militares.
27. Restauración del imperio por los principes Flavios.
28. Constantinos. Los emperadores de su familia y los 2.^{os} Máximos. Teodósio el Grande Repartición definitiva del imperio y últimos años de Occidente.

Historia de la Edad Media.

29. Edad media. División cronológica y los bárbaros
30. Establecimiento de los bárbaros en Galia. Gran Bretaña e Italia.
-
31. El imperio de Oriente desde Teodósio hasta los Iconoclastas.
32. El imperio de Oriente desde León Traurico hasta los Comnenos. Mahomet, la invasión árabe y el califato de Oriente.
33. Francia.
34. Alemania.
35. Italia Inglaterra y las invasiones de los Normandos en la 2.^a época de la edad media. La organización

feudal.

36. (Inglaterra, Francia, Alemania, durante la 3.^a época de la edad media)
37. El imperio de oriente y los turcos de la 3.^a época de la edad media. Las cruzadas.
38. (Inglaterra, Francia Alemania durante la última época de la edad media.)
39. Mongoles, Turcos. Otomanos, y la destrucción del Imperio Bizantino.

Historia Moderna

40. Cronología nueva, varas, intentos y descubrimientos.
41. Italia la Iglesia y la reforma.
42. Francia Alemania.
43. Época 2.^a de la historia moderna, Francia.
44. Época 3.^a de la historia moderna, Inglaterra.
45. Época última de la historia moderna, Francia desde la revolución hasta nuestros días.

Luis Ramirez

Programa de Historia Natural

Lección 1ª

Definición de Historia Natural. División de la Historia Natural. Importancia de la Historia Natural. Métodos de la Historia Natural. Historia Natural y otras ciencias. Historia Natural y la vida humana. Historia Natural y la conservación del medio ambiente.

~~Programa~~

de

Historia Natural

Lección 2ª. Definición de Historia Natural. División de la Historia Natural. Importancia de la Historia Natural. Métodos de la Historia Natural. Historia Natural y otras ciencias. Historia Natural y la vida humana. Historia Natural y la conservación del medio ambiente.

Lección 3ª

Historia Natural y otras ciencias. Historia Natural y la vida humana. Historia Natural y la conservación del medio ambiente. Historia Natural y la vida humana. Historia Natural y la conservación del medio ambiente.

24
25
26

1810/11/12

1811

1812

Programa de Historia Natural.

Lección 1.^a

De las ciencias naturales. Física y Química su objeto. Definición de la Historia natural. Diferentes acepciones de la voz naturaleza. Caracteres diferenciales entre los seres orgánicos e inorgánicos. Caracteres diferenciales entre los animales y vegetales. División de la historia natural.

Lección 2.^a

Mineralogía. Definición y división que son minerales como deben estudiarse los minerales caracteres mineralógicos y su división. Utilidad del estudio de la Mineralogía

Lección 3.^a

Caracteres físicos, forma y su división. Cristales. Geómetros. Sistemas o tipos cristalicos. Leyes de sus modificaciones.

Lección 4.^a

Isomorfismo y Dimorfismo. Transposición y hemitropia, maculas, formas irregulares. Geodas. Estalactíticas y Estalacmitas. Formas por retracción. Cantos rodados. Formas heterogéneas y su división.

Lección 5.^a

Estructura y división de ella. Estructura escamosa y granosa, y fibrosa, dentritica, hojosa, y compacta, fractura y división. Refracción sencilla y doble medios de observar esta. Policrisismo, Anisismo.

Lección 6.^a

Lustre, color, división de los colores, su importancia, por frecuencia, modos de desarrollarla. Elasticidad, ductibilidad, medios por los cuales se determina. Escala relativa de dureza. Tenacidad.

Lección 7.^a

Dureza peso específico, peso específicos de los sólidos. Dificultades que pueden presentarse en su investigación. Peso específico de los líquidos. Electricidad. Electros copos. Magnetismo.

Lección 8.^a

Carácteres químicos, cuerpos simples, análisis y su división. Ensayos por la vía seca. Llama fundente. Fenómenos al soplete.

Lección 9.^a

Ensayos por la vía húmeda. Reactivos, fenómenos de los reactivos. Fórmulas químicas. Fórmulas mineralógicas. Nomenclatura química.

Sección 10.^a

Taxonomía mineralógica. Caracteres y su división. Que es especie mineral. Variedad - individuo, género y clase. Clasificaciones en general de Werner de Haüy.

Sección 11.^a

Clase 1.^a de Haüy. Ácidos libres no combinados, Ácido sulfúrico

Sección 12.^a

Clase 2.^a de Haüy. Metales heteropicos. Género cal. Especies cal carbonatada, cal fosfatada, cal fluatada, cal sulfatada o yeso.

Sección 13.^a

Género alumina. Especies, corindón o zafiro, alúmina, topacio generosa sal común borax.

Sección 14.^a

Silica pura, cuarzo hialino, cuarzo leonado. Silicatos. Feldespatos. Mica.

Sección 15.^a

Clase 3.^a de Haüy. metales autopicos. Género, platino, Oro, plata, mercurio.

Sección 16.^a

Género, plomo, género cobre, género hierro, género arsenico.

Sección 17.

Clas 4.^a de Haully. Combustibles, arxife. Diamantes,
Grafito. Carbon de piedra. Succino, agua - aire atmos-
férico.

Lección 18.^a

Geología: Definición y División. Sea son rocas.
formaciones, capas, terrenos división delas y des-
cripción de las mas importantes.

Lección 19.^a

Clasificación de los terrenos de cristalización y
sedimento. Paleontología, que son fósiles, referencias
generales a la creación actual.

Lección 20.

Zoología: definición y división, elementos de que
se componen los animales. Tejidos, órganos, aparato,
función división de las funciones de nutrición, absor-
ción y exhalación.

Lección 21.

De la digestión, de los alimentos, actos de que se
componen. Aparato digestivo.

Lección 22.

Circulación. Sangre, Aparato circulatorio, Meca-
nismo de la circulación. Respiración. Aparato res-
piratorio, mecanismo de la respiración.

Lección 23.

Secreciones, glándulas, asimilación. Descomposición nu-

tritiva, calor animal.

Sección 24.

Funciones de relacion, Sistema nervioso. Su division del encéfalo y médula espinal. Sencibilidad. Sentido del tacto de la piel.

Sección 25.

Sentido del gusto, organos en que se reside, sentido del olfato, fosas nasales. Sentido del oído, aparato de la audicion.

Sección 26.

Sentido de la vista, mecanismo de la vision, facultades intelectuales e instanto, angulo facial.

Sección 27.

Motilidad. Neuro esqueleto, Division. Cabeza y su division. Del tronco. Extremidades, diversas aptitudes del cuerpo.

Sección 28.

Un aparato vocal, modificacion de la voz, de la palabra, diversas especies de reproduccion.

Sección 29.

Taxonomia Zoológica: de los caracteres y su division del nombre, grupos taxonomicos clasificacion en general de Linné y de Cuvier.

Sección 30.

Tipo 1.^o Vertebrados. Division en claus, claus 1.^a Mamíferos. Divisiones en ordines, orden 1.^o Bimanos. caracteres de su unica especie. Razas humanas.

Lección 31.

Orden 2.º Quadrumanos. División en familias. Orden 3.º Carnívoros división en familias y tribus. Especies notables. Orden 4.º Rodones, familias y generos importantes.

Lección 32.

Orden 5.º Dendeados, División en familias, especies notables. Orden 6.º Marsupiales, división citando generos y especies. Orden 7.º Paquidactilos división en familias. Especies mas comunes.

Lección 33.

Orden 8.º Rumiante, mecanismo de la rumiación división en familias y tribus. Especies importantes. Orden 9.º Cetáceos división en familias citando generos y especies mas notables.

Lección 34.

Orden 2.º Avis. Caracteres generales y división en clases, aves de rapina. División en familias citando generos principales.

Lección 35.

Orden 2.º Pares, división en familias, citando, generos y especies mas comunes. Orden 3.º Propeodas. División en familias citando algun genero.

Lección 36.

Orden 4.º Gallináceas su división. Orden 5.º Lencudas división en familias, orden 6.º Palpmiedas su división en familias. especies comunes.

Lección 37.

Clase 3.^a Reptiles, generalidades de clases y division
en ordenes. Orden 1.^o Lisonios. caracteres y division
en familias. Orden 2.^o Sauros. Division en fami-
lias especies comunes.

Leccion 38.

Orden 3.^o Ofidios. su division, especies venenosas y en
particular las de España. Orden 4.^o Batracios. Meta-
morphosis, division en familias.

Leccion 39.

Clase 4.^a Peces caracteres generales y division en
ordenes, Orden 1.^o Acanthopterygios, familias. Piroi-
dios. Frigloideos y Escomberoidios. Orden 2.^o Malacop-
tergios addominales, division en familias.

Leccion 40.

Orden 3.^o Malacopterygios, subbranquiales, familias.
Ladoideos, Pleuronotidos. Orden 4.^o malacopterygios
apodios. Orden 5.^o Lofobranguis. Orden 6.^o Plectona-
tos. Orden 7.^o Esturiones. Orden 8.^o Selacios. Orden
9. Listostomos.

Leccion 41.

Tipo 2.^o Moluscos. Generalidades y division
en clases. Clase 1.^a Cefalopodos. Clase 2.^a Pro-
podos, Clases 3.^a Gasteropodos.

Leccion 42.

Clase 4.^o Rafalos su clasificacion citando generos
y especies comunes. Clase 5.^a Braquiopodos. Clase
6.^o Cirropodos.

Leccion 43.

Tipo 3.º Articulados generalidades y division en clases. Clase 1.ª Insectos caracteres generales y division en ordenes.

Seccion 44.

Orden 1.º Coleopteros; sus caracteres y division en Pentameros. Heteromeros. Tetrameros y Trimeros
Orden 2.º Ortopteros. Orden 3.º Neuropteros.

Seccion 45.

Orden 4.º Himenopteros. Orden 5.º Lepidopteros, Division en familias. Orden 6.º Hemipteros. Orden 7.º Rhipipteros
orden 8.º Dipteros. Orden 9.º Chupadores. Orden 10.º Parasitos. Orden 11.º Fisureros.

Seccion 46.

Clase 2.ª Aracnidos. Clase 3.ª Aracnidos, division citando la tarantula y el escorpion. Clase 4.ª Crustaceos, division. Clase 5.ª Anelidos. Division en tubiculados, dos abtranguidos y abtranguidos.

Seccion 47.

Tipo 4.º Zoofitos. Caracteres generales y division en clases. Clases 1.ª Equinodermios. Clase 2.ª Entozoaños. Clase 3.ª Aculeos.

Seccion 48.

Clase 4.ª Polucos. Caracteres de clases y division especies comunes. Clase 5.ª Infusorios.

Geografia Zoologica.

Seccion 49.

Botanica. Definicion y division que es vegetal, organos similares. Division de sus organos y de sus funciones.

Sección 50.

Organos de nutrición, raíz, division de las raíces, tallo organizacion del tallo en las plantas acotiledos, monocotiledonos, y dicotiledonos.

Sección 51.

Hojas. Partes de que se componen. Division de las hojas atendiendo a su insercion, insercion, disposicion y figura modificacion de la base vertice y margen.

Sección 52.

Hojas compuestas. Diversos grados de composicion — organos accesorios de la nutrición, ampollas, garfios. Inpadons, espinas, agujones, pelos parillos y estípulas.

Sección 53.

Organos de la reproducción, flor y partes de que se compone division de las flores, florecencia, proflorecencia inflorescencia. principales especies.

Sección 54.

Corolix, su division, forma y duracion, corola y su division. Corolas monopetalas regulares. Corolas monopetalas irregulares. Corolas polipetalas regulares. Corolas polipetalas irregulares, Corolas de las compuestas.

Sección 55.

Estambres — filamentos, anteras y polen, insercion numero adherencia y longitud. Pistilo, estilo estigma y ovario.

Sección 56.

Fruto y su division, pericarpio y partes de que se compone

tabiques, ventallas, y susturas, clasificación de los frutos
semillas, cubiertas, almendras.

Lección 57.

Taxonomía, botánica del nombre especie vegetal: sis-
tema sexual de Linneo y ejercicios prácticos.

Lección 58.

Método de De-candolle

Lección 59.

Talamifloras, familias. Rahnicalanias, papa-
veraceas, crucíferas y malvaceas.

Lección 60.

Calicifloras, familias. Leguminosas, rosaceas,
umbelíferas y compuestas.

Lección 61.

Costolifloras, familias, Solanaceas, Labiadas,
Vitiáceas y gramíneas.

Del alumno

L. B. Ramirez

Córdoba 11 Marzo de 1870

Programa de Retorica y Poetica

Leccion 1.^a

Literatura preceptiva: composiciones literarias: pensamientos de las composiciones literarias: expresiones, forma, relaciones de la literatura preceptiva con la Lógica, la Gramática y la Estética. Clasificación de las composiciones literarias Retorica, Poetica = *Plumano capiti huc ubi reddatur forma.*

Lec. 2.^a

Principios comunes a las composiciones literarias, pensamientos: condiciones principales del pensamiento, literario, verdad, verdad relativa y absoluta, claridad, solidez. *Pictoribus atque poetis — triginta agni.*

Lec 3.^a

Virtudes del pensamiento literario. naturalidad sencillez, novedad, delicadeza, facilidad, viveza, energia. *Inceptis gravibus — simplex dumtaxat et unum.*

Lec 4.^a

Vicios del pensamiento, falsedad, oscuridad y sus diferentes grados, utilidad, afectacion, exageracion, vulgaridad alambicamiento. *Maxima per vatum si caret arte.*

Lec. 5.^a

De la expresion literaria: idea del lenguaje: elementos del lenguaje, diction, oracion, clausula, cualidad de la diction, pureza, concision, claridad propiedad naturalidad, decencia, oportunidad. *Emiliam circa ludum - nigroque capillis.*

Lec. 6.^a

Virtudes de la diction, energia, nobleza conveniencia accidentes de la diction, arcaismo neologismos. *Sumite materiam vultus - promissi carminis auctor.*

Lec. 7.^a

Vicios de la diction: barbarismo, provincialismo franismo, vaguedad, palabras indecentes groseras y torpes anfibologia culturanismo. *In verbis citam Anni's castrisque - pare de torta.*

Lec. 8.^a

De la oratoria litúrgica: elementos de la oratoria
calificación de las oraciones, elíptica y plomástica,
diversa e inversa, interrogativa administrativa y
espositiva, de sentido literal y figurado. P.

Quid autem Caelio — proculdubio nomen.

Lec. 9.^a

De la clausula: división de la clausula por su
extensión, forma y estructura cortas y largas,
simples y compuestas, cortada y periódica, protasis y
apodosis, condiciones principales de la clausula: pu-
resa claridad, precisión energía, unidad, armonía
Vt silvis foliis, — Met honor et gracia vivax.

Lec. 10.

Continuación de la anterior: Otras cualidades de la
clausula, regularidad, cadencia acento, armonía
imitativa, vicios de la clausula, solecismo purísimo,
Multa renascuntur — sub iudice hi est.

Lec. 11.

Figuras del discurso y su división, figuras de dicción
o elegancia, tropos, figuras de pensamiento, elegancia
por adición y supresión, elegancia por repetición,
conversión, complicación, conduplicación, concatenación

Archilocus proprió — libera vincta referre.

Lec. 12.

De los tropos. origen y fundamento de los tropos
clarificación. tropos de dirección. tropos de senten-
cia, metonimia, metáfora, sínecdoco. Descrip-
ta servare vices, et sortita decenter

Lec. 13.

Tropos de sentencia, alegoría, metalepsis, steter-
esis. hipálage, sílexis. ufeísmo, reglas
para el buen uso de los tropos.

Interdum tamen et vocem — tetigisse querela.

Lec 14.

Descripciones y sus variedades, enumeración, sim-
ple y compuesta. Non satis est pulchra — inter-
prete lingua.

Lec 15.

Figuras lógicas. antitesis. conceción, epifone-
ma gradación. paradoja, similitud o comparación.
si dicuntur erunt — Fobis nutritus an Argis.

Lec. 16.

Figuras poéticas. imposible, apostrofe, consina-
ción, conceción. exclamación, impleción.

deprecacion, hiperbole, personificacion, reticencia, interrogacion mistologica. Estet fama reguen —
trites oreste

Lec 17.

Figuras oblicuas, alegoria, dubitacion, dialogismo, atenuacion, periphrasis, preterition, ironia y sus variedades. Si qui in expertum, eunt operis res.

Lec 18.

Del estilo, cualidades, del estilo, unidad, variedad, armonia, claridad, naturalidad; diversos del estilo. Hac sic incipit — oritur ob ovo.

Lec 19.

Composiciones literarias en prosa; elocuencia oratoria. Clasificacion de las obras en prosa. De la oratoria en general Discurso y parte del discurso Semper ad ventum festina — naturi dandus et annis.

Lec 20.

Nozione, para las composiciones de la del discurso Del exordio, reglas para las composiciones, del exordio Variedades del exordio. Neden qui vocis, — relinqua re purnip.

Lec 21

De la proporción simple y compuesta ilustrada
o narracion, reglas de proporción.

Convulsi studiis — castigatiorque minorum

Lec 22.

De la confirmacion argumentor, costumbre,
periculis: reglas de la proporción del epilogo
cuando toma esta parte del discurso, el nom-
bre de peroracion, reglas del epilogo. Multa
ferunt — tradit spectator.

Lec 23.

Division de las composiciones oratorias: oratoria
sagrada, cualidade, de la oratoria de pulpito con-
ducta del discurso en la oratoria sagrada. Non
tamen intus — incredulus odio.

Lec 24.

Oratoria politica, cualidade, del orador tribuni-
cio, conducta del discurso en la oratoria politica
oratoria, militar, oratoria periodistica. Nive
minor — heveat apte.

Lec 25.

Oratoria forense, cualidade, del orador del foro con-

ducta del discurso en la oratoria forense. *Ille bonis
favetque — fortuna superbi.*

Lec. 26.

Oratoria academica, cualidades del orador academico
conducta del discurso de la oratoria academica.

Fibra non ut nunc — licentia mayor.

Lec 27.

Composiciones historicas: historia y sus diversas
condiciones principales de la historia y del histo-
riador, medios expositivos de la historia: plan de la
historia: narracion historica, claridad, sobriedad, dig-
nidad y elegancia de la narracion. *Indoctus qui
enim — sententia delphica.*

Lec 28.

Personajes historicos: descripciones historicas: arengas
historicas, escuclas historicas. *Carminum qui tragico-
et potus et exlex.*

Lec 29.

De la novela: division de la novela, novela historica,
novela de costumbres, novela amorosa. *Verum ita
ridores — Paulum pudibunda protervis.*

Lec 30

Novela caballeresca o libro de caballeria, novela santa,

tica, novela pastoril, novela picaresca, consejo
el cuento, la leyenda, formas estereotipadas de la no-
vela. Non ego inornata — accedis honoris.

Lec 31.

Composiciones didácticas y sus clases, memoria
disertaciones, monografía, obras elementales,
tratados magistrales, formas de las composiciones
didácticas. Libris deducti: — Donante corona!

Lec 32.

Composiciones epistolares, in propria divisione de
las cartas, caracter especial de cada linaje
de cartas, estilo y lenguaje epistolares. Filata
longa — veniet aures.

Lec 33.

Composiciones literarias en verso: poesía, metrificac-
ion, verso estructural del verso latino, métrica
y sus principales clases, versos exametros, penta-
metros. In scenam misus — non laude merui.

Lec 34.

Piequius asplendiado, glicónico sapio, adonios,
senario, yambico, dimetro yambico. Vox exemplaria
græca — callimus et aue.

Lec. 35.

Métrica española, elementos de la versificación, conte-
llana, duros, metros empleados en la poesía española
metros menores. Ungotum tragico — sublato puer no-
cendi.

Lec. 36.

Metros mayores endecasílabo propios o impropios
de la rima origen de la rima. Sin intentatum —
castigavit ad ungue.

Lec. 37.

Combinación métrica española, monorrimos, pentados, ter-
ceto, cuarteto, redondilla. Ingenium vivere — fecino com-
miserit.

Lec. 38.

Quintilla, octava real, octavilla, decimas. O ego teor,
qua ferat error?

Lec. 39.

Soneto, lira, estancia, silva, seguidilla en verso
suolto, epigrama, sátira española. Sentendi recte
sapere — convenientia cuique.

Lec. 40.

Clasificación de las composiciones poéticas, poesía
lírica, octava religiosa, oda heroica. Respicere
exemplar — misaque canore.

Lec 41.

oda erótica, oda anaenónica, oda moral o filosófica. Enais ingenium — et levi servanda cūpresso.

Lec. 42.

Almno, Balada Villancico, madrigal epitalámico. Etut prodesse — extrahat alio.

Lec 43.

Odilio, Eploga. Centurie seniorum — prorogat avum.

Lec. 44.

Elegia. Endecha. Sunt delicta tamen — obrepere somnum.

Lec 45.

Epigramma, satira. Ut pictura poesis — repetita placabit.

Lec. 46.

Letrilla amorosa, satírica, soneto romance castellano. O major juvenum — concesser columnas.

Lec. 47.

Poesia épica, epopeya, accion épica y sus episodios, division de la accion épica, exposicion

nudo, deentlace. Ut gratas inter menses — tollant
impune corona.

Lec. 48.

Poemas heroicos, historicos, poemas heroicos, comicos,
cuento, leyenda. Silvestres homines sacis — lege incide
re ligno.

Lec. 49.

Desarrollo de la accion epica; de los caracteres de la
epopeya, forma de la epopeya. Qui nescit verum
tamen — nescit vox mihi reverti.

Lec. 50.

Poesia dramatica. del drama en general. condicion
de la accion dramatica, desarrollo de la accion dra-
matica: caracteres dramaticos, situacion del drama
forma del drama: actos, cuadros, escenas. Hi honor
et nomen — et cantor Ætpollo.

Lec 51

Diversas especies del drama. tragedia accion tragica
de los caracteres y situaciones tragicas, forma de la
tragedia. Natura fieri laudabile carmen — necesse
fateri.

Lec 52.

Comedia, accion comica, caracteres comicos, situaciones

comicas, formas dela comedia. Ut proco murey
turban — plus locadatore moventur?

Lec. 53.

Drama propriamente dicho: accion caractery
situaciones y formas del drama, divi-
sion del drama. Reges dicuntur multis —
et tua solus amans.

Lec. 54.

Melodrama, recitado, aria duo, tunceto
cuartito, cavatina, rondo division del melo-
drama zarzuela. Vir bonus et prudus
versus — excentumque sinistre.

Lec. 55.

Fonadilla, sainte, mogiganga, baile de
clamacion delas composiciones dramaticas
Ut mala quam scabies — atque servari nolit.

Lec. 56.

Poema didactico, quistola, dicuro poetico,
apologo, parabola, proverbio: forma de las compo-
siciones didacticas en verso. Dicam neulique
poeta — nisi plena cruoris hirudo.

Fin.