

*Jalón*

**APUNTES**  
**PARA UN LIBRO.**

INFLUENCIA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL PROGRESO  
DE LAS CIENCIAS  
Y EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO.

**POR**

**RAMON HERMIDA ROMERO,**

DIRECTOR DEL INSTITUTO OFICIAL DE BAEZA Y PROFESOR  
DE MATEMÁTICAS.

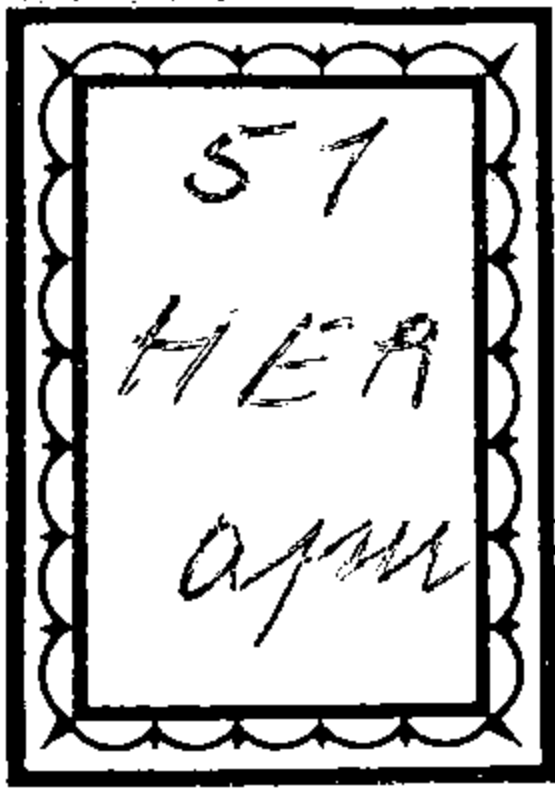
**PRIMERA PARTE.**



**BAEZA.**

IMPRESA Y LIBRERIA DE LA COMISION GENERAL DE LIBROS,  
1876.

B  
486



**NO SE PRESTA**

**Sólo puede consultarse  
dentro de la sala de lectura.**

*Rg 39693 Al Sr. Dn. Mateo Ferrer  
su attmo. compo  
R. Hermida*

**APUNTES**  
**PARA UN LIBRO.**

---

INFLUENCIA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL PROGRESO  
DE LAS CIENCIAS  
Y EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO.

POR

**RAMON HERMIDA ROMERO,**

DIRECTOR DEL INSTITUTO OFICIAL DE BAEZA Y PROFESOR  
DE MATEMÁTICAS.

---

**BAEZA.**

IMPRESA Y LIBRERIA DE LA COMISION GENERAL DE LIBROS,  
1876.

---

**ES PROPIEDAD.—Queda hecho el depósito.**

---

Al Excmo.

Sr. D. Saturnino Alvarez Bugallal,

su agradecido pariente y amigo,

RAMON HERMIDA ROMERO.



## **AL QUE LEYERE.**

---

Debiendo discutirse muy en breve el nuevo plan de Instrucción pública, me ha parecido conveniente la publicación de estos Apuntes por si ellos pudieran probar de un modo irrecusable, que á las ciencias matemáticas debe dárseles más importancia de la que desgraciadamente se les ha dado en las diferentes ocasiones que se trató de reformar el plan de estudios.

Es un hecho doloroso lo que sucede con este género de leyes que las vemos cambiar cuando radicalmente cambia la política, como si la educación y la instrucción de la juventud no estuviese por encima de todas las banderías políticas.

No todo, sin embargo, obedece á espíritu de partido. Ningun plan de los que hasta la fecha rigieron, podía satisfacer. Ninguno respondió á las necesidades actuales de la sociedad.

Quisiera entrar á investigar las causas que ocasionaron ese defecto y por consiguiente la de esas mudanzas que tanto perjudican á los Establecimientos de enseñanza, pero ni el objeto limitado del presente libro, ni los estrechos límites de un prólogo lo permiten.

Diré sin embargo, que si nuestros legisladores hacen un detenido exámen del árduo problema de educar á la juventud y examinar con cuidado el fin que debe llenar la primera y segunda enseñanza.

si hacen que las carreras profesionales respondan á los adelantos que en todas las ciencias se hicieron en estos últimos tiempos, su obra no será destruida, y la juventud, la sociedad de mañana, les dedicará un recuerdo de gratitud que les acompañará más allá de la tumba.

La segunda enseñanza ¿tiene por objeto la preparacion del alumno para que con más facilidad pueda adquirir conocimientos generales para la cultura del individuo?

Si el fin de la segunda enseñanza fuese solo el de preparacion para una Facultad, debia dividirse en varias secciones, pues nadie deja de entender que las diferentes clases de conocimientos que en las distintas Facultades se enseñan, están mas relacionados con unas que con otras de las asignaturas esplicadas en la segunda enseñanza. Preguntad á los Profesores de Ciencias, Medicina ó Farmacia y á los de Filosofia y Letras, Derecho ó Teología qué conocimientos necesita el alumno para que pueda sacar mas fruto de sus explicaciones y estoy seguro que muy distintamente os contestarán; unos y otros añadirán que ningun alumno llega á aquellas cátedras con la preparacion debida. La consecuencia es fácil. *La segunda enseñanza no cumple hoy su fin.*

Esto ya debió sentirse cuando fueron creados los cursos preparatorios, que fueron, sin embargo, insuficientes.

Si suponemos ahora que la segunda enseñanza debe tener por único fin la cultura del alumno, no necesito aducir razones para sentar que tambien en este caso tal como hoy está organizada, no responde á su fin. Las enseñanzas debian ser mas variadas y elementalmente enseñadas. La ley del Sr. Chao respondia indudablemente á este fin.

Ya dije que mi objeto no era mas que hacer ver en este libro la importancia de las matemáticas y no la del conjunto de las asignaturas constituyendo un plan de estudios, pero diré que á mi entender, la segunda enseñanza debia responder á los dos fines indicados. En dos periodos debia dividirse: uno de cuatro años ó cursos, en

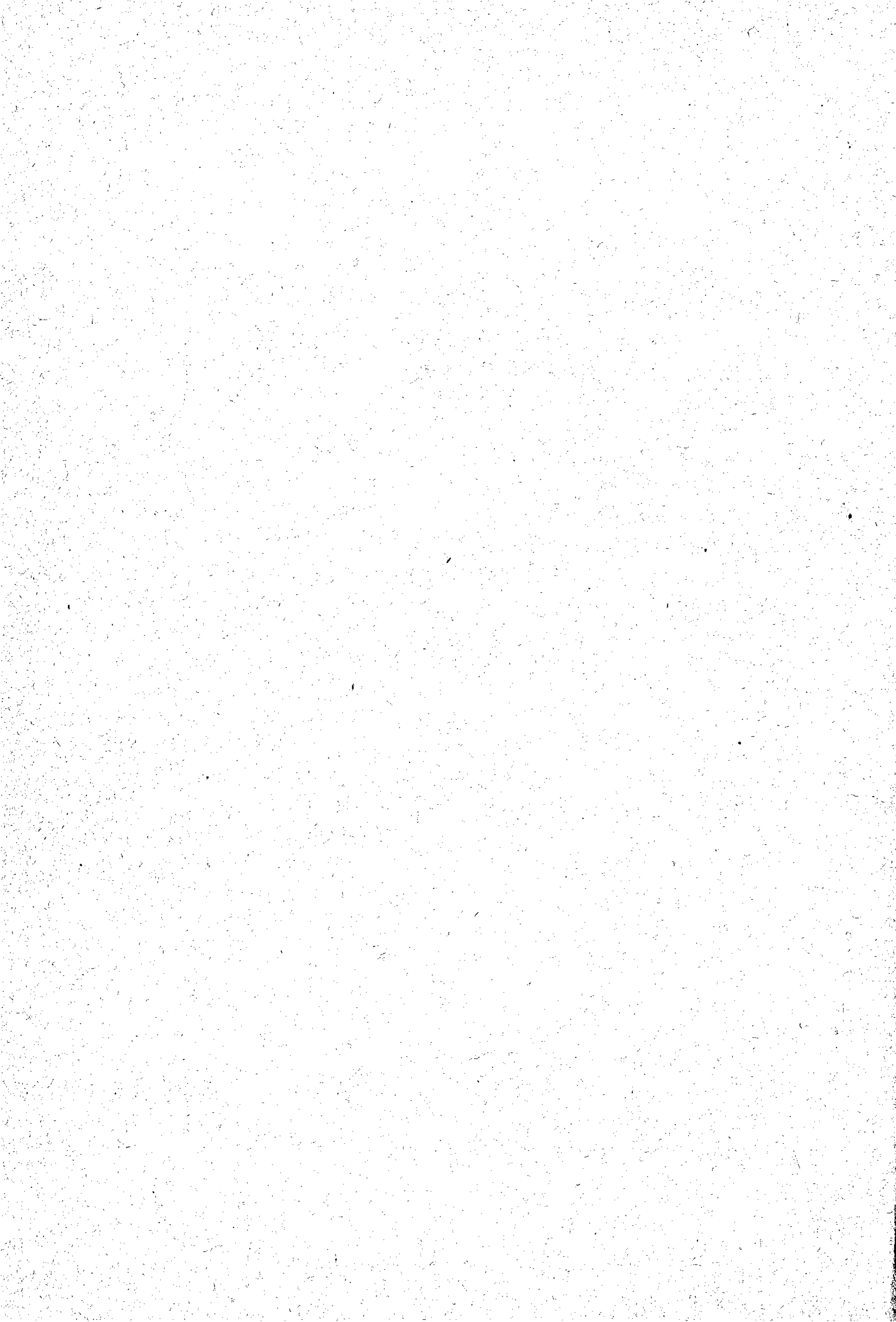


los cuales de un modo breve se enseñáran á los alumnos los conocimientos necesarios para ser hombres regularmente cultos, otro de dos años, dividido en secciones, en que se explicaran á los jóvenes asignaturas que preparasen para recibir con fruto, las explicaciones en la Facultad á que se dedicasen.

Hechas estas ligerísimas indicaciones, paso á ocuparme de las matemáticas, su influencia en el progreso de las ciencias y en el desarrollo del pensamiento.

Si este trabajo lograrse que en la nueva ley de Instrucción pública se diese á estas ciencias su debida y legítima importancia, veria satisfechas mis esperanzas y recompensado el tiempo empleado en estos apuntes que debo á los matemáticos Gorroño, Moya, Bougaev, Wolfgang, Bolyai, Couceiro, Cauchy y á los pedagogos Froebel, Braun y Jacotot.

Baeza 12 de Abril de 1876.



# **INFLUENCIA DE LAS MATEMATICAS**

EN EL PROGRESO DE LAS CIENCIAS.



La ciencia es una: todo fenómeno exterior, toda manifestacion del espíritu humano, está sometida á la crítica, es decir, á una rigurosa apreciacion científica. Por la influencia de nuestras diversas necesidades estamos en relacion con la ciencia bajo diferentes puntos de vista. Cada uno de estos puntos de vista constituye una parte de ella. Todas las partes de la ciencia tienen sus relaciones y se prestan influencia recíproca.

Viendo los horizontes dilatados de las ciencias, su importancia, su utilidad y los lazos que las ligan, parece á primera vista que no deben existir lugares preferentes; pero las condiciones especiales que cada una necesita para su desarrollo, hace que se agrupen todas al rededor de las matemáticas, como los astros al rededor del sol. No ahora, que tantos progresos se hicieron, sino siempre. Los antiguos le llamaban »MADRE DE LAS CIENCIAS» y el divino Platon hacía escribir sobre la puerta de su Academia aquellas tan sabidas palabras griegas: «OUDEIS AGEOMETRETES. (1)

En vista de lo expuesto ¿quién será el que se atreva á negar la importancia de esta ciencia? Todos la reconocen. Las diferentes escuelas religiosas y políticas dán más importancia á determinados órdenes de estudios ó combaten otros con saña. El estudio de las matemáticas no es combatido por nadie y todos reconocen y admiran su

---

(1) Nadie entre aquí sino sabe la Geometria.

influencia bienhechora en todos los ramos del saber humano. Esto era suficiente para probar lo que intento, y es muy fácil que ante este hecho parezcan pálidos los principios que siente y las consecuencias que deduzca. Los sábios antiguos y modernos, los partidarios de distintas religiones y los distintos partidos políticos admiran con pasmosa *unidad* las ventajas de que el jóven posea conocimientos matemáticos y desarrolle su pensamiento por medio de ellos. ¡Confíemos en que todo el que en nuestra patria tome la iniciativa en el plan de enseñanza que ha de seguirse para educar é instruir á la juventud, le dará la importancia por tantos conceptos merecida!

Hoy las matemáticas son un ramo preferente de la instrucción que se dá á la juventud en todas las partes del mundo; todos los sistemas de educación, por muchos que sean los puntos en que difieran están completamente de acuerdo en que la enseñanza en general debe tener por base el estudio de las matemáticas, reconociéndose como defectuoso todo sistema que no le diese un lugar muy honroso.

«Sin las matemáticas, dice Froebel, (1) ó por lo menos sin el conocimiento fundamental del cálculo que une al conocimiento de la «forma y al de magnitud, como condiciones necesarias, la educación «del hombre es una obra incompleta. El desarrollo del hombre y de «la humanidad queda detenido antes de sus límites naturales. Sin «las matemáticas, las fuerzas del espíritu se paralizan, pues son tan «inseparables del espíritu, como la religion del alma.»

Esta importancia se funda en la naturaleza misma de las matemáticas, en el enlace de las verdades que enseña y en el caracter de los métodos que emplean.

Expongamos ahora algunas consideraciones generales para explicar la justa importancia que esta ciencia adquirió en los últimos años.

Es imposible citar toda la influencia de esta ciencia en todas

---

(1) Fréderico Froebel.—L'Education de l'homme.—Traducido del alemán al francés por la Baronesa de Crombrugge—Bruselas—Claaueu—1861.

las fases del pensamiento humano y de la vida contemporánea. Trataremos solo los puntos mas importantes de la cuestion.

A la concepcion exacta de esta cuestion, se une la solucion de muchos problemas científicos, pedagógicos, intelectuales y sociales.

No es difícil observar que la diversidad infinita de los fenómenos del mundo moral y material está determinada por los diferencias de magnitud, de forma y de fuerza. La magnitud y la cantidad son las ideas fundamentales de nuestro juicio. Esencialmente simples y generales, se asocian á todas las representaciones, á todas las combinaciones de nuestro espíritu. La cantidad, dice Kepler, es más antigua que los cielos; los números, dice Pitágoras, son el principio de las cosas.

La propiedad de modificarse, es la más esencial de la magnitud. Está más que ninguna otra cosa sometida á nuestras investigaciones. La ciencia matemática podríamos definirla diciendo: es la ciencia de las propiedades, de las leyes, de las relaciones, de las magnitudes, consideradas bajo el punto de vista de esta facultad fundamental.

La ciencia matemática se ocupa de las ideas consideradas, abstraccion hecha de todo elemento material. Sus deducciones generales se aplican á todas las magnitudes que pueden ser el objeto de las investigaciones matemáticas.

En el estado actual de la ciencia todas las magnitudes concretas no están sometidas á las investigaciones matemáticas. Asi, todas las concepciones psico-físicas, como por ejemplo, la *caridad*, la *cólera*, *el valor*, sufren en nuestra inteligencia modificaciones diversas de magnitud, de forma, de intensidad; pero no son del dominio de las matemáticas.

No pueden ser sometidas á las matemáticas, mas que las magnitudes concretas, que están mas ó menos sometidas á las leyes de un cambio continuo, para las cuales existen unidades de comparacion y medios de medir.

La extension y el espacio eran ante todo el objeto de las inves-

tigaciones matemáticas, habiendo llegado ya la geometría en la navegación á un alto desarrollo. Después de las magnitudes geométricas, entraron en el dominio de las investigaciones matemáticas, la velocidad, el tiempo, la masa y las magnitudes magnéticas, determinando las condiciones de equilibrio y movimiento de los cuerpos materiales. La fononía en estos últimos tiempos ha llegado á ser completamente creación de ellas. Así consta en sus tratados generales y el dominio de las ciencias matemáticas determina su situación en medio de las demás.

Esta situación puede también determinarse por una rápida ojeada sobre las relaciones recíprocas de las diversas ciencias.

No todos los pensadores ven las ciencias bajo un solo y mismo punto de vista, y esta es la causa de la existencia de varias clasificaciones. Como mi objeto no es desarrollar este punto ni entrar á examinar cada una de estas y menos criticar ninguna de ellas que tan penoso trabajo costaron á sus autores, solo me limitaré á encomiar su importancia, cada vez creciente, pues ellas contribuyen muchísimo á aumentar nuestros conocimientos, obligan á estudiar los distintos objetos de que las ciencias se ocupan bajo diferentes fases, y hacen descubrir nuevas relaciones que sin ellas nos sería imposible percibir. Así opinaron Bacon, Descartes, d'Alembert y Ampère, y al tratado de este último filósofo remito á mis lectores. (1)

No puedo, sin embargo, dejar de indicar que para nuestro punto de vista, las clasificaciones que tienen mas importancia son aquellas que se fundan ó sobre el origen del conocimiento, ó sobre la naturaleza de los objetos que estudian ó sobre el fin de la ciencia que nos proponemos clasificar. Se pueden llamar subjetivas las dos primeras categorías y objetiva la tercera.

Las ciencias se dividen en *especulativas* y *experimentales* se-

---

(1) Essai sur la Philosophie des Sciences ou exposition d' une classification naturelle de toutes les connaissances humaines par André—Marie Ampère. Première partie—Paris—Mallet—Brachet—1856.

gun el carácter de los métodos y procedimientos empleados. También se dividen en *teóricas* y *aplicadas* según el fin para el que las ciencias se construyen. Desgraciadamente todo lo que tienen de convencional las clasificaciones subjetivas, lo tienen de útil; por que suministran un punto de apoyo á los espíritus metódicos. Las más simples y más naturales son las clasificaciones objetivas, fundadas sobre la naturaleza de los objetos estudiados.

Descartes, en su método, establece el orden lógico y consecuente, exige, que las ideas y los objetos más simples y más elementales, deben presentarse antes que los difíciles y complejos.

Después de este principio una clasificación objetiva presenta los cuatro grupos siguientes:

- 1.º Ciencias matemáticas que estudian las verdades abstractas y absolutas.
- 2.º Ciencias físicas que estudian las verdades relativas á la materia.
- 3.º Ciencias biológicas que estudian las verdades relativas á la vida y
- 4.º Ciencias sociales que estudian las verdades relativas al hombre.

Esta clasificación objetiva responde al principio de Descartes y sistematiza las verdades científicas según su generalidad relativa. En efecto, en la división propuesta las verdades matemáticas son más simples y más generales que las otras. Después de ellas vienen en atención á su simplicidad y generalidad, las verdades físicas, biológicas y sociales. En esta clasificación, además de la sucesión lógica y la relación de lo simple á lo compuesto, se observa igualmente la relación de dependencia de las diferentes ciencias.

Las ciencias llegan á ser por demás complejas, pero también son muchos los medios é instrumentos de investigación.

En las matemáticas, el instrumento de investigación es la *especulación*, las otras ciencias tienen como medios de investigación la *observación*, la *experiencia*, la *comparación* y el *testimonio*.

La experiencia nos enseña también, que en un mismo periodo de tiempo, las ciencias de verdades más simples, adelantaron muchísimo más que las que se ocupan de investigar verdades complejas.

Las matemáticas son, pues, ciencias de especulación: valiéndose de ellas se descubren las verdades mas simples y generales.

No es por lo tanto extraño que hayan adelantado mas que las otras y que las verdades de estas últimas esten, por decirlo así, dependientes y aun determinadas por las verdades matemáticas.

Si el conocimiento de las ciencias depende del de las matemáticas, y si se determinan sus verdades por medio de estas, no estará seguramente demás que veamos como se verifica este aserto y las razones que tendrán muchos pensadores para ver en ellas la base de la filosofía natural, porque sus relaciones con las otras ciencias han sido consideradas como la cuestion fundamental de toda filosofía profunda; porque para formar idea de la cultura de un pueblo se aprecia en mucho la mayor ó menor importancia que se concede á estos estudios; y porque su influencia ha sido tan estimada en todos tiempos, bajo el punto de vista de la enseñanza y la educacion.

La clasificacion subjetiva, que divide las ciencias en teóricas y aplicadas, no satisface de ningun modo y está muy lejos de satisfacer las exigencias de la lógica; porque el fin práctico no puede servir de base seria para una division de las ciencias. Entiéndase que no por esto negamos su importancia á las aplicaciones prácticas, ni tampoco creemos que la teoría y la práctica, se excluyan una á otra, por el contrario, toda cosa práctica tiene una base teórica y todo conocimiento su aplicacion.

En este punto, no puedo menos de manifestarme completamente conforme con el distinguido Profesor de matemáticas en la Facultad de Ciencias de Marsella, M. L'Abbé Aoust, que dice asi:

«La base inteligente de la teoría y de la práctica tiene sus raíces en los mismos principios lógicos de nuestro entendimiento. La ciencia no es solamente un instrumento para hacer bien material; tiene un fin más elevado. No se puede sin embargo prescindir de las cuestiones científicas que tienen una aplicacion práctica. No se pueden hacer, en vista de las mismas, especulaciones teóricas. La



«historia de la ciencia nos enseña claramente, que los intereses superiores de la razón y las necesidades de la práctica, han seguido siempre un camino paralelo: se sostienen y se completan mutuamente.

Con los progresos de la civilización se han separado las aplicaciones científicas de las ciencias matemáticas. Entre los problemas puramente teóricos, alguno que otro adquirió una importancia especial á causa de su influencia sobre la civilización y sobre la vida. Su importancia dió lugar á que se les estudiara con atención y separadamente, dando así lugar á ciencias distintas, independientes, conocidas bajo el nombre de ciencias *aplicadas*. Su importancia para las necesidades de la vida, ha favorecido notablemente su desarrollo. Si observamos estas ciencias, vemos que bajo el punto de vista puramente teórico, no son mas que cuestiones especiales, particulares y que no ocupan mas que un modesto lugar entre los varios problemas de la teoría á que pertenecen; bajo el punto de vista práctico, son grandes medios, potentes instrumentos de civilización.

Por esta causa, no se puede de ningun modo prescindir de ellas, pues si el fin que se propone la teoría responde, en las ciencias aplicadas, á ciertas necesidades prácticas, tambien los problemas puramente prácticos conducen á investigaciones científicas y sirven de punto de partida y de guía en estas investigaciones.

Recurramos á la historia de las ciencias matemáticas y en ellas veremos que constantemente las cuestiones especulativas se han desarrollado con el apoyo del arte de la construcción, de la navegación, y de la fononía.

La notable teoría de la elasticidad de los cuerpos sólidos que en los últimos tiempos adquirió tan notable desarrollo analítico, debe su origen á la cuestión práctica de la flexión de una barra fija por una estremidad á un muro inmóvil y sometida á la acción de una fuerza que opera sobre la otra estremidad.

Esta cuestión era capital para los constructores y hoy ocupa un lugar importante en la teoría de la resistencia de los materiales, y su

solucion determina la precision y exactitud de sus cálculos prácticos. Verdaderamente cuesta trabajo creer, que esta cuestion es el punto de partida histórico de la más notable de las teorías matemáticas contemporáneas.

Examinemos esta cuestion observando su historia, por que ella confirma las ideas generales que quedan sentadas. Galileo, con su inmenso talento y con la asiduidad que le caracterizaba, se ocupa el primero en 1638 de la cuestion de la flexion. En el estado en que se encontraban en aquella época el análisis y la foronómia, no ha podido presentar más que hipótesis defectuosas. Pasan cuarenta años y ni un paso adelanta la cuestion. En 1678 Robert Hook, descubre la ley fundamental de la elasticidad, á saber; que la tension y la compression de los cuerpos es proporcional á la intensidad de la fuerza exterior.

Mariotte recoge esta ley, y por ella logra exponer algunas proposiciones ciertas. El la conduciria á su término, pero un error de cálculo que habia cometido y que fué pasando ante la vista perspicaz de sábios matemáticos de la talla de Jacqués Bernouilli, retarda el desarrollo de tan interesantísima cuestion. Coulomb en 1771 rectifica el error y la cuestion hubiera tocado á su término si los sábios se fijaran en el error que el matemático les habia señalado, y no lo hicieron, y la cuestion quedó sin resolver hasta que en 1826, Navier admite la rectificacion de Coulomb, y presenta en seguida su teoría de la resistencia de la barra á la flexion.

Este hecho es más elocuente que los razonamientos que se pueden emplear para probar la influencia de las matemáticas en el progreso de las otras ramas del saber humano. ¡Dos siglos en que una ciencia no progresa, sin embargo de haberle dedicado toda su atencion los sábios de primer orden! El prescindir de las matemáticas fué la única causa.

Observemos de paso como una cuestion práctica dá nacimiento á toda una ciencia, y que las investigaciones teóricas, á proporcion que se desarrollan, no satisfacen siempre á las necesidades de deter-

minadas ciencias aplicadas, hasta que las matemáticas les suministran una base sólida para la solución de muchas cuestiones que solo entonces pueden tener su aplicación en la práctica, haciéndolas salir de la rutina y de los expedientes.

Otro hecho muy notable y también histórico que confirma esta proposición, es el descubrimiento de la geometría descriptiva debido á Monge. Antes de este descubrimiento, todas las combinaciones de los constructores relativas á la representación gráfica de los cuerpos sobre una superficie plana, todos los problemas prácticos de la construcción que tenían relación con la geometría, se resolvían por medios particulares, sin base alguna científica, ni ideas generales que les sirviesen de guía. Por el descubrimiento de la geometría descriptiva, Monge dá los medios generales de resolver todas las cuestiones posibles del mismo género, y funda la ciencia, que dá la teoría verdadera de las sombras, de la perspectiva, de la construcción de los cuadrantes solares, de las ruedas dentadas y de las bóvedas. Hoy es imprescindible el conocimiento de las verdades fundamentales de la geometría descriptiva. (1)

Cada nuevo problema matemático dá lugar á importantes cuestiones prácticas, de aplicación real á las necesidades de la vida; y estas cuestiones prácticas hacen surgir nuevas verdades matemáticas y, coincidencia extraña! siempre que de esta reciprocidad se han producido nuevas verdades, la historia de la civilización, nos enseña que al mismo tiempo se hicieron los más notables descubrimientos y los más brillantes progresos en el espíritu humano.

Está fuera de toda duda, que las necesidades de la sociedad de hoy, son más apremiantes y complejas que las de la sociedad de ayer; y no nos equivocaremos si decimos que las de la de mañana, serán más complejas y apremiantes que las de hoy. Comprendido esto en todas las naciones, dió margen á la fundación de varias Es-

(1) Para más detalles sobre esta cuestión puede consultarse la obra de distinguido Profesor de matemáticas en la Universidad de Moscou, M. Bougáev.

cuelas especiales, en donde se debian enseñar los problemas puramente prácticos, que no ocupan más que un lugar secundario en la ciencia general. El fin de estas escuelas sería muy limitado, si en ellas no se estudiase antes de la resolución de los problemas especiales toda la ciencia en general, con tanta extensión, seriedad y rigor como pueden estudiarse en las primeras Universidades. Por otra parte, el estudio de estas ciencias en la Universidad, se hace sin ninguna aplicación á la práctica.

Voy á separarme por un momento del objeto de este libro.

En España, existen ocho ó diez Escuelas en las cuales se enseña la ciencia matemática con la misma extensión y el mismo rigor. La mayor parte de estas Escuelas están en la Capital. Si el estudio de estas ciencias, se hiciese de diferente modo en unos que en otros Establecimientos, nada tenia que decir, pero siendo la ciencia la misma, ¿por qué no tener en cuenta las desventajas que esto produce?

La primera y más principal es, que teniendo los alumnos que estudiar en un periodo proximately de cuatro años las diferentes partes de la ciencia general, les queda muy poco tiempo para las cuestiones de aplicación que constituyen el objeto más principal y puramente especial de su carrera. Los resultados de este primer inconveniente los vemos á cada momento. No tenemos más que recordar las obras de importancia que en estos últimos tiempos se hicieron no siendo directamente por el Gobierno. Si se trata de la construcción de un ferro-carril, Ingenieros extranjeros. Si de la exploración de una mina, Ingenieros extranjeros. Si de montar una gran industria, Ingenieros extranjeros. Doloroso es decirlo, para todo lo que tiene verdadera importancia, nos valemos de personal facultativo que no es el nuestro. ¿Es porque nuestros Ingenieros sean peores que los que nos vienen de fuera? No, es que son menos prácticos.

No entro á considerar otros inconvenientes como son el que con la organización actual, solo pueden dedicarse á estas carreras jóvenes privilegiados por la fortuna.

Para terminar la digresion, y tan solo con el objeto de apuntar algunas ideas, diré: que en mi modo de ver, debian fundarse cuatro Escuelas puramente teóricas, en Madrid, Vigo, Barcelona y Sevilla, que en Madrid debia haber Escuelas puramente prácticas en donde ingresasen los jóvenes que hubiesen concluido sus estudios en las teóricas y á espensas del Gobierno, ó con un pequeño sueldo, como se les dá á los alumnos de las Academias militares cuando están en la mitad de su carrera. Esta reforma no aumentaria mucho el presupuesto, tendríamos un personal con mejores condiciones que el extranjero y estas carreras, podrian seguirse por jóvenes de todas las clases de la sociedad.

El estudio de las matemáticas, dá un caracter científico á todas las cuestiones que provienen de la vida práctica; por eso suele decirse que hacen el papel de mediador. Suministran medios de resolver las cuestiones prácticas con más facilidad, sin perder su caracter abstracto, dan el verdadero medio de investigar la verdad, independientemente del fin práctico que esta se proponga lograr; y por último responden á las exigencias del idealismo científico y del utilitarismo más riguroso.

El poder que las ciencias aplicadas reciben en su solidaridad con las matemáticas: no constituye, ciertamente, más que una parte de la importancia que tienen estos estudios en el sistema general de los conocimientos.

La perfeccion de los instrumentos que influyen en los progresos de la civilizacion, haciéndonos adquirir conocimientos que nunca tendríamos sin su auxilio, no es más que una consecuencia de la fuerza interior que encierran las matemáticas.

La influencia de estas ciencias sobre el conjunto de los hechos científicos sometidos á nuestro estudio, es lo que constituye su verdadera importancia, la cual no puede comprenderse bien, sino estudiándolos en relacion con las ciencias exactas.

Dos clases de hechos pertenecen al dominio de nuestros conocimientos: unos revelados por el estudio de las operaciones internas y

otros por las sensaciones, por el estudio del mundo exterior. Cuando observamos hechos internos, recibe la observación el nombre de interna y cuando á los externos el de externa. Por medio del análisis psicológico, no podemos distinguirlos siempre, pues solamente los diferencia por su grado de complejidad, bajo el punto de vista general, es suficiente sin embargo.

Los hechos del mundo interior tienen principalmente por objeto el estudio de las ciencias morales, y los hechos del mundo exterior constituyen el objeto de las ciencias físicas que estudian su naturaleza externa y son mucho más simples; el conjunto de los conocimientos adquiridos por la observación de la naturaleza exterior, entra como un elemento indispensable en las deducciones que se operan sobre los del mundo interior.

Son más complejas las ciencias morales y exigiendo más método, ofrecen menos rigor en sus conclusiones. Las ciencias matemáticas tienen la misma relación con las unas que con las otras, y ejercen su influencia sobre las dos. Las ciencias que estudian el mundo exterior, tienden cada vez más á las ciencias exactas. Si nos esforzamos en conocer los fenómenos naturales en todos sus detalles, en todas sus manifestaciones elementales, es porque nos conviene estudiarlos con un rigor matemático. Para seguir de un modo general la influencia de las matemáticas en el desarrollo de nuestros conocimientos en lo que concierne á la naturaleza exterior, es necesario recurrir á una ciencia que presente en sus resultados la más perfecta exactitud, la más grande regularidad. Este derecho no puede negarse ciertamente á la astronomía. Veamos como se expresa Bougaev. «La astronomía, tiene, por decirlo así, concluido todo el círculo de su desarrollo; ha llegado á conclusiones claras y determinadas y en su historia se observa la influencia grande de las matemáticas. Por su perfección científica, por la marcha histórica de su desarrollo, es el tipo de toda ciencia de observación. En la historia de los conocimientos humanos, los pensadores se extendieron generalmente sobre la astronomía, porque es la que sumi-

nistra mayor número de conclusiones instructivas y exactas.

En esta ciencia, la especulación y la observación juegan por igual un papel importante. Los descubrimientos realizados por la especulación, como los obtenidos por los procedimientos y métodos de la observación, contribuyeron igualmente á su progreso. Seguir el carácter general de la historia de la astronomía, es explicar cómo progresando estos dos métodos de investigación, acompañaron nuestros conocimientos en toda su extensión y relativamente á los fenómenos celestes.

La historia de la astronomía, respecto á sus relaciones con las matemáticas, se divide en antigua y moderna. En la antigüedad solo la geometría, entre las ciencias matemáticas, había adquirido cierto desarrollo. Todas las fuerzas, todos los recursos de la deducción estaban determinados por las verdades geométricas. El período antiguo de la geometría puede llamarse período geométrico. Las observaciones, durante este período, eran muy imperfectas y las observaciones daban cifras sometidas á grandes errores.

La astronomía de los antiguos disfrutaba, sin embargo, de los recursos de la geometría y de la observación, y apesar de su insuficiencia, llegaron á crear toda una serie de generalizaciones elementales que sirvieron de punto de partida para el estudio del universo y sentaron la base de su futuro desarrollo.

El nuevo período se enlaza al antiguo por la época de Copérnico, Képler y Tycho-Brahe que prepararon los adelantos que esta ciencia ha obtenido recientemente.

Siendo la astronomía, en su nuevo período, desarrollada principalmente por la influencia de las ciencias mecánicas, puede dársele á los adelantos hechos en esta época el nombre de período mecánico.

El instrumento matemático de la astronomía en este período fué el análisis de los infinitamente pequeños. El descubrimiento del cálculo integral y diferencial, fué causa de grandes progresos en la



mecánica y en la astronomía, y por eso puede darse á este periodo el nombre de *analítico*.

Los procedimientos y los métodos de observacion se perfeccionan en este periodo. Por medio del telescopio, las observaciones adquirieron una exactitud notable y confirmaron completamente los cálculos matemáticos. La nueva astronomía, por su perfeccion actual, es á la antigua, como el análisis de los infinitamente pequeños y la exactitud de las observaciones telescópicas, son á los medios matemáticos y á la observacion sin instrumentos de los antiguos.

Segun la cosmografía de los antiguos, fundada sobre los resultados de su astronomía, la tierra era el centro del mundo entero; todo el universo estaba frente á frente del hombre; segun la cosmografía actual, el universo es el conjunto de un número infinito de mundos, sometidos á leyes matemáticas rigurosas, y la tierra, en este conjunto de mundos, no es mas que uno de los miembros más pequeños é insignificantes. Tanto como los recientes adelantos de la astronomía han disminuido el valor físico del hombre, otro tanto han elevado las fuerzas internas de su alma, su magnitud moral. Las matemáticas, en esta série de victorias conseguidas por el esfuerzo de la inteligencia humana, desempeñaron siempre el principal papel. La forma en que las ciencias matemáticas exponen sus verdades puede servir de modelo para todas las otras ciencias. Podemos ya asegurar que la astronomía debe su forma científica á las ciencias matemáticas.

El método deductivo es el que generalmente se sigue en matemáticas, y una ciencia no se considera hoy perfecta, más que cuando se ha construido como la que nos ocupa, es decir, cuando todas sus verdades parciales se pueden demostrar con el apoyo de algunos axiomas generales. La astronomía es hoy perfecta: todas sus verdades, todo el conjunto de los movimientos de los cuerpos celestes, pueden ser considerados como la consecuencia de algunos principios generales de la astronomía.



Los principios generales de las matemáticas se formulan bajo forma de axiomas, y son ciencias que se prestan de un modo maravilloso á la operacion deductiva. En astronomía este estado ideal debe ser precedido de un período en el que estos principios generales sean elaborados por la induccion.

En este período el éxito de la induccion misma depende de los medios que le suministra la deduccion matemática. En efecto, sin embargo de que Bacon aconseja servirse sobre todo de la induccion y se pone en guardia contra la *anticipacion* ó conclusiones prematuras con el apoyo de las hipótesis; la historia de las ciencias atestigua claramente que la induccion hipotética ha prestado importantes servicios. La penetracion y la astucia, digámoslo así, desplegadas en los descubrimientos, han sido los medios más eficaces de la inteligencia humana. Pero el éxito de la induccion hipotética depende de su aplicacion en union con el procedimiento deductivo. En efecto, la exactitud de una hipótesis puede y debe ser demostrada por las consecuencias que resultan de la hipótesis misma. En este caso solamente la aplicacion del análisis matemático, se hace frecuentemente el único é indispensable medio de colocar la hipótesis dada sobre la base sólida de la esperiencia y de la observacion. Examinando la hipótesis de Képler nos penetraremos de esta necesidad.

El éxito de Képler se explica no solamente por su notable poder de combinacion, sino, por los profundos conocimientos matemáticos que poseia y que le dieron el medio de traer la evidencia y simplicidad á todas las consecuencias numéricas de determinadas hipótesis. Cuantas mas aplicaciones tiene la deduccion en una ciencia, más perfecta es esta.

Interesantes conclusiones nos ofrece la historia de la astronomía, relativas á la influencia reciproca de la deduccion y de la observacion en el desarrollo de esta ciencia.

De un lado el fin de la astronomía ha sido, sobre todo, determinado por los medios matemáticos, de los que los sábios han dispuesto en todas las épocas; sin la geometría y sin el análisis de

los infinitamente pequeños, nuestra inteligencia y las hipótesis nos hubieran conducido á concepciones erróneas sobre la organización del universo. Por otra parte, estos medios serian insuficientes, sino fuesen acompañados de los procedimientos y métodos de la observación. Képler reconoce que para el descubrimiento de sus leyes fué ayudado igualmente por las observaciones exactas de Tycho-Brahé y los trabajos geométricos de los antiguos.

Es imposible dejar de ver cierta lógica, cierto orden en el desarrollo histórico de la astronomía. Por el desarrollo de las matemáticas, el ojo interior del hombre, se desarrolla al mismo tiempo que su ojo externo, y este no conduce á resultados fecundos mas que cuando es ayudado por el ojo interno. Bertrad, el geómetra francés, al exponer la historia de los progresos astronómicos mas importantes, sienta que la excesiva exactitud de las observaciones astronómicas ejercería una influencia fatal en la marcha de la ciencia, si no fuesen acompañados de progresos correlativos en el dominio del análisis matemático. Esta exactitud no hubiera impuesto á Képler en los mas difíciles problemas de la mecánica celeste, si este sábio no hubiese tenido conocimiento de la mecánica. Con esas dificultades no hubiera podido Képler valerse de los instrumentos científicos ni descubrir sus leyes aproximadas. Cada siglo, cada época, resuelve los problemas científicos segun sus fuerzas y los medios de que dispone.

Las fases que hemos visto presentó la astronomía en su desarrollo histórico en relacion con las deducciones matemáticas, tambien las presentan las otras ciencias físicas, y entre ellas, en la época de las combinaciones vagas y metafísicas se sintió tambien la necesidad de la experiencia y la observación. En este periodo se manifiesta en la ciencia la necesidad de que las primeras generalidades que los fenómenos presentan, sean determinadas por grupos y por especies. Mas tarde estas observaciones fueron acompañadas de cálculos tan exactos como era posible. Sobre estos hechos aritméticos se apoyan las primeras leyes numéricas, que mas tarde han de dimanar como la consecuencia inmediata de los principios generales

creados por el rigor del procedimiento inductivo.

Todas las divisiones de nuestros conocimientos, en relacion con la naturaleza exterior, es evidente que están fundadas, hasta cierto punto, en su mayor ó menor perfeccion en determinados periodos. Ocupándonos exclusivamente de lo que concierne á sus relaciones con las matemáticas; se puede afirmar que la perfeccion de las ciencias físicas está determinada por la mayor extension del dominio del análisis matemático. Cuando una de estas ciencias es más ó ménos compleja ó difícil, es porque los problemas analíticos en que se funda; son tambien más ó ménos complejos y difíciles, hasta el punto de haber problemas físicos, á cuya solucion no se ha llegado, porque las matemáticas no están completamente perfeccionadas para responder á las cuestiones analíticas á que estos problemas se refieren. Se puede decir que el estado de las matemáticas, en una época dada, no determina el desarrollo de las ciencias físicas más que hasta un cierto grado.

Para comprender mejor la dificultad relativa á los problemas de la astronomía y de la física, estableceremos un paralelo entre la teoría matemática de la elasticidad y la mecánica celeste: esta estudia el movimiento efectivo de los cuerpos celestes bajo la influencia de la gravitacion recíproca. La accion de toda la masa de un cuerpo celeste; puede ser reducida á la accion de su centro de gravedad, es decir, á un solo punto material. En todas las investigaciones de la mecánica celeste, el número de los cuerpos que estudia, está determinado y se conoce la ley de sus acciones recíprocas. Los resultados matemáticos de estas investigaciones pueden ser comprobados por observaciones astronómicas exactas. Sin embargo, este problema es sumamente difícil bajo el punto de vista matemático y dió lugar á una nueva ciencia; la mecánica celeste.

Más difícil se presenta aún la cuestion en la teoría matemática de la elasticidad; en lugar de la ley de Newton sobre los cuerpos celestes, nos encontramos en la teoría de la elasticidad con fenómenos resultantes de influencias recíprocas, en virtud de la ley,

para nosotros desconocida, de un número infinito de puntos materiales. Los resultados matemáticos de nuestras investigaciones, no pueden ser comprobados por observaciones físicas exactas. En las observaciones astronómicas, encontramos cantidades que determinan la situación de un astro dado, y espresamos los resultados de la observación por algunas indicaciones numéricas. En las experiencias físicas tenemos que recurrir á un procedimiento complicado, y para que sean exactos los resultados matemáticos, tendríamos que determinar la situación de cada punto material. Estas complicaciones, sin embargo, no modifican el aspecto general de su movimiento científico.

La historia de varias ramas de la física, así como las de la astronomía, nos prueban que el carácter y altura de nuestros conocimientos sobre la naturaleza exterior, están determinados por el grado de desarrollo de las deducciones matemáticas. Há mucho tiempo que los chinos hacían observaciones astronómicas; pero el procedimiento inductivo no los podia conducir fuera de ciertos límites determinados: sus conocimientos matemáticos, y por consiguiente, su fuerza de deducción, eran muy limitadas.

Interminable sería la tarea de espresar la influencia de las matemáticas en el progreso de todas las ciencias y débiles mis fuerzas para lograrlo, sin embargo, concluiré esta parte de mi trabajo, con unas ligeras observaciones.

La química, tiende á fundar sus teorías en las de la física, y esta en las de la mecánica. Vemos pues, que las ciencias físicas en su progresivo desarrollo tienden sin cesar á la exactitud y á la perfección, es decir, á las ciencias matemáticas.

En el porvenir, toda ciencia que estudie los fenómenos de la naturaleza externa, tendrá que apoyar su teoría en las leyes mecánicas del equilibrio y del movimiento, teniendo por lo tanto que llegar á ser acompañada en su marcha deductiva por operaciones matemáticas.

Dije que en el porvenir las ciencias naturales tendrán necesidad

de las teorías matemáticas, pero lo cierto es que esa tendencia ya la vemos hoy: pasemos nuestra vista por las obras de los sábios que en ese género de estudios ocupan los primeros puestos, y la multitud de cálculos que en ellas vemos, nos convencerán de nuestro aserto. Es pues la ciencia matemática la condicion indispensable que determina el grado de exactitud y de rigor de las ciencias físicas, la unidad que las reúne en un cuerpo orgánico, el potente medio, el único instrumento á que ellas recurren para su desarrollo. Son pues, las ciencias matemáticas las que sacarán á las ciencias naturales del terreno de las hipótesis, variables segun los tiempos y las escuelas.

Si en la nueva ley de Instruccion pública no se reconoce su importancia, y no se dá á este estudio la extencion que se debe, los conocimientos científicos de los que dependen las mejoras y descubrimientos que dan la medida de la cultura y civilizacion de un pueblo, tendrán que pasar por un periodo de decadencia que no honrará los nombres de los que lo hayan causado. ¡Dios ilumine á nuestros legisladores!

---

## INFLUENCIA DE LAS MATEMÁTICAS

EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO, Ó LAS MATEMÁTICAS  
CONSIDERADAS COMO MEDIO PEDAGÓGICO.

---

Por más que un matemático alemán se haya empeñado en querer probar que las verdades matemáticas no deben empezar fundándose en los axiomas, y sí, en verdades que lleguen á ser evidentes por medio del razonamiento; yo pienso que las primeras verdades de estas ciencias, deben fundarse en los axiomas, precisamente, porque es tal su evidencia que no necesita demostrarse. No discutiré el número de estos axiomas, ni tampoco la conveniencia de que fuese uno solo, para ser, lo diré así, el punto de partida de esa série admirable de verdades encadenadas que constituyen la ciencia de que me ocupo, la mas admirablemente concluida, la que eternamente será el modelo de todas las demás.

Nosotros no tenemos sábios matemáticos, cuyos nombres sean autoridad entre las Naciones que tienen fama de marchar al frente en el progreso de las ciencias, pero tenemos matemáticos modestos, sin nombre europeo, á quienes es suficiente verles encadenar la série de verdades que constituyen estas ciencias, en simples cátedras elementales, para entender, tanto la imposibilidad de prescindir de los axiomas, como la de en el caso de ser posible, la inconveniencia de fundarse en verdades que necesitasen demostracion.

Por otra parta, si se mencionan los axiomas, es tan solo con un interés teórico y pedagógico. El procedimiento psicológico por medio de cual se producen los axiomas, está de tal modo identificado con nuestro entendimiento, que los matemáticos no han creído

entrar en la cuestión de saber como se han producido. Partiendo de las verdades sentadas como axiomas, se deducen otras verdades por una serie de operaciones lógicas, llegando á ser cada verdad demostrada, la base de otras verdades más complejas, que á su vez sirven de base para otras. Los diversos procedimientos y métodos por medio de los cuales obtenemos estas verdades complejas y menos evidentes, habitúan el pensamiento á diversos procedimientos y métodos de juicios; por eso las verdades matemáticas, por sus resultados y sus métodos tienen una doble significación: sus resultados son indispensables para las ciencias físicas, y sus métodos para las ciencias morales.

La geometría, se vé forzosamente conducida á ocuparse de cuestiones lógicas y filosóficas. Con las verdades que expresan las cualidades y las acciones recíprocas de las magnitudes, se adquieren verdades que caracterizan las operaciones de nuestro espíritu, los hechos del mundo interno. Esta es la razón de porqué se hace naturalmente la transición de las matemáticas á la lógica.

La claridad del pensamiento lógico, no es nunca perturbada en las matemáticas por los accidentes de nuestro espíritu, y la lógica se halla fatalmente en frente de los problemas sobre los límites de nuestros conocimientos, sobre las cualidades de nuestro pensamiento y sobre la certidumbre. La ciencia matemática es la ciencia que generaliza los hechos del mundo exterior y que les dá una unidad orgánica, y es el primer grado de las ciencias filosóficas, de las ciencias del mundo moral.

Las matemáticas son el eslabon que une á las ciencias del mundo interno con las del mundo externo.

Citaremos un ejemplo tomado de la vida moral de la antigüedad. Lewes en su notable obra «Historia de la Filosofía,» y en el capítulo en que se ocupa de Pitágoras, dice:—«Pitágoras, después de una larga, seria y rigurosa prueba, admitia á sus discípulos en el santuario en donde la parte más elevada de su alma era iluminada por el conocimiento de la verdad y el de los objetos inmateria-



riales y eternos. Con este fin, les hacía estudiar sobre todo las matemáticas, porque esta ciencia, ocupando el medio entre los objetos materiales y los inmateriales, es capaz de abstraer el alma de los objetos sensibles y elevarla á objetos que solo el entendimiento puede alcanzar, impresionan nuestro espíritu por el admirable enlace de sus verdades, el rigor de sus razonamientos y la certeza indiscutible de sus conclusiones. Circunstancias todas que crean en el discípulo el amor á la verdad y la predisponen á ser reflexivo en el estudio de las otras ciencias.»

No es pues de extrañar, ver á todos los grandes matemáticos ocupar un puesto honroso al frente de los adelantos de otras ciencias, ni el ver á los filósofos hacer alto en sus especulaciones para reforzar su espíritu en el hermoso campo de las matemáticas como nos lo enseña la historia de las ciencias, haciéndonos ver la tendencia que continuamente se observa de que los que se dedican al estudio de las ciencias que nos ocupan, lleguen á ser naturalistas ó filósofos, y estos, matemáticos. Las cualidades de su organizacion, las circunstancias de su vida interior, determinan invariablemente el lado á que dirigen sus fuerzas, el orden de hechos que reclama su atencion. Esto nos explica porque matemáticos como Newton y Laplace, hacen grandes descubrimientos en el dominio de las ciencias físicas y explican las leyes del universo, porque Descartes, d'Alembert y Leibnitz se ocupa de cuestiones filosóficas, porque Ampère se ocupa de física y de filosofía y porque filósofos como Hegel, Kant, Tiberg-hien, Balmes y Duval-Jouve, se ocupan de las matemáticas.

Este es un fenómeno muy natural y fecundo en la economía general de la vida intelectual: es imposible colocarse en el punto de vista estrecho de un especialista, y hacerles cargo á los citados sábios, de porque han explicado las leyes de la naturaleza y extendido nuestros conocimientos del mundo hasta los límites que alcanzaron en estos tiempos. ¿A qué puede deberse esa parte tan activa, tomada por ciertos matemáticos en la solución de cuestiones filosóficas y en la organizacion de muchos sistemas de filosofía? Induda-



blemente á la gran influencia que egerce en el pensamiento el método deductivo.

Ocupándose Whewel de la historia de las ciencias inductivas, hace notar con empeño, que el espíritu humano no puede prescindir de la necesidad de sacar consecuencias y conclusiones de las proposiciones generales que aceptó como exactas. Elevándose á la altura de una ley general, es conducido nuestro espíritu por la perspectiva de los nuevos horizontes que descubre desde esta altura. En la mayor parte de los sistemas filosóficos se justifica la tendencia del espíritu humano á deducir todo el conjunto de las manifestaciones cósmicas de una unidad y de una armonía superiores.

Apesar de ser defectuosos los resultados, la tendencia del espíritu humano á la elevación, el esfuerzo para explicar de un modo deductivo todos los fenómenos, es la más bella expresión de su fuerza moral. No es pues extraño que los matemáticos hayan cedido con frecuencia á las altas inspiraciones de su inteligencia, y que hayan presentado bajo la forma de hechos expuestos por los mismos sus sistemas filosóficos: así conducen de una á otra esfera sus métodos favoritos y bien conocidos del razonamiento deductivo.

El filósofo belga Quetelet, en su sistema social y después de mucho tiempo de señalada esta particularidad de los matemáticos y determinado el orden lógico de sus operaciones, dice. «La geometría empieza sus investigaciones por las matemáticas puras, después pasa á las aplicaciones, luego al perfeccionamiento de los métodos, y por último á la elaboración metafísica de los mismos. Emplea después el instrumento del cálculo, luego penetra los detalles y termina por el desarrollo de las teorías. Evidentemente, este no debía ser el orden natural de las cosas: sin embargo, nosotros empezamos por marchar sin nada conocido en las leyes del equilibrio.»

Como ya hemos indicado, las matemáticas llegaron á ser recientemente un miembro indispensable de las ciencias naturales. La civilización moderna está caracterizada por el desarrollo simultáneo

de las aplicaciones de los métodos matemáticos á la explicacion de las leyes del mundo externo. En la antigüedad, eran las matemáticas apreciadas especialmente bajo el punto de vista filosófico, y desgraciadamente para muchos, la inscripcion de Platon habia perdido el sentido profundo que tenia en realidad. Este carácter intermediario de las matemáticas, uniendo como un eslabon dos ramas diversas de nuestros conocimientos, permite reparar algunos inconvenientes de la rigurosa division de las ciencias por facultades. Esta division no tiene su fuerza y su carácter obligatorio, mas que en determinados fines prácticos y generales. Pero, en lo que concierne á las exigencias de la verdad pura, esta accion recíproca de las diversas esferas de conocimientos, correspondientes á verdades diversas, es tan importante, tan fructuosa, que razonablemente es imposible oponerse á ella. Una organizacion rigurosa que excluyera toda posibilidad de combinar los diversos conocimientos, privaria á la sociedad y á la ciencia de estas útiles combinaciones que tienen gran provecho y ejercen una influencia considerable sobre el desarrollo ulterior de la ciencia. Leibnitz, distinguido matemático y filósofo, Helmholtz, fisiólogo y matemático, Quételet, estadista y matemático serian imposibles con un sistema de exclusivismo.

A la vida, al desarrollo ulterior de nuestra sociedad incumbe resolver el gran problema de saber como, sin sacrificar ninguna de las ventajas de una rigurosa organizacion de las facultades, puede darse vuelo al libre desarrollo científico, á las pujantes y legítimas exigencias de la inteligencia.

Este carácter intermediario de las ciencias matemáticas, determina su gran importancia bajo el punto de vista de la cultura intelectual. Los diversos sistemas de educación, cualesquiera que sean sus diferencias, las admiten y les dan gran importancia en sus programas pedagógicos. El sistema que tiene por base de educación las impresiones de la palabra, como el sistema que la limita á las impresiones de la naturaleza, son igualmente favorables á las matemáticas. Sin duda alguna estos dos sistemas ven claramente el pro-

vecho de las matemáticas bajo uno y otro punto de vista.

Desgraciadamente para nuestros jóvenes, la importancia y extensión de la enseñanza matemática en nuestros Establecimientos de segunda enseñanza, está muy lejos de responder á las exigencias de la civilización moderna. Llegan los alumnos á estas clases sin la debida preparación, y el tiempo dedicado á esta enseñanza es tan corto, que solo medianamente pueden los alumnos darse cuenta de las teorías que estudian, no logrando con esto mas que prepararles para un exámen, olvidando al poco tiempo las ligerísimas nociones que durante el curso aprendieron. Otro de los inconvenientes de dar la enseñanza de las matemáticas de un modo tan ligero, es; que al alumno se le hace difícil su estudio y además de emprenderlo con repugnancia, se creen incapaces para él, juzgando que no tienen el talento especial, que, según ellos, se necesita para el aprendizaje de estas ciencias. (1)

Enseñadas así estas ciencias, no pueden proporcionar las inmensas ventajas que poseen para la educación del pensamiento, ni dejan ver al alumno la necesidad de conocerlas para la explicación de las leyes de la naturaleza y, en una palabra, no le dejan comprender la importancia profunda que tienen los métodos matemáticos en los conocimientos actuales de la humanidad. No hay tiempo para hacer comprender á los jóvenes la solidaridad de las matemáticas con las ciencias aplicadas.

Es, pues, la enseñanza de las matemáticas en nuestros Institutos, muy incompleta y el conjunto de sus verdades, leyes y métodos, no viene á ser mas que un instrumento pedagógico del cual no nos sabemos servir.

Sin embargo, por muy incompleta que sea la enseñanza de las matemáticas, ofrece aun grandes ventajas bajo el punto de vista po-

---

(1) El Sr. Couceiro, en su obra «Filosofía de las Matemáticas,» traducida al español por el autor de este libro, hace juiciosas observaciones sobre el mismo tema.

dagógico, ventajas que resultan de la cualidades mismas de las verdades enseñadas por estas ciencias y de los métodos que emplean para su deducción. El procedimiento lógico y riguroso por medio del cual se edifica el grandioso edificio de las matemáticas, es el mejor medio de desarrollar el lado lógico del entendimiento, el juicio. Mr. Arago llama á las matemáticas la lógica en acción, y el filósofo inglés Temple, dice que encierran en sí el modelo mas perfecto de la lógica: efectivamente ¿en qué ciencia se deducen las verdades con mas rigor? ¿ni en qué ciencia se descubren de un modo tan evidente los sofismas ó la inexactitud de los silogismos? Nadie puede dudar que bajo este punto de vista, las matemáticas tienen gran ventaja sobre las otras ciencias y esto fué reconocido así en todos tiempos y por todos los que al árduo problema de educar é instruir se dedicaron.

No me proponia en este libro indicar más que ideas generales, pero, voy á citar una anécdota de Carlomagno. Todos saben que este emperador fué en la antigüedad un protector decidido de la enseñanza, y que él mismo á la edad de 32 años nombró su profesor á Pierre de Pissa para que le iniciase en el conocimiento de las ciencias: cuando empezó el estudio de las matemáticas, decia, que á medida que poseia sus verdades, observaba que su pensamiento tenia más vigor y que las cuestiones que antes le eran oscuras, le parecian despues sumamente claras, y queriendo que los jóvenes de su pais obtuviesen el mismo resultado, mandó venir á sus Estados al célebre Alcuin, Director de la escuela de York en Inglaterra, y fundó una Academia. Hizo que los nobles y los plebeyos asistieran á ella y cuéntase que en una ocasion habiendo tenido conocimiento de que los nobles no querian estudiar matemáticas, accedió á ello, siempre que en un término dado le mostrasen que habian robustecido su pensamiento y se encontraban en disposicion de discurrir sobre puntos generales de la ciencia con la lucidez que aquellos que tenian por base de sus estudios las matemáticas. Pasó el término y Carlomagno se presenta en la Academia, colocando á su derecha los nobles y los

plebeyos á la izquierda: indica algunas cuestiones y hace pensar en alta voz á los nobles sobre ellas: observa flacos y vacilantes los razonamientos de los mas adelantados y gran incoherencia y ninguna lógica en los menos estudiosos: observa lo contrario en los plebeyos, y con voz embargada por la emocion, les dirige la palabra; á los primeros para hacerles comprender que si la petulancia es mala para todo, se convertia en detestable ante las verdades de las ciencias, no pudiendo engendrar mas que espíritus castrados y enfermizos, que no podrian jamás con un título de nobleza: y á los segundos, para que la consideracion de su cuna no influyera en nada para preocupar su pensamiento, pues en lo sucesivo, no solo la patria, que el pensamiento no la tiene, sino la humanidad entera, necesitaba hombres, pero hombres que arrancaran uno á uno, y en obstinada lucha, sus secretos á la naturaleza para aplicarlos á las necesidades de la humanidad, porque á eso Dios habia obligado al hombre. Desde aquel dia, las matemáticas fueron la base de la enseñanza en aquella Academia ¡Señores legisladores! Lo que Carlomagno opinaba ¿lo han destruido las observaciones que habeis podido hacer en nuestros tiempos? .

Hasta en los tiempos antiguos, en que la mayor parte de los hombres de ciencia se dedicaban al estudio de las lenguas hebrea, griega y latina, era ya necesario el estudio de las matemáticas, y generalmente reconocida su bienhechora influencia para el desarrollo del pensamiento de la juventud. Puede decirse que la ciencia es una gran pirámide cuya base son las matemáticas, la parte media la física y la historia; la parte superior la metafísica y el vértice Dios CREADOR, siendo dudoso que el pensamiento humano pueda llegar jamás hasta ÉL. Sacad las matemáticas, sacareis parte de la grandeza del ser infinito, parte de la grandeza de Dios.

En los tiempos que alcanzamos, con los notables progresos verificados en la larga série de los conocimientos humanos, la necesidad de que estas ciencias se cultiven con más preferencia, es in-

negable, y sin embargo, la educación matemática en nuestros Establecimientos de enseñanza, no responde á las altas exigencias de la civilización actual, dando más importancia, relativamente, á otros estudios que en realidad la tienen muy inferior.

El rigor del procedimiento lógico en las ciencias morales es confuso, á causa de otras fuerzas de nuestro espíritu: los elementos que entran en sus silogismos son muy complejos y tienen mucho de subjetivo. El hombre que realiza una operación lógica sobre los elementos de las ciencias morales, se abandona á pesar suyo á determinadas emociones, introduciendo en la operación su propia individualidad: esta individualidad, con sus modos de ver, con su organización psicológica, se mezcla en la obra del pensamiento puro, no porque sean indispensables, sino porque responden mejor á nuestras ideas sociales ó estéticas. Cuando el silogismo toma este carácter, pierde su serenidad y su imparcialidad; debiendo ser sometidos para aceptarlos, á una rigurosa crítica. Es imposible en las ciencias morales suprimir el elemento subjetivo.

Siendo el procedimiento lógico en estas ciencias alterado por las fuerzas secundarias de nuestro espíritu, podrán ser convenientes para la educación del pensamiento pintoresco, artístico ó persuasivo, pero jamás para la educación de un pensamiento riguroso, lógico ó demostrativo.

Las ciencias físicas se prestan mejor para el desarrollo del lado lógico del entendimiento, pues son más subjetivas que las morales: exigen, sin embargo, para la construcción del silogismo, minuciosas é importantes observaciones.

Las matemáticas, por todas sus notables condiciones y muy especialmente por su evidencia y simplicidad, son susceptibles de desarrollar en toda su pureza, las cualidades necesarias para formar un pensamiento lógico y riguroso.

En la enseñanza elemental debía darse mas importancia á la gradación con que se enseñan las verdades matemáticas. Esta gradación se manifiesta en la transición lógica de las ideas, en la de las



verdades mas simples á las mas complejas, y en la generalizacion gradual de las ideas: esta graduacion hace que el juicio se apropie con facilidad de métodos exactos, sin perjudicar ninguna de las condiciones necesarias á su desarrollo. Las verdades matemáticas es imposible estudiarlas aisladas, ni aun por teorías separadas, sin el órden que con muy insignificantes alteraciones suelen enseñarse, pues cada verdad se apoya en las precedentes y ella misma llega á ser la base lógica de la que le sigue. Ninguna ciencia puede presentar tan largo encadenamiento de silogismos deduciéndose unos de otros hasta el punto de que si algunos de éstos faltasen, la ciencia quedaria rota, y el espíritu mas valiente no podria, si no los creaba, llegar al fin de la ciencia, ni aun entender sus elementales teorías. Si la de los triángulos, por ejemplo, no existiese ¿quién sería capaz de entender la Geometría? La necesidad que tenemos de tener á la vista siempre todas las verdades, todas las ideas precedentes, nos acostumbra á no emitir juicios sin atencion, á la concentracion, á la flexibilidad y á la facilidad en las combinaciones de las ideas y de las verdades; reconociendo todo el mundo que bajo la influencia de estas condiciones es inevitable el desarrollo del juicio.

La influencia que las matemáticas tienen sobre la imaginacion fué apreciada de dos diferentes modos, creyendo algunos sin pruebas necesarias para ello, que influye de un modo desfavorable y siendo los mas de la opinion contraria. Quételet no solo cree que no perjudican el desarrollo de esta facultad, sino que lo favorecen en mas alto grado que ninguna otra ciencia, y para probarlo cita multitud de hechos históricos que dan cierta importancia á este aserto; nosotros no tenemos que buscar en tierra extranjerá ejemplos que citar: en nuestra patria tenemos muchos y no hay nadie que no conozca personas que exclusivamente se dedicaron á estos estudios y que poseen imaginaciones brillantes.

Es indiscutible que la geometria desarrolla la imaginacion en la region de las formas de la estension, pero espondremos algunas ideas generales que pueden servir de datos para la acertada solucion

de la cuestion. Dos lados importantes determinan la facultad inmediata de la imaginacion. Uno de ellos consiste en la cantidad de nociones, de ideas, de imágenes suministradas á nuestro conocimiento por medio de la observacion y la experiencia; este lado determina la esfera material de la imaginacion, adquiriéndose en gran parte por el desarrollo literario, y está caracterizado, no por la profundidad, sino, por la cantidad de las ideas que tenemos sobre los objetos del mundo exterior. El segundo lado, el lado interior de la imaginacion, consiste en la operacion por medio de la cual recibimos todas estas ideas, estos hechos, estas observaciones, por medio de las leyes conocidas de la asociacion: esta operacion es mas viva, cuanto el espíritu es mas pronto, mas hábil para formar los grupos y cuando su experiencia es mas rica.

Las ciencias matemáticas como dice Gauss, (1) enseñan el juicio á relacionar las ideas y los hechos en virtud de la identidad, de la analogía y de los contrastes de las magnitudes, aguzan el espíritu y lo habituan á notar los mas pequeños detalles.

Bajo este punto de vista, es indudable que desarrollan el lado interior de la imaginacion, que exige que nuestros conocimientos sobre el mundo y las observaciones que sobre él hacemos, tengan el mayor grado posible de seriedad y que sean profundas. En el desarrollo de la facultad por medio de la cual trasformamos nuestras ideas en imágenes, no son las ciencias, seguramente, las que influyen; la organizacion del individuo es la única causa, pues la educacion intelectual no estiende hasta ese punto su benéfica influencia; tampoco sería necesario que lo hiciesen pues nuestra conciencia posee todas las fuerzas y los medios necesarios y suficientes para verificar esa transformacion, siempre que la vida intelectual nos suministre los suficientes elementos materiales.

Tres cosas son necesarias para que la influencia pedagógica de las matemáticas elementales ó superiores pueda desarrollar toda su

---

(1) Gauss zum Gedachtniss, Leipzig, 1856.



accion : no prescindir nunca de la teoría, ni del mecanismo del cálculo, ni de las aplicaciones de la teoría á las cuestiones prácticas más importantes. Solo la aplicacion simultánea de estos tres procedimientos, puede hacer que tenga una muy eficaz influencia, y la falta de cualquiera de ellos, tiene por consecuencia interrumpir la educacion matemática. La teoría influye de un modo fecundo sobre el pensamiento, y le permite formar juicio bajo una forma sistemática de todos los descubrimientos que la humanidad ha hecho despues de mucho tiempo y por medio de una larga série de importantes esfuerzos: bajo esta base, podemos reproducir el procedimiento que condujo al descubrimiento de la verdad y por un momento llegamos á sentir la justa satisfaccion, el noble orgullo que ha sentido el sábio al hallar una verdad que lega como una herencia impercedera á la humanidad, y que no siempre la apreciamos en todo su valor. Si no nos apropiamos perfectamente el mecanismo del cálculo, el desarrollo de la ciencia, no solo se disminuye, sino que nos costará mas trabajo alcanzar el conocimiento de sus verdades, pues ese mecanismo es el idioma de que las matemáticas se valen para exponer sus verdades y proponer y resolver sus cuestiones: el no poseerlo equivale á no poseer las matemáticas que son la gran palanca de la civilizacion, pues no se podrian expresar los pensamientos en lenguaje matemático, dificultando así de una manera muy notable su estudio. No se trata de asegurar con lo dicho, que el saber manejar los símbolos constituye la esencia de la educacion matemática; pero sí, que abrevian mucho la operacion de pensar y constituyen la tecnica indispensable de la ciencia. El dominio de cada una es considerablemente ensanchado por el desarrollo y perfeccion de su lenguaje técnico.

El tercer punto importante de la influencia de las matemáticas en el desarrollo de nuestras facultades intelectuales, lo constituye la aplicacion de los principios teóricos á la solucion de los problemas. Sin embargo de la importancia de este tercer punto, es muy poco tomado en consideracion en la marcha general de la enseñanza, sin

que el Profesorado pueda enmendar este defecto, pues nunca se le concede tiempo al Profesor de cada asignatura, para exponer con brevedad y á la ligera, las verdades teóricas de la ciencia que está encargado de enseñar. La fuerza educatriz de los trabajos matemáticos aplicados á la resolución de los problemas, se manifiesta por la independencia que dá á nuestros razonamientos: este punto completa la influencia de las matemáticas en el desarrollo del juicio; es la mejor medida para conocer el desarrollo de las facultades matemáticas y el mejor medio también para desarrollarlas. En la enseñanza matemática es conveniente seguir estos tres procedimientos en el mismo orden que quedan expuestos, y solo su conjunto ejerce una influencia completa sobre nuestra inteligencia.

Ya en la antigüedad se estimaba en muy alto grado la importancia de estas ciencias por su influencia en el desarrollo del pensamiento, por su virtud educatriz y por su carácter eminentemente filosófico, teniendo para los pensadores antiguos mas importancia sus métodos que sus resultados, á causa de lo poco adelantadas que se encontraban generalmente todas las otras ciencias, pero no por esto dejaban de considerarlas como sólida y principal base de la educación general, estando los filósofos griegos completamente conformes en que el sistema de educación que prescindiera de ellas carecería por completo de importancia. En la edad media, sin embargo de la importancia que aun se les reconocía en las Universidades de Oxford y París, la influencia de estas ciencias en la educación disminuía y esto no ha podido menos que sentirse en la civilización, pero cuando las ciencias volvieron á ocupar el lugar que les correspondía y á tomar incremento, el estudio de las matemáticas volvió á ser objeto de preferencia en todas partes.

En todas épocas, por su riguroso método, por sus brillantes descubrimientos y sus grandes aplicaciones á la explicación de las leyes del Universo, ocuparon siempre lugar de preferencia en la marcha general de la educación: hoy ya no solo son sus métodos, cuya importancia es mucha, son sus resultados y su propio objeto,

los que la hacen uno de los conocimientos indispensables de toda educacion.

---

Ya vimos el gran apoyo que las ciencias matemáticas prestaron á la astronomía, y cómo por medio de ellas se estendieron los límites de los conocimientos cósmicos, no influyendo en estos resultados solamente sus verdades, sino sus métodos; y logrando por medio de estos, sentar sus verdades sobre la sólida base de la observacion. Todas estas grandes ventajas no podian menos de influir poderosamente sobre el espíritu humano, que se habitúa á pensar, y se robustece, haciéndose fuerte, propio, reflexivo y apto para deducir con facilidad y con acierto las consecuencias de un principio sentado: el estudio de las matemáticas despierta el gusto á la exactitud y severidad en los racionios, haciendo que no nos contentemos con nociones vagas. Todas estas ventajas, ni las logró, ni era posible que la lograra la ciencia autoritatoria de la Edad Media.

Fortalecido nuestro pensamiento por medio del estudio de estas ciencias, entra con valentía y ardor en el camino de las investigaciones, y obtiene una larga série de grandes y brillantes descubrimientos científicos, que vienen á ser la recompensa de la fé en el poder de las ciencias que nos ocupan y en el de la inteligencia humana.

Hemos visto tambien, cómo las ciencias matemáticas explican y comprueban determinados fenómenos físicos, y ahora añadimos, que á ellas se recurre para determinar los naturales, llegando con la ayuda de los grandes geómetras á ser claros muchos fenómenos que nunca habian podido ser bien entendidos, y resolviéndose, por este medio, muchas dudas que entorpecian el progreso de las ciencias. Hoy los físicos no dán valor científico á sus teorías, mientras no llegan á ser objeto de una demostracion matemática que explique to-

das las fases de un fenómeno en todos sus detalles y prediga los resultados de los experimentos. Esta importancia concedida tan justamente á las matemáticas, hizo que muchos de los que podían ocupar primeros puestos al frente de los progresos de las ciencias, objeto de estos *Apuntes*, perdiesen un tiempo precioso, en el cual su saber y su inteligencia de primera fuerza, hubieran podido prestar importantes servicios al desarrollo, no solo de la ciencia pura, sino también de la aplicada; y fué la causa de esto la poca fé en las ventajas de toda teoría matemática; por lo cual solo dedicaban un asiduo estudio, á teorías que tuviesen una aplicación inmediata. Hoy esa inmensa pluralidad de génios, al servicio exclusivo de estas ciencias, aleccionados por la historia, no investigan si un determinado procedimiento tiene ó no inmediatamente una aplicación, pues están plenamente convencidos que todas ellas, ó bien abren un nuevo punto de vista á los procedimientos anteriores, ó vienen á probar su absoluta necesidad para las ciencias de aplicación, contribuyendo muy especialmente al descubrimiento de nuevas leyes. ¿Qué aplicación inmediata encontraron los antiguos cuando vieron las propiedades de la elipse? Ninguna. Si las hubieran por eso despreciado, ni Képler hubiera podido descubrir las leyes del movimiento de los planetas, ni Newton el de la gravitación; por esto un gran número de sábios consagran todas sus fuerzas á elaborar los instrumentos y medios matemáticos, hasta el punto de que nuestra época se distingue por el gran desarrollo en los métodos de estas ciencias.

Las aplicaciones matemáticas se extienden cada vez más, y como digimos en la primera parte de estos *Apuntes*, han penetrado en las investigaciones de los fisiologistas y químicos modernos; solas unas veces, y otras como acompañadas de teorías pertenecientes á la mecánica, á la física ó á la astronomía.

Viendo que de las ciencias matemáticas podía hacerse tan gran número de aplicaciones, (haciendo así adquirir un carácter particular á la civilización moderna) no se limitaron los sábios á las ma-

nifestaciones en que la dependencia casual está perfectamente conocida, y dedicaron también su atención á los fenómenos llamados *fortuitos*. La parte de las matemáticas conocida con el nombre de *teoría de las probabilidades*, dando lugar á dos hipótesis claras sobre la probabilidad de los accidentes fortuitos, dió la posibilidad de emitir sobre muchos de ellos conclusiones matemáticas rigurosas, señalándose en medio de los fenómenos de este género muchos pertenecientes á la vida social que llegaron á ser objeto del análisis matemático. La ley de los mayores números ha enseñado que los elementos fortuitos que alteran la marcha regular de los fenómenos, pueden ser eliminados por mayor número de observaciones y las conclusiones relativas á los fenómenos fortuitos pueden tener toda su fuerza, aunque no conozcamos el completo de leyes de su ligación causal con los otros fenómenos. Los estudios psicológicos y físicos de Fechner, nos hacen ver que por medio de las cifras, apoyándose en la teoría de las probabilidades, pueden obtenerse conclusiones muy exactas de psicología.

Las tesis que pueden sentarse en vista de la teoría de las probabilidades, no han podido menos de influir notablemente en la marcha de los estudios que tienen por objeto los fenómenos de la vida social, dedicándole preferente atención los hombres entregados á las investigaciones de esas ciencias, y han reconocido yá que muchos hechos históricos pueden encontrar su explicación en las teorías matemáticas y muy especialmente en el cálculo de las probabilidades: así es que, en el día de hoy procuran reunir gran número de hechos históricos que proceden acto continuo á clasificar; debiéndose esta preferencia á esa virtud tan especial de las cifras, de probar con evidencia tal las proposiciones á que pueden aplicarse, que ya los antiguos solían decir que *cuando las cifras hablan, el hombre calla*. El sin número de aplicaciones de las matemáticas ha hecho reconocer cada vez más y como una cosa evidente, que la vida social está caracterizada por una serie de cifras bien comprendidas y bien explicadas, y en la cultura moderna llegaron á ser por irre-

sistible necesidad objeto de sérios y detenidos estudios; por esto las matemáticas se introducen entre las ciencias sociales, no solo para prestarles su método, sino tambien por su propio objeto y para unir-las á las naturales.

No podemos explicarnos la tendencia de todas las ciencias á la exactitud y precision, más que por el carácter mismo de las contemporáneas, que en sus conclusiones no se limitan á concepciones generales, sino que despues de las primeras generalizaciones necesarias á todas las ciencias, hacen aparecer el número y la medida para dibujar ó dar á conocer el fenómeno en todos sus detalles; dando la cuestion del número y la medida á la ciencia, toda la precision que en estos últimos tiempos costó tanto trabajo obtener.

La necesidad del número y de la medida aparece como el signo DEL TIEMPO, y no se crea que solamente en la ciencia contemporánea, sino tambien en el arte y en las relaciones sociales de nuestros dias: así vemos que lo mismo el filósofo, que el artista ó el politico se ocupan constantemente, y con especialidad en los tiempos modernos, del problema de encontrar la medida en el dominio del pensamiento, del sentimiento y de la voluntad. El lado ideal de la civilizacion actual, no solo no disminuye, sino que tiende cada vez más á aumentarse, reconociendo como principal causa la necesidad que siente el hombre moderno de la precision. Debido al número y á la medida, los hombres se esfuerzan en hacer desaparecer el dominio de los instintos indeterminados, vagos y animales, para elevarse á un estado ideal, que le asegure un triunfo completo sobre la naturaleza exterior é interior, introduciendo la armonia y el sentido estético en cada manifestacion del espíritu humano.

Muy sabido es, que la importancia reconocida hoy á las ciencias matemáticas es tal, que el grado de desarrollo y de extension que estas alcanzan en un pueblo, es como el termómetro que marca el grado de su riqueza material y el de su amor á la verdad; juzgándose, que aquellos conocimientos y estas cualidades, están en relacion directa é inmediata; y cuando estas relaciones se establecen



con exactitud, se vé de un modo claro elevarse la riqueza, sintiéndose mas vivamente la necesidad de conocimientos exactos; y llega por esto á ser indispensable la educacion matemática.

Siempre que el hombre en su obstinada lucha con la naturaleza, trata no solo de buscar medios para defender su existencia de las influencias exteriores, sino de atender á determinados fines sociales, la necesidad del estudio de las matemáticas y la de que sean el fundamento principal de toda educacion bien entendida, se hace tan necesaria, que no hay un solo hombre que piense en el árduo problema de educar á la juventud, que no juzgue ser imposible el poderlas sustituir con cualquiera otro estudio, ni dejarles de dar cada vez mayor importancia.

Existen aún espíritus pobres y raquíticos, muy pocos por fortuna, que creen que educando el pensamiento de la juventud por medio del estudio de estas ciencias, puede llegarse á crear una sociedad de materialistas, ó por lo menos una sociedad que dude de los principios eternos del cristianismo. No es cierto: el estudio de las matemáticas arraiga cada vez más la creencia en Dios único é infinitamente sábio; por medio de las matemáticas se llega á comprender la infinita grandeza de Dios, y si el hombre no creyere en él por sentimiento y educacion, llegaria á creer por el estudio de estas ciencias. Por esto y lo demás que dejamos indicado, adquirieron el noble rango que se les ha señalado en el órden de los conocimientos humanos, y que se les reconoce desde los mas remotos tiempos con incontestable derecho legítimamente conservado. ¿Qué encierra en sí el estudio de estas ciencias que pueda perjudicar las creencias de la juventud? Ellas pertenecen á la vez, en tanto las consideremos como manifestaciones del mundo interior y del mundo exterior, al hombre y á la naturaleza, provienen del espíritu y de las leyes del pensamiento, y son la expresion mas visible de estos últimos: (1) ellas encuentran fuera de sí mismas, y en el exterior, las mani-

---

(1) Frédéric Froebel: «La Educacion del hombre.»

festaciones, el enlace y las formas que necesariamente tienen que proceder: el hombre halla en su interior, en su espíritu, en las leyes de este y de su pensamiento, la naturaleza en sus múltiples y variadas formas, todas las cuales se producen independientemente de él, apareciendo luego las matemáticas como el medio que une al hombre con la naturaleza, al mundo interior con el exterior, á lo invisible con lo visible. Este oficio que desempeñan las ciencias que nos ocupan, lo desempeñarán siempre, porque siempre existirá el mundo exterior y el mundo interior, quedando después de largos siglos, después de la existencia del género humano, asegurado el estudio de las verdades matemáticas, apesar de los débiles ataques de esos espíritus enfermos y meticulosos.

¡Qué el estudio de la ciencia mejor construida, de la ciencia por excelencia crea materialistas! Mentira parece que haya quien tenga valor para hacer tal aseveración; precisamente los cristianos fueron siempre y son ahora los que señalaron á las matemáticas el legítimo y alto puesto que hoy ocupan entre las otras ciencias, y no otra cosa podían hacer reconociendo como reconocen el espíritu de Dios en todas las cosas, y siendo los únicos que pueden definir la unión existente entre las formas creadas por el espíritu y las formas y las manifestaciones de la naturaleza; solo ellos pueden resolver la duda de si las matemáticas se derivan de las manifestaciones de la naturaleza ó si los objetos de la naturaleza han sido formados en virtud de las leyes del pensamiento, y si la naturaleza y el mundo exterior mismo, encuentran en ellas su origen y su existencia, ¿El mismo espíritu divino, único, eterno no se siente agitar en el hombre y en la naturaleza? ¿Y por esto mismo no existe entre el espíritu de la naturaleza, las leyes de sus formas y de sus fuerzas, y el espíritu humano y sus leyes, una armonía, una conformidad completa..? De ningún modo se admira mas la grandeza de un artífice, que cuando comprendemos sus obras: las matemáticas que nos explican las leyes dadas por Dios al Universo, no conducirán jamás, es bien seguro, á formar una sociedad materialista.



Existen momentos en el progreso de las ciencias en que á primera vista parece que las matemáticas no son cultivadas mas que por los resultados materiales que nos proporcionan, y que se prescinde en todo ó en parte de un fin mucho mas elevado; pero bien pronto se modifican las circunstancias, y por necesidad hay que estudiarlas independientemente de sus resultados. Desarrollándose la riqueza material, llega inevitablemente el tiempo, y nos vemos forzosamente obligados á buscar y perfeccionar las verdades matemáticas con el objeto de satisfacer las necesidades mas elevadas de nuestro espíritu; y bajo las influencias mas apropiadas y por las relaciones de la vida, se desarrolla en el pensamiento el amor á la verdad, y entonces es cuando se aprecian estas ciencias bajo el punto de vista de los juicios intelectuales que ellas nos procuran. No otra cosa podia suceder, pues por encima de su importancia bajo el punto de vista material, está la que tan legítimamente alcanzaron y que las hace indispensables, por lo mucho que aguzan el pensamiento, porque perfeccionan el juicio y porque difunden conocimientos precisos sobre fenómenos tan complejos como los que rodean al hombre; entonces es cuando no es dado á nadie poner en duda su valor pedagógico, educador y filosófico.

La verdad, ha dicho D'Israeli, es la pasión dominante del hombre y el amor á ella es el gran motor de la civilización moderna, que es el que nos hace dedicarnos con afán al estudio de las verdades matemáticas, una vez iniciados en ellas, y con preferencia á otras verdades expuestas en las demás ciencias.

Solo la satisfacción que produce la verdad, es lo que explica la afición á el género de estudios que nos ocupa, porque *«del mismo modo que el cuerpo busca el pan de cada día, busca el alma hambrienta de belleza y de verdad algo que satisfaga las aspiraciones á lo infinito de su inmortal esencia; busca la verdad, repito, por esa misteriosa atracción que entre la verdad y el pensamiento existe, y que hace que la razón vaya tras ella anhelante, y sin ella muera, y con ella viva, y que al hallarla en*

*su esencia divina se sumerja y se bañe gozosa como en océano de luz;* (1) pues por lo demás, en ellas no se encuentran las *cuestiones del día* que ocupan á todos los hombres regularmente ilustrados, ni emociones sociales, ni descripciones al natural que impresionen la sensibilidad; no se encuentra en ellas mas que la verdad pura, la exactitud de los resultados, y la seguridad de ver su trabajo entrar á formar parte, como un anillo indispensable, en el edificio de la ciencia, es la única recompensa que saca el matemático de sus esfuerzos intelectuales, y es suficiente.

Esta recompensa inmediata se vé todavía aumentada por la importancia de estos conocimientos para el progreso de las otras ciencias, como lo hemos indicado al principio de esta Primera Parte, y además, porque vemos que por medio de ellas se obtiene la satisfaccion de nuestras mas apremiantes necesidades materiales, y por otra parte, introducen el orden y la armonía en todos los conocimientos cultivados en el mundo civilizado.

Apesar de estas ramificaciones, la ciencia presenta un organismo único, y todas las divisiones de las ciencias son solidarias las unas de las otras no siendo posible separarlas. Todas las ciencias indican la cultura de un pueblo, pero como hemos consignado yá, las matemáticas la caracterizan de un modo más terminante, marcando no solo la civilizacion propia de cada pueblo, sino tambien la recibida de los pueblos extraños que marchan al frente de los adelantos de todos los ramos del saber.

Siendo un hecho reconocido que hasta en el menor fenómeno de la vida moderna se reconoce la influencia de las ciencias exactas, se comprenden los esfuerzos que siempre hicieron las sociedades civilizadas para estender los conocimientos de las matemáticas; esfuerzos que se han manifestado por los sacrificios materiales que se impusieron, creando muchos y muy diferentes Establecimientos

---

(1) J. Echegaray. Discurso leído en su recepcion pública como individuo de la Academia de ciencias.

de enseñanza en donde sin excepcion alguna se enseñan las matemáticas.

Las sociedades y los gobiernos, no sólo no se equivocan en esta cuestion, sino que van guiados por un cálculo exacto y despojado de toda mira mezquina; comprendiendo que se puede obtener con el estudio de las ciencias grandes ventajas, aunque no vayan acompañadas de resultados materiales inmediatos. Aun empleando para los descubrimientos de las ciencias matemáticas medios económicos, no es conveniente dejarse guiar únicamente por las ideas económicas sobre las relaciones de la oferta y la demanda. Los descubrimientos y las investigaciones que se realizan en el elevado dominio de la verdad abstracta, no pueden apreciarse materialmente, y por lo tanto es un grosero absurdo aplicarles los mismos principios que á las mercancías procedentes de la industria. Las conquistas que la inteligencia hace en el dominio de la ciencia, gracias á la imprenta, aumentan el honor de un pueblo, le reportan utilidad, y aseguran el progreso moral y material en las otras esferas de la vida.

Desgraciadamente, por muy claras que sean estas verdades, están harto lejos de ser comprendidas por muchas personas, que aun siendo instruidas, no se ocupan con la preferencia debida de estas cuestiones.

La mayor parte de las gentes, tratan con indulgencia las ciencias matemáticas, reconocen su importancia bajo el punto de vista de la educacion y el valor de su objeto; pero en nuestro país, está muy lejos de convertirse en un interés general susceptible de prestar el apoyo necesario; este interés no llega á ser fecundo, mientras que las verdades elementales de la civilizacion no llegan á ser del dominio de todas las esferas sociales.

Entre las condiciones más favorables para el descubrimiento de las verdades matemáticas, debemos citar la necesidad de un sistema pedagógico bien meditado, que fuese enseñado por uno de nuestros más notables matemáticos en la Universidad Central,

á los que se dedican en nuestra pátria á la tan honrosa como difícil y pobre mision de educar é instruir á la sociedad de mañana. Por este medio, podria haber mas unidad en los métodos de enseñanza de estas ciencias y podria el Profesorado jóven pensar con mas acierto sobre el método mas conveniente para exponer á sus discípulos los principios matemáticos. Las verdades generales que hubiese aprendido, la práctica en la enseñanza y su constante vocacion, le darian irremisiblemente grandes ventajas para formar un *método propio*, que redundaria en provecho de sus alumnos, y de la ciencia misma. No digo por esto, pues estoy muy lejos de pensarlo, que hoy no tengan buen método los profesores de las asignaturas que comprenden estas ciencias, pero sí, que con menos trabajo y en menos tiempo, podrian tenerlo mejor. Ninguna obra humana existe que no sea susceptible de perfeccion.

Muy conveniente seria tambien, que aquellos de nuestros hombres cuyos libros de enseñanza alcanzan el aprecio del Profesorado, correspondiesen á él, amenguando en gran parte la falta de una cátedra en que se expusiesen los principios fundamentales de la Metodologia matemática, con apéndices al fin de sus libros, en los que desarrollasen del modo más conveniente los principios que su saber y su práctica en la enseñanza les hubiesen sugerido como los más acertados para la exposicion de la ciencia de que era objeto su libro. De este modo cada individuo llevaria su óbolo para la perfeccion en la enseñanza dentro de su generacion, y el conjunto de los trabajos de cada una de estas, irian á enriquecer á las venideras, pues sabido es que las tradicciones de la enseñanza suministran un firme terreno histórico á la obra pedagógica y son un lazo moral entre las diversas generaciones. En otros ramos del saber humano, tal vez no se verifica esto, á causa de las diferencias de escuela, pero toda verdad que pertenezca al dominio de las matemáticas, queda severa é inmutable. El lazo científico y pedagógico de las diversas generaciones, no se destruye jamás por ninguna consideracion social en las ciencias matemáticas, y los nombres de los *trabajadores* anteriores, son santa-

mente conservados por los que les suceden, y el *trabajador* moderno se siente poseído de gratitud y de respeto hácia los que hicieron progresar la ciencia modelo. Esta pureza de ideas y de respeto *á todo sábio* á quien debemos alguna verdad matemática, no se encuentra entre los hombres que se dedican á otros estudios. Estas ciencias demuestran más que ninguna otra que: ¡La vida del hombre pasa luego, más los frutos de la actividad moral del hombre no mueren nunca!

---

Concluiré esta Primera Parte de los APUNTES, indicando la importancia que muchos pedagogos de todos los paises y de todos los tiempos, concedieron al estudio de las matemáticas, considerándolas siempre como una de las primeras bases de toda educación seria.

Empezaremos por investigar el plan de estudios de los Jesuitas, porque en todos tiempos jugaron un papel importante en la enseñanza. No pretendiendo hacer la historia de la enseñanza por ellos dada, sino probar que todas las diferentes escuelas á que dió margen el problema de educar á la juventud, estaban conformes en la conveniencia del estudio de las ciencias que nos ocupan, no estudiaremos detenidamente su plan de enseñanza, y solo nos ocuparemos de él, despues de la bula de Pio VII, que restableció la sociedad de Jesus, que habia sido suprimida por el papa Gangarelli.

El plan de estudios de los Jesuitas: «*Ratio et institutio studiorum societatis Jesu,*» fué planteado en 1588 por cinco Padres, y reformado sucesivamente por Claudio Aquaviva y por el General Rootham. Dividiase en dos partes principales: *studia inferiora* y *studia superiora*. En la primera parte de este plan, dábese mucha latitud al estudio del latin, del griego y de la retórica y se descuidaba el estudio de las ciencias, pero á los veinte años de plan-

teado comprendiendo que no podia existir verdadera *erudicion*, sin el conocimiento de las ciencias, empezaron por enseñar la aritmética *indispensable para llegar al conocimiento de las otras ramas de la ciencia*, y por fin, en 1832 *para responder á las necesidades de los tiempos* plantearon la enseñanza completa de las matemáticas elementales.

En la segunda parte, ó sea en la superior, siempre se enseñaron los elementos de Euclides. En realidad un lugar bastante pobre se reservaba por los Jesuitas al estudio matemático, pero en parte es disculpable atendiendo al fin que se proponian en la educacion de la juventud.

Valentin Friedland, que nació en 1490, y murió en 1556, fué uno de los más ardientes y severos pedagogos del período clásico, llegando á ser muy notable por la escuela que fundó en Goldberg y á la que concurrían los jóvenes de las familias más ilustres de Austria, de Hungría y de Bohemia, á pesar de ser su primera regla pedagógica: *«Todos los alumnos deben ser tratados de la misma manera: para el Maestro no existen nobles ni plebeyos.»* Este hombre verdaderamente original por su método de enseñanza y de educacion, decia, que si todos los alumnos estuviesen en disposicion de comprender los beneficios que en su pensamiento dejaba el estudio de las ciencias exactas, en los seis primeros años de sus estudios no dejarían ni un solo dia de dedicarse á esa gimnasia del pensamiento, y con la seguridad de que despues y en un breve tiempo, harían sus estudios con más facilidad, y con la seguridad de hombres acostumbrados á pensar. Lástima que Friedland haya sido tan mal tratado por la fortuna en los últimos años de su vida, pues por esta causa quedó en los diez y nueve primeros pliegos de un libro que escribia, bajo el titulo de: *«Arte de educar á la juventud y de iniciarla en los conocimientos humanos.* En los últimos dias de su vida, quemó lo que tenia escrito, y habiéndole reprendido sus colegas por este acto, contestó: — *«¿Cómo ha de escribir sobre el modo de educar, ni*



qué autoridad tiene, el que no supo evitar que Federico III condenase á muerte á tres discípulos suyos, por la leve falta de arrojar un puchero á la cabeza de un polizonte? Este disgusto, el hambre que visitó cruelmente á Goldber en 1552, la peste desoladora, y por último un incendio que devoró su establecimiento de enseñanza, le ocasionaron un accidente que puso fin á su vida: sus últimas palabras prueban lo preocupado que tenia su pensamiento con la enseñanza:—» *Ego vero, auditores, nunc avocor in aliam scholam.* »

La Escolástica, y entendemos aquí por Escolástica, la ciencia que se enseñaba en la Edad Media, trató tambien con gran preferencia á las matemáticas, á pesar de las preocupaciones de aquella época y de su carácter especial, que consistia en subordinar todas las ciencias á la teología, no permitiéndose á nadie pensar fuera de la Biblia, interpretada por los Padres, los Concilios y los Papas; costando al temerario que se saliese del círculo trazado por la teología y Aristóteles ser denunciado y castigado; así es que se creía que el corazón era el principal de los nervios, que la sangre no podia tener el atrevimiento de circular por el cuerpo; y todos saben que Galileo que tuvo bastante fuerza en el pensamiento para *parar* el sol y *mover* á la tierra, se vió en la necesidad de dar reposo á esta y movimiento á aquel, para poder salir de la cárcel en donde habian encerrado su cuerpo.

No se concibe que las matemáticas hubieran sido mejor tratadas que las otras ciencias, mas que, por prestarse más á las aspiraciones de la Edad Media, á lo sobrenatural y á la metafísica.

A España, venian de todos los paises los sábios á estudiar las matemáticas cultivadas por los árabes, y entre ellos vino Gerberto, que despues fué el papa Silvestre II, y á él es á quien se debe la vulgarizacion de nuestro sistema de numeracion, y no á los árabes, como muchos suponen: es tambien el primer matemático que dió á las cifras valor de orden ó relativo, y se le puede considerar como el fundador del sistema decimal. En esta época, tambien *Campano de Novare* y el benedictino inglés *Athélard*, traducen del

árabe los elementos de Euclides, que la parte de geometría de la enciclopedia matemática, escrita por este célebre geómetra griego de la Escuela de Alejandria, sirve aun hoy de base en la enseñanza, especialmente en Inglaterra. En Francia, que tantas obras matemáticas ha producido, se publicó en 1867 por J. Hoüel, Profesor de matemáticas puras en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Burdeos, un interesante libro titulado *Ensayo crítico de la Geometría elemental de Euclides*, publicado por artículos en el periódico de Grunert (1); y dice Hoüel que lo publica como una protesta á las tendencias *inoportunas* que tienden á prevalecer en la redaccion de las obras de geometria elemental.

*Alfonso X, el Astrónomo*, rey de Leon y Castilla, hizo enseñar, valiéndose de los árabes, las tablas astronómicas, conocidas hoy con el nombre de Tablas Alfonsinas. Por último, citaré áun dos obras muy notables, enseñadas en las escuelas hasta el siglo XVI que son; una Aritmética dividida en 10 libros y escrita por *Jordanus Memoratus* y un tratado de artronomia de *Sacrobusto* que en 1531 fué aún impreso con un prólogo de *Melanchton*. Muy poco, ciertamente se trabajó en este período en las ciencias exactas, pero debemos fijarnos en que en dicha época todos los hombres que se dedicaban al estudio, miraban como lo único útiles el latin, el griego, el hebreo, la teología y la retórica, y tenían olvidada hasta su lengua pátria; por esto las matemáticas salieron mejor libradas y fueron atendidas, relativamente, mas que otras ciencias.

En 1632 aparece Locke, filósofo y pedagogo inglés y aunque apasionado, como todos los que le habian precedido, al estudio de las lenguas suprime ya el estudio del griego y dá mas extension en su sistema de educación al estudio de las matemáticas, especialmente á la aritmética, pues ademas de la aritmética pura, hacia estudiar la *comercial y teneduría de libros*. De geometría se

---

(1) Archiv der Mathematik und Physik, T. XL, P. 171.—1863.



estudiaban los seis primeros libros de Euclides, Francke continua su obra y aumenta los estudios matemáticos con el uso de la regla y el compas, aplicados á la agrimensura. Desde esta época decae visiblemente la importancia que se le concedia al estudio de las lenguas que era abandonado por gran parte de la juventud.

Enrique Pestalozzi, natural de Zurich en Suiza, fué uno de los pedagogos mas célebres de los tiempos actuales y uno de los que mas importancia concedieron al estudio de las matemáticas como base de la educacion *natural*: Algunas veces fué censurado en su método práctico de enseñanza, pero como profundo observador nadie deja de reconocer su importancia.

Este pedagogo merecia que nos detuviésemos algo en su sistema de educar, pero nos saldríamos del límite de nuestros APUNTES, y sin perjuicio de indicar los puntos principales de sus obras que se rozan con las matemáticas, remitimos á nuestros lectores á sus obras: «*Leonardo y Gertrudis*,» «*La Enseñanza regular de la lengua patria*,» «*El Canto del Cisne*,» (Schwanengesang) y «*Mis destinos*» (Meine Lebenssicksale); que pueden considerarse como las fuentes de donde proceden muchas obras de pedagogia que hoy se publican y las primeras que en nuestra época se ocupan de demostrar que el estudio de las matemáticas es una base tan esencial de la educacion como el de la lengua patria. Tambien publicó en forma de aforismo la mayor parte de sus principios pedagógicos, con el titulo de «*Velada de un Solitario*» (Die Abendstunde eines Einsiedlers).

Despues de profundas observaciones llega á trazar Pestalozzi su plan y método general de enseñanza, y cuyo principio fundamental sepuede formular en estos términos:

*El desarrollo de la naturaleza humana está sometido al imperio de las leyes naturales, á las cuales toda buena educacion tiene que adaptarse.*

Por *naturaleza humana*, entiende Pestalozzi todo lo que nos distingue del animal, esto es, los sentimientos, el espíritu y

el *tatento*, (facultad de producir alguna cosa).

Saca luego como consecuencia del principio enunciado, que, *para establecer un buen método de enseñanza (y de educación), es necesario conocer nuestra naturaleza y sus procedimientos generales y particulares en el desarrollo del individuo.*

Sobre esta base psicológica, sienta Pestalozzi los principios siguientes, relativos á nuestra naturaleza estudiada con relacion á su desarrollo:

(a) La naturaleza desenvuelve á la vez todas nuestras facultades. El arte, que ayuda á la naturaleza, debe desarrollarlas armónicamente, á fin de que sus fuerzas estén siempre en equilibrio.

(b) El desarrollo en las facultades del hombre se hace insensible y progresivamente en virtud de una fuerza propia y de una necesidad de actividad que existe en ellas. El educador debe seguir, también, una marcha lenta y progresiva para desarrollar las diversas facultades; no debe, además, ni procurar retardarlas, ni ostigarlas, y si dejarlas en una libertad conveniente.

(c) El ejercicio es el medio de que se vale la naturaleza para fortificar y desarrollar nuestras facultades. El principal cuidado del educador es por consiguiente hallar los ejercicios más convenientes y propios para el desarrollo de cada una de nuestras facultades.

(d) El ejercicio de una facultad no puede tener lugar sin un objeto sobre el que ella pueda obrar, y que la resista. El desarrollo de nuestras facultades está así, subordinado á un conjunto de objetos propios á ponerlas en ejercicio.

(e) Al desarrollo de nuestras diversas facultades, corresponden nociones y conocimientos que nos suministran los objetos sobre que las ejercitamos, y que siguen la misma marcha que ellos en su desarrollo. Toda buena enseñanza que es al mismo tiempo un ejercicio de las facultades intelectuales, debe de ser no solamente lenta y progresiva, sino apropiada á las facultades que deben intervenir. Sólo cuando la enseñanza cumple esta condición, es cuando se la pueda considerar como una verdadera gimnasia intelectual.

tual y las facultades que la reciben pueden llegar á apropiarse de los conocimientos que se quieren enseñar.

(f) Observando la naturaleza, vemos que todo crecimiento nuevo, ya sea en las plantas, ya en los animales está íntimamente unido á las partes formadas con anterioridad, y en las cuales existe el punto de partida en un gérmen imperceptible: pues bien, los conocimientos nuevos que adquirimos tienen también su gérmen en los que con anterioridad poseemos, llegando á su vez estos, á contener el gérmen de otros nuevos. Cuando la enseñanza deja de apoyarse en los conocimientos anteriores, queda un vacío, y nos hemos separado del camino natural.

(g) Naciendo nuestros conocimientos del ejercicio de las facultades sobre los objetos que nos rodean, resulta que, *la observación (Anschauung), cuya conclusión es una intuición de las cosas, es el origen de todos nuestros conocimientos.* El profesor que quiera seguir las leyes de la naturaleza, debe empezar la enseñanza de *todos* los conocimientos humanos por medios intuitivos, y continuarlos hasta que la inteligencia sea bastante fuerte para elevarse sin esfuerzo á las nociones abstractas, que surgen de la esencia misma de los conocimientos adquiridos por la intuición.

Fundado en los principios anteriores, sienta Pestalozzi, que el primer estudio que debe figurar en todo sistema de educación, es el de las matemáticas.

Para llegar al conocimiento de cualquier objeto, es necesario estudiar una á una todas sus diferentes propiedades; y no teniendo todas el mismo valor, podemos dividir las en principales y secundarias. El estudio de las secundarias debe estar subordinado al de las propiedades principales ó esenciales, del mismo modo que la cultura de las facultades secundarias, debe subordinarse á la cultura de las facultades principales.

Pensando de esta manera, concluye Pestalozzi, que no puede existir ningún plan de enseñanza regularmente meditado, que no dé gran preferencia al estudio del NÚMERO de la FORMA y de la PALABRA;

condicion que crée, no solo esencial, sino indispensable, por estar todos los conocimientos que se le pueden dar á un alumno, subordinados á los indicados.

Interesantes por demas son los métodos que Pestalozzi adoptó para la enseñanza de todos los ramos del saber en el Instituto de Iverdon: no podemos analizarlos, pero para que se pueda juzgar de su importancia, diremos únicamente, que Pestalozzi no tenia en 1808 más que ocho alumnos, y habiendo Fichte publicado su célebre discurso, dirigido á la nacion alemana, indicando que solo el método propuesto por Pestalozzi podia sacarla de su decaimiento, este discurso hace que todos los pensadores se fijen en Iverdon, y comprendidas las excelencias del nuevo método, empiezan á concurrir, al antes desierto Instituto, los jóvenes de los paises más lejanos, siendo la mayor parte de Alemania, Francia, Rusia, Italia, España y de los Estados- Unidos.

Además de los pedagogos de todos los paises, era visitado su Establecimiento por príncipes y reyes, sin más objeto que estudiar su método y examinar en los alumnos los resultados que producía. Todos los que llegaban con este objeto eran alojados en el Instituto. En los tiempos de su mayor prosperidad llego á reunir mas de 500 alumnos, lo que no era causa de que dejase de existir el órden mas completo: hablando de esto decia el Director de la Escuela Normal de Paris, M. Paroz: «Es imposible formarse una idea, sin haberlo visto, de la animacion y del órden que reinaba en Iverdon, bajo el gobierno paternal del buen Pestalozzi.»

Como todos los que dedican su vida á la enseñanza por verdadera vocacion, y no por el lucro, convirtiendo la mas honrosa de las profesiones en indigno comercio cien veces mas criminal que la estafa, era Pestalozzi un hombre que no omitia sacrificio alguno para lograr que la enseñanza se perfeccionase y difundiese. Un dia que el anciano príncipe Esterhazi habia llegado á Iverdon, recorre Pestalozzi los corredores de su Instituto gritando: «Ramsauer, Schmit, Ramsauer, donde estais?..... Vente enseguida con los me-

jores alumnos á la Casa roja! un personage de alto rango está aquí y es necesario ganarlo para nuestra causa, pues tiene millares de siervos en Austria y Hungría! Es necesario hacerle amante de la instruccion!» Cuando hubo terminado el exámen, dadas todas las explicaciones necesarias y agotado todos los argumentos para convencer al viejo príncipe de la importancia de la educacion, Pestalozzi dijo á Ramsauer: — Gran batalla! Hemos arrebatado miles de víctimas á la ignorancia. Los que antes eran siervos, serán ciudadanos libres. El príncipe está convencido, enteramente convencido, y fundará escuelas en sus provincias de Hungría... Pero, Ramsauer! ¿qué tengo en este brazo que tanto daño me hace? Mira, está inflamado y no puedo doblarlo; en efecto, la ancha manga de su capote habia llegado á ser estrecha, pues mientras estaba hablando con el príncipe antes de la leccion, dominado por el entusiasmo, habia doblado la gruesa llave de la Casa roja de un golpe de codo. En otra ocasion encontrándose en Berthoud, llegó un extranjero, y como se encontrase postrado en el lecho por un agudo reuma, hizo que lo trasladasen á la sala de estudio, en donde como por milagro le desaparecieron los dolores.

Pestalozzi hizo mucho por la enseñanza, su método está sin embargo muy lejos de satisfacer, y muy especialmente en la parte relativa á las matemáticas, pero no se puede dudar de la importancia de su trabajo, pues imprimió una nueva marcha á la enseñanza, sustituyendo á la cultura superficial y mecánica del siglo xviii, una educacion mas en armonía con las necesidades y las leyes de la naturaleza humana.

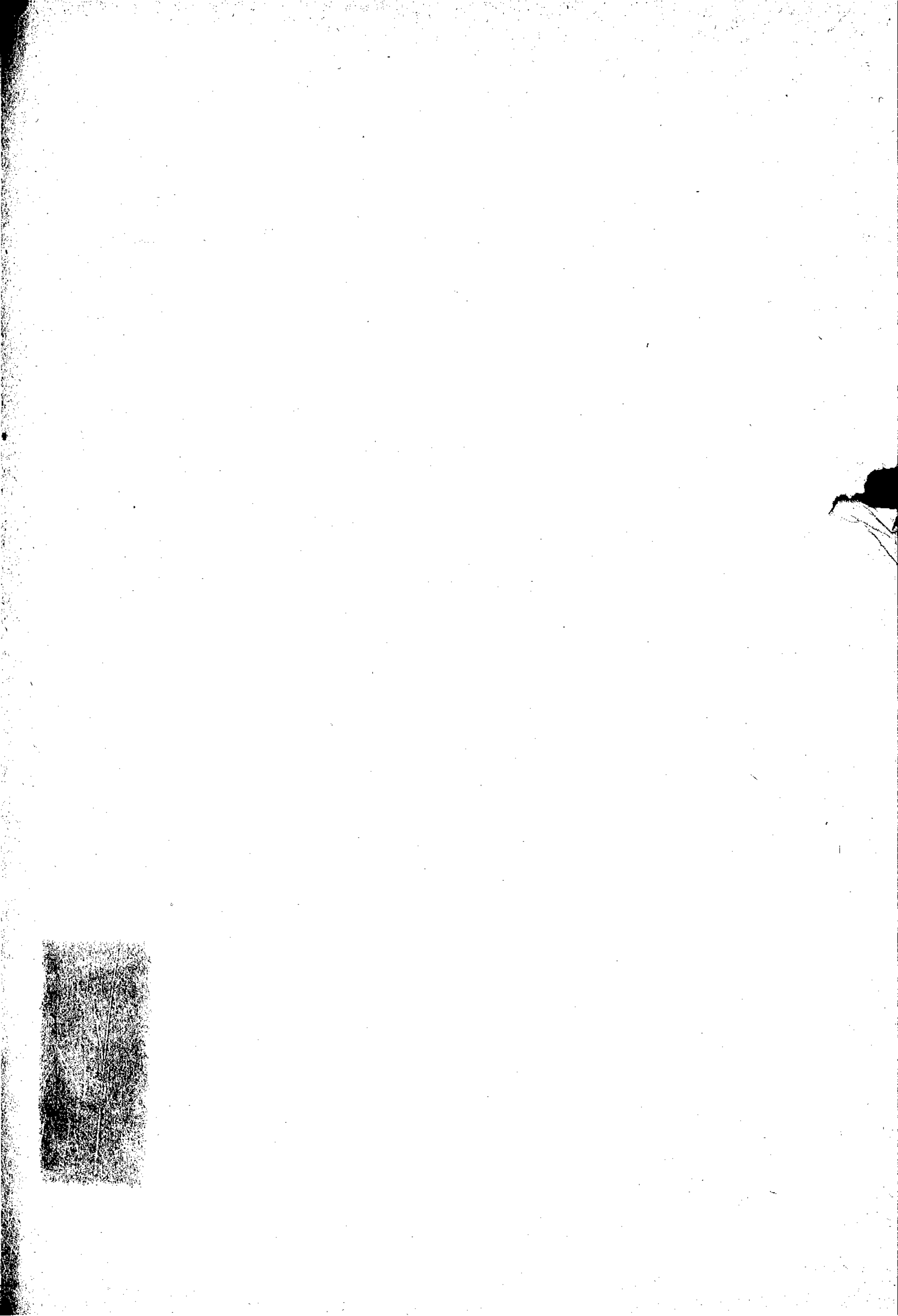
Roberto Rackes que está considerado como el promovedor de la instruccion primaria en Inglaterra, sienta que antes de enseñar al jóven ningun género de conocimientos, debe imponérsele bien en el del número y en el de la forma, sin dejar mientras dure el primero y segundo período de su enseñanza, que ni un solo dia pase sin que se dedique *á desarrollar su pensamiento con un ejercicio imposible de ser sustituido con ningun otro.*

Termino aquí esta ligera reseña de las opiniones de los más celebres pedagógos sobre las ventajas que tiene el estudio de las matemáticas en todo sistema de educacion, y doy por terminada la primera parte de este trabajo.

Ninguna pretension tengo al escribir estos Apuntes, y tan solo me anima el deseo de probar las inmensas ventajas del estudio de estas ciencias y trabajar dentro de mi pequeña esfera, porque en esta nuestra patria lleguen á tener la importancia que en todos tiempos y en todos los pueblos les fué reconocida.

Anímense nuestros jóvenes, no les arredre la idea de que las matemáticas son áridas y difíciles, necesitándose para su estudio un talento privilegiado. Trabajen con fé, y verán que poseen el talento necesario para llegar á la posesion del instrumento esencial del arte, de la ciencia y de la civilizacion.

**FIN DE LA PRIMERA PARTE.**



La primera parte de esta obra se halla de venta en todas las librerías de Madrid y Provincias al precio de 4 y 6 rs. respectivamente.

Los pedidos se dirigirán á D. Alfonso Durán, Carrera de San Gerónimo, número 2, Madrid.

---

OBRAS DEL MISMO AUTOR.



FILOSOFÍA DE LAS MATEMÁTICAS Y REFLEXIONES PEDAGÓGICAS SOBRE LA ENSEÑANZA DE ESTA ASIGNATURA POR G. M. COUCEIRO DA COSTA, VERSION CASTELLANA.

---

EN PREPARACION.



METODOLOGÍA DE LAS CIENCIAS MATEMÁTICAS  
LA CIENCIA ABSOLUTA DEL ESPACIO INDEPENDIENTE DE LA VERDAD Ó  
DEL AXIOMA XI DE EUCLIDES, (*que no se podrá jamás establecer a priori*); SEGUIDA DE LA CUADRATURA GEOMÉTRICA DEL CÍRCULO, EN  
DE LA FALSEDAD DEL AXIOMA XI, por Gean Bolyai, Capitan de  
po de Ingenieros de la Armada Austriaca.—*Version Cast*  
—Se publicará en Octubre.

