PUBLICACIONES DE LOS «ESTUDIOS MILITARES» 3

JUAN DE SEVILLA

MATEMÁTICO ESPAÑOL DEL SIGLO XII

POR

D. PEDRO A. BERENGUER

Comandante de Infantería,
Profesor de la Escuela Superior de Guerra.

MADRID
IMPRENTA DEL CUERPO DE ARTILLERÍA
San Lorenzo, 5, bajo.

1900

Al Señor Doctor Thebussem su affmo amigo y admirador
q. l. m. b.

Pedro Alcántara Berenguer

JUAN DE SEVILLA

MATEMÁTICO ESPAÑOL DEL SIGLO XII

Vivo ahora en Ciudad Real
calle de Calatrava 18
por un poco tiempo,
que luego viviré solo
con ~~fa~~ mi familia
en el 3.

PUBLICACIONES DE LOS «ESTUDIOS MILITARES»

JUAN DE SEVILLA

MATEMÁTICO ESPAÑOL DEL SIGLO XII

POR

D. PEDRO A. BERENGUER

Comandante de Infantería,
Profesor de la Escuela Superior de Guerra.

MADRID
IMPRENTA DEL CUERPO DE ARTILLERÍA
San Lorenzo, 5, bajo.

1900

JUAN DE SEVILLA

MATEMÁTICO ESPAÑOL DEL SIGLO XII (1)

I.

LA ESCUELA DE TRADUCTORES DE TOLEDO EN AQUEL SIGLO.

El Arzobispo D. Raimundo, clunicense, sucesor de D. Bernardo, el primer Arzobispo que rigió la diócesis toledana cuando Don Alfonso VI conquistó á Toledo. Ocupó la silla arzobispal en 1126 D. Raimundo, y trató de divulgar entre los cristianos las letras arábigas, y sobre todo con el deseo de constituir un clero doctísimo para la controversia con rabinos y alfaquíes. Estableció para ello, en la entonces corte de España, una *Escuela de traductores*, para la cual, para llenar su fin, no perdonó gasto ni diligencia para que fueran accesibles en la lengua oficial eclesiástica y común de los sabios cristianos las obras más importantes de las disciplinas orientales.

Para el éxito de su empresa eligió hombres doctos, entre los cuales descollaron *Joanis Hispalensis* (Juan de Sevilla) y el arcediano de Segovia, *Dominicus Gundisalvi* (Domingo González), que comenzaron sus trabajos al comienzo de la prelación de D. Raimundo.

Con estos cooperaron *Gerardo de Crêmona* y *Platon de Tiboli*, ambos italianos, y otros sabios de otras naciones de Europa, entre los que deben recordarse *Adelardo Bat*, *O'Crealh*,

(1) Este trabajo es un fragmento de la *Historia de las Matemáticas en España, en el período anterior al siglo XVI*, en la cual venía trabajando once años el autor de este escrito, y ya no pudo concluirla por la decadencia de su cerebro, que le produjo tal exceso de trabajo.

discípulo de Bat, *Hugo Santandiennis Tilleno, Juan Morlay* y *Filipo de Trípoli*, quienes acreditaron su celo por acaudalar la cultura de los pueblos de Occidente con la doctrina y enseñanzas orientales.

Juan de Sevilla fué el que dió á conocer en Europa: *Los elementos de astronomía de Alfergán (liber de scientia astrorum et radicibus motum celestium),* el *Quadripartito* y el *Centiloquio* de Tolomeo, la *Isagoge* ó introducción de Albumazar á *la Astrologie,* la de *Alchaibito* y muchas obras de astronomía del judío *Macha Allah.*

Gerardo de Crémona, autor de setenta y una traducciones del arábigo, relativas á libros de matemáticas, de astronomía, de medicina y de ciencias naturales.

Como se ve, de la *Escuela de traductores,* fundada por don Raimundo en 1126, han salido los fundamentos de las Ciencias exactas, físicas y naturales para toda Europa, y entre los escritos más notables es el *Alghorimis de practica, Aritmetica á magistro Johane Hispalensi,* cuya obra vamos á presentar á continuación.

II.

JUAN DE SEVILLA Y SU OBRA MÁS NOTABLE.

Judío converso al catolicismo, cuyo nombre en su secta era *Yahia Aben-Daud,* y al pasar á la religión cristiana tomó el nombre de Juan de Luna, que por ser de Sevilla, en las *Historias de las Matemáticas*, entre ellas las de Morla, Libri, Buoncompagni, en su *Enciclopedia* matemática, y la moderna de Moritz Cantor, que es una obra monumental (1), se le llama *Joanis Hispalensis,* Juan de Sevilla.

Su tratado de *Algorismi de practica Aritmetica, qui editus est a Magister Joanis Hispalensis,* es notable por más de un concepto; la Aritmética comprende las siete operaciones: adición, substracción, duplicación, mediación, multiplicación, divi-

(1) Se titula: *Vorlesungen über gechichte der Mathematik;* en castellano: *Lecciones de Historia de las Matemáticas.*

sión y extracción aproximada de la raíz cuadrada, primero de números enteros, después de los fraccionarios, con aproximación decimal, lo cual parece probar que los indios prolongaban su numeración decimal á un lado y otro de la unidad; contiene un segundo capítulo titulado: *Excerptiones de libro qui dicitur Gebra et Muchabala,* donde resuelve los tres casos de la ecuación de segundo grado por el método de *Mohamet-ben-Musa.*

*
* *

Ahora vamos á presentar la obra *Algorismus* de Juan de Sevilla y describirla á continuación. El autor se refiere siempre, todo lo posible, á los indios á quienes atribuye la invención de las fracciones sexagesimales; á ellos atribuye igualmente la invención de la raíz cuadrada, por medio de fracciones decimales, que efectúa por un procedimiento no tan expedito como el que empleamos ahora, pero que coincide en el fondo: se añade al número, del cual se ha de extraer la raíz, 2 n ceros, y la raíz del número resultante se pone por numerador de una fracción, cuyo denominador es la unidad seguida de n ceros.

*
* *

Entremos ahora en la segunda parte, que es la resolución de los tres casos de las ecuaciones de segundo grado; en las *Excerptiones* explica los tres casos de la ecuación de segundo grado que conocemos

$$x^2 + p\,x = q \qquad x^2 + q = p\,x \qquad p\,x + q = x^2$$

mediante el empleo de tres ejemplos que veremos después.

Para mejor inteligencia, indicaremos el método general que emplea Juan de Sevilla, que consiste: *En suponer conocido el cuadrado de la incógnita,* al que da el nombre de *res* y representado gráficamente por un cuadrado: *la cuestión es encontrar el valor de la incógnita,* á la que llama *radix, con arreglo á las condiciones del problema.*

Al término independiente llama *dragma.* Con estas indicaciones pasamos á resolver los problemas que resuelve aplicándoles el método que queda indicado.

Primer ejemplo que traduce el primer caso de la ecuación. *¿Qué número sumado diez veces con su razón da 398?* La solución de este problema ofrece dos caminos. En el primero representa á *res*, por el cuadrado *(fig. 1.ª) a b c d.* Cada uno de los lados de este cuadrado es la representación gráfica de *radix*. Toma á

$$d\,e = \frac{10\ radix}{4},$$

y forma los cuatro rectángulos

d e f c, e g h b, b i p a y *a l m d,*

con lo que la figura entera responde en la forma

$$x^2 + 10\,x = 39.$$

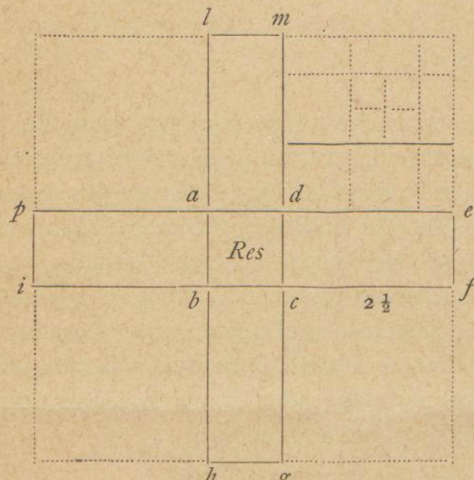


Fig. 1.ª

Suma con este resultado los cuatro cuadros señalados con puntos en los cuatro ángulos

m d e, f c g, h b i y *p a l*

de la figura completa, y valen en el cuadrado $4 \times 2\frac{1}{2}$, es decir, $4 \times 6\frac{1}{4} = 25$; de donde resulta un nuevo cuadro que vale

$$39 + 25 = 64.$$

El lado del cuadrado vale, por lo tanto, $\sqrt{64} = 8$, y en consecuencia *radix* será

$$x = \sqrt{39 + 5^2} - 5 = 8 - 5 = 3.$$

substituído este valor de *radix* se convierte en

$$3^2 + 10 \times 3 = 9 + 30 = 39.$$

Segundo procedimiento, en el cual el cuadro *a b c d* es *rex*, y cualquiera de sus lados *radix (fig. 2.ª)*.

En este procedimiento toma el autor del *Algorismus:*

$$c\,f = a\,h = \frac{10\ radios}{2}$$

y cierra los *dos* rectángulos

b g f c y *a b r h*

y la figura resultante representa

$$x^2 + 10\,x = 39.$$

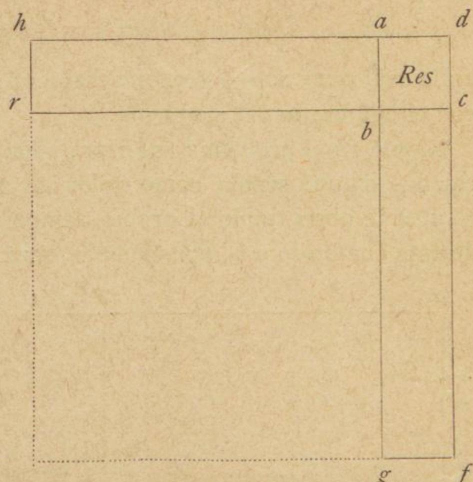


Fig. 2.ª

Suma, como en el procedimiento anterior, el cuadrado de puntos, formado con el ángulo *r b g*, que vale 25; la figura valdrá ahora

$$39 + 25 = 64$$

y resulta un nuevo cuadrado, cuyo lado es:

$$\sqrt{64} = 8$$

y excede á *radix* en 5; por lo tanto, el valor de *radix* será, como en el procedimiento primero,

$$x = \sqrt{39 - 5^2} - 5 = 8 - 5 = 3$$

la ecuación propuesta, substituyendo, da como resultado

$$9 + 30 = 39.$$

*
* *

Ejemplo segundo.—Con él se resuelve el segundo caso de las ecuaciones de segundo grado.

¿Qué numero, pregunta el hispalense, sumado con 9, iguala seis veces su raíz? Y anota:

$$x^2 + 9 = 6x$$

en la cual *rex* y nueve *dracmas*, igualan á seis *radix*, de acuerdo con el enunciado del problema.

Como en el problema anterior, ajustándose al método general que sigue, señala como valor de *res* el cuadrado *a b c d* *(fig. 3.ª)*, observando al propio tiempo que un lado cualquiera de este cuadrado *a b*, por ejemplo, será *radix*.

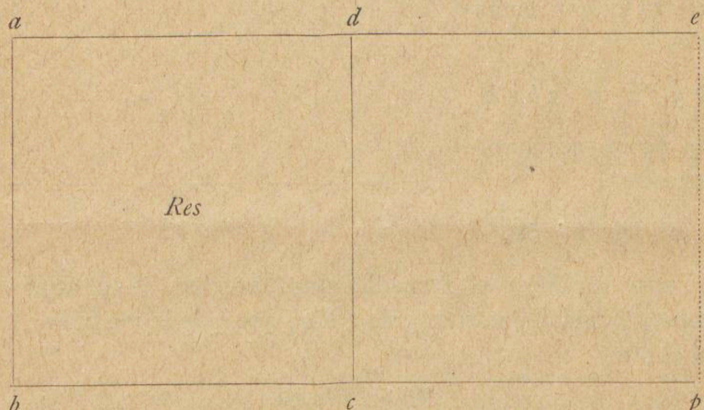


Fig. 3.ª

Supone después que el cuadrado *d e p c*, tiene sus lados iguales á *radix*, y que vale 9; por consiguiente, todo el rectángulo *a e p b*, vale á su vez

$$x^2 + 9$$

que equivale á

$$6 \text{ } radix$$

y como uno de sus lados *a b* es también *radix*, valdrá

$$6.$$

Toma luego la mitad del lado $b\,p$, cuyo punto de división cae en c, y resulta

$$\frac{6}{2}$$

lado de un cuadrado que forma, de superficie equivalente, al cuadrado

$$\left(\frac{6}{2}\right)^2$$

Por último, toma á

$$p\,c = c\,d$$

y acaba el cuadrado

$$d\,e\,p\,c = a\,d\,c\,b = res$$

de donde resulta

$$\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 9 = 0;$$

es decir, que los dos cuadrados son iguales, y para *radix* es el caso solución única

$$x = 3 - \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 9} = 3 - (3 - 3) = 3$$

y substituyendo en la ecuación propuesta á *radix* por su valor, queda resuelto el problema en la forma

$$3^2 + 9 = 9 + 9 = 6\,.\,3 = 18$$

como se vé, este es un ejemplo notable, un caso particular, en que por ser

$$\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 9 = 0$$

no tiene otra solución que la que precede, no pudiéndose afirmar si el autor lo buscó de propósito ó le resultó por casualidad.

* * *

Tercer caso.—En éste se pide: *Hallar un número que multiplicado por 3 y sumado con 4, de á rex.* Este ejemplo se representa con la ecuación:

$$3\,x + 4 = x^2$$

ó sea 3 *radices* mas 4 dragmas igual á *res*.

Sea *a b c d* (*fig. 4.ª*) el cuadrado que representa á *res*, de manera que será

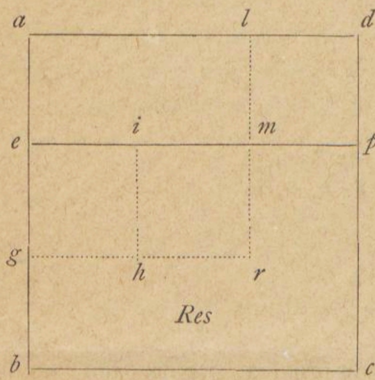


Fig. 4.ª

$$a\,b = x$$

tenemos

$$b\,c = 3$$

y el rectángulo

$$e\,p\,c\,b = 4$$

puesto que

$$3\,x + 4 = x^2.$$

Tomemos el punto medio de *e b* y construyamos el cuadrado *e g h i*, que valdrá

$$\left(1\,\frac{1}{2}\right)^2 = 2\,\frac{1}{4}.$$

Construyamos, igualmente, el cuadrado *a g r l*, el rectángulo

$$l\,d\,p\,m = i\,h\,r\,m$$

porque

$$l\,d = g\,b = e\,g = i\,h$$

$$l\,m = i\,m$$

puesto que los dos son iguales á

$$a\,g - e\,g.$$

El cuadrado *a l r g* será, pues, equivalente á la suma con el rectángulo *a d p c*, y el cuadrado *e g h i*, y valdrá, por tanto,

$$4 + 2\frac{1}{4} = 6\frac{1}{4}$$

su lado *a g* valora, por tanto,

$$\sqrt{6\frac{1}{4}} = 2\frac{1}{2}$$

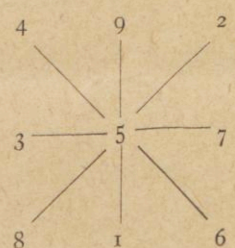
el mismo *a b* ó *radix*, valdrá

$$2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 4$$

y por tanto *radix* será

$$x = \frac{1}{2}3 + \sqrt{\left(\frac{1}{2}3\right)^2 + 4} = 5.$$

Juan de Sevilla cierra su obra con el cuadro mágico



Con los trazos se establece la relación entre sí de los números que lo forman, pero sin explicación alguna de su formación, al menos en la copia del manuscrito que yo he visto.

*
* *

MR. MONTUCLA, en su *Historia des Mathematiques* (tomo II de la edición de 1758), dice: «La primera obra original de Algebra, y que ha permanecido inédita como otra multitud de trabajos científicos de nuestros antepasados, fué escrita por Juan de Sevilla ó de Luna, *el Hispalense*. Se titula: *Joanis Hispalensis Algorismus sive practica Aritmetica.*»

Dice Montucla que el manuscrito figuraba en su tiempo en el catálogo de la biblioteca de París, con el núm. 7.359, y que este autor se anticipó en más de siglo y medio á *Fibonazi*, á quien *Libri*, el italiano, atribuye la prioridad del origen del Algebra.

Después de Montucla, dió á conocer el manuscrito MR. MICHEL CHARLES, en su || *Aperçu Historique* || *sur l'origine et le developpement* || *des Methodes en Geometrie* || *particulierment de celles qui se rapporten de la Geometrie moderne*. || 3.ª edición.—París.—Gauthier Villars.—1899.—(La primera la publicó en 1837; la segunda en 1875.) Al final de la obra tiene unas *Notas de Geometría entre los occidentales, en la Edad Media, siglo XII*. En estas *Notas* dió á conocer, en la pág. 500, de las 848 que tiene la obra, el *Algoritmos* de Juan de Sevilla, que publicó *Buoncompagny* en su *Enciclopedia Mathematiche*, en el tomo del año 1875.

ÍNDICE

ESTUDIOS MILITARES

Se publica la Revista dos veces al mes en cuadernos de 32 ó más páginas, con los planos, láminas y grabados que el texto requiera.

Acompañan á cada número uno ó dos pliegos de *Biblioteca*.

Los doce números de cada semestre formarán un elegante tomo de más de 400 páginas, y los dos tomos del año podrán encuadernarse juntos con las elegantes tapas que tiene esta Revista.

El plazo mínimo de suscripción será de *seis meses*, pagaderos en plazos trimestrales adelantados.

Todo suscriptor tiene derecho á elegir en la parte extranjera de la *Revista de la prensa* el artículo que le convenga conocer en español, cualquiera que sea el idioma en que esté publicado.

Los artículos que se remitan para su publicación deberán ir firmados por sus autores, que responden de su contenido. La Revista se reserva el derecho de publicarlos ó no, y en el primer caso los autores manifestarán si quieren que se haga una impresión separada de sus trabajos, de la que se pondrán á su disposición, gratis, 100 ejemplares: para mayor tirada los interesados abonarán el importe.

No se da de baja á ningún suscriptor, ni se varía la dirección sin prévio aviso.

Las reclamaciones de números deberán hacerse en el término de un mes en la Península y tres en Ultramar, á contar de la fecha de su publicación.

PRECIOS DE SUSCRIPCIÓN

	MILITARES			NO MILITARES	
	Trimestre	Semestre.	Año.	Semestre.	Año.
Península é islas adyacentes	4 ptas.	8 ptas	16 ptas	10 ptas.	20 ptas
Extranjero (países de la Unión postal).....................	» »	10 »	20 »	12 »	24 »
Ultramar........................	» »	» »	5 p. oro	» »	» »
Tapas para la encuadernación...	1'25 ptas.			1'25 ptas.	

Toda la correspondencia debe ser dirigida á **D. Casto Barbasán**, *Escuela Superior de Guerra*, Madrid.